

Analyse mécano-fiabiliste d'un système de verrouillage

Nicolas Méalier*, **Frédéric Dau****, **Laurent Guillaumat****, **Philippe Arnoux***

* CEA/CESTA B.P.2 33114 Le Barp

** Laboratoire de Matériaux – Endommagement – Fiabilité et Ingénierie des Procédés LAMEFIP
ENSAM Esplanade des Arts et Métiers, 33400 Talence
nicolas.mealier@gmail.com

Résumé :

Cette étude a pour but de déterminer la probabilité de défaillance d'un système de verrouillage. Cette probabilité de défaillance est estimée par deux méthodes complémentaires, les méthodes d'approximation FORM / SORM et les simulations de Monte Carlo, à l'aide du logiciel fiabiliste Phiméca Software. La fonction de performance traduisant l'évènement redouté est modélisée par une surface de réponse permettant d'établir une relation analytique entre les variables aléatoires (caractéristiques matériaux, dimensions géométriques, chargement) et les réponses mécaniques du système. En effet, le système de verrouillage faisant l'objet d'un modèle numérique complexe (construit grâce à Abaqus/CAE), le couplage direct entre ces deux codes conduirait à des temps de calcul prohibitifs. Les résultats obtenus sur deux configurations du système de verrouillage ont permis d'une part de montrer la très grande robustesse de la première, et d'autre part de dégager, par l'intermédiaire de l'analyse de sensibilité, deux voies d'amélioration pour la deuxième.

Abstract :

The aim of this study is to predict the failure probability of a locking system. The failure probability will be assessed by two complementary methods: approximation methods FORM / SORM, and Monte Carlo simulations, both implemented in the reliability software called Phimeca Software. The limit state function which threshold triggers the feared event will include a response surface that establishes the analytical relation between the random variables (material properties, geometry data, load) and structural responses. The use of a response surface is mandating, because the direct coupling between the reliability software and the locking system finite elements model (built thanks to Abaqus/CAE) is not tractable. The results obtained in two configurations of the locking system showed the large sturdiness of the first system, and enabled us to determine two ways of improvement for the second system thanks to a sensibility analysis.

Mots-clefs :

Calculs éléments finis, FORM / SORM, Monte Carlo

1 Introduction

Dans le cadre de la conception sûre d'un distributeur pneumatique, la probabilité de défaillance (Pf) du système de verrouillage doit être évaluée par rapport à l'évènement redouté suivant : accostage de la butée par le piston en cas de mise en marche accidentelle de la commande pneumatique du distributeur, figure 2. La spécification, en terme de probabilité de défaillance, pour ce genre d'équipement est de 10^{-4} . Evaluer cette probabilité par essais n'est pas envisageable. L'alternative retenue est l'utilisation de la méthode mécano-fiabiliste, méthode aujourd'hui éprouvée dans de nombreux domaines : nucléaire civil (Sang-Min et al. 2005, Sudret et al. 2005), structures offshore (Shah et al. 2005), mais aussi dans le génie civil pour les ouvrages d'arts exceptionnels (Schotanus et al. 2004).

L'objectif de ce travail est :

- d'évaluer la probabilité de défaillance pour deux configurations du système de verrouillage,
- de réaliser une étude de sensibilité par rapport aux variables aléatoires élémentaires intervenant dans les modèles.

Pour cela, deux logiciels seront utilisés, le logiciel éléments finis (EF) Abaqus et le logiciel fiabiliste Phiméca Software utilisant les méthodes FORM / SORM et permettant les simulations de Monte Carlo.

2 Les méthodes mécano-fiabilistes classiquement utilisées

L'évènement redouté est traduit par une fonction de performance $G(x) = R(x) - S(x)$ (Résistance – Sollicitation) s'appuyant sur un modèle physique, dépendant en partie des variables du système supposées aléatoires, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Par définition, il y a défaillance du système quand $G(x) \leq 0$, et $G(x) = 0$ est appelée équation d'état limite. Pour estimer la probabilité de défaillance, deux techniques complémentaires sont généralement utilisées : la première est basée sur des méthodes d'approximation du 1^{er} ordre et du 2nd ordre respectivement appelées FORM (First Order Reliability Method) et SORM (Second Order Reliability Method), et la seconde est la simulation de Monte Carlo.

Méthodes d'approximation FORM / SORM :

La première étape est la recherche de la distance minimale β (aussi appelé indice de fiabilité) entre la courbe d'état limite $G(x) = 0$ et l'origine du repère standard, figure 1. Ce calcul d'optimisation sera effectué par l'algorithme d'Abdo-Rackwitz (Abdo et al. 1990). Le point de l'état limite minimisant cette distance est appelé point de conception ou P^* et correspond au point de défaillance le plus probable. Le passage de l'espace physique à l'espace standard (espace dans lequel toutes les variables suivent une loi normale centrée réduite) s'effectue par une transformation T dite « isoprobabiliste » (Lemaire, 2005).

La deuxième étape est l'approximation. Elle peut être soit du type FORM soit du type SORM. L'état limite est respectivement approximé par un hyperplan tangent à la courbe d'état limite passant par P^* ou par une hyper surface quadratique. Dans le cas FORM, la probabilité de défaillance P_f se calcule de la façon suivante : $P_f = \Phi(-\beta)$, Φ étant la fonction de distribution cumulée de la loi normale centrée réduite. Dans le cas SORM, cette probabilité est corrigée pour mieux prendre en compte la courbure de l'état limite (Lemaire, 2005).

En plus d'obtenir les coordonnées du point de conception et la probabilité de défaillance, la méthode FORM permet d'avoir accès à la sensibilité de P_f par rapport aux différentes variables aléatoires et surtout aux caractéristiques de leurs lois de distribution : moyenne, écart-type, etc.

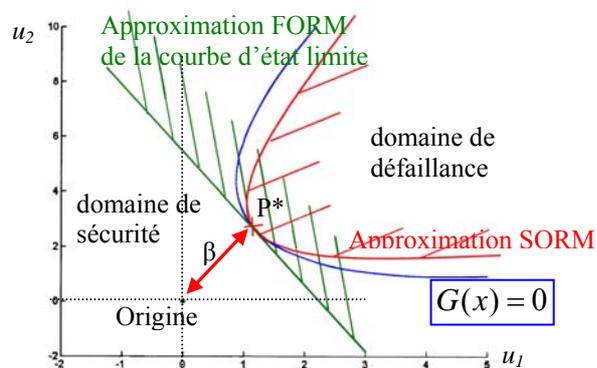


Figure 1 : Etat limite séparant le domaine de défaillance du domaine de sécurité.

Simulation de Monte Carlo :

La méthode de Monte Carlo ne permet pas d'obtenir les sensibilités des variables aléatoires mais elle permet en revanche d'estimer l'erreur faite sur le calcul de la probabilité de défaillance. La simulation de Monte Carlo servira donc de référence par rapport aux résultats obtenus par les méthodes FORM / SORM.

La méthode consiste à générer un jeu de réalisation des variables aléatoires suivant leurs lois de distribution, à compter le nombre de défaillances et à le comparer au nombre de tirages total.

La probabilité de défaillance P_f se calcule donc selon l'équation suivante :

$$P_f = \lim_{N_{\text{tirages}} \rightarrow \infty} \left[\frac{N_{\text{défaillances}}}{N_{\text{tirages}}} \right] \approx \frac{N_{\text{défaillances}}}{N_{\text{tirages}}} \text{ avec } \% \text{ erreur} = 200 \sqrt{\frac{1 - P_f}{N_{\text{tirages}} \cdot P_f}}$$

Pour atteindre une probabilité de défaillance de 10^{-n} , il faut effectuer entre 10^{n+2} et 10^{n+3} tirages pour une erreur de 10% sur P_f . Cela peut conduire à des temps de calcul très importants d'où l'intérêt de la méthode FORM / SORM (Lemaire, 2005).

3 Description du système étudié

Le système de verrouillage du distributeur pneumatique est décrit schématiquement figure 2. Il est constitué par un doigt de verrou, élément de sécurité, permettant d'éviter le déplacement du piston jusqu'à l'accostage de la butée lors d'une mise en pression intempestive du dispositif : il s'agit de l'évènement redouté.

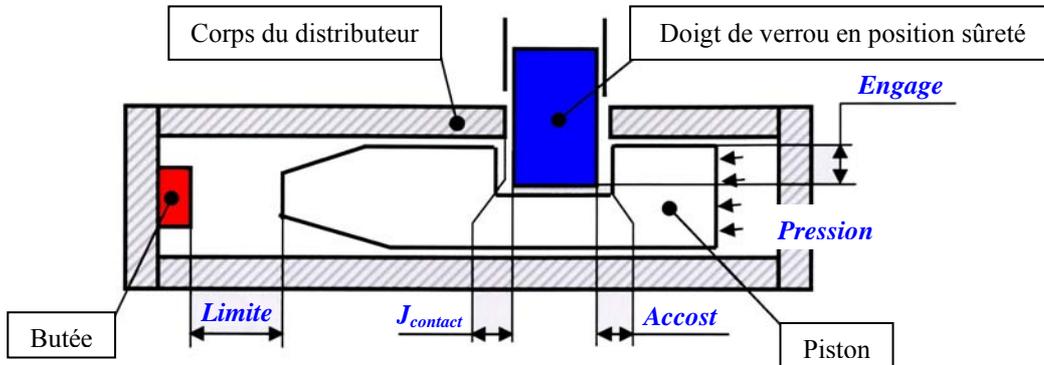


Figure 2 : Schéma du mécanisme de verrouillage.

Deux configurations du système de verrouillage vont être étudiées. Elles diffèrent par la géométrie du doigt de verrou, figure 3, et seront appelées système A et système B.

4 Le problème mécano-fiabiliste

Vis-à-vis de l'évènement redouté : « accostage de la butée par le piston lors d'une mise en pression intempestive, le doigt de verrou étant en position sûreté », le terme de Résistance est la distance séparant initialement la butée du piston. Elle est appelée *Limite*, et considérée comme aléatoire. Le terme Sollicitation est le déplacement du piston.

Le déplacement du piston est la somme de deux composantes :

- le rattrapage de la distance entre le piston et le doigt de verrou, appelée *Accost* et considérée comme aléatoire,
- le déplacement du doigt de verrou noté $U2$ (lu au niveau de la flèche rouge, figure 3) dû à sa déformation sous l'action de la pression.

La fonction de performance s'écrit donc : $G = Limite - (Accost + U2)$

La défaillance du système est observée quand $G \leq 0$.

Pour évaluer la fonction de performance, il faut évaluer la déformation du doigt de verrou sous l'effet de la pression. Un modèle EF est donc nécessaire. La déformation du doigt sera fonction :

- de la géométrie des pièces,
- des caractéristiques matériaux,
- des variables *Pression*, *Engage* et $J_{contact}$ qui seront considérées comme aléatoires.

Engage représente la hauteur d'engagement du doigt de verrou dans le piston,

$J_{contact}$ représente le jeu existant entre le corps du distributeur et le doigt de verrou.

4.1 Mise en place des modèles éléments finis

Les modèles EF pour les deux systèmes sont mis en oeuvre avec le module CAE du logiciel Abaqus, figure 3. Ces modèles donnent lieu à des calculs quasi-statiques non linéaires.

Deux types de non linéarités sont considérés :

- non linéarité matérielle : un comportement élasto-plastique est adopté pour les matériaux constituant le doigt de verrou et le corps du distributeur,
- non linéarité due au contact entre le doigt de verrou et le corps du distributeur.

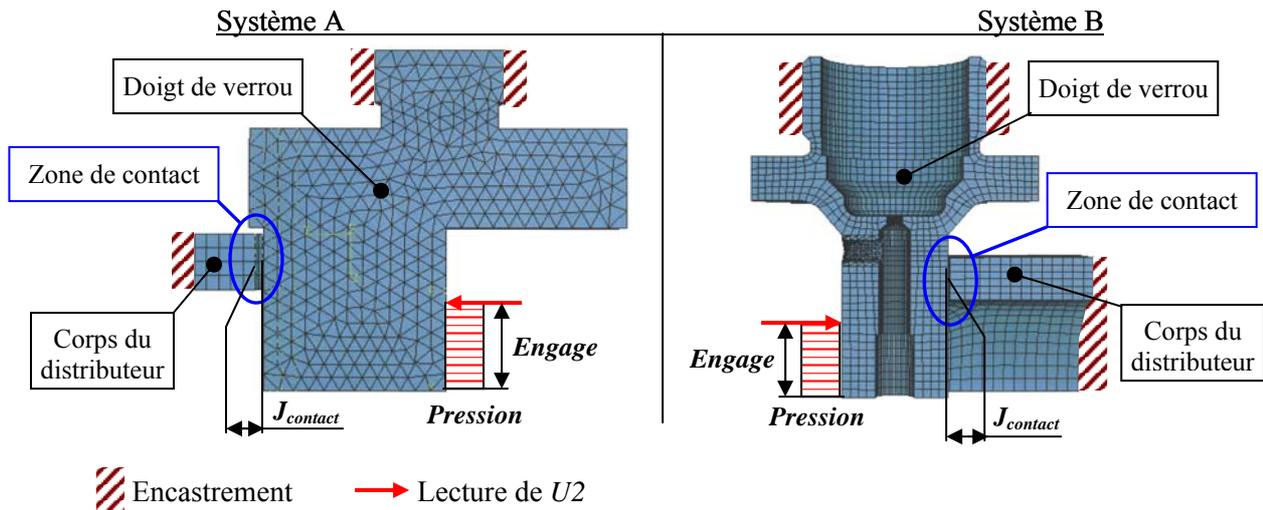


Figure 3 : Maillage des deux configurations du système de verrouillage.

Le maillage est réalisé à l'aide d'éléments 3D hexaédriques du second ordre à intégration réduite (C3D20R) pour l'ensemble des modèles, sauf pour le doigt de verrou du système A, qui lui est maillé avec des éléments 3D tétraèdres du second ordre modifiés (C3D10M).

4.2 Méthodologie de résolution

Le nombre total de variables aléatoires pour chaque système est donc de cinq : $Pression$, $J_{contact}$, $Engage$, $Accost$, $Limite$ dont trois appartenant aux modèles EF. Par ailleurs, compte tenu de la complexité des modèles EF, il est évident qu'il ne sera pas possible d'utiliser la méthode de Monte Carlo ni même les méthodes d'approximation FORM / SORM par couplage direct entre Phiméca Software et Abaqus. Il est donc nécessaire de construire une surface de réponse pour chacun des deux systèmes. Cette surface de réponse permettra d'exprimer le déplacement du doigt de verrou $U2$ de façon analytique et de rendre ainsi possible l'évaluation de la fonction de performance.

La fonction de performance s'écrira donc sous la forme : $G = Limite - (Accost + \tilde{U}2)$ avec $\tilde{U}2 = f(Pression, J_{contact}, Engage)$ polynôme de degré deux.

Les quatre variables aléatoires $J_{contact}$, $Engage$, $Accost$, et $Limite$ sont des variables géométriques calculées par des chaînes de cotes. Elles ont donc une valeur moyenne, mini et maxi. De plus, en prenant l'hypothèse réaliste d'une répartition uniforme pour chaque cote entrant dans le calcul de la chaîne, le retour d'expérience en matière de fabrication a permis de vérifier que cette chaîne de cotes obéit à une loi normale. Ces quatre variables aléatoires suivront donc des lois normales tronquées.

Pour la variable aléatoire $Pression$, seul son domaine de variation est connu. Elle suivra donc une loi uniforme.

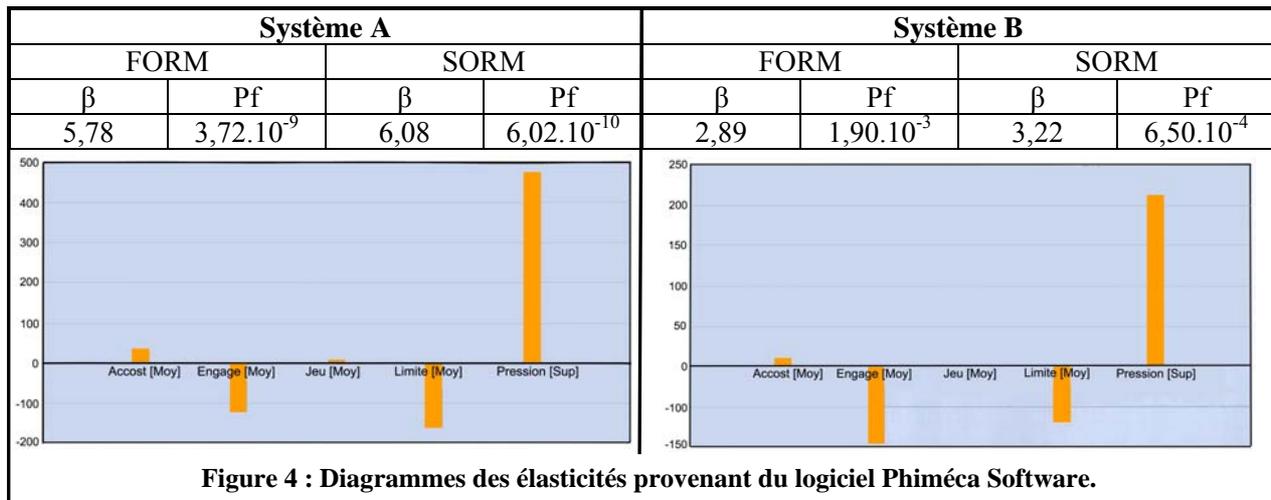
4.3 Construction des surfaces de réponse

Pour chaque modèle, le polynôme du second degré $\tilde{U}2(Pression, J_{contact}, Engage)$ (qui est donc la surface de réponse) est calculé par une approximation des moindres carrés basée sur un nombre restreint de calculs EF. Afin de réduire le nombre de calculs EF, les configurations de ces derniers sont choisies judicieusement à l'aide d'un plan d'expérience de Box-Behnken. Le nombre de variables aléatoires composant chaque modèle EF est de 3, ce qui nécessite 13 calculs EF pour la construction d'une surface de réponse (une par système).

Les calculs fiabilistes qui vont suivre, FORM / SORM et Monte Carlo, seront donc basés sur ces surfaces de réponse. Leurs capacités à représenter fidèlement la réalité sont donc primordiales. Cette qualité est quantifiée grâce aux calculs des résidus (Lemaire, 2005). Si cela s'avère nécessaire, il est possible de construire une nouvelle surface de réponse en enrichissant la précédente par de nouveaux calculs EF (Devictor, 1996).

5 Résultats

Résultats FORM / SORM par Phiméca Software :



Les temps de calculs sont très courts, de l'ordre de quelques secondes. La convergence a été obtenue en 365 itérations pour le système A et 281 pour le système B.

L'élasticité d'un paramètre (moyenne, écart-type, ...) est un indicateur adimensionné du poids relatif de ce paramètre sur l'évaluation de Pf (manuel d'utilisation de Phiméca, 2004). L'interprétation de l'histogramme des élasticités, figure 4, pour le système B montre qu'une augmentation de 1% de la borne supérieure de la variable *Pression* entraînerait une augmentation de près de 220% de Pf, alors qu'une augmentation de 1% de la moyenne de la variable *Engage* entraînerait une forte diminution de Pf.

Les élasticités des écarts-type ont été supprimées de la figure 4 pour des raisons de lisibilité car trop faibles. On peut en déduire d'une part que le modèle est tolérant à une incertitude sur ces écarts-type et d'autre part que Pf serait peu affectée par un contrôle qualité en fabrication moins rigoureux.

Résultats des simulations de Monte Carlo par Phiméca Software :

Système A			Système B		
Monte Carlo - Tirage d'Importance			Monte Carlo - classique		
Pf	Coeff. Var Pf	Nb tirages	Pf	Coeff. Var Pf	Nb tirages
$4,68 \cdot 10^{-10}$	1%	$3 \cdot 10^5$	$6,45 \cdot 10^{-4}$	5%	$6 \cdot 10^5$

Les temps de calculs sont très courts inférieurs, à la minute.

Pour le système A, la méthode de Monte Carlo par Tirage d'Importance a été utilisée car la probabilité de défaillance est trop faible pour être calculée par la méthode classique.

Ces résultats, provenant des simulations de Monte Carlo font office de référence. A la lecture des deux tableaux précédents, on remarque que les résultats Monte Carlo et SORM sont relativement proches. Ce qui indique d'une part, que les états limites ne sont pas plans et d'autre part, que l'approximation SORM prend correctement en compte les courbures de ces états limites.

Conclusion :

Pour le **système A**, la probabilité de défaillance calculée est inférieure à 10^{-9} , ce qui est très inférieur au 10^{-4} demandé. Cet équipement de sécurité est très sûr même avec des hypothèses pessimistes faites sur le modèle mécanique et sur les distributions des variables aléatoires.

Pour le **système B**, la probabilité de défaillance calculée est inférieure à 10^{-3} . La spécification de 10^{-4} n'est pas tenue, cependant le diagramme des élasticités, figure 4, permet d'identifier les variables ayant le plus d'influence sur Pf et donc de pouvoir déterminer des voies d'amélioration.

Les deux variables ayant le plus d'influence sont *Pression* et *Engage*.

6 Améliorations possibles du système B

1^{ère} voie d'amélioration :

Pression suit une loi uniforme car seul son domaine de variation est connu. Les élasticités, figure 4, montrent que la borne supérieure (notée Pression [Sup]) est prépondérante.

Ainsi, si par une étude spécifique, il est possible de montrer que :

- La borne maximale n'est plus 1200 bar (utilisée dans cette étude) mais 1180 bar, alors la probabilité de défaillance passe de $6,45.10^{-4}$ à $2,69.10^{-6}$. Ceci pourrait faire l'objet d'une spécification.
- La densité de répartition suit une loi normale de moyenne 1000 bar, d'écart-type 50, bornée entre 800 et 1200 bar, alors la probabilité de défaillance passe de $6,45.10^{-4}$ à $9,57.10^{-7}$.

Il s'avère que les gains sur la probabilité de défaillance sont importants. La bonne connaissance des distributions statistiques des variables aléatoires est primordiale, en particulier pour la variable aléatoire *Pression*.

2^{ème} voie d'amélioration :

La variable *Engage*, et plus spécialement sa moyenne (notée Engage [Moy], figure 4), est aussi très influente sur Pf. Il est donc possible de diminuer cette probabilité de défaillance en augmentant la hauteur d'engagement du doigt de verrou dans le piston.

Cette hauteur d'engagement est directement fonction de la profondeur du lamage sur le haut du piston, figure 5.

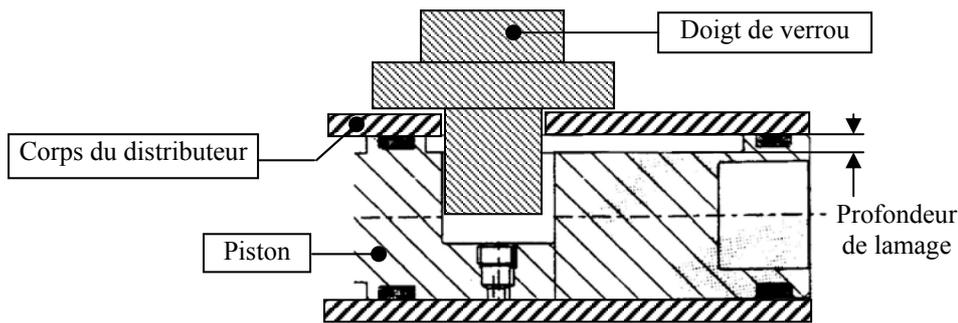


Figure 5 : Vue en coupe du piston.

En diminuant cette profondeur de lamage, le phénomène de flexion du doigt de verrou serait diminué en faveur du phénomène de cisaillement qui déforme beaucoup moins le doigt de verrou. C'est pourquoi la probabilité de défaillance diminuerait.

L'étude paramétrique ci-après, figure 6, permet de quantifier la diminution de la probabilité de défaillance en fonction de la hauteur d'engagement du doigt de verrou dans le piston.

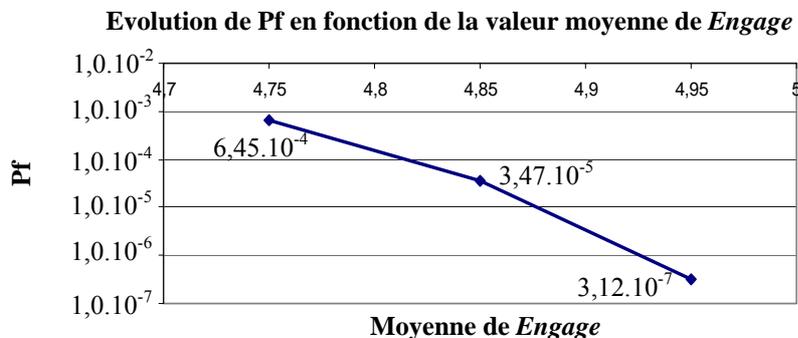


Figure 6 : Etude paramétrique : évolution de Pf en fonction de Engage.

En diminuant la profondeur du lamage du piston de 0,2 mm, la probabilité de défaillance passe de $6,45.10^{-4}$ à $3,12.10^{-7}$. C'est un gain considérable.

7 Conclusion

Les avantages de la méthode mécano-fiabiliste sont nombreux. Elle permet une analyse fine du système mécanique considéré par une bonne compréhension de la physique : choix du mode de défaillance, création d'un modèle de type analytique ou numérique (mécanique, thermique, etc...), prise en compte des variabilités au niveau des paramètres élémentaires (aléa de chargement, variabilité des caractéristiques matériaux, imprécision des dimensions géométriques, ...).

Les résultats obtenus sont riches. En plus de calculer la probabilité de défaillance du système par rapport à un évènement redouté par approches différentes et complémentaires (les méthodes d'approximation FORM / SORM et les simulations de Monte Carlo), elle permet d'obtenir les mesures des sensibilités de cette probabilité par rapport aux moyennes et aux écarts-type de chaque variable aléatoire.

Grâce aux sensibilités ou élasticités données par une approche FORM / SORM, cette méthode peut être un outil d'aide à la conception ou un outil permettant de choisir les variables sur lesquelles imposer des spécifications.

Références

- Abdo T., Rackwitz R., 1990. A new beta-point algorithm for large time-invariant and time variant reliability problems. Reliability and Optimisation of Structures 1-11. 3th WG 7.5 IFIP conference.
- Devictor Nicolas, 1996. Fiabilité et mécanique : méthodes FORM / SORM et couplages avec des codes d'éléments finis par des surfaces de réponse adaptatives. Thèse.
- Lemaire Maurice, 2005. Fiabilité des structures, couplage mécano-fiabiliste statique. Collection Génie Civil. Edition Lavoisier, Hermes Science.
- Manuel d'utilisation de Phiméca Software. Phiméca Engineering S.A., 2004.
- Sang-Min Lee, Yoon-Suk Chang, Jae-Boong Choi, Young-Jin Kim. 2005. Failure probability assessment of wall-thinned nuclear pipes using probabilistic fracture mechanics. Nuclear Engineering and Design.
- Schotanus M.I.J., Franchin P., Lupoi A., Pinto P.E., 2004. Seismic fragility analysis of 3D structures. Structural Safety 26 421-441.
- Shah A.A., Umar A., Siddiqui N.A., 2005. A methodology or assessing the reliability of taut and slack mooring systems against instability. Ocean Engineering 32 1216-1234.
- Sudret B., Guédé Z., 2005. Probabilistic assessment of thermal fatigue in nuclear components. Engineering and Design 235 1819-1835.