

THESE

Pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

(Faculté de sciences fondamentales et appliquées)

(Diplôme National – Arrêté du 25 avril 2002)

École doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur
Secteur de Recherche : Mécanique des Solides, des Matériaux,
des Structures et des Surfaces

Présentée par :

Tony DA SILVA BOTELHO

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE
DE SURFACES METALLIQUES RUGUEUSES REVETUES D'UN METAL
DE FAIBLE DURETE.

Directeur de thèse : J. FRENE
Co-directeur de thèse : G. INGLEBERT

Soutenue le : 08 octobre 2004

Devant la Commission d'Examen

JURY

Président : H.D. BUI, Directeur de Recherche à l'Ecole Polytechnique,
Rapporteurs : R. BILLARDON, Professeur à l'Université Paris VI,
L. FLAMAND, Professeur à l'INSA Lyon, *Excusé*
Directeur : J. FRENE, Professeur à l'Université de Poitiers,
Co-Directeur : G. INGLEBERT, Professeur à l'ISMEP,
B. VILLECHAISE, Professeur à l'Université de Poitiers.

INVITES

L. BOCCALETTO, CNES Evry, *Excusé*,
Y. DELAUNAY, E.D.F.Site des Renardières,
D. VALENTIAN, SNECMA Moteurs, Vernon.

AVANT PROPOS

Ces travaux ont été réalisés au Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Mécaniques et des Matériaux (Equipe d'Accueil n°2336) dirigée par Madame le Professeur G. INGLEBERT, au sein de l'Equipe Tribologie, sous la direction de Monsieur le Professeur R. GRAS. Cette thèse a été menée dans le cadre du Groupement De Recherche « Etanchéité statique par joints métalliques fonctionnant en conditions extrêmes » (GDR 0518 puis 2145)

Je tiens à remercier Les Professeurs G. INGLEBERT et J. FRENE pour avoir accepté de m'encadrer et de m'avoir guidé et conseillé tout au long de cette étude.

Je suis reconnaissant à Monsieur le Directeur de Recherche H.D. BUI pour les conseils qu'il a bien voulu me donner ainsi que d'avoir accepté de présider mon jury de soutenance de thèse.

Je remercie également Messieurs les Professeurs R. BILLARDON et L. FLAMAND pour avoir eu l'amabilité de rapporter mes travaux auprès de l'Université de Poitiers.

Je suis également reconnaissant à Monsieur le Professeur B. VILLECHAISE, qui a bien voulu faire partie de ce jury.

Je suis, de plus, sensible à l'honneur que m'ont fait L. BOCCALETTO (CNES EVRY), Y. DELAUNAY (EDF) et D. VALENTIAN (SNECMA Vernon) qui ont accepté l'invitation qui leur a été adressée, de se joindre à ce jury de thèse afin d'examiner mes travaux.

J'ai particulièrement apprécié la collaboration avec Monsieur Docteur. R. PROGRI, pour les nombreuses discussions échangées et les non moins nombreux et précieux conseils qu'ils a bien voulu me donner au long de ces trois années. Je suis également redevable au Professeur. F. ROBBE-VALLOIRE, qui m'a fait bénéficier de son esprit de synthèse et sa grande pédagogie. Je les remercie tous deux pour leur disponibilité.

Je remercie chaleureusement l'ensemble du personnel de l'Equipe Tribologie, toujours disponible et à l'écoute : Nathalie ISAC, Muriel QUILLIEN, Isabelle CARON, G.H. LIU, Bernard PAFFONI, Pierre SEIGE, , Emin BAYRAKTAR, Geneviève BILLAUDEL, Gilles ARNOLD, Mariama CAMARA.

Je remercie également les membres de l'Association des Doctorants du LISMMA (le LIDO !) avec lesquels s'est établie une véritable dynamique d'entraide et d'échange : Gaël, Olivier, Julie, Vijayakumar.

Je remercie, finalement, mes parents, ma sœur, Magali, et Murielle, qui mon supporté (dans tous les sens du terme) et qui m'ont encouragé durant la préparation de ces travaux.

TABLE DES MATIERES

| | |
|---|-----------|
| AVANT PROPOS | 3 |
| TABLE DES MATIERES | 4 |
| NOTATIONS | 7 |
| INTRODUCTION | 11 |
| 1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE | 13 |
| 1.1. DESCRIPTION DE LA RUGOSITE | 13 |
| 1.2. PARAMETRES D'ETAT DE SURFACE | 15 |
| 1.2.1 Norme « ligne moyenne » | 15 |
| 1.2.2 Norme « motif » | 16 |
| 1.2.3 Paramètres complémentaires d'analyse..... | 17 |
| 1.2.3.1 Courbe d'Abott-Firestone..... | 17 |
| 1.2.3.2 Analyse 3D | 18 |
| 1.2.3.3 Traitements statistiques | 18 |
| 1.3. DESCRIPTION DES SURFACES RUGUEUSES | 19 |
| 1.3.1 Modèle de Greenwood et Williamson..... | 20 |
| 1.3.2 Modèle de Whitehouse et Archard..... | 20 |
| 1.3.3 Modèle de Nayak | 22 |
| 1.3.4 Modèle de Robbe-Valloire..... | 25 |
| 1.3.5 Synthèse de la description des surfaces rugueuses | 27 |
| 1.4. MODELISATION DU CONTACT | 28 |
| 1.4.1 Modélisation du contact élastique..... | 28 |
| 1.4.1.1 Concept de la surface somme | 28 |
| 1.4.1.2 Modèle de Greenwood et Williamson | 30 |
| 1.4.1.3 Modèle de Onions et Archard..... | 32 |
| 1.4.1.4 Modèle de Bush, Gibson et Thomas..... | 33 |
| 1.4.2 Modélisation du contact avec plasticité | 33 |
| 1.4.2.1 Modèles de Hisakado et Tzukizoe..... | 34 |
| 1.4.2.2 Modèle de Pullen et Williamson | 36 |
| 1.4.2.3 Modèle de Francis | 38 |
| 1.4.2.4 Modèle C.E.B. | 39 |
| 1.4.2.5 Modèle de Robbe-Valloire, Paffoni et Proгри..... | 42 |
| 1.4.3 Contact avec un revêtement..... | 47 |
| 1.4.4 Synthèse de la modélisation du contact..... | 58 |
| 1.5. MESURE DE L' AIRE DE CONTACT | 62 |
| 1.5.1 Méthodes électriques et thermiques | 62 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 1.5.2 | <i>Utilisation de marqueurs</i> | 62 |
| 1.5.3 | <i>Ondes acoustiques</i> | 63 |
| 1.5.4 | <i>Relocation profilometry</i> | 63 |
| 1.5.5 | <i>Méthodes optiques</i> | 64 |
| 1.5.6 | <i>Synthèse de la mesure de l'aire de contact</i> | 67 |
| 2 | CONTACTS INDIVIDUELS | 70 |
| 2.1. | CONTACT LINEIQUE | 70 |
| 2.1.1 | <i>Modèle cylindre revêtu/cylindre</i> | 70 |
| 2.1.1.1 | Hypothèses | 71 |
| 2.1.1.2 | Loi de comportement | 74 |
| 2.1.1.3 | Calcul du champ de pression | 77 |
| 2.1.1.4 | Calcul de l'effort linéique | 79 |
| 2.1.1.5 | Écriture en pression moyenne | 83 |
| 2.1.2 | <i>Validation expérimentale : essais d'indentation torique</i> | 84 |
| 2.1.2.1 | Dispositif expérimental | 85 |
| 2.1.2.2 | Résultats expérimentaux | 88 |
| 2.1.2.3 | Confrontation au modèle théorique | 92 |
| 2.1.3 | <i>Calculs par la méthode des éléments finis</i> | 97 |
| 2.2. | CONTACT PONCTUEL | 100 |
| 2.2.1 | <i>Modèle sphère revêtue/sphère</i> | 100 |
| 2.2.1.1 | Conditions d'interface | 101 |
| 2.2.1.2 | Équation géométrique de la déformée | 101 |
| 2.2.1.3 | Résolution en élasticité | 102 |
| 2.2.1.4 | Domaine de validité de la solution en élasticité | 103 |
| 2.2.1.5 | Résolution en élastoplasticité | 104 |
| 2.2.1.6 | Écriture en pression moyenne | 105 |
| 2.2.2 | <i>Validation expérimentale : essais d'indentation sphérique</i> | 106 |
| 2.2.2.1 | Dispositif expérimental | 106 |
| 2.2.2.2 | Résultats expérimentaux | 108 |
| 2.2.2.3 | Confrontation au modèle théorique | 110 |
| 2.2.3 | <i>Calculs par la méthode des éléments finis</i> | 115 |
| 2.3. | SYNTHESE DES COMPORTEMENTS ELEMENTAIRES | 118 |
| 3 | ÉCRASEMENT DE SURFACES RUGUEUSES | 121 |
| 3.1. | MODELE DE DESCRIPTION DES SURFACES RUGUEUSES | 121 |
| 3.2. | MODELISATION DU CONTACT | 123 |
| 3.3. | ETUDE EXPERIMENTALE | 125 |
| 3.3.1 | <i>Principe</i> | 125 |
| 3.3.2 | <i>Dispositif expérimental</i> | 126 |
| 3.3.3 | <i>Éprouvettes</i> | 128 |
| 3.3.4 | <i>Résultats expérimentaux</i> | 130 |
| 3.3.5 | <i>Confrontation au modèle théorique</i> | 138 |
| | CONCLUSIONS | 146 |
| | ANNEXES | 151 |
| | ANNEXE I : RAPPELS D'OPTIQUE | 153 |
| | ANNEXE II : MODELE ANALYTIQUE DU CONTACT CYLINDRE / PLAN REVETU | 158 |

| | |
|---|------------|
| ANNEXE III : RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA CAMPAGNE D'ESSAIS D'INDENTATION TORIQUE | 167 |
| ANNEXE IV : MODELE ANALYTIQUE DU CONTACT SPHERE / PLAN REVETU | 176 |
| ANNEXE V : RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA CAMPAGNE D'INDENTATION SPHERIQUE..... | 186 |
| ANNEXE VI : RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA CAMPAGNE DE VISUALISATION DE L'AIRE REELLE DE CONTACT..... | 194 |
| ANNEXE VII : A PROPOS DE L'ARGENT | 197 |
| BIBLIOGRAPHIE | 201 |

NOTATIONS

| | |
|-------------------------------------|---|
| a | Rayon de contact, indentation axisymétrique. [mm] |
| b | Demi-largeur de contact, indentation linéique. [mm] |
| a_s | Rayon de contact entre le revêtement et le substrat. [mm] |
| c | Courbure d'une aspérité donnée. [mm^{-1}] |
| d | Distance entre les plans moyens de deux surfaces en contact. [μm] |
| d_s | Distance entre le plan moyen des sommets de la surface et un plan lisse, antagoniste. [μm] |
| $d_0 = d - u$ | Distance apparente entre les plans moyens des surface sen contact. [μm] |
| h | Épaisseur du revêtement. [mm] |
| $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ | Vecteur nombre d'onde. [m^{-1}] |
| m | Moyenne des hauteurs sur un profil. [μm] |
| \hat{m} | Moyenne des hauteurs de sommets. [μm] |
| m_{pq} | moment de la densité spectrale de puissance. |
| $n_{\text{air}}, n_{\text{saphir}}$ | Indice optique d'un milieu. |
| p_H | Pression hertzienne au centre du contact. [MPa] |
| pm | Pression moyenne sur le contact. [MPa] |
| $q(\tan \theta)$ | Densité de probabilité des pentes des aspérités. |
| r | Coefficient de réflexion de la lumière en amplitude. [] |
| S_{ij} | Composantes du tenseur déviateur des contraintes. [MPa] |
| t | Coefficient de transmission de la lumière en amplitude. [] |
| u | Remontée plastique uniforme. [μm] |
| y_s | Distance entre le plan moyen de la surface et le plan moyen des sommets de la surface. [mm] |
| z | altitude sur les profils. [μm] |
| z_s | Hauteur d'une aspérité par rapport au plan moyen des sommets. [μm] |
| A | Aire d'un micro-contact quelconque. [mm^2] |
| Alt | Moyenne de l'altitude des motifs mesurée par rapport à la ligne moyenne d'un profil. [μm] |
| A_N | Aire nominale (ou apparente) de contact. [mm^2] |
| A_R | Aire réelle de contact. [mm^2] |
| AR | Moyenne des largeurs de motifs de rugosité (ISO 12085, 1998). [mm] |
| AW | Moyenne des largeurs de motifs d'ondulation (ISO 12085, 1998). [mm] |
| \vec{B} | Champ magnétique [T]. |

| | |
|--|--|
| $D(k_x, k_y)$ | Densité spectrale de puissance. |
| D_{extrema} | Densité de points d'une surface qui sont des extrema locaux. |
| D_{pics} | Densité de sommets sur un profil. |
| $D_{\text{zéros}}$ | Densité des points d'une surface qui sont à l'altitude zéro par rapport au plan moyen de la surface. |
| \vec{E} | Champ électrique [V]. |
| $E' = \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_{I1}} + \frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} \right)^{-1}$ | Module d'Young équivalent. [MPa] |
| E_{Ii} | Module d'Young du matériau i. [MPa] |
| E_{Ie} | Module équivalent. [MPa] |
| E_{IIi} | Module Tangent du matériau i. [MPa] |
| G_i | Module de Coulomb du matériau i. [MPa] |
| H_v, H_B | Dureté respectivement Vickers et Brinell. |
| I_0, I_{f1}, I_{f2} | Intensité lumineuse. [Vm^{-2}] |
| $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$ | Second invariant du tenseur déviateur de contraintes. |
| L | Longueur portante d'une spirale d'Archimède. [m] |
| L_0 | Longueur totale d'une spirale d'Archimède. [m] |
| $M_q = \int_a^b \phi(z) z^q dz$ | Moment centré d'ordre q de la densité de probabilité ϕ . |
| N | Nombre total d'aspérités sur une surface. |
| N_c | Nombre de micro-contacts participant à la transmission d'effort entre deux surfaces rugueuses. |
| $N_c^{(el)}$ | Nombre de micro-contacts participant à la transmission d'effort par un mécanisme élastique. |
| $N_c^{(ep)}$ | Nombre de micro-contacts participant à la transmission d'effort par un mécanisme élastoplastique. |
| $N_c^{(p)}$ | Nombre de micro-contacts participant à la transmission d'effort par un mécanisme plastique. |
| P | Effort transmis par un micro-contact quelconque. [N] |
| R | Moyenne des profondeurs de motifs de rugosité (ISO 12085, 1998). [μm] |
| $R(\beta) = \frac{1}{Rq^2(L-\beta)} \int_0^{L-\beta} z(x)z(x+\beta)dx$ | Fonction d'autocorrélation. |
| Ra | Moyenne arithmétique des valeurs absolues des altitudes des rugosités par rapport à la ligne moyenne (NFE 05-015, 1986). [μm] |
| R_c | Rayon de courbure d'une aspérité donnée. [mm] |
| Ree | Limite d'élasticité équivalente. [MPa] |
| Ref | Coefficient de réflexion de la lumière en intensité. [] |
| R_{ei} | Limite d'élasticité du matériau i. [MPa] |
| Rp | Altitude du point le plus haut de la rugosité par rapport à la ligne moyenne d'un profil (NFE 05-015, 1986). [μm] |

| | |
|----------------------------------|---|
| Rq | Moyenne quadratique des altitudes des rugosités par rapport à la ligne moyenne (NFE 05-015, 1986). [μm] |
| Rt | Différence d'altitude entre le point le plus élevé et le point le plus bas de la rugosité d'un profil (NFE 05-015, 1986). [μm] |
| RAD | Rayon moyen des sommets. [mm] |
| $S(\beta) = 2Rq^2(1 - R(\beta))$ | Fonction de structure. |
| Salt | Écart-Type de la hauteur des motifs mesurée par rapport à la ligne moyenne d'un profil. [μm] |
| SAR | Écart-Type des largeurs de motifs de rugosité (ISO 12085, 1998). [mm] |
| SAW | Écart-Type des largeurs de motifs d'ondulation (ISO 12085, 1998). [mm] |
| SR | Écart-Type des profondeurs de motifs de rugosité (ISO 12085, 1998). [μm] |
| SRAD | Écart-Type des rayons des sommets. [mm] |
| SW | Écart-Type des profondeurs de motifs d'ondulation (ISO 12085, 1998). [μm] |
| Trans | Coefficient de transmission de la lumière en intensité. [] |
| W | Moyenne des profondeurs de motifs d'ondulation (ISO 12085, 1998). [μm] |
| W_N | Effort normal appliqué. [N] |
| $W_N^{(el)}$ | Effort normal issu d'un comportement élastique. [N] |
| $W_N^{(ep)}$ | Effort normal issu d'un processus élastoplastique. [N] |
| $W_N^{(p)}$ | Effort normal issu d'un processus plastique [N] |
| W_L | Effort linéique appliqué [N/m]. |
| $W_L^{(el)}$ | Effort linéique issu d'un processus élastique. [N/m] |
| $W_L^{(ep)}$ | Effort linéique issu d'un processus élastoplastique. [N/m] |
| Wp | Altitude du point le plus haut de l'ondulation par rapport à la ligne moyenne d'un profil (NFE 05-015, 1986). [μm] |
| Wt | Différence d'altitude entre le point le plus élevé et le point le plus bas de l'ondulation d'un profil (NFE 05-015, 1986). [μm] |
| α | Inclinaison des surfaces d'épreuve par rapport au plan d'écrasement. [rad] |
| β^* | Distance de corrélation. [mm] |
| $\hat{\chi}(c)$ | Densité de probabilité des courbures des sommets d'aspérités. |
| δ_0 | Mouvement de corps rigide. [μm] |
| δ_{ij} | Symbole de Kronecker. |
| ε_{ij} | Composantes du tenseur des déformations. [μm/m] |

| | |
|--|---|
| ε_0 | $= 8,854187816 \cdot 10^{-12}$, permittivité du vide. [F.m ⁻¹] |
| $\phi(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-m}{\sigma}\right)^2\right)$ | Densité de probabilité gaussienne des hauteurs d'un profil, fonction de l'altitude. |
| $\hat{\phi}(z)$ | Densité de probabilité des hauteurs de sommets. |
| $\bar{\phi}(\bar{z}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\bar{z}^2}{2}\right)$ | Densité de probabilité centrée réduite. |
| $\Phi(Z) = \int_a^z \phi(s) ds$ | Fonction de répartition |
| η | Densité surfacique de sommets. |
| $\lambda = \frac{E_{II}}{E_I}$ | Rapport des modules tangent et d'Young. |
| λ_0 | Longueur d'onde dans le vide. [m] |
| μ_0 | $4\pi \cdot 10^{-7}$, perméabilité du vide. [] |
| ν_i | Coefficient de Poisson du matériau i. [] |
| θ | Angle polaire. [rad] |
| ρ | Coefficient de corrélation entre la hauteur des sommets et leur courbure. [] |
| σ | Écart-Type des hauteurs de profil. [μm] |
| $\hat{\sigma}$ | Écart-Type des hauteurs de sommets. [μm] |
| σ_{ij} | Composantes du tenseur des contraintes. [MPa] |
| ω | Enfoncement [μm]. |
| Ψ_{GW}, Ψ_{OA} | Indices de plasticité respectivement de Greenwood et Williamson, et de Onions et Archard. |
| div | Opérateur divergence. |
| rot | Opérateur rotationnel. |
| Δ | Opérateur laplacien. |
| $\langle \rangle$ | Opérateur moyenne. |

Si G est une grandeur, on note \bar{G} sa valeur normée.

INTRODUCTION

La réalisation d'une étanchéité statique est courante dans la vie quotidienne, qu'il s'agisse des robinets de nos salles de bains ou des conduits de gaz de nos cuisines. Dans ces circonstances, un "simple" joint en élastomère suffit généralement à réaliser la fonction d'étanchéité.

Cependant, dans de nombreuses applications industrielles il n'est pas possible d'utiliser d'élastomère en raison des conditions d'utilisation (très hautes ou très basses températures, effort de serrage très important, fluide corrosif,...). C'est le cas des industries spatiale (moteurs cryotechniques de fusées) et nucléaire (circuits primaires de centrales nucléaires où les exigences de fiabilité et de sûreté sont draconiennes. La non-maîtrise des étanchéités aurait, dans ces applications, des conséquences dramatiques. Ainsi, le joint d'étanchéité du propulseur d'appoint droit de la navette américaine Challenger est à l'origine du tragique accident de 1986. De plus, on imagine aisément les conséquences d'une fuite au niveau d'un circuit primaire de centrale nucléaire et la dispersion de fluides fortement radioactifs car ayant été en contact direct avec le cœur du réacteur. Dans ces circonstances, l'étanchéité est réalisée par l'intermédiaire de joints métalliques revêtus d'un métal mou intercalés entre deux brides métalliques usinées par tournage et soumises à des efforts de serrage très importants (Figure 1). La connaissance du comportement du joint est donc cruciale pour la prédiction des niveaux de fuite et la maîtrise des phénomènes qui en résultent.

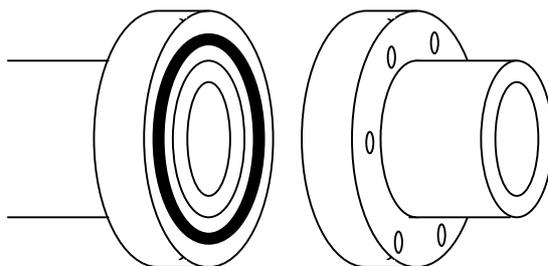


Figure 1 : Montage d'un joint métallique entre deux brides.

C'est pour améliorer la connaissance des phénomènes concourant à l'étanchéité statique que le Groupement De Recherche « étanchéité statique » a été créé (portant le n°0518 puis 2345). Ce GDR, piloté par le CNRS, regroupe les compétences industrielles de SNECMA Moteurs Division Moteurs Fusées, du CNES Évry et d'E.D.F. R&D ainsi que les compétences de recherche du LMS (Université de Poitiers), du LISMMA (ISMEP – Supméca Paris), du LaMCoS (INSA Lyon), du LTDS (École Centrale Lyon), de l'IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse), du LFCT (Université Paris VI), et du TREFLE (ENSAM Bordeaux et Université Bordeaux I). Chaque membre du GDR apporte ses compétences qui en mécanique des solides, qui en mécanique des fluides pour aboutir à

une compréhension globale des phénomènes permettant l'étanchéité. Nos travaux se situent dans ce cadre.

Du point de vue de la mécanique des solides, le serrage du joint d'étanchéité entre les brides conduit à des déformations importantes, notamment aux interfaces joint / bride. La compréhension de l'étanchéité de tels assemblages passe, d'une part par la compréhension et la connaissance du comportement des matériaux entrant dans la composition du joint d'étanchéité, et d'autre part par la caractérisation des chemins de fuites éventuellement laissés au fluide aux interfaces.

La description du comportement des surfaces rugueuses orientées et revêtues d'un métal mou est suffisamment complexe pour rendre nécessaire une décomposition de l'étude en sous-problèmes.

Dans un premier temps, nous modélisons le comportement du contact individuel, faisant intervenir des matériaux revêtus. L'objet de cette première partie de l'étude est de proposer à la fois un modèle de contact au niveau local et d'identifier les paramètres mécaniques permettant de décrire correctement les phénomènes observés.

Dans un deuxième temps, nous combinons ce modèle de comportement avec un modèle de description des surfaces tournées et un modèle de contact entre surfaces rugueuses. Cette deuxième partie doit permettre de décrire l'évolution de l'aire réelle de contact en fonction de l'effort appliqué au cours du contact entre surfaces rugueuses revêtues.

A chaque étape de notre démarche, nous nous attachons à appuyer notre réflexion par des études expérimentales adaptées.

1 Étude bibliographique

Une surface technique, métallique ou non, observée par un néophyte peut paraître parfaitement lisse. Mais une simple observation via un microscope optique ou une binoculaire suffit souvent pour se convaincre du contraire. Une surface technique est effectivement constituée d'une multitude d'aspérités dont les variations d'altitude sont de quelques micromètres pour les surfaces les plus fines à quelques fractions de millimètre pour les plus grossières (diamètre d'un cheveu $\approx 100 \mu\text{m}$). On parle alors d'une surface rugueuse.

Dès lors, il apparaît clairement que la mise en contact de deux surfaces techniques aboutit à la mise en contact effectif de quelques-unes seulement des aspérités constitutives de chacune des surfaces. L'aire réelle de contact est donc bien inférieure à l'aire apparente et la pression locale de contact est bien plus élevée que la pression moyenne calculée sur cette aire apparente, de sorte que certains de ces micro-contacts sont sévèrement sollicités même si l'effort appliqué est faible.

Une autre conséquence de l'existence de la rugosité est que la simple mise en contact de surfaces techniques ne permet pas de réaliser l'étanchéité. En effet, même sous de très fortes charges, il n'est pas possible « d'aplatir » les aspérités jusqu'à rendre les surfaces parfaitement plates, et donc le contact parfaitement étanche.

Pour palier à ce problème de fermeture de contact par joints métalliques, on applique un revêtement constitué d'un métal plus mou que son substrat dans lequel les aspérités viennent s'indenter, ce qui permet de réaliser un certain niveau d'étanchéité.

Ainsi, pour mieux comprendre les phénomènes d'étanchéité il convient de disposer d'une description adaptée de la rugosité, d'une description pertinente du comportement des matériaux au niveau de chaque aspérité, enfin d'une technique permettant d'intégrer les deux descriptions précédentes pour rendre compte du comportement du contact dans son ensemble.

1.1. Description de la rugosité

Les rugosités de surface, auxquelles on ne peut échapper, avaient déjà attiré l'attention de grands noms de l'histoire tels Léonard de Vinci (1480) Amontons (1699), Béliador (1737) ou Coulomb (1787) [1]-[6]. Jusque dans les années 1930, l'analyse et la caractérisation de surfaces rugueuses se limitaient à une comparaison visuelle et tactile avec des étalons obtenus par les méthodes d'usinage les plus courantes.

Abott et Firestone mirent au point le premier profilomètre par contact en 1933. Il permettait, pour la première fois, de mesurer et de quantifier de manière objective un profil extrait d'une surface rugueuse. Cette technique a subi de nombreuses améliorations et est aujourd'hui très utilisée.

La mesure consiste à déplacer sur la surface un palpeur muni d'un stylet équipé d'une pointe en diamant tronquée par une calotte sphérique de diamètre 2 à 15 μm . Le palpeur est maintenu au contact de la pièce par un effort normal constant de l'ordre du milliNewton. La vitesse de déplacement du palpeur est généralement comprise entre 0,3 et 0,5 mm/s afin de limiter les effets dynamiques comme le décollement du stylet ou les variations de l'effort normal. Un capteur inductif fournit une tension électrique proportionnelle au déplacement vertical de la pointe qui est ensuite intégré pour obtenir le profil (Figure 2).

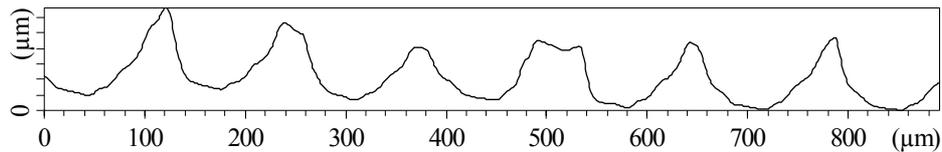


Figure 2 : Exemple de mesure (profil total) effectuée à l'aide d'un profilomètre à contact sur une pièce tournée.

Plus récemment des méthodes sans contact sont apparues, donnant ainsi accès à des informations sur un échantillon de surface et non plus seulement sur un profil ou une population de profils simulant une surface. Dans ce cas, la mesure repose généralement sur l'un des deux principes suivants :

- Une lentille est asservie pour que le faisceau monochromatique qui la traverse focalise en permanence sur la surface. On mesure alors le déplacement vertical imposé à la lentille de focalisation pour déterminer les variations d'altitudes de la surface.
- Un objectif grand champ muni d'une lentille projette un faisceau monochromatique sur la surface pendant que la lentille se déplace d'une position haute vers une position basse. Un algorithme détermine en temps réel et en fonction de la position de la lentille les points de la surface qui sont focalisés. On obtient ainsi une image en trois dimensions de la surface.

Ces méthodes permettent des vitesses de déplacement supérieures aux méthodes avec contact et permettent de s'affranchir d'éventuelles déformations induites par l'application de la force normale par le stylet. Cependant, ces techniques de mesure sont moins directes qu'avec contact et nécessitent que la surface de mesure réfléchisse la lumière. De plus, elles ne jouissent pas d'une expérience comparable à celle de la mesure avec contact.

Dans le cadre de nos travaux, nous avons utilisé un appareillage de mesure avec contact, le SURFASCAN 3S [1].

On appelle état de surface l'ensemble des écarts géométriques de la surface d'une pièce par rapport à sa spécification idéale. Par convention, on classe ces écarts géométriques sous 4 numéros d'ordre :

- Ordre 1 : *Écart de forme*, induit par les défauts de la machine, les déformations sous l'action des efforts de coupe ou du poids propre de la pièce,
- Ordre 2 : *Ondulation*, induite par les vibrations de la machine ou de la pièce,
- Ordre 3 : *Rugosité du premier ordre périodique ou pseudo-périodique*, issue du type d'usinage et du procédé d'obtention (stries, sillons...),
- Ordre 4 : *Rugosités du deuxième ordre, apériodique*, conséquences de la rupture du matériau lors du départ du copeau (arrachements, fentes, piqûres...).

Cette classification est basée sur la longueur d'onde des défauts observés vis-à-vis des dimensions de la pièce. On voit donc apparaître l'influence de la longueur d'exploration dans le résultat de la mesure : tout défaut de longueur d'onde supérieure à la longueur d'exploration ne pourra pas être pris en compte.

L'analyse des états de surface s'intéresse plus particulièrement aux écarts géométriques d'ordre 2, 3 et 4. Par définition, on appelle *profil total* le profil mesuré. Il

contient la forme de la pièce ainsi que la somme des 4 écarts géométriques. De plus, la Norme ISO 468 fixe les limites numériques suivantes :

$$0,025\mu\text{m} \leq \text{hauteur maxi de rugosité (ou d'ondulation)} \leq 1600\mu\text{m}$$

$$0,002\text{mm} \leq \text{pas moyen de rugosité (ou d'ondulation)} \leq 12,5\text{mm}$$

$$0,008\mu\text{m} \leq Ra \leq 400\mu\text{m}$$

La visualisation graphique des écarts géométriques conduit à présenter des *figures anamorphosées* : les échelles verticale et horizontale sont très différentes (respectivement de l'ordre du μm et du mm). Ceci peut induire la fausse impression que la géométrie de la surface est beaucoup plus accidentée qu'elle ne l'est en réalité.

Le profil total est filtré pour séparer les écarts de géométrie : un filtre passe-bas pour la forme, un filtre passe-bande pour l'écart d'ondulation et un filtre passe-haut pour les écarts de rugosité.

1.2. Paramètres d'état de surface

On dénombre deux familles de paramètres normalisés [8] - [10] utilisés pour caractériser la microgéométrie des surfaces [11]. Ces deux familles sont généralement connues par la dénomination des normes correspondantes : norme ligne moyenne et norme motifs.

1.2.1 Norme « ligne moyenne »

La première famille de paramètres est décrite dans la norme AFNOR NFE 05-015 [8]. Le profil total est décomposé en profil de rugosité et en profil d'ondulation. La longueur d'onde du filtre est généralement de 0,8 mm, adapté à la plupart des usinages conventionnels. Pour chaque élément du profil, on distingue alors deux types de paramètres : 1) les paramètres géométriques et 2) les paramètres statistiques.

Les **paramètres géométriques de rugosité** les plus courants sont R_t et R_p (Figure 3)

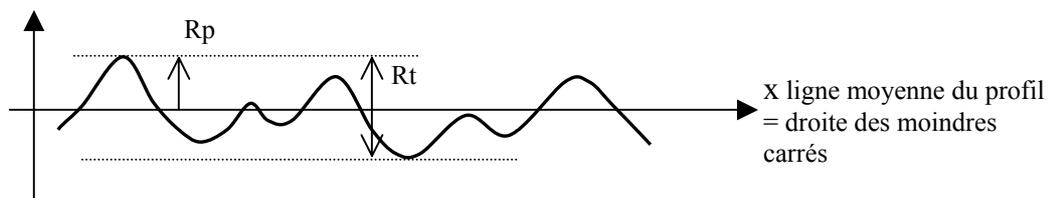


Figure 3 : Paramètres géométriques de la norme « ligne moyenne ».

- R_t est la différence d'altitude entre le point le plus élevé et le point le plus bas du profil. C'est l'étendue des mesures d'altitude du profil.
- R_p est l'altitude du point le plus élevé du profil par rapport à la ligne moyenne (ou droite des moindres carrés).

Les **paramètres statistiques de rugosité** généralement utilisés sont R_a et R_q .

- R_a est la moyenne arithmétique de la valeur absolue des altitudes du profil par rapport à la ligne moyenne. Ce paramètre est représentatif de l'amplitude verticale

de dispersion des altitudes autour de la ligne moyenne. Soit $z(x)$ l'altitude du point d'abscisse x et L la longueur explorée par le stylet, Ra est alors défini par :

$$Ra = \frac{1}{L} \int_0^L |z(x)| dx \quad (1.1)$$

- Rq est la moyenne quadratique des altitudes du profil par rapport à la ligne moyenne. Ce paramètre est représentatif de la dispersion en altitude des points du profil.

Les paramètres, tant géométriques que statistiques, du profil d'ondulation s'obtiennent de la même manière que les paramètres de rugosité mais la lettre "R" est remplacée par la lettre "W" (pour Waviness). On obtient donc Wt , Wp , Wa , Wq ...

Enfin, les mêmes considérations directement appliquées au profil total aboutissent à une famille de paramètres caractérisés par la lettre "P" (Pt , Pp , Pa , Pq ...).

1.2.2 Norme « motif »

La seconde famille de paramètres est décrite dans la norme AFNOR NFE 05-052 [9], devenue par la suite ISO 12085 [10].

Le profil mesuré est redressé par la droite des moindres carrés puis est numérisé avec un pas de discrétisation ne devant pas excéder $4\mu\text{m}$. On applique ensuite une technique de reconnaissance de forme permettant d'identifier les aspérités de dimensions les plus significatives. Cette procédure décompose le profil en une succession de motifs élémentaires chacun composé de deux sommets locaux entourant un creux local de sorte que la hauteur du motif ne dépasse pas 5% de l'amplitude moyenne de rugosité mesurée sur des blocs de longueur $250\mu\text{m}$.

Les motifs sont alors regroupés 2 par 2 sauf à enfreindre l'une des quatre règles suivantes :

- Condition d'enveloppe : Pas de combinaison si le pic commun est plus haut que les deux autres.
- Condition de largeur : La combinaison de deux motifs ne peut excéder une largeur de $500\mu\text{m}$.
- Condition d'agrandissement : La combinaison de deux motifs ne peut pas diminuer la plus petite des hauteurs de l'un quelconque des deux motifs.
- Condition de profondeur relative : Pas de combinaison si les profondeurs des vallées adjacentes dépassent de plus de 60% la plus petite hauteur du motif considéré.

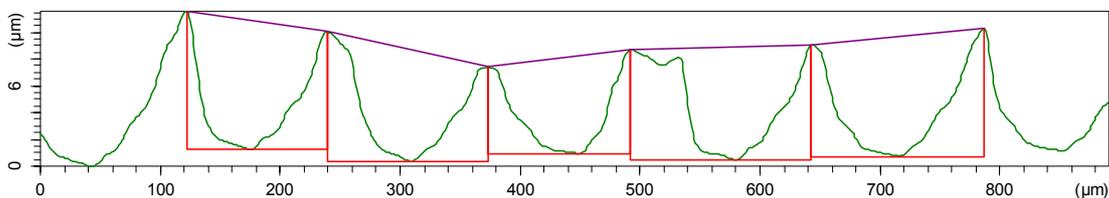


Figure 4 : Exemple de détection des motifs de rugosité sur une pièce tournée.

Une fois la procédure de reconnaissance de forme effectuée, les motifs obtenus sont les motifs de rugosité (Figure 4). On définit alors les paramètres de rugosité R , SR , AR et SAR .

- R est la moyenne des profondeurs de rugosité mesurées sur les motifs de rugosité.
- SR est l'écart-type des profondeurs de rugosité mesurées sur les motifs de rugosité.
- AR est la moyenne des largeurs de motifs.
- SAR est l'écart-type des largeurs de motifs.

Les paramètres, tant géométriques que statistiques, du profil d'ondulation s'obtiennent de manière similaire mais en modifiant la condition de largeur qui passe à 2,5mm (au lieu de 500 μ m) De même que pour les paramètres de la norme « ligne moyenne », la lettre "R" est remplacée par la lettre "W" (pour Waviness). On obtient donc W, SW, AW, SAW...

A titre d'exemple, on dispose d'une correspondance entre les paramètres issus des deux normes « ligne moyenne » et « motif » au travers du Tableau 1, d'où il ressort que $Ra \approx 0,2131 \times R$ (coefficient de corrélation : $\rho = 0,998$).

| | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-------|
| R (μm) | 120 | 55 | 27 | 12 | 5,7 | 2,8 | 1,4 | 0,6 | 0,25 | 0,1 | 0,05 |
| Ra (μm) | 25 | 12,5 | 6,3 | 3,2 | 1,6 | 0,8 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,05 | 0,025 |

Tableau 1 : Correspondance entre les paramètres R et Ra des normes « Motif » et « Ligne moyenne ».
Source : Techniques de l'Ingénieur.

On donne également, pour chacun de ces deux paramètres, les valeurs caractéristiques généralement obtenues par les procédés d'usinage usuels, classés du plus grossier au plus fin (Tableau 2):

| | Moulage en sable | Tournage, fraisage, rabotage | Rectification | Rodage |
|-------------------------------|------------------|------------------------------|---------------|--------|
| R (μm) | 100 | 10 | 1 | 0,10 |
| Ra (μm) | 50 | 5 | 0,50 | 0,05 |

Tableau 2 : paramètres de rugosité pour différents procédés d'usinage.

1.2.3 Paramètres complémentaires d'analyse

Les paramètres présentés dans le paragraphe 1.2 ne sont pas toujours suffisants pour pouvoir interpréter les phénomènes observés de manière univoque. Ceci nous amène à décrire des paramètres complémentaires permettant de lever les éventuelles ambiguïtés ou de pousser l'analyse des surfaces plus avant.

1.2.3.1 Courbe d'Abott-Firestone

Encore appelée *courbe de portance*, la courbe d'Abott-Firestone est déduite du profil et représente l'évolution de l'aire réelle qui porterait sur une surface plane après usure hypothétique à des profondeurs croissantes.

Par convention, elle démarre à zéro au point le plus haut pour atteindre 100% au point le plus bas du profil. Plusieurs critères sur la forme de cette courbe permettent de prévoir le comportement de la surface en frottement de glissement.

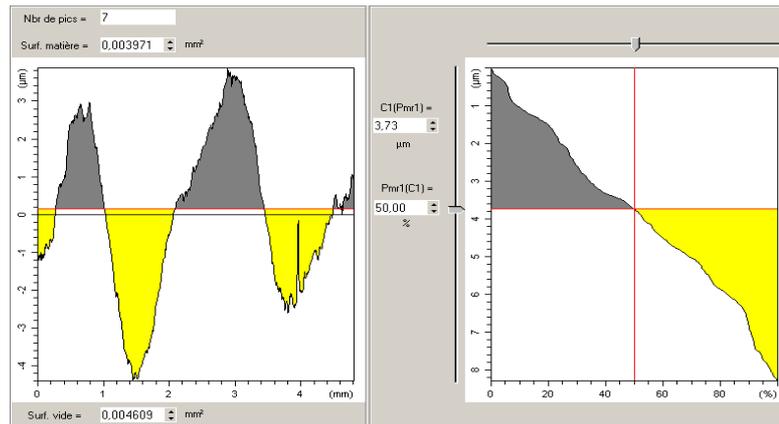


Figure 5 : Exemple de courbe de portance : à gauche le profil mesuré, à droite la courbe de portance. Les parties grises foncées correspondent à la matière et les parties plus claires aux vides.

La partie supérieure de la courbe correspond plus particulièrement au comportement lors du rodage, la partie centrale à l'usure en période de fonctionnement normal et le bas de la courbe aux contacts lubrifiés. On note également que, en général, une portance de 50% n'est pas synonyme d'une érosion au niveau de la droite des moindres carrés.

1.2.3.2 Analyse 3D

En juxtaposant plusieurs profils parallèles entre eux et équidistants, on obtient une cartographie en trois dimensions de la surface étudiée. Si les techniques permettant cette analyse sont au point, il n'existe cependant pas de norme, limitant ainsi le développement de telles analyses.

Tsukaba and Kanado [12] ont montré que l'analyse profilométrique était suffisante pour les paramètres statistiques (R_a , R_q) mais pouvait présenter des différences allant jusqu'à 50% pour les paramètres géométriques (R_t , R_p) par rapport à l'analyse tridimensionnelle.

Une autre limitation de ce type d'analyse est le temps nécessaire à la mesure. A titre d'exemple, pour faire une mesure surfométrique de 1 mm^2 à l'aide d'un appareillage avec contact comme le Surfscan 3S, avec un pas de discrétisation de $4 \mu\text{m}$ dans les deux directions à la vitesse de $0,5 \text{ mm/s}$, cela nécessite 30 minutes environ.

1.2.3.3 Traitements statistiques

Dans la mesure où une profilométrie (surfométrie) se présente comme un très grand nombre de valeurs discrètes, il apparaît naturel de vouloir caractériser de manière statistique cet ensemble. On utilise pour cela les moments centrés de la distribution d'altitudes du profil (de la surface).

Soit $z(x)$ l'altitude du profil par rapport à la droite des moindres carrés telle que $a \leq z(x) \leq b$ (i.e. $R_t = b - a$). Par définition, la moyenne des altitudes, $\langle z(x) \rangle$, est nulle. On appelle *fonction densité de probabilité des altitudes*, $\phi(z)$ la fonction qui, à une altitude z donnée associe la probabilité pour qu'un point quelconque du profil se situe entre les altitudes Z et $Z+dZ$:

$$\text{prob}(Z < z(x) < Z + dZ) = \phi(Z)dZ \quad (1.2)$$

Dans la pratique, cette fonction est déduite en dérivant la courbe de portance d'Abott-Firestone.

On définit également la *fonction de répartition des altitudes* $\Phi(Z)$, probabilité pour qu'un point quelconque du profil se situe en dessous d'une altitude Z donnée :

$$\Phi(Z) = \int_a^Z \phi(s) ds \quad (1.3)$$

Cette dernière fonction présente une forme typique en cloche que l'on caractérise classiquement à l'aide des moments centrés. On appelle *moment centré d'ordre q de la distribution*, Mq , le scalaire :

$$Mq = \int_a^b \phi(z) z^q dz \quad (1.4)$$

Les moments généralement utilisés sont les moments d'ordre 2 et 3.

- *Le moment d'ordre 2* est la variance de la population, reliée au paramètre statistique Rq par $Rq = \sqrt{M_2} = RMS$. Rq mesure l'écart-type des altitudes autour de la valeur moyenne ($z = 0$).
- *Le moment d'ordre 3* est l'obliquité du profil (Skewness). On travaille généralement avec l'obliquité relative, R_{sk} ou SK : $R_{SK} = \frac{M_3}{Rq^3} = \frac{M_3}{M_2^{3/2}}$; qui mesure

la symétrie du profil par rapport à la ligne moyenne. Si $SK = 0$, le profil est symétrique ; si SK est négatif, il y a plus de creux que de pics et si SK est positif, il y a plus de pics que de creux.

On utilise également trois autres types de fonctions qui analysent plutôt les profils suivant les abscisses. On définit ainsi trois fonctions qui contiennent la même information, quoique sous des formes différentes :

- *Fonction d'auto corrélation* : mesure du degré de corrélation entre deux points du profil distants de t , la longueur du profil étant L : $R(\beta) = \frac{1}{Rq^2} \frac{1}{L - \beta} \int_0^{L-\beta} z(x) z(x + \beta) dx$.
- *Fonction de structure* : est liée à la fonction d'auto corrélation par la relation $S(\beta) = 2Rq^2 (1 - R(\beta))$.
- *Densité spectrale de puissance* : analyse la périodicité du profil en s'appuyant sur la transformée de Fourier du profil : $D(k) = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} z(x) \exp(ikx) dx \right|^2$. On note que, à un facteur multiplicateur 2π près, la transformée de Fourier est la densité spectrale de puissance.

1.3. Description des surfaces rugueuses

Lorsque deux surfaces rugueuses entrent en contact, elles se touchent en de nombreux points mais l'aire que ces micro-contacts représentent n'est généralement qu'une faible portion de l'aire apparente de contact. Dans ces conditions, la description de la géométrie et de la répartition des aspérités des surfaces rugueuses est d'une importance capitale pour

la modélisation et la bonne compréhension des mécanismes se produisant au cours du contact. Un effort particulier a été fait tout au long du XX^e siècle pour modéliser cette géométrie. On présentera ici quelques-uns des modèles les plus utilisés et qui ont fait la preuve de leur pertinence par la confrontation avec de nombreuses études expérimentales.

1.3.1 Modèle de Greenwood et Williamson

Greenwood et Williamson [13] élaborent leur modèle en 1966. Ils considèrent les surfaces rugueuses comme une population d'aspérités sphériques. Il en découle les hypothèses suivantes :

- Les aspérités sont sphériques au moins au voisinage de leur sommet,
- Tous les sommets ont le même rayon de courbure, R_c ,
- La hauteur des sommets est aléatoire : $\hat{\phi}(z)dz$ est la probabilité pour que l'altitude d'un sommet soit comprise entre z et $z+dz$, mesurée par rapport au plan moyen des hauteurs de sommets,
- Les aspérités sont indépendantes (i.e. sont non-corrélées).

Comme une grande partie des surfaces techniques sont de type aléatoire ; la densité de probabilité de la hauteur des sommets choisie est une gaussienne et s'écrit sous la forme suivante :

$$\hat{\phi}(z) = \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z - \hat{m})^2}{2\hat{\sigma}^2}\right) \quad (1.5)$$

Où \hat{m} est la moyenne des hauteurs des sommets et $\hat{\sigma}$ leur écart-type. La référence des altitudes étant le plan moyen des hauteurs de sommets, la moyenne de cette distribution est nulle.

L'idée maîtresse de ce modèle est de décrire le comportement d'une aspérité quelconque, participant au contact. Comme les aspérités sont supposées indépendantes, en intégrant ce résultat sur l'ensemble des aspérités participant au contact on obtient les grandeurs macroscopiques généralement accessibles : charge totale, aire réelle de contact, éventuellement pression moyenne. Nous reviendrons sur ce modèle au paragraphe 1.4.1.2.

1.3.2 Modèle de Whitehouse et Archard

Whitehouse et Archard [14] exploitent (1970) le modèle de **Greenwood et Williamson** en prenant en compte la variabilité des rayons de courbures des sommets des aspérités. Ils montrent également que les surfaces isotropes sont entièrement définies par deux fonctions dont ils déterminent les paramètres à partir de profilométries de surfaces réelles :

- La distribution des ordonnées de la surface (qui n'est pas la distribution des sommets telle que définie par Greenwood et Williamson),
- La fonction d'autocorrélation.

La fonction densité de probabilité des hauteurs, ϕ , est une gaussienne ; les hauteurs sont mesurées à partir de la ligne moyenne (sur les profilométries) et σ est leur écart type, qui est aussi le paramètre normalisé de rugosité appelé R.M.S.. On norme les hauteurs par σ ; on obtient alors la fonction densité de probabilité réduite suivante :

$$\bar{\phi}(\bar{z}) = \bar{\phi}\left(\frac{z}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\bar{z}^2}{2}\right) \quad (1.6)$$

La fonction d'autocorrélation est définie de la manière suivante :

$$R(\beta) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} z(x).z(x + \beta) dx \quad (1.7)$$

Les auteurs adoptent l'hypothèse d'une fonction d'autocorrélation en exponentielle décroissante, généralement caractéristique des surfaces aléatoires gaussiennes :

$$R(\beta) = \exp\left(-\frac{\beta}{\beta^*}\right) \quad (1.8)$$

Où β^* est la *distance de corrélation*. Il apparaît que $R(2,3\beta^*) = 0,1$, ce qui signifie que les points distants de plus de 2,3 fois la distance de corrélation ont des hauteurs qui sont corrélées à moins de 10%. On en déduit la notion de pas d'échantillonnage minimal pour que deux mesures de hauteur soient indépendantes.

A partir d'une profilométrie dont le pas d'échantillonnage est supérieur à $2,3\beta^*$, les auteurs montrent que la probabilité \bar{p} qu'un sommet du profil se trouve entre les altitudes \bar{z} et $\bar{z} + d\bar{z}$ est alors donnée par

$$\bar{p}(\bar{z}) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\bar{z}}{\sqrt{2}}\right)\right]^2 \exp\left[-\frac{\bar{z}}{2}\right] \quad (1.9)$$

Avec erf, la fonction d'erreur de Gauss, définie par

$$\operatorname{erf}\left(\frac{\bar{z}}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\bar{z}/\sqrt{2}} \exp[-x^2] dx \quad (1.10)$$

On remarque que cette fonction n'est pas tout à fait identique à celle que Greenwood et Williamson avaient postulée, $\operatorname{erf}\left(\frac{\bar{z}}{\sqrt{2}}\right)$ jouant le rôle de facteur de correction.

De même, les auteurs décrivent la statistique des courbures des sommets. En se basant sur une analyse en trois points, les auteurs supposent que $z(x)$ est deux fois continûment dérivable et calculent la courbure en chaque point de mesure par la méthode des différences finies. La distance entre deux mesures est notée L.

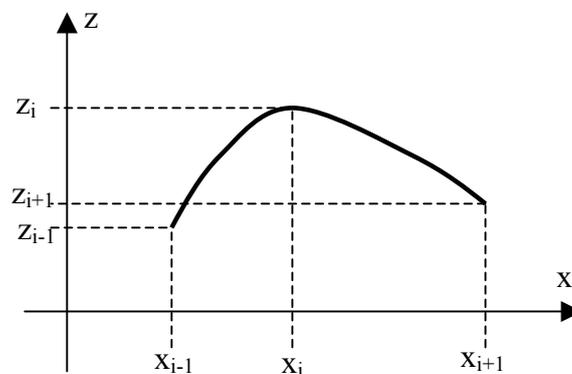


Figure 6 : Illustration de la méthode de calcul de la courbure d'un sommet par la méthode des différences finies.

Sur l'exemple de la Figure 6 on cherche à déterminer la courbure en x_i . On calcule tout d'abord $z'_{x-1/2}$ et $z'_{x+1/2}$ les dérivées respectivement à gauche et à droite en x_i :

$$\begin{aligned} z'_{x-1/2} &= \frac{1}{L}(z_i - z_{i-1}) \\ z'_{x+1/2} &= \frac{1}{L}(z_{i+1} - z_i) \end{aligned} \quad (1.11)$$

On en déduit alors la dérivée seconde en x_i , qui est la courbure :

$$c_i = -\frac{1}{L^2}(z'_{i+1/2} - z'_{i-1/2}) = \frac{1}{L^2}(2z_i - z_{i-1} - z_{i+1}) \quad (1.12)$$

On définit encore la courbure adimensionnée : $c_i^* = 2z_i^* - z_{i-1}^* - z_{i+1}^*$. Le rayon de courbure en x_i est donc exprimé par

$$R_{ci} = \frac{\sigma}{L^2 c_i^*} \quad (1.13)$$

Enfin, en supposant que la hauteur des sommets des aspérités et leur courbure sont corrélées avec un coefficient de corrélation ρ , on déduit la densité de probabilité jointe pour qu'un sommet soit d'altitude comprise entre z et $z + dz$ et de courbure comprise entre c et $c + dc$, corrélée de ρ avec l'altitude :

$$p(z, c, \rho) = \frac{\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)}{2\pi\sqrt{2(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{1}{1-\rho^2}\left[(1-\rho) - \frac{c}{2}\right]^2\right) \operatorname{erf}\left(\frac{c}{2\sqrt{1-\rho^2}}\right) \quad (1.14)$$

Si les hauteurs des sommets et leurs courbures ne sont pas corrélées, on pose $\rho = 0$.

En intégrant sur l'ensemble des altitudes et en prenant la moyenne on obtient la courbure moyenne des aspérités :

$$\langle c \rangle = \frac{(3-\rho)\sqrt{1-\rho}}{2N\sqrt{\pi}} \quad (1.15)$$

Nous reviendrons sur l'application de ce modèle au paragraphe 1.4.1.3.

1.3.3 Modèle de Nayak

La modélisation proposée par Nayak [15] pour les surfaces aléatoires gaussiennes est basée sur la seule hypothèse que la hauteur d'un point quelconque de la surface est une variable aléatoire dont les coordonnées cartésiennes sont les deux variables indépendantes. En particulier, il ne suppose pas que la statistique de la surface est la même que celle du profil, ce qui permet de distinguer un pic du profil d'un pic de la surface. De plus, il ne suppose pas de forme particulière pour le sommet des aspérités.

Soit une surface rugueuse gaussienne dont l'altitude des points est mesurée à partir du plan moyen des hauteurs. Nayak décrit une telle surface à l'aide de trois fonctions :

- La fonction d'autocorrélation, $R(\beta_x, \beta_y)$,
- La densité spectrale de puissance, $D(k_x, k_y)$,
- Les moments de la densité spectrale de puissance, m_{pq} .

On montre facilement que $R(0,0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} D(k_x, k_y) dk_x dk_y = m_{00} = \sigma^2$, où $\sigma = \text{r.m.s.}$, l'écart-type des hauteurs des aspérités. Ainsi, on interprète la densité spectrale de puissance comme la décomposition de σ^2 en contributions de diverses composantes spectrales qui sont des ondes de nombre d'onde $k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$. La longueur d'onde est $\lambda = \frac{2\pi}{|k|}$ et la direction est $\theta = \arctan\left(\frac{k_y}{k_x}\right)$. De plus, pour une surface isotrope on a

$$\begin{cases} m_{20} = m_{02} = m_2 \\ m_{11} = m_{13} = m_{31} = 0 \\ m_{00} = m_0 \\ 3m_{22} = m_{40} = m_{04} = m_4 \end{cases} \quad (1.16)$$

Nayak considère alors les six variables aléatoires d'espérance mathématique nulle suivantes :

$$\begin{cases} \xi_1 = z & \xi_4 = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \\ \xi_2 = \frac{\partial z}{\partial x} & \xi_5 = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \xi_3 = \frac{\partial z}{\partial y} & \xi_6 = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{cases} \quad (1.17)$$

D'après le Théorème de la Limite Centrale [80] la densité de probabilité jointe de ces variables est :

$$p(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_6) = \frac{1}{(2\pi)^3 \Delta^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} X\right] \quad (1.18)$$

avec $\Delta = \frac{4}{27}(m_2 - m_4)^2 (2m_0 m_4 - 3m_2^2)$ et

$$\begin{aligned} X = & \frac{2m_4}{2m_0 m_4 - 3m_2^2} \xi_1^2 + \frac{9(m_0 m_4 - m_2^2)}{4m_1 (2m_0 m_4 - 3m_2^2)} (\xi_4^2 + \xi_6^2) + \frac{3}{m_4} \xi_5^2 \\ & + \frac{3m_2}{2m_0 m_4 - 3m_2^2} \xi_1 (\xi_4 + \xi_6) - \frac{3(m_0 m_4 - 3m_2^2)}{2m_4 (2m_0 m_4 - 3m_2^2)} \xi_4 \xi_6 + \frac{1}{m_2} (\xi_2^2 + \xi_3^2) \end{aligned} \quad (1.19)$$

A partir de cette densité de probabilité jointe, l'auteur détermine la densité de probabilité des hauteurs des sommets, $\hat{\phi}$, leur densité spatiale, η , et la distribution de probabilité de la courbure des sommets, $\hat{\chi}$. Ces fonctions sont exprimées en fonction de m_0 , m_2 , m_4 et $\alpha = \frac{m_0 m_4}{m_2^2}$. Un sommet de la surface étant défini par les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_2 = \xi_3 = 0 \\ \xi_4 < 0 \\ \xi_6 < 0 \\ \xi_4 \xi_6 - \xi_5^2 \geq 0 \end{array} \right. \quad (1.20)$$

Nayak montre que pour une surface aléatoire isotrope le paramètre α est nécessairement supérieur ou égal à 1,5. Ce paramètre est lié à la densité spectrale de puissance de la surface. Lorsque α diminue vers 1,5 le spectre devient étroit avec des ondes sensiblement de la même longueur d'onde et la densité de probabilité est déplacée vers les altitudes positives. La probabilité d'un grand pic augmente. Au contraire, lorsque α devient très grand le spectre s'élargit et la répartition de la hauteur des sommets est gaussienne, centrée sur $z = 0$ et répartie sur $\pm 3\sigma$. De plus, la densité de sommets devient très grande car les composantes de petite longueur d'onde créent un grand nombre de "paquets" de "mini-sommets" de grande amplitude. Si seuls les "vrais sommets" sont à prendre en compte, leur densité peut être obtenue en filtrant les grands nombres d'onde de la densité spectrale de puissance.

Dans ce modèle, la densité de probabilité des hauteurs de sommets ne dépend que de α , qui peut être obtenu à partir d'un simple profil.

Nayak étudie également l'échantillonnage des surfaces aléatoires. D'après le modèle précédemment établi, la connaissance d'une surface aléatoire isotrope gaussienne se résume à la connaissance des moments m_0 , m_2 et m_4 de la densité spectrale de puissance d'un profil relevé dans une direction quelconque. A partir d'un tel profil, on peut établir ces moments directement à partir de la densité (mesurée) des zéros et des extrema, respectivement notées $D_{\text{zéros}}$ et D_{extrema} . En effet, la modélisation de Nayak permet d'établir que l'écart-type des hauteurs s'exprime par $\sigma = \sqrt{m_0}$ et que

$$\begin{aligned} D_{\text{zéros}} &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} \\ D_{\text{extrema}} &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{m_4}{m_2} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Ainsi, le paramètre α s'écrit directement $\alpha = \left(\frac{D_{\text{extrema}}}{D_{\text{zéros}}} \right)^2$. On note également que, dans ce

cas, la densité de pics, D_{pics} , du profil est moitié de la densité d'extrema pour des raisons de symétrie. Cette densité est à comparer avec la densité des sommets d'aspérités de la surface établis analytiquement :

$$\eta = \frac{1}{6\pi\sqrt{3}} \frac{m_4}{m_2} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_4}{m_2} \right)^{1/2} \right)^2 = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} D_{\text{pics}}^2 \approx 1,2 D_{\text{pics}}^2 \quad (1.22)$$

De même, on établit la densité de probabilité des hauteurs de pics du profils et on montre que le profil présente moins de pics élevés et plus de pics peu élevés que la surface dont est extraite le profil. Cette distorsion est d'autant plus marquée que α est proche de 1,5 et tend à s'annuler aux très grandes valeurs de α . Cette distorsion s'explique par le fait que le stylet de l'instrument de mesure a tendance à se déplacer plutôt sur les versants des

aspérités plutôt qu'exactement sur les sommets, ce qui fait apparaître les pics moins élevés qu'ils ne sont en réalité.

Nayak montre ainsi que pour les surfaces isotropes aléatoires gaussiennes la statistique d'un profil n'est pas équivalente à la statistique de la surface de laquelle il est extrait. En revanche les paramètres nécessaires à la connaissance de la statistique de la surface sont contenus dans ce profil. Ces paramètres, au nombre de trois, sont facilement mesurables. En principe, cette démarche est généralisable aux surfaces non isotropes, auquel cas il faut disposer de neuf constantes, c'est à dire au moins trois profils pour obtenir l'ensemble de l'information nécessaire.

1.3.4 Modèle de Robbe-Valloire

Plus récemment, **Robbe-Valloire** [16] propose de décrire les surfaces rugueuses comme des processus statistiques dont les paramètres sont ceux issus de la norme "motifs" [11] (voir §1.2.2). En effet, les théories présentées précédemment utilisent des paramètres non standardisés et parfois même difficiles à mesurer d'où l'idée d'introduire les paramètres issus de l'effort de normalisation. L'auteur décrit les profils puis les surfaces en termes de densités de probabilités des hauteurs et des rayons des sommets sur un profil (norme) puis sur la surface de laquelle le profil a été extrait. De plus, pour comprendre la plupart des phénomènes tribologiques, il suffit généralement de connaître les défauts microgéométriques tout en ignorant les défauts de plus petite échelle (nanométrique), ce que permet de faire la norme "motif".

Avec les notations de la norme, l'altitude moyenne des motifs par rapport à la ligne moyenne du profil est définie par :

$$Alt = \frac{R}{2} \quad (1.23)$$

On suppose également que l'ondulation, de par son origine (vibrations de la machine et de la pièce), est de type sinusoïdal. Par conséquent, chaque motif doit contenir une partie sinusoïdale dont les paramètres varient d'un motif à l'autre :

$$z = \frac{R}{2} + \frac{1}{2} W_i \sin \left(2\pi \frac{x_j}{AW} \right) \quad (1.24)$$

où les W_i sont les hauteurs des motifs d'ondulation, x_j les abscisses des sommets des motifs et AW la longueur des motifs d'ondulation. En supposant que les W_i et les x_j sont totalement indépendants, on déduit l'écart-type des hauteurs :

$$SAlt = 0,35\sqrt{W^2 + SW^2} \quad (1.25)$$

La densité de probabilité des hauteurs de sommets, $f_1(z)$ est supposée gaussienne, ce qui conduit à écrire :

$$f_1(z) = \frac{1}{SAlt\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - Alt}{SAlt} \right)^2 \right] \quad (1.26)$$

Robbe-Valloire détermine de même la densité de probabilité des rayons des sommets. Pour cela, il s'appuie sur des arguments géométriques, toujours basés sur les paramètres de la norme "motif". Soit AR_i la largeur d'un motif de rugosité donné, H_{1i} et H_{2i} les hauteurs respectives des pics de gauche et de droite de ce même motif. On approche la géométrie de ces pics par des sphères, ce qui permet de définir les rayons des deux sommets :

$$\mathfrak{R}_{1i} = \frac{AR_i^2}{16H_{1i}} \quad \text{et} \quad \mathfrak{R}_{2i} = \frac{AR_i^2}{16H_{2i}} \quad (1.27)$$

Ainsi, si AR_i , H_{1i} et H_{2i} sont indépendants, alors le rayon moyen des sommets et son écart-type sont donnés par :

$$\begin{aligned} RAD &= \frac{1}{16} \frac{AR^2 + SAR^2}{R} \\ SRAD &= \frac{1}{16} \frac{AR^2}{R} \sqrt{\frac{SR^2}{R^2} + 4 \frac{SAR^2}{AR^2}} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Cette formulation fait directement apparaître l'influence de l'espacement entre les motifs sur le rayon de courbure des sommets.

La densité de probabilité des rayons de courbure des sommets, \mathfrak{R} , est supposée être log-normale car on s'interdit les rayons négatifs. On obtient alors

$$f_2(\bar{\mathfrak{R}}) = \frac{1}{a\bar{\mathfrak{R}}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log \bar{\mathfrak{R}} - b}{a}\right)^2\right] \quad (1.29)$$

avec $\bar{\mathfrak{R}} = \frac{\mathfrak{R}}{SRAD}$. Sachant que la moyenne et l'écart-type du paramètre $\bar{\mathfrak{R}}$ sont respectivement $\frac{RAD}{SRAD}$ et 1, on détermine les paramètres a et b :

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\log\left(\frac{SRAD^2}{RAD^2} + 1\right)} \\ b &= \log\left(\frac{RAD}{SRAD}\right) - \log\left(\frac{SRAD^2}{RAD^2} + 1\right) \end{aligned} \quad (1.30)$$

Contrairement aux modèles de **Whitehouse et Archard** (§ 1.3.2) et de **Nayak** (§ 1.3.3), le modèle de **Robbe-Valloire** propose une véritable indépendance entre les hauteurs de sommets et les rayons de courbure. Par contre, il prend en compte l'influence de la variabilité des espacements de sommets sur la statistique des rayons de courbure des sommets.

Comme l'a montré **Nayak**, les sommets d'un profil ne sont généralement pas les sommets de la surface car la technique de profilométrie à contact amène le palpeur à se déplacer sur le flan des aspérités et non réellement sur leur sommet. De la même manière que **Nayak**, l'auteur propose donc :

$$\eta = 1,2 \left(D_{pics}\right)^2 \quad (1.31)$$

Ici, la densité de sommets du profil est directement donnée par l'inverse de l'espacement entre les sommets, qui est un paramètre de la norme : $D_{pics} = \frac{1}{AR}$. Enfin, le nombre d'aspérités comprises dans une surface A_a et dont le rayon est compris entre R_{c1} et R_{c2} et la hauteur comprise entre z_1 et z_2 est :

$$\frac{1,2A_N}{AR^2} \int_{z_1}^{z_2} \int_{R_{c1}}^{R_{c2}} f(z, \mathfrak{R}) dz d\mathfrak{R} \quad (1.32)$$

Robbe-Valloire applique alors cette modélisation à la description de trois grandes familles de surfaces : les surfaces tournées, les surfaces rectifiées et les surfaces polies. De cette description, on tire plusieurs remarques :

- Comme pour les modèles de **Whitehouse** et **Archard** et de **Nayak**, l'écart-type des rayons de courbure des sommets est de l'ordre de grandeur du rayon moyen ; les modèles ne considérant que la valeur moyenne des rayons des sommets des aspérités sont donc à considérer avec précaution.
- Le modèle proposé ne suppose pas de forme particulière pour le profil, il est donc applicable à une grande variété de surfaces.
- Lorsque la rugosité diminue, l'amplitude des variations d'altitude diminue tandis que les rayons des aspérités augmentent ; du point de vue de la mécanique du contact ceci correspond au fait que les surfaces de plus faible rugosité sont plus rigides, car elles mettent en jeu des aspérités de plus grands rayons et d'altitudes très proches.

Ce modèle permet de prendre en compte la partie pseudo-périodique d'une surface technique tout en étant pertinent pour la description de surfaces plus aléatoires (rectifiées ou polies). De plus, les paramètres nécessaires pour la description de la surface sont directement issus de l'application de la norme sur le profil et ne nécessitent pas d'autre traitement, ce qui rend cette modélisation applicable dans un grand nombre de cas.

1.3.5 Synthèse de la description des surfaces rugueuses

Les modèles proposés dans ce chapitre tentent de décrire les surfaces rugueuses à l'aide d'hypothèses plus ou moins réalistes qui permettent de proposer une statistique représentative de la surface réelle en fonction du type de problèmes rencontrés. Ces modèles sont résumés dans le Tableau 3.

| | Forme des sommets | Hauteurs | Courbure | Paramètres de mesure |
|-------------------------------------|-------------------|--------------------|------------------------------------|---|
| Greenwood et Williamson [13] | Sphères | Sommets aléatoires | Constante (moyenne) | |
| Whitehouse et Archard [14] | Sphères | Surface aléatoire | Aléatoire, corrélée à la hauteur | Fonction d'autocorrélation |
| Nayak [15] | Pas d'hypothèse | Surface aléatoire | Aléatoire, corrélée à la hauteur | Fonction d'autocorrélation, densité spectrale de puissance et ses moments |
| Robbe-Valloire [16] | Pas d'hypothèse | Sommets aléatoires | Aléatoire, corrélée à l'espacement | Norme « motifs » |

Tableau 3 : Synthèse des modèles de description des surfaces rugueuses.

Tous les modèles présentés supposent que les aspérités sont géométriquement indépendantes. Ceci signifie qu'il n'est pas possible de déduire les hauteur et position d'une aspérité connaissant la position et la hauteur de ses voisines.

L'hypothèse de **Greenwood et Williamson** considérant que la courbure des sommets des aspérités est constante n'est pas très réaliste dans la mesure où l'on montre expérimentalement que la courbure d'un sommet est d'autant plus grande que sa hauteur est importante. De plus, l'écart-type des courbures des sommets est du même ordre de grandeur que la courbure moyenne, impliquant une certaine prudence quant à l'interprétation des résultats.

La forme particulière donnée au sommet des aspérités dans les modèles de **Greenwood et Williamson** et de **Whitehouse et Archard** n'est dicté par aucun impératif expérimental mais est utile pour la modélisation du contact (§ 1.4).

Les paramètres proposés par **Nayak** sont accessibles par des mesures profilométriques mais ces mesures présentent une forte variabilité, ce qui rend délicate leur interprétation. De plus, si on souhaite traiter le cas de surface non-isotropes il faut considérer un nombre important de paramètres (neuf), ce qui rend la modélisation difficile à mettre en œuvre.

La modélisation de **Robbe-Valloire** propose une description statistique dont tous les paramètres sont normalisés, permettant de s'affranchir des discussions habituelles concernant la représentativité et la capacité à être mesurés des paramètres employés. Le modèle propose une réelle indépendance entre la hauteur des sommets et leur courbure et attribue la variabilité de celles-ci à la variabilité de la distance entre les aspérités (AR, paramètre normalisé). De plus, la statistique proposée pour les rayons de courbure est log-normale, ce qui est plus réaliste compte-tenu du fait qu'on ne rencontre pas d'aspérité à rayon de courbure négative (il s'agirait d'un creux).

1.4. Modélisation du contact

Lorsque la description de la géométrie des surfaces en contact est établie, il est possible de s'intéresser aux mécanismes de déformation des aspérités participant au contact. Une aspérité donnée impliquée dans un contact peut, suivant les conditions géométriques et mécaniques, subir une déformation élastique, élastoplastique ou parfaitement plastique. Les auteurs utilisent, selon les cas, des modèles empiriques, analytiques ou numériques pour déterminer les mécanismes mis en jeu.

1.4.1 Modélisation du contact élastique

Le plus simple des comportements qu'une surface déformable puisse adopter est l'élasticité linéaire. Il apparaît donc naturel de proposer en premier lieu les modèles qui considèrent que l'intégralité des aspérités participant au contact adoptent ce comportement.

1.4.1.1 Concept de la surface somme

Du point de vue géométrique, l'étude du contact entre deux surfaces rugueuses est assez complexe. En effet, elle nécessite de connaître, selon les modèles, la position des aspérités d'une surface par rapport aux aspérités de l'autre, la prise en compte des formes des aspérités, des mésalignements, car il n'y a aucune raison que les aspérités faisant partie d'une paire entrent toujours en contact par leurs sommets. Pour cela, il faut connaître les fonctions densités de probabilité des hauteurs (éventuellement des courbures) associées à chacune des surfaces. **Greenwood et Tripp** [17] sont les premiers à avoir étudié (1970) la possibilité, par une transformation mathématique, de modéliser le contact entre deux surfaces rugueuses par le contact d'une seule surface rugueuse représentative des deux premières mais différente de chacune d'entre-elles et d'un plan lisse parfaitement rigide. Partant de la théorie générale du contact entre deux surfaces rugueuses avec prise en compte du mésalignement, les auteurs établissent les équations régissant l'aire réelle de contact et la charge totale appliquée en fonction de la distance, d , entre les plans moyens de

chacune des deux surfaces. Les auteurs montrent que ces équations ne dépendent pas des hauteurs individuelles mais de leur somme. Ainsi, les équations sur la géométrie se posent de manière identique si on étudie les deux problèmes suivants (Figure 7) :

- Le contact de deux surfaces rugueuses de hauteurs z_1 et z_2 par rapport à leurs plans moyens respectifs, lesquels sont parallèles et distants de d ,
- Le contact entre une surface rugueuse de hauteur $z_1 + z_2$ par rapport à son plan moyen et un plan lisse rigide distant de d par rapport à ce même plan.

Du point de vue du comportement, on montre que les résultats sont également équivalents à condition de prendre les précautions suivantes :

- La courbure équivalente en un point de contact entre deux surfaces de courbures respectives $\frac{1}{R_{c1}}$ et $\frac{1}{R_{c2}}$ est $\frac{1}{R_{ceq}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{c1}} + \frac{1}{R_{c2}} \right)$,
- Le module d'Young équivalent, E' , est tel que $\frac{1}{E'} = \frac{1-\nu_1^2}{E_{11}} + \frac{1-\nu_2^2}{E_{12}}$, E_{1i} et ν_i étant respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau i .
- La dureté du "matériau équivalent" est la dureté du matériau le plus mou.

Les auteurs établissent par ailleurs qu'il n'est pas nécessaire que les deux surfaces aient la même distribution de hauteurs et que le mésalignement a peu d'influence sur les résultats, même si sa prise en compte tend à améliorer la proportionnalité entre la charge et l'aire réelle de contact.

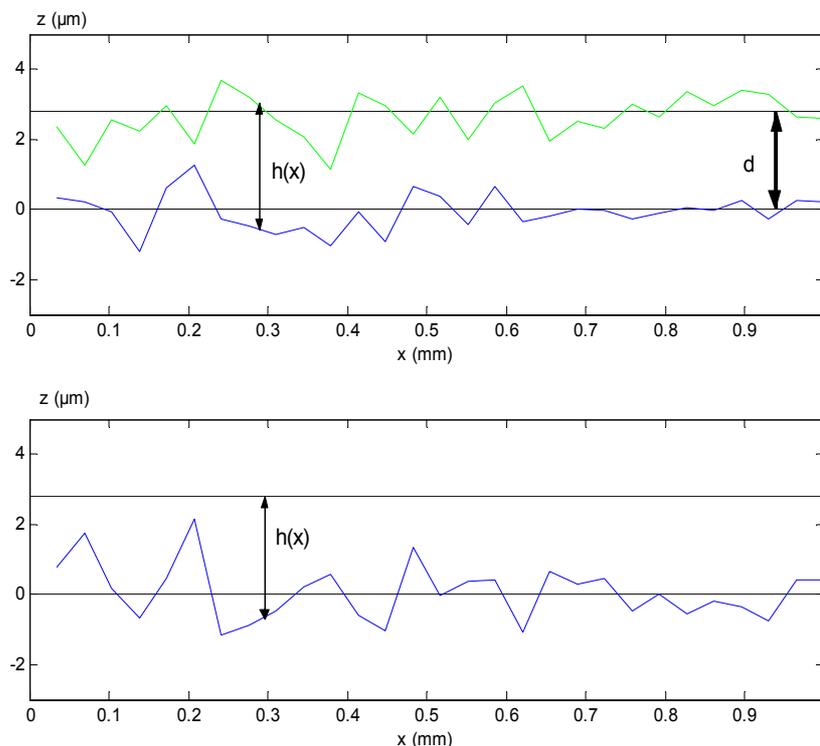


Figure 7 : Illustration du concept de surface somme : La figure du haut présente deux surfaces rugueuses en vis-à-vis dont les plans moyens des hauteurs sont distants de d . La transformation proposée par Greenwood et Tripp [17] remplace une surface par un plan lisse rigide mais conserve en tout point la distance entre les deux surfaces.

Ce concept de surface somme induit une simplification appréciable dans la mise en équation des problèmes de contact entre surfaces rugueuses et a montré à de nombreuses reprises sa pertinence [18], [19], [20]. Ce concept est donc naturellement utilisé par bon nombre d'auteurs.

Thoquenne, [21] a proposé récemment (2004) une autre méthode pour déterminer une surface équivalente. Il suppose que les surfaces ont tendance à s'adapter l'une par rapport à l'autre au cours du rodage de sorte que les pics de pression locaux soient les plus faibles possibles lors du contact. Il propose donc un algorithme de recherche de la configuration la plus favorable basée sur la minimisation de l'écart-type de la distance entre les points des deux surfaces qui sont en vis-à-vis. La surface équivalente est alors construite en faisant la différence des deux surfaces lorsqu'elles sont dans leur configuration la plus favorable.

1.4.1.2 Modèle de Greenwood et Williamson

Dans ce modèle élaboré en 1966 [13], les auteurs considèrent que chaque contact peut être vu comme une petite indentation sphérique. Au début du chargement, très peu d'aspérités entrent en contact, générant localement des contraintes largement supérieures à la limite d'élasticité du matériau ; il se produit alors un écoulement plastique. L'aire de contact augmentant plus vite que la charge, le contact devient rapidement à dominante élastique. Leur modèle est basé sur la description des surfaces présentée au paragraphe 1.3.1 auquel on ajoute les hypothèses suivantes :

- Le contact a lieu entre un plan lisse et une surface rugueuse,
- Les aspérités adoptent un comportement élastique (contact hertzien en chaque aspérité participant au contact),
- Les aspérités sont indépendantes : les déformations subies par une aspérité quelconque n'ont pas d'effet sur les autres aspérités situées à proximité.

En notant ω le rapprochement des surfaces, les calculs de Hertz pour une indentation sphérique simple aboutissent aux résultats suivants :

$$\text{rayon de contact : } a_1 = (R_c \omega)^{1/2} \quad (1.33)$$

$$\text{Aire de contact : } A_1 = \pi R_c \omega \quad (1.34)$$

$$\text{Effort : } P_1 = \frac{4}{3} E' R_c^{1/2} \omega^{3/2} \quad (1.35)$$

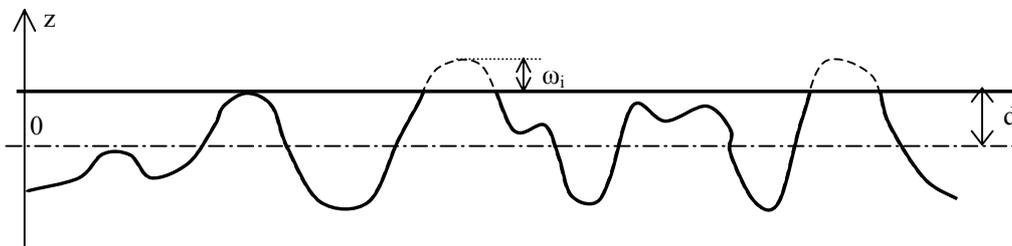


Figure 8 : Schématisation de l'écrasement d'une surface rugueuse isotrope aléatoire gaussienne par un plan lisse parfaitement rigide.

Supposant que les deux surfaces s'approchent l'une de l'autre jusqu'à ce que la distance entre leurs plans moyens soit d , comme illustré Figure 8, les aspérités participant

au contact sont celles dont l'altitude par rapport au plan de référence de la surface rugueuse est supérieure à d . On en déduit la probabilité pour qu'une aspérité de hauteur z participe au contact lorsque les plans moyens sont distants de d :

$$prob(z \geq d) = \int_d^{+\infty} \hat{\phi}(z) dz \quad (1.36)$$

Si le nombre total d'aspérités est N , le nombre attendu d'aspérités participant au contact est

$$n = N \int_d^{+\infty} \hat{\phi}(z) dz \quad (1.37)$$

En posant $\omega = z - d$, on en déduit l'aire réelle de contact et la charge de contact espérées :

$$A_R = \pi N R_c \int_d^{+\infty} (z - d) \hat{\phi}(z) dz \quad (1.38)$$

$$W_N = \frac{4}{3} N E' R_c^{1/2} \int_d^{+\infty} (z - d)^{3/2} \hat{\phi}(z) dz \quad (1.39)$$

Considérant la fonction densité de probabilité proposée par **Greenwood et Williamson** et les distances normées par $\hat{\sigma}$, ces expressions s'écrivent alors sous la forme :

$$W_N = \frac{4}{3} N E' R_c^{1/2} \hat{\sigma}^{3/2} \int_{\bar{d}}^{+\infty} (\bar{z} - \bar{d})^{3/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\bar{z}^2}{2}\right) d\bar{z} \quad (1.40)$$

De la représentation graphique de l'aire réelle de contact en fonction de la charge appliquée on déduit la possibilité de définir une *dureté élastique du contact*, qui joue un rôle similaire dans les équations à la dureté en plasticité parfaite. Et les auteurs montrent que pour une très grande étendue de charges ($\frac{\text{Effort max}}{\text{Effort min}} \simeq 10^5$) on peut considérer cette dureté élastique constante et égale à (pour une surface gaussienne) :

$$H_e = 0,25 \left(\frac{\hat{\sigma}}{R_c} \right)^2 \quad (1.41)$$

On note que l'aire réelle de contact dépend de la charge totale mais ne dépend pas de l'aire nominale.

Pour déterminer la limite de validité de leur modélisation, **Greenwood et Williamson** s'appuient sur un résultat issu de la théorie de Hertz selon lequel en indentation sphérique la limite d'écoulement plastique est atteinte lorsque la pression hertzienne maximale, p_H , atteint 60% de la dureté, H , du matériau. Ainsi, pour une aspérité donnée, sachant que

$\omega = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \frac{p_H^2 R_c}{E'^2}$, la valeur critique de rapprochement élastique des surfaces est

$\omega_p = 0,89 R_c \left(\frac{H}{E'} \right)^2$. Dans la mesure où l'écoulement plastique débute en profondeur, dans une zone confinée, on peut choisir un critère normalisé rendant cet écoulement détectable :

$$\bar{\omega}_p = \frac{R_c}{\hat{\sigma}} \left(\frac{H}{E'} \right)^2 \quad (1.42)$$

Ce critère n'est cependant pas tout à fait satisfaisant car il diminue quand la rugosité augmente. On préfère donc utiliser *l'indice de plasticité*, défini par

$$\psi_{GW} = \frac{1}{\sqrt{\hat{\omega}_p}} = \frac{E'}{H} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}}{R_c}} \quad (1.43)$$

Cet indice combine les propriétés du matériau (E' et H) et de la géométrie de la surface rugueuse (R_c et $\hat{\sigma}$). Cet indice gouverne le comportement du contact :

- $\psi_{GW} \leq 0,6$: le contact est purement élastique,
- $\psi_{GW} \geq 1$: le contact est plastique, même aux faibles charges.

1.4.1.3 Modèle de Onions et Archard

Onions et Archard [22] s'appuient sur le modèle de description des surfaces rugueuses aléatoires de **Whitehouse et Archard** [14] (décrit § 1.3.2) pour construire leur théorie du contact. Ils considèrent le cas où les hauteurs de sommets et leur courbure sont indépendantes ($\rho = 0$), chaque aspérité étant sujette aux lois de Hertz (comme pour **Greenwood et Williamson**).

En appliquant l'analyse 3 points (*3 points analysis*) sur un profil couplée à l'hypothèse d'indépendance des mesures, on montre qu'un point du profil sur trois est un sommet. De même, un point des surfaces sur cinq mesurés est un sommet. On en déduit la densité surfacique de sommets :

$$\eta = \frac{1}{5} \frac{1}{(2,3\beta^*)^2} \quad (1.44)$$

Où β^* est la distance de corrélation (cf. équation (1.8)).

Les auteurs considèrent le contact entre une surface rugueuse et un plan lisse parfaitement rigide. On note d la distance entre ce plan lisse et le plan moyen des altitudes de la surface rugueuse. A_N est l'aire nominale (ou apparente) de contact. En appliquant la même démarche que **Greenwood et Williamson** partant du comportement d'un sommet et de la statistique des sommets et des courbures des aspérités on en déduit l'aire réelle et la charge de contact :

$$\begin{aligned} A_R &= \eta\pi (2,3\beta^*)^2 A_N \int_d^\infty (z-d) \int_0^\infty \frac{\varphi(z,c)}{N.c} dc dz \\ W &= \frac{4}{3} A_N E' (2,3\beta^*)^2 \sigma \int_d^\infty (z-d)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\varphi(z,c)}{N.\sqrt{c}} dc dz \end{aligned} \quad (1.45)$$

Ces expressions sont évaluées numériquement. Les représentations graphiques de ces équations montrent que les modèles de **Greenwood et Williamson** d'une part et **Whitehouse, Onions et Archard** d'autre part donnent des résultats similaires et les deux semblent indiquer qu'il y a proportionnalité entre l'aire réelle de contact et la charge appliquée, ce qui confirme l'idée d'une dureté élastique.

Onions et Archard reprennent la définition de l'indice de plasticité de **Greenwood et Williamson** (1.43) à ceci près que le rayon de courbure du modèle de Greenwood et Williamson est constant alors que celui de **Onions et Archard** est variable. Ces derniers utilisent donc le rayon de courbure moyen (lorsque les hauteurs et les rayons de courbure sont indépendants) :

$$\langle R_c \rangle = \frac{L^2}{\sigma} \frac{2\sqrt{\pi}}{9} \quad (1.46)$$

où L est le pas d'échantillonnage. Supposant que $L = 2,3\beta^*$, l'indice de plasticité s'écrit :

$$\psi_{GW} = 0,69 \frac{E'}{H} \frac{\sqrt{\hat{\sigma}\sigma}}{\beta^*} \quad (1.47)$$

Les auteurs confondent $\hat{\sigma}$ et σ en prenant la précaution d'augmenter le coefficient 0,69 car il est raisonnable de supposer que $\hat{\sigma} \geq \sigma$:

$$\psi_{OA} = \frac{E'}{H} \frac{\sigma}{\beta^*} \quad (1.48)$$

Ce dernier paramètre est plus facile à mesurer car les paramètres qui le définissent sont directement mesurables. Il s'utilise comme ψ_{GW} dont il est issu.

1.4.1.4 Modèle de Bush, Gibson et Thomas

Le modèle de **Bush et al** [23] s'appuie sur les travaux de **Nayak** [15], [24], [25], décrit au § 1.3.3. Les surfaces rugueuses étudiées sont isotropes aléatoires gaussiennes et les sommets des aspérités sont modélisés par des paraboloides de mêmes courbures principales, qui sont la décomposition en série de Taylor à l'ordre 2 de la surface réelle. Les aspérités sont considérées comme indépendantes.

L'altitude est mesurée à partir du plan moyen des hauteurs et on approche un plan lisse indéformable à une distance h de ce plan moyen. On applique à chaque aspérité participant au contact la théorie de Hertz. A la suite de calculs relativement techniques sur les densités de probabilités les auteurs arrivent aux deux résultats suivants :

$$W_N = \frac{A_N E'}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{2}} \frac{\sigma}{d} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d}{\sigma}\right)^2\right] \quad (1.49)$$

$$A_R = \frac{A_N}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma}{d} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d}{\sigma}\right)^2\right]$$

On montre qu'il existe une relation de proportionnalité entre W_N et A_R et que

$$\frac{W_N}{A_R} = E' \sqrt{\pi} \sigma D_{\text{zéros}} \quad (1.50)$$

Cette constante joue le rôle de dureté élastique.

1.4.2 Modélisation du contact avec plasticité

Les théories du contact en élasticité linéaire donnent de bons résultats et sont confortées expérimentalement tant que les deux surfaces sont relativement éloignées, c'est à dire lorsque l'effort normal n'est pas trop élevé. Si tel n'est pas le cas, le mécanisme de contact doit prendre en compte la plasticité, qui est d'abord négligeable puis joue un rôle de plus en plus important au fur et à mesure que l'effort augmente. Plusieurs descriptions sont proposées dans la littérature, selon le mécanisme de plasticité retenu par les auteurs et la manière de résoudre les équations. On propose ici un aperçu des théories qui sont le plus souvent employées, ayant prouvé leur pertinence à de nombreuses reprises.

1.4.2.1 Modèles de Hisakado et Tzukizoe

Hisakado [26] propose un modèle de contact entre une surface rugueuse et une surface lisse rigide (généralisation du contact entre deux surfaces rugueuses grâce au concept de surface somme) et s'intéresse plus particulièrement à l'influence de la densité de probabilité du rayon de courbure sur l'aire réelle de contact et le nombre de points de contacts. **Hisakado** étudie des surfaces isotropes gaussiennes et modélise les sommets des aspérités par des calottes sphériques. Il suppose, de plus, que les aspérités n'interagissent pas entre elles. Enfin, à travers le critère de plasticité établi par **Greenwood et Williamson**, il prend en compte le comportement plastique des aspérités quand il y a lieu. Il définit la densité de probabilité des hauteurs de la surface par :

$$\frac{g(z)}{G(-m\sigma)} = \frac{f(z) - f(m\sigma)}{\int_z^{m\sigma} [f(u) - f(m\sigma)] du} \quad (1.51)$$

avec

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.52)$$

A la différence des travaux précédemment présentés, l'auteur n'intègre pas la densité de probabilité sur un intervalle ouvert de type $[u ; +\infty[$ mais sur un intervalle fermé : $[u ; p\sigma]$, ce qui introduit un paramètre constant, p , qui peut être interprété comme le point de premier contact entre les surfaces.

Hisakado définit également la densité de probabilité des rayons de courbure, $\chi(R_c)$, qui varie entre deux valeurs limites, R_{cmin} et R_{cmax} , et qui peut prendre l'une des deux formes suivantes :

$$\chi(R_c) = \frac{2}{R_{cmax}} \left(1 - \frac{R_c}{R_{cmax}}\right) \quad \text{ou} \quad \chi(R_c) = \frac{2}{R_{cmax}} \frac{R_c}{R_{cmax}} \quad (1.53)$$

L'auteur montre, à la suite de **Nayak** (§ 1.3.3) que les rayons de courbure obtenus à partir des profils ne sont pas directement ceux de la surface car le stylet de mesure de l'instrument profilométrique a tendance à ce déplacer sur les versants des aspérités et non sur les sommets, ce qui revient à sous-évaluer les rayons de courbure réels : si $h(c)$ est la densité de probabilité des rayons de courbure du profil, alors

$$h(R_c) = \frac{\int_{R_c}^{R_{cmax}} \frac{R_c \chi(r)}{r\sqrt{r^2 - R_c^2}} dr}{\int_0^{R_{cmax}} \int_{R_c}^{R_{cmax}} \frac{R_c \chi(r)}{r\sqrt{r^2 - R_c^2}} dR_c dr} \quad (1.54)$$

S'appuyant sur les travaux de **Greenwood et Williamson** sur l'indice de plasticité (équation (1.42)), on définit une interférence limite qui produit, au niveau local, un écoulement plastique :

$$\omega_{Pmax} = R_{cmax} \left(\frac{H_y}{E'}\right)^2 \quad (1.55)$$

Les résultats théoriques, appuyés par des résultats expérimentaux concordants, montrent que :

- L'aire de contact est peu influencée par le type de distribution des rayons de courbure mais l'est beaucoup par l'interférence dans le domaine plastique, ω_p .

- A_R est proportionnel à W_N pour $\omega_p = 0$ et proportionnel à $W_N^{0,923}$ pour $\omega_p = 3\sigma$, donc l'aire de contact élastique croît plus vite que l'aire de contact plastique,
- Pour un effort donné, la séparation entre les surfaces est plus faible lorsque ω_p est grand par rapport à σ , ce qui est souhaitable en étanchéité,
- Le nombre de points de contact, n , est proportionnel à $W_N^{0,914}$ pour $\omega_p = 0$ et proportionnel à $W_N^{0,796}$ pour $\omega_p = 3\sigma$, le rayon moyen des points de contact augmente peu, c'est l'augmentation du nombre de contacts qui est majoritairement responsable de l'augmentation de l'aire réelle de contact en fonction de la charge.

Hisakado et Tsukizoe [27] étudient ensuite l'influence de la distribution des pentes des surfaces sur la théorie du contact entre surfaces isotropes. Cette fois, les aspérités étudiées sont de forme conique et les auteurs prennent en compte l'écrouissage subi localement par chaque aspérité participant au contact. Les distributions de hauteurs et de pentes sont de type gaussiennes. La densité de probabilité des hauteurs est identique à celle précédemment proposée par **Hisakado** (équations (1.51) et (1.52)) et la densité de probabilité des pentes est notée $q(\tan\theta)$. Cette densité de probabilité est approchée par un polynôme en $\tan\theta$. **Hisakado et Tsukizoe** expriment alors l'aire réelle de contact, l'effort appliqué, la pression moyenne, la densité de probabilité des rayons de courbure et le nombre de contacts en fonction de ces deux densités de probabilité.

Les principales conclusions de leur étude montrent que :

- Plus la variabilité des pentes des aspérités est grande et moins il peut y avoir de points de contact ou encore plus la rugosité des surfaces est élevée et moins il peut y avoir de points de contact,
- L'aire de contact est proportionnelle à l'effort appliqué et décroît quand la rugosité augmente,
- La pression moyenne réelle de contact est peu influencée par l'effort appliqué (pour des pressions moyennes apparentes variant entre 0,001% et 10% de la pression d'écoulement plastique),
- La pression moyenne réelle augmente avec la rugosité,
- La séparation entre les surfaces en contact est très peu influencée par la pente des aspérités et diminue quand la rugosité augmente. Des résultats expérimentaux viennent appuyer ce résultat pour les faibles charges (< 10% de la pression d'écoulement plastique),
- Le rayon moyen des aspérités en contact augmente avec la variabilité des pentes et avec l'effort appliqué mais diminue quand la rugosité augmente. Des résultats expérimentaux montrent que le modèle théorique sous-estime le rayon moyen des aspérités en contact quel que soit l'effort appliqué.
- La distribution des rayons des points de contact est très peu influencée par la pente des aspérités.

L'une des difficultés majeures de cette formulation est la détermination de la densité de probabilité des pentes des surfaces et des paramètres de la surface somme associée. En effet, cette modélisation fait appel à de nombreux paramètres ne se déduisant pas directement des mesures donc qui sont difficiles à identifier à partir d'essais.

1.4.2.2 Modèle de Pullen et Williamson

Dans les modèles précédemment présentés, les auteurs aboutissent toujours à la conclusion que l'aire réelle de contact est proportionnelle à la charge appliquée. Cependant, **Pullen et Williamson** [28], se basant sur des faits expérimentaux, remarquent que sous fortes charges les surfaces résistent de plus en plus à l'écrasement, ce qui devrait conduire à une relation non-linéaire entre l'aire réelle de contact et la charge appliquée. Leur dispositif expérimental, illustré Figure 9, est constitué d'une enclume leur permettant de serrer une éprouvette par les bords pour l'écraser sur sa surface libre (surface rugueuse) par une surface lisse rigide. Ceci permet d'assurer que l'éprouvette ne flambe pas. Le chargement est d'intensité croissante avec décharge complète entre chaque palier et mesure profilométrique par la méthode de "relocation profilometry" (**Williamson et Hunt** [29] et § 1.5.4). La mesure de la longueur de profil participant au contact est considérée comme une mesure de l'aire réelle de contact. Son rapport à l'aire nominale de contact est appelé degré de contact, noté γ .

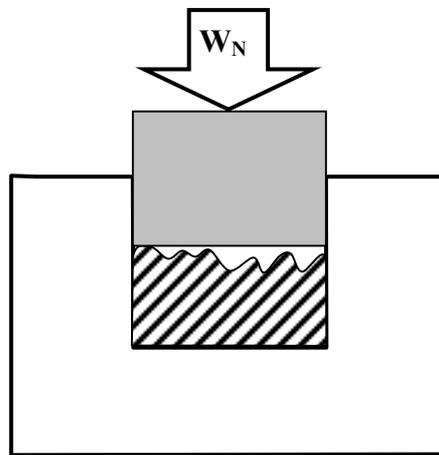


Figure 9 : Schéma de principe des essais réalisés par Pullen et Williamson [28]

Lorsque l'éprouvette rugueuse en aluminium est fortement comprimée (pression apparente jusqu'à 370 MPa mais pression réelle atteignant le GPa localement), des plateaux apparaissent sur le profil, prouvant l'occurrence de plasticité (Figure 10). En se basant sur l'hypothèse de l'écoulement plastique incompressible, la matière déplacée au niveau du contact doit se retrouver ailleurs, c'est à dire hors du contact. Ainsi, une partie au moins de la surface hors contact doit remonter. Les résultats expérimentaux obtenus par **Pullen et Williamson** montrent que seules les portions de la surface qui participent au contact descendent sous l'action de l'effort normal alors que *toutes* les portions de la surface qui ne participent pas au contact remontent sous l'effet de l'écoulement plastique incompressible. Ceci reste vrai même pour les faibles efforts normaux, où la plasticité est plus limitée.

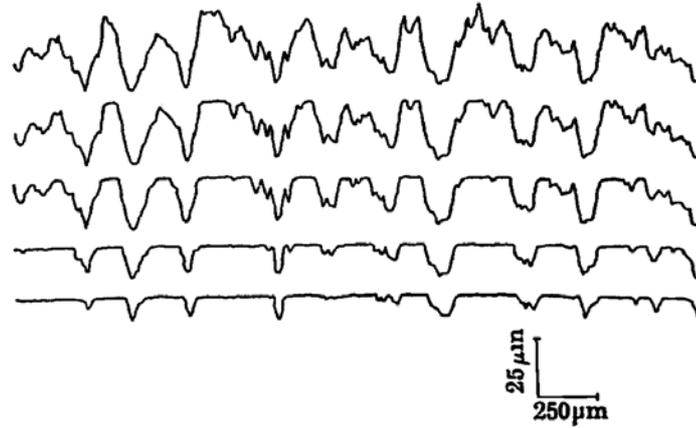


Figure 10 : Profils montrant la déformation progressive des aspérités au cours du chargement d'une surface en aluminium. Le profil du haut est vierge. L'éprouvette a subi successivement une pression nominale (du haut vers le bas), de 12,42 MPa, 62,1 MPa, 234,6 MPa et 376,6 MPa. Toutes les mesures sont faites sur le même profil après déchargement.

Ce résultat a permis aux auteurs de proposer l'hypothèse selon laquelle la remontée plastique est uniforme. Ils proposent alors un modèle fondé sur cette hypothèse. Les aspérités sont supposées indépendantes, ce qui permet, à partir du comportement d'une aspérité unique et d'une description statistique de la surface rugueuse, de remonter aux propriétés macroscopiques. En se basant sur la conservation du volume déplacé plastiquement et sur le travail mécanique développé au cours de cette opération, les auteurs déduisent que :

$$\frac{W_N}{p_m A_N} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \quad (1.56)$$

Parallèlement, si l'on néglige la remontée plastique uniforme, on devrait trouver

$$\frac{W_N}{p_m A_N} = \gamma = \frac{A_R}{A_N} \quad (1.57)$$

Où A_N et A_R sont respectivement l'aire nominale et l'aire réelle de contact. On note que, contrairement à la plupart des modèles précédents, ces deux résultats sont indépendants de la géométrie des aspérités.

Le degré de contact s'écrit naturellement à partir de la densité de probabilité des hauteurs, $\phi(z)$, de la distance entre les plans moyens, d , et de la remontée plastique uniforme, u :

$$\gamma = \int_{d-u}^{+\infty} \phi(z) dz \quad (1.58)$$

De plus, u est une mesure de la quantité de matière déplacée, c'est à dire la quantité de matière impliquée dans le contact. On pose $d_0 = d - u$ d'où

$$u = \int_{d_0}^{+\infty} (z - d_0) \phi(z) dz \quad (1.59)$$

On obtient alors que la séparation, d , s'écrit

$$d = d_0 + \int_{d_0}^{+\infty} (z - d_0) \phi(z) dz \quad (1.60)$$

Les auteurs considèrent alors une distribution gaussienne des hauteurs, d'écart-type, σ . Toutes les longueurs sont alors normées par σ et on obtient

$$\bar{d} = \bar{d}_0 + \bar{u} = \bar{d}_0 + \bar{\phi}(\bar{d}_0) - \bar{d}_0 \int_{\bar{d}_0}^{+\infty} \bar{\phi}(x) dx = \bar{d}_0 + \bar{\phi}(\bar{d}_0) - \bar{d}_0 \gamma \quad (1.61)$$

D'où la relation entre l'effort normal et le degré de contact :

$$\frac{W_N}{p_m A_N} = \frac{\gamma}{1 - \gamma} = \frac{\int_{\bar{d}_0}^{+\infty} \bar{\phi}(x) dx}{1 - \int_{\bar{d}_0}^{+\infty} \bar{\phi}(x) dx} \quad (1.62)$$

Les équations (1.56) à (1.62) permettent de représenter graphiquement l'évolution du degré de contact en fonction de l'effort normal d'une part et l'évolution de la séparation, \bar{d} en fonction du degré de contact d'autre part. Les auteurs confrontent ensuite les résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques. Plusieurs commentaires peuvent être faits sur cette confrontation :

- Les résultats expérimentaux concordent de manière remarquable avec les prédictions du modèle prenant en compte la remontée plastique uniforme,
- Pour les faibles charges, néanmoins, $\left(\frac{W_N}{p_m A_N} < 1 \right)$, le comportement de la surface peut être approché par une relation de proportionnalité ($W_N \propto A_R$).

La remontée plastique uniforme, conséquence de l'incompressibilité de l'écoulement plastique, est donc à prendre en compte dès que l'effort normal laisse penser que la plasticité joue un rôle non-négligeable dans la mécanique du contact.

1.4.2.3 Modèle de Francis

Francis propose un modèle [30] permettant de décrire le contact de surfaces rugueuses comme une somme de micro-indentations indépendantes se produisant entre deux surfaces isotropes aléatoires gaussiennes. L'auteur adopte le concept de la *surface somme* combinée avec une modélisation des surfaces rugueuses faisant appel aux travaux de **Nayak** [15]. De plus, les sommets des aspérités sont supposés de forme parabolôïde. La distribution des hauteurs de sommets est conforme à la distribution des hauteurs de la surface toute entière. Le comportement associé à l'indentation sphérique est décrit par une série de fonctions connectées continûment et déterminées de manière empirique [81]. Ces fonctions contiennent l'écrasement des matériaux. La géométrie de la matière "recouverte" (i.e. la matière qui entre en interférence avec le plan lisse indéformable de la surface somme) est directement obtenue à partir de la séparation entre les surfaces, d , et de la forme de la surface somme. De plus, le nombre de contacts est le nombre de sommets recouverts (i.e. dont l'altitude est supérieure à d).

Enfin, l'effort est normal et la déformation ne dépend que de la géométrie des sommets. L'écrasement comprend une partie élastique, contact hertzien, et une partie plastique, dont les lois sont déterminées empiriquement. Dans tous les cas, le déplacement est de forme parabolôïde, radialement symétrique par rapport au centre du contact et l'aire de contact projetée dans la direction du chargement est un cercle.

Comme ce modèle est destiné à écraser les surfaces sous de fortes charges, **Francis** s'est intéressé à ses limites. L'une des hypothèses fortes de celui-ci est l'indépendance des

aspérités. Or au fur et à mesure que le plan lisse indéformable descend vers la ligne moyenne de la surface somme, il arrive un moment où les micro-contacts coalescent. Il existe donc une séparation limite en dessous de laquelle l'hypothèse d'indépendance des aspérités n'est plus raisonnable. Cette limite est évaluée en s'appuyant sur le ratio $\frac{N_c}{N}$, rapport entre le nombre N_c de micro-contacts et le nombre N de sommets. On adopte des variables réduites $\left(\bar{d} = \frac{d}{\sigma}\right)$. D'après les travaux de **Nayak**, on a l'encadrement suivant :

$$3\sqrt{3} \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \frac{\bar{d}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\bar{d}^2}{2}\right) < \frac{N_c}{N} < \int_0^\infty \int_0^\infty \bar{p}(\bar{z}, \bar{R}_c) d\bar{z} d\bar{R}_c \quad (1.63)$$

Où m_0 , m_2 et m_4 sont définis Équation (1.16) et $\bar{p}(\bar{z}, \bar{R}_c)$ est la densité de probabilité jointe des hauteurs de la surface somme et de leurs rayons de courbure (cf Nayak). L'auteur choisit d'approcher ce rapport par la moyenne géométrique de ses bornes et propose – *arbitrairement* – de fixer sa limite à $\frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \bar{p}(\bar{z}, \bar{R}_c) d\bar{z} d\bar{R}_c$. Ainsi, lorsque $\frac{N_c}{N}$ atteint cette valeur, chaque pic de hauteur supérieure à d a fusionné, en moyenne, avec un autre pic.

Les grandeurs macroscopiques du contact (effort normal, aire réelle de contact...) sont alors déduites des propriétés d'un micro-contact donné et de la distribution des hauteurs et des courbures par intégration. Comme ces fonctions ne peuvent être évaluées numériquement, **Francis** effectue une intégration numérique par discrétisation du domaine d'intégration.

Ce modèle se veut plus complet que les modèles précédents mais nécessite plus de paramètres d'entrée :

- Pour la mécanique : les constantes d'élasticité des deux matériaux, le rapport des limites d'élasticité des deux matériaux, le coefficient écrouissage du matériau le plus mou,
- Pour la topologie : les moments m_0 , m_2 et m_4 de la densité spectrale de puissance (cf paragraphe 1.3.3).

Comme on dispose de fonctions explicites empiriques, il est possible d'appliquer un chargement suivi d'un déchargement. Cependant, le fait de recourir à des fonctions empiriques limite quelque peu les utilisations possibles du modèle dans la mesure où il faut disposer de telles fonctions pour les matériaux que l'on souhaite étudier. Il faut donc réaliser des essais préliminaires pour chaque matériau, les résultats n'étant généralement pas transposables d'un matériau à l'autre. La variable du modèle est la séparation entre les surfaces et les deux variables principales qui en découlent sont l'aire de contact et l'effort normal.

1.4.2.4 Modèle C.E.B.

D'autres auteurs ont, par la suite, proposé une modélisation du contact prenant en compte l'écoulement plastique. Parmi ces modèles, on peut remarquer celui proposé en 1987 par **Chang, Etsion et Bogy** [31]. Ce modèle a eu un certain succès, qui lui a valu le nom de modèle CEB. Les auteurs font la remarque préalable que les modèles précédemment proposés sont adaptés soit aux faibles charges (**Greenwood et Williamson** [13] ; **Greenwood et Tripp** [17] ; **Hisakado** [26],[27] ; **Bush Gibson et Thomas** [23] ;

McCool [19]) soit aux très fortes charges (**Francis** [30] ; **Pullen et Williamson** [28]). Dans tous les cas, très peu considèrent l'incompressibilité de l'écoulement plastique (**Pullen et Williamson** [28]). Les auteurs proposent donc un modèle qui prend en compte cette incompressibilité et qui soit adapté également aux chargements modérés.

Ils adoptent la modélisation proposée par **Greenwood et Williamson** (§ 1.3.1) ainsi que le concept de la surface somme (§ 1.4.1.1). La variable de leur modèle est l'interférence, ω (Figure 8), dont dépendent l'aire individuelle de contact, A , et l'effort individuel sur chaque aspérité, P . On déduit l'aire réelle de contact, A_R , et l'effort total de contact, W_N , par intégration.

Pour la partie élastique, on applique les résultats classiques du contact hertzien (Équations (1.33) à (1.35)). Les auteurs considèrent que l'écoulement plastique commence lorsque la pression moyenne atteint la valeur KH (K , constante, et H dureté du matériau le plus mou), ce qui permet de déduire l'interférence critique, limite de validité du modèle purement élastique :

$$\omega_c = \left(\frac{\pi KH}{2E'} \right)^2 R_c \quad (1.64)$$

avec K voisin de 0,6 et H la dureté Vickers du matériau. A partir de cette limite, le modèle de **Greenwood et Williamson** sous-estime l'aire réelle de contact d'une aspérité donnée.

Chang, Etsion et Bogy supposent alors que l'écoulement plastique reste localisé autour de l'aspérité déformée, ce qui permet de modéliser l'aspérité par un tronc de sphère de hauteur L , fonction de ω . Cette interférence est partagée entre la contribution élastique (ω_c) et la contribution plastique (ω_p). Le volume de référence ainsi défini conserve son volume, ce qui permet d'en déduire ses variations de forme (Figure 11).

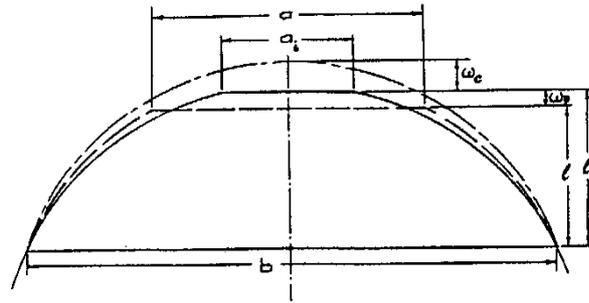


Figure 11 : Volume de contrôle plastique. Schéma original de Chang, Etsion et Bogy [31].

On note L_i la profondeur initiale de ce volume, lorsque $\omega = \omega_c$. Dans ces conditions, le contact élastique critique a un diamètre $a_i = 2\sqrt{R_c \omega_c}$ et le diamètre de la première section non déformée est $b = 2\sqrt{2R_c (L_i + \omega_c)}$. Le volume de référence plastique est alors :

$$V = \frac{\pi L_i}{6} \left(\frac{3}{4} a_i^2 + \frac{3}{4} b^2 + L_i^2 \right) \quad (1.65)$$

La hauteur finale de la zone déformée est alors $L = L_i - \omega_p$ et le diamètre de contact est tel que :

$$V = \frac{\pi L}{6} \left(\frac{3}{4} a^2 + \frac{3}{4} b^2 + L^2 \right) \quad (1.66)$$

Tous calculs faits, on trouve alors :

$$a = 2\sqrt{R_c\omega C}$$

$$C = \frac{K_1\left(2 - \frac{\omega_c}{\omega}\right) + 2\frac{\omega_c}{\omega}\left(1 - \frac{\omega_c}{\omega}\right)}{K_1 - 1 + \frac{\omega_c}{\omega}} \quad (1.67)$$

Lorsque $\omega = \omega_c$, $C = 1$ et on retrouve le diamètre de contact élastique critique.

Lorsque $\omega \gg \omega_c$, C tend vers 2 et on retrouve le diamètre de contact dans le cas d'un comportement plastique pur. En résumé :

$$2\sqrt{R_c\omega} \leq a \leq 2\sqrt{2R_c\omega} \quad (1.68)$$

De plus, $K_1 > 2\left[1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2\right]\frac{\omega}{\omega_c}$ et le membre de droite est de plus en plus grand quand

$\frac{\omega_c}{\omega}$ tend vers zéro, ce qui permet d'écrire que

$$a \underset{\frac{\omega_c}{\omega} \rightarrow 0}{\sim} 2\sqrt{R_c\omega\left(2 - \frac{\omega_c}{\omega}\right)} \quad (1.69)$$

On fait également l'hypothèse que, pour les aspérités qui subissent un écoulement plastique, la pression moyenne est constante et vaut KH . On en déduit alors l'aire de contact et l'effort individuel sur une aspérité quelconque qui plastifie :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \pi R_c\omega\left(2 - \frac{\omega_c}{\omega}\right) \\ P = \pi R_c\omega\left(2 - \frac{\omega_c}{\omega}\right)KH \end{array} \right. \quad (1.70)$$

L'aire réelle de contact et l'effort macroscopique sont alors la somme de deux termes : l'un issu de la contribution élastique et l'autre de la contribution plastique. Ainsi, si $\phi(z)$ est la distribution des hauteurs de la surface, η la densité surfacique de sommets et A_N l'aire nominale, on trouve

$$A_R(d) = \eta A_N \pi R_c \int_d^{d+\omega_c} (z-d)\phi(z)dz + \eta A_N \pi R_c \int_{d+\omega_c}^{+\infty} [2(z-d) - \omega_c]\phi(z)dz \quad (1.71)$$

$$W_N(d) = \eta A_N E' \left\{ \frac{4}{3} \sqrt{R_c} \int_d^{d+\omega_c} (z-d)^{3/2} \phi(z)dz + \pi R_c K \frac{H}{E'} \int_{d+\omega_c}^{+\infty} [2(z-d) - \omega_c]\phi(z)dz \right\} \quad (1.72)$$

On remarque enfin que ω_c est une autre forme de l'indice de plasticité de **Greenwood et Williamson** (Équation (1.43)).

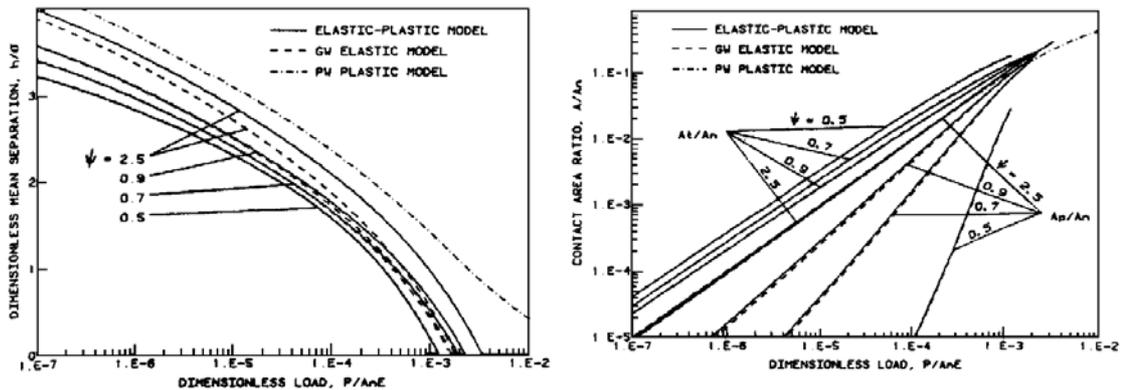


Figure 12 : Prévisions du modèle CEB. A gauche, la séparation entre les surfaces en fonction de l'effort appliqué, et à droite le pourcentage d'aire réelle de contact en fonction de l'effort appliqué.

Ces résultats sont alors comparés à ceux obtenus par **Greenwood et Williamson** (élasticité pure) d'une part et **Pullen et Williamson** (plasticité parfaite) d'autre part. Cette comparaison appelle plusieurs commentaires (Figure 12) :

- A charge donnée, la séparation entre les surfaces augmente avec l'indice de plasticité (i.e. lorsque ω_c diminue) ;
- L'écart entre ce modèle et le modèle GW augmente avec l'index de plasticité et avec l'effort normal ;
- Le modèle GW sous-estime, à charge donnée, la séparation entre les surfaces ;
- Les rapports $\frac{A_R}{A_N}$ sont assez proches pour les trois modèles, même si les modèles PW et CEB sont plus proches aux fortes charges ou aux grands indices de plasticité ;
- aux très fortes charges, le modèle CEB n'est plus adapté car il ne prend pas en compte l'interaction entre les aspérités.

Chang, Etsion et Boggy proposent également une tentative de loi empirique permettant de simplifier la modélisation :

$$\frac{A_R}{A_N} = \delta(\psi) \left(\frac{W_N}{A_N E'} \right) \quad (1.73)$$

Les auteurs concluent en soulignant la grande similarité des prédictions théoriques des modèles GW, PW et CEB. Il apparaît néanmoins que les prédictions du modèle CEB sont confortées par les résultats expérimentaux produits par **Nuri et Halling** [56].

De plus, pour les problèmes de magnétisme et d'étanchéité, le modèle CEB prédit de plus grandes valeurs de la séparation entre les surfaces, toutes conditions égales par ailleurs, que les autres modèles, ce qui est conservatif.

1.4.2.5 Modèle de Robbe-Valloire, Paffoni et Progri

Plus récemment, **Robbe-Valloire, Paffoni et Progri** [32] se basent sur une description de la géométrie utilisant les paramètres de la norme "motif" (ISO 12085, 1996) pour modéliser le contact élastique, élastoplastique et parfaitement plastique entre deux surfaces rugueuses. Les auteurs adoptent le concept de la surface somme. Si les deux surfaces sont

non-corrélées, les paramètres normalisés sont combinés de la manière suivante (les indices 1 et 2 représentent respectivement les deux surfaces mises en contact):

- $R = R_1 + R_2$,
- $SR = \sqrt{SR_1^2 + SR_2^2}$,
- $AR = \frac{1}{2}(AR_1 + AR_2)$,
- $W = W_1 + W_2$,
- $SW = \sqrt{SW_1^2 + SW_2^2}$,

De plus, le module d'Young du matériau somme est E' et sa limite d'élasticité, R_e , est la plus petite des deux matériaux du contact.

Les auteurs proposent alors d'étudier le comportement d'une aspérité unique puis d'en déduire, via les densités de probabilités des hauteurs et rayons de sommets des aspérités, les propriétés de la surface somme.

Localement, le contact est assimilable à l'écrasement d'une profondeur ω d'une sphère de rayon R_c par un plan lisse indéformable (Figure 13). Cet écrasement génère un effort P .

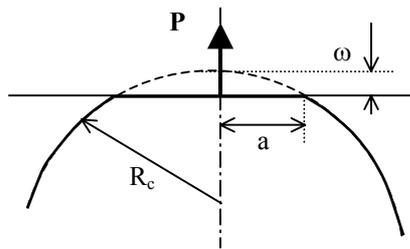


Figure 13 : Représentation de l'indentation d'une aspérité unique

Dans la mesure où l'altitude des sommets des aspérités est variable, l'enfoncement ω doit être considéré comme une variable. Le comportement est modélisé par un mécanisme en trois étapes : élastique, élastoplastique puis parfaitement plastique [33]. La première étape correspond à un faible enfoncement, et donc à un comportement élastique. Lorsque l'enfoncement dépasse un premier seuil, l'écoulement plastique débute et croît au fur et à mesure que l'enfoncement augmente, le comportement est alors élastoplastique. Enfin, lorsqu'il dépasse un second seuil, l'aspérité plastifie complètement, le comportement est parfaitement plastique.

Dans le domaine élastique, la théorie du contact hertzien donne la relation suivante :

$$\omega = \left[\frac{9 P^2}{4 E'^2 R_c} \right]^{1/3} \quad (1.74)$$

Le rayon de contact est défini par $a^2 = \omega R_c$. Le critère de Tresca permet de déterminer la pression hertzienne maximale et d'en déduire le domaine d'enfoncement élastique :

$$\omega \leq \omega_e = \left(\frac{\pi 0,5}{0,3} \right)^2 R_c \frac{R_e^2}{E'^2} \quad (1.75)$$

Les auteurs utilisent alors les variables adimensionnées suivantes :

$$\bar{\omega} = \left(\frac{E'}{R_e} \right)^2 \left(\frac{\omega}{R_c} \right) \quad \bar{a} = \left(\frac{E'}{R_e} \right) \left(\frac{a}{R_c} \right) \quad \bar{P} = \left(\frac{E'}{R_e} \right)^3 \left(\frac{P}{E' R_c^2} \right) \quad (1.76)$$

Avec ces variables, le domaine d'élasticité est défini par

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &\leq \bar{\omega}_e = \left(\frac{\pi 0,5}{0,3} \right)^2 \approx 27,4 \\ \bar{a}^2 &= \bar{\omega} \\ \bar{P}_1 &= \frac{2}{3} \bar{\omega}^{3/2} \end{aligned} \quad (1.77)$$

Lorsque l'écrasement dépasse cette première limite, **Robbe-Valloire, Paffoni et Progrì** se basent sur les travaux de **Hill** repris par **Johnson** [33] pour établir une relation entre la pression moyenne de contact, p_m , et le rayon du contact, a . De plus, il y a continuité de l'effort au passage entre les régimes élastique et élastoplastique. Ceci conduit alors à :

$$P = \frac{2\pi}{3} a^2 R_e \left[K_{ep} + \ln \left(\frac{1}{6} \frac{E'}{R_e} \frac{a}{R_c} \right) \right] \quad (1.78)$$

avec $K_{ep} \approx 1,80$. Le régime élastoplastique se poursuit jusqu'à ce que la pression moyenne atteigne la pression d'écoulement parfaitement plastique, qui est supposée égale à trois fois la limite d'élasticité en traction simple ($p_m = 3R_e$) [33]. Ce qui conduit à :

$$\frac{E'}{R_e} \frac{a}{R_c} = 6 \exp \left(\frac{9}{2} - K_{ep} \right) \approx 89,28 \quad (1.79)$$

A la suite de **Chang, Etsion et Bogy** [31] (§ 1.4.2.4), les auteurs supposent que le volume déformé plastiquement est localisé autour de l'aspérité. Ceci conduit à une relation simple entre le rayon de contact et l'enfoncement :

$$a^2 = R_c (2\omega - \omega_e) \quad (1.80)$$

Les équations (1.79) et (1.80) conduisent alors à la relation entre l'effort résultant et l'enfoncement :

$$P = \frac{2\pi}{3} R_c (2\omega - \omega_e) R_e \left[K_{pe} + \ln \left(\frac{1}{6} \frac{E'}{R_e} \frac{\sqrt{2\omega - \omega_e}}{R_c} \right) \right] \quad (1.81)$$

D'après (1.79), la limite de ce régime est atteinte pour l'enfoncement ω_{ep} défini tel que :

$$\left(\frac{E'}{R_e} \right)^2 \frac{\omega_{ep}}{R_c} = 3976 \quad (1.82)$$

En utilisant les variables adimensionnées définies en (1.76), la formulation du problème en élastoplasticité s'écrit :

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_e &\leq \bar{\omega} \leq \bar{\omega}_{ep} \\ \bar{a}^2 &= 2\bar{\omega} - \bar{\omega}_e \\ \bar{P}_2 &= \frac{2\pi}{3} (2\bar{\omega} - \bar{\omega}_e) \left[K_{ep} + \ln \left(\frac{\sqrt{2\bar{\omega} - \bar{\omega}_e}}{6} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.83)$$

Enfin, lorsque la pression moyenne atteint trois fois la limite d'élasticité en traction simple, on obtient $P = 3\pi a^2 R_e$. De plus, on peut étendre la relation (1.80) au régime parfaitement plastique. Ce qui donne finalement

$$P = 3\pi R_c (2\omega - \omega_e) R_e \quad (1.84)$$

Soit encore, en utilisant les variables adimensionnées (1.76) :

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &\geq \bar{\omega}_{ep} \\ \bar{a}^2 &= 2\bar{\omega} - \bar{\omega}_e \\ \bar{P}_3 &= 3\pi (2\bar{\omega} - \bar{\omega}_e) \end{aligned} \quad (1.85)$$

Robbe-Valloire, Paffoni et Progri utilisent alors les résultats précédents pour en déduire le comportement du contact de la surface somme avec le plan lisse indéformable.

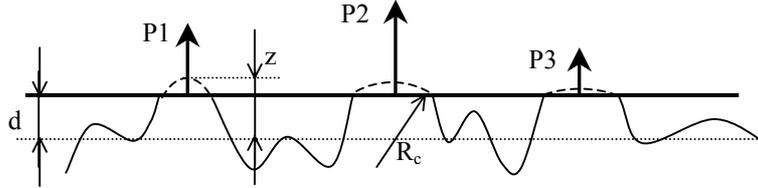


Figure 14 : Principe de l'analyse du contact (d'après [32])

On considère la surface somme dans une configuration où le plan moyen des rugosités se trouve à la distance d du plan lisse (Figure 14). On suppose que les aspérités sont indépendantes, c'est à dire que l'effort exercé sur une aspérité n'a pas d'influence sur les aspérités voisines. Les aspérités qui participent au contact sont celles dont l'altitude, z , par rapport au plan moyen des rugosités est supérieure à la distance d . On définit alors l'enfoncement par $\omega = z - d$. Connaissant la fonction de répartition des altitudes des aspérités et des rayons de courbure des sommets, on déduit le nombre dN_c d'aspérités qui subissent l'enfoncement ω et qui ont un rayon R_c :

$$dN_c = 1,2 \frac{A_N}{AR^2} f(d + \omega) F(R_c) d\omega dR_c \quad (1.86)$$

En utilisant les variables normées (1.76), on obtient directement l'expression de l'effort normé suivant que l'on se trouve dans le domaine élastique (équations (1.77)), élastoplastique (équations (1.83)) ou parfaitement plastique (équations (1.85)). La force normale dW_N transmise par l'intermédiaire des dN_c aspérités qui subissent l'enfoncement ω et qui ont un rayon R_c est alors définie par :

$$dW_N = 1,2 \frac{A_N}{AR^2} \frac{R_e^3 R_c^2}{E^i} P_i f(d + \omega) F(R_c) d\omega dR_c \quad (1.87)$$

où l'indice i vaut 1, 2 ou 3 selon les valeurs de ω . Ceci permet de définir les efforts transmis par déformation élastique, élastoplastique ou parfaitement plastique :

$$\begin{aligned} W_N^{(el)} &= \int_{z=d}^{z_{\max}} \int_{R_{ce}}^{R_{c\max}} dW_N dz dR_c \\ W_N^{(ep)} &= \int_{z=d}^{z_{\max}} \int_{R_{cep}}^{R_{ce}} dW_N dz dR_c \\ W_N^{(p)} &= \int_{z=d}^{z_{\max}} \int_0^{R_{cep}} dW_N dz dR_c \end{aligned} \quad (1.88)$$

Avec R_{ce} et R_{cep} déduits respectivement des équations (1.75) et (1.82). L'effort total transmis est la somme de ces trois efforts. De la même manière, les auteurs déterminent le nombre d'aspérités participant à chaque régime et l'aire de contact associée.

Enfin, à partir des grandeurs précédemment calculées **Robbe-Valloire, Paffoni et Progni** proposent plusieurs paramètres permettant de quantifier le comportement du contact :

- La proportion d'aspérités participant au contact, $\frac{N_c(d)}{N}$,
- La proportion d'aspérités participant à un contact avec plasticité, $\frac{N_{ep}(d) + N_p(d)}{N}$,
- La proportion d'effort transmise par un mécanisme plastique, $\frac{W_N^{(ep)}(d) + W_N^{(p)}(d)}{W_N(d)}$,
- La proportion d'aire de contact impliquée dans un mécanisme plastique, $\frac{A_R^{(ep)} + A_R^{(p)}}{A_R}$.

Ces indicateurs donnent une information simple d'amplitude 0-100% et jouent un rôle similaire à l'indice de plasticité défini par plusieurs auteurs.

Les auteurs tirent ensuite des enseignements de cette modélisation par le biais d'une étude paramétrique :

- A profondeur d'indentation (d) donnée, la pression moyenne est d'autant plus faible que la limite d'élasticité du matériau le plus mou est faible. Ce résultat a été établi pour des pressions apparentes variant de 1 à 100 MPa.
- Les résultats obtenus avec un modèle élastique pur donnent des résultats très proches de ceux obtenus avec le modèle élastique-élastoplastique-parfaitement plastique ; ce qui est conforme à l'essentiel des résultats expérimentaux disponibles dans la littérature, montrant ainsi que l'élasticité est le mode de déformation prépondérant des surfaces. Ce résultat a été obtenu pour des indices de plasticité de **Greenwood et Williamson** variant de 0,6 à 4,2.
- Si la majorité des aspérités se déforme élastiquement, les proportions d'aspérités plastiques et d'aire plastique sont très proches et la proportion d'effort transmis plastiquement est légèrement inférieure à ces deux dernières.
- La proportion d'effort transmise par un mécanisme plastique dépend directement de l'effort, W_N , et de la limite d'élasticité, R_e , il est donc naturel que l'effort ait une influence aussi marquée que la limite d'élasticité sur le comportement du contact. Il apparaît, en effet, que les résultats théoriques correspondant d'une part à un faible effort et un grand indice de plasticité et d'autre part à un grand effort et un faible indice de plasticité se superposent, indiquant que dans ces cas la connaissance du seul indice de plasticité ne permet pas de décrire de manière satisfaisante le comportement du contact.

1.4.3 Contact avec un revêtement

L'importance des revêtements à des fins tribologiques est, depuis longtemps, reconnue. Les revêtements sont impliqués dans de nombreuses activités industrielles, comme les outils de coupe, l'amélioration du frottement, la maîtrise des phénomènes de fatigue, les contacts électriques ou l'étanchéité statique. Selon les applications envisagées, on choisit un revêtement plus mou ou plus dur que le substrat. Dans le cas de l'étanchéité statique sous forte pression mécanique, un joint métallique revêtu d'un métal plus mou est soumis à de fortes charges, de sorte que le revêtement adopte un comportement élastoplastique, assurant la fonction d'étanchéité.

Afin de prédire le comportement de ce type de revêtement, des modèles théoriques ont été développés. En dépit de la grande importance des revêtements, relativement peu de travaux ont porté sur la modélisation analytique de milieux revêtus, en partie à cause de la difficulté que présente la résolution d'équations intégrales. La littérature se partage en trois grandes familles : les approches par des modèles analytiques, les modèles basés sur des méthodes numériques de résolution et l'application de la méthode des éléments finis. Chacune de ces trois familles s'appuie sur des résultats expérimentaux pour juger de la pertinence de ses prédictions.

Parmi ces travaux, la plupart des auteurs ont étudié des revêtements plus durs que leurs substrats, conduisant à ne modéliser que le comportement élastique de ces revêtements. **Burmister** [34] a été un pionnier dans la modélisation de revêtements élastiques. Il considère un massif élastique semi-infini revêtu d'un matériau élastique de largeur infinie sur lequel on applique une distribution de pression uniforme axisymétrique (Figure 15). L'auteur envisage deux cas de figures. Dans le premier, le revêtement est lié à son substrat, entraînant la continuité des déplacements normal et tangentiel ainsi que des contraintes normale (direction d'axisymétrie) et de cisaillement dans le plan. Dans le deuxième cas de figure, le revêtement est simplement posé, induisant la continuité des contraintes et déplacements normaux.

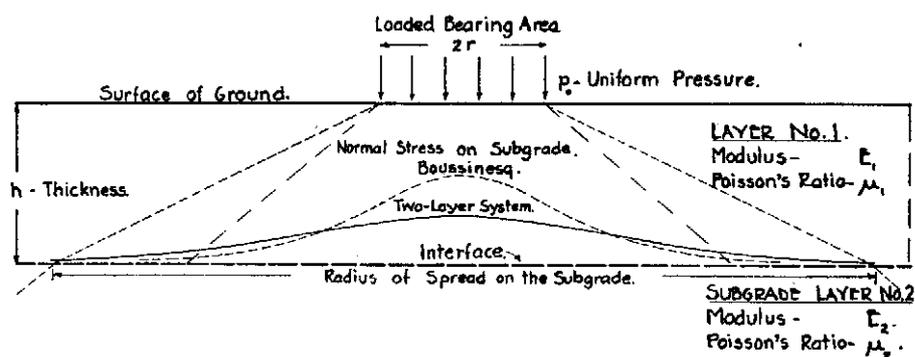


Figure 15 : Modélisation d'un revêtement élastique. Schéma original de Burmister [34].

Burmister propose un modèle basé sur les équations de Boussinesq et utilisant une fonction potentielle de type harmonique pour décrire les contraintes. Il vérifie que si les deux matériaux sont identiques la formulation retrouve la forme de celle proposée par Boussinesq et si le substrat est beaucoup plus rigide que le revêtement il retrouve la formulation de Biot. Cependant, sa modélisation est limitée par la capacité numérique de l'époque (1945).

Ses travaux ont été étendus par **Chen** [35] aux chargements normaux en déformations planes d'une part et en contraintes planes d'autre part, toujours en élasticité linéaire. L'auteur traite le cas d'un massif élastique semi-infini revêtu de deux couches successives, homogènes, élastiques, liées entre-elles. Les contraintes et les déplacements dans chaque matériau sont exprimées comme une combinaison linéaire de fonctions harmoniques basées sur la transformée de Fourier de la distribution de pression en surface. **Chen** exprime alors les conditions de continuité aux interfaces et les conditions aux limites en un système de douze équations dont les douze inconnues sont les coefficients de la combinaison linéaire, lesquels coefficients sont des fonctions des variables d'intégration. La résolution se fait alors numériquement. L'auteur montre qu'il y a des difficultés de convergence des calculs à proximité des zones chargées et utilise la méthodologie proposée par **Luré** [36] pour contourner ce problème. **Chen** établit par ailleurs que si l'épaisseur du revêtement qui subit la distribution de pression est au moins quatre fois plus grande que le rayon de contact, le champ de contraintes est similaire au champ calculé si cette première couche était massive. D'autre part, si le rayon de contact est au moins cinquante fois plus grand que l'épaisseur du revêtement, le rayon de contact correspond à celui d'un milieu semi-infini de mêmes propriétés que la couche épaisse la plus proche.

Dans la mesure où les équations en déformations planes et en contraintes planes possèdent une certaine similarité, possédant même certaines parties communes, l'auteur propose, dans la résolution numérique, de faire appel à des routines contenant quelques équations générales pré-résolues, afin d'améliorer la vitesse de résolution. Il convient cependant de noter que le fait d'utiliser la transformée de Fourier peut introduire une certaine périodicité dans les résultats qui n'est pas physique, dans la mesure où l'on ne fait aucune hypothèse sur la nature du chargement.

Chang [37] a étudié le contact entre surfaces rugueuses avec un revêtement métallique mou (Au, Ag, Cu, Sn, In, Al, etc.) déposé électrolytiquement et jouant le rôle d'un lubrifiant solide. Les revêtements considérés ont une épaisseur pouvant aller jusqu'à 2000 Å. Le modèle proposé par **Chang** reprend la description des surfaces rugueuses faite par **Greenwood et Williamson** (paragraphe 1.3.1) et considère des hypothèses supplémentaires :

- Les épaisseurs des revêtements des deux surfaces sont reportées sur une seule des surfaces,
- L'épaisseur du revêtement est homogène sur toute la surface,
- Le concept de la surface somme est adopté (§ 1.4.1.1).

La description géométrique du contact adoptée par l'auteur est résumée dans la Figure 16. On définit deux plans de référence : le plan représentant la moyenne des hauteurs des sommets et le plan représentant la moyenne des hauteurs de toute la surface. Ces deux plans sont parallèles et séparés par la distance y_s . Le plan lisse revêtu est à la distance d_s du premier plan et à la distance $d = d_s + y_s$ du deuxième plan. On note z_s la hauteur d'une aspérité quelconque par rapport au plan moyen des sommets d'aspérités. L'interférence de cette aspérité est alors définie par :

$$\omega = z_s - d_s \quad (1.89)$$

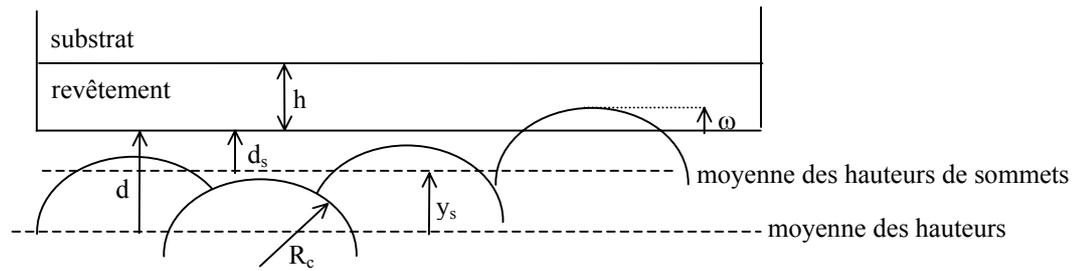


Figure 16 : Description du contact avec revêtement proposée par Chang [37].

Comme les aspérités sont supposées indépendantes, les déformations d'une aspérité donnée ne dépendent que de ω . L'aire réelle de contact et l'effort total résultant sont alors issus d'une intégration des aires et efforts résultants individuels (respectivement A et P) avec prise en compte de l'aspect statistique par la densité de probabilité des hauteurs, $\hat{\phi}(z_s)$, et la densité surfacique d'aspérités, η :

$$A_R(d_s) = \eta A_N \int_{d_s}^{\infty} A(z_s - d_s) \hat{\phi}(z_s) dz_s \quad (1.90)$$

$$W_N(d_s) = \eta A_N \int_{d_s}^{\infty} P(z_s - d_s) \hat{\phi}(z_s) dz_s \quad (1.91)$$

La formulation des aires et efforts individuels en fonction de l'interférence est celle du modèle C.E.B. (§ 1.4.2.4).

Le modèle de **Chang** prend également en compte les déformations subies par le substrat en considérant que son interférence est l'interférence "réelle" diminuée de l'épaisseur du revêtement (supposée homogène) :

$$\omega_s = \omega - h \quad (1.92)$$

Enfin, il considère l'indice de plasticité de Greenwood et Williamson :

$$\psi_{GW} = \frac{2E_I}{KY} \left(\frac{\hat{\sigma}}{R_c} \right)^{1/2} = \left(\frac{\omega_c}{\hat{\sigma}} \right)^{-1/2}$$

Avec ω_c l'interférence critique marquant le début de la plastification. On peut alors définir les contributions respectives du substrat et du revêtement. L'auteur met en évidence plusieurs résultats issus de sa modélisation :

- L'aire de contact augmente significativement avec l'épaisseur du revêtement (revêtement plus mou que le substrat),
- Plus le revêtement est épais et moins l'aire de contact est sensible à une variation de cette épaisseur ; de plus, quand l'épaisseur augmente, l'aire de contact converge vers celle calculée dans le cas d'un massif semi-infini constitué uniquement du matériau du revêtement.
- À épaisseur de revêtement et séparation entre les surfaces données, l'aire de contact augmente avec l'indice de plasticité de **Greenwood et Williamson**,
- Plus l'indice de plasticité est grand, moins l'aire de contact est sensible aux variations d'épaisseur du revêtement,
- L'adjonction d'un film très mince de faible dureté semble augmenter la rigidité du contact,

- A effort normal donné, la pression moyenne diminue lorsque l'épaisseur du revêtement augmente,
- Pour une profondeur de pénétration donnée, l'effort normal résultant diminue lorsque l'épaisseur du revêtement augmente..

On en déduit donc qu'un modèle parfaitement plastique peut suffire pour décrire les contacts avec un fort indice de plasticité et des revêtements mous d'une part et les contacts à faible indice de plasticité et revêtement épais (durs ou mous indifféremment) d'autre part.

L'une des difficultés de ce modèle est la détermination de la dureté du revêtement, du fait de sa très faible épaisseur ($<2000 \text{ \AA}$).

D'autres auteurs ont appliqué des méthodes numériques pour résoudre les équations obtenues lors de la formulation du problème du contact. Cette démarche leur permet de résoudre de manière approchée, des problèmes pour lesquels les simplifications généralement adoptées pour les modèles analytiques ne sont plus réalistes.

Chen et Engel [38] ont étudié le cas d'un poinçon parabolique axisymétrique au contact d'un milieu revêtu d'une ou plusieurs couches plus dures ou plus molles que le substrat. Le revêtement est lié au substrat. Les auteurs présentent une méthode numérique de résolution de la formulation analytique développée par **Chen** [35] et basée sur l'approximation des moindres carrés. La répartition de pression, inconnue, est décomposée en la somme discrète de fonctions de base pondérées. Ces fonctions de base sont prises dans le sous-espace vectoriel des polynômes. La modélisation se limite au domaine élastique. Le modèle analytique couplé à la méthode numérique de résolution est ensuite étendu au cas du choc élastique. De plus, les prédictions de ce modèle sont confrontées à une étude expérimentale de choc sur un substrat en granit recouvert d'une couche de nylon. Les auteurs montrent ainsi que si le revêtement est mince et rigide, il se comporte de manière similaire à une plaque.

Gupta et Walowit [39] ont proposé une approche plus générale dans laquelle le profil des pressions – quelconque - est approché par une grille d'efforts ponctuels dont la transformée de Fourier vaut l'unité. Les auteurs étudient le contact entre un cylindre infiniment long et un massif revêtu semi-infini (Figure 17). Ils se sont intéressés à divers cas de figures simulant soit un cylindre rigide et un substrat élastique, soit un cylindre et un substrat élastiques tout en considérant un revêtement plus mou ou plus dur que le substrat. **Gupta et Walowit** adoptent l'hypothèse des déformations planes et supposent une adhésion parfaite entre le substrat et le revêtement. Enfin, le contact entre le cylindre et le plan est supposé sans frottement.

Dans un premier temps, les auteurs déterminent la déformation produite par un chargement linéique unitaire. Pour cela, ils formulent le problème en se basant sur la fonction potentielle d'Airy (fonction biharmonique) et la résolution fait appel à la transformée de Fourier.

En s'appuyant sur ces résultats, le profil réel ou supposé des pressions est discrétisé par trapèzes, de sorte que la pression soit constante sur chaque élément. La solution générale s'écrit alors comme la somme de chaque contribution à laquelle s'ajoute une solution asymptotique complémentaire.

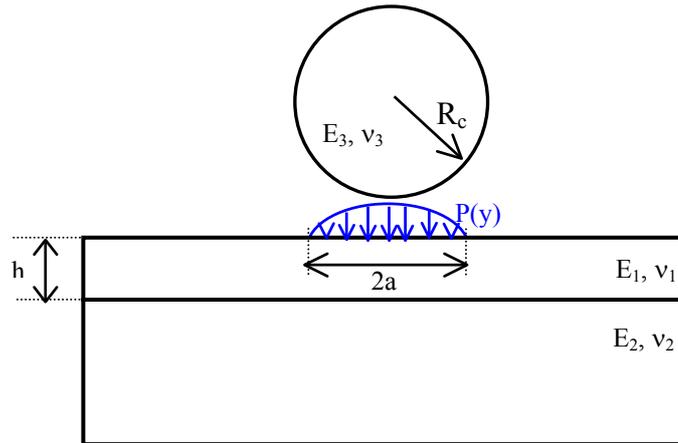


Figure 17 : Contact entre un cylindre infiniment long et un massif semi-infini revêtu.

King et O'Sullivan [40] ont étudié le problème du contact avec glissement en déformations planes. Ils modélisent le contact entre un cylindre rigide et un massif semi-infini, élastique, revêtu d'un matériau élastique solidaire et proposent une résolution numérique basée sur les fonctions potentielles élastiques issues des travaux de **Gupta et Walowit** [39]. Dans leur approche, les auteurs découplent les deux problèmes en traitant d'abord le chargement normal seul puis en lui ajoutant le glissement par l'intermédiaire du coefficient de frottement. Le champ de pression, inconnu, est décomposé en série de fonctions de base dont les coefficients sont déduits d'un problème d'optimisation. Leur formulation leur permet d'analyser les contraintes dans l'épaisseur du revêtement et du substrat. Leur modèle met en évidence, du point de vue des contraintes, que :

- Pour les très petits enfoncements ($\ll h$), le substrat n'a pas d'influence et tout se passe comme si on appliquait la solution de Hertz au matériau du revêtement en le considérant massif ;
- Pour les très grands enfoncements ($\sim h$), le revêtement n'a plus d'influence et c'est le matériau massif qui prédomine.

King et O'Sullivan effectuent enfin, une analyse paramétrique des rigidités relatives du substrat et du revêtement ainsi que du coefficient de frottement. Ils montrent que la largeur du contact est d'autant plus petite et la pression maximale d'autant plus grande que la raideur relative du substrat est élevée. D'autre part, le cisaillement à l'interface dû au glissement est d'autant plus sévère que le revêtement est raide. L'étude paramétrique du coefficient de frottement indique que pour diminuer la sévérité de l'état de contraintes il convient d'adopter un revêtement moins rigide que le substrat lorsque le coefficient de frottement est important et d'adopter un revêtement plus rigide que le substrat lorsque le coefficient de frottement est faible.

O'Sullivan et King [41] ont utilisé les mêmes méthodes pour étudier l'indentation sphérique de milieux élastiques revêtus avec adhérence parfaite. Leurs calculs s'appuient sur l'utilisation des potentiels élastiques de Papkovitch-Neuber dont dérivent les contraintes et les déplacements. La résolution des équations passe par la transformée de Fourier des potentiels, des contraintes et des déplacements. Leurs résultats concordent avec ceux donnés par la théorie de Hertz dans le cas où le substrat et le revêtement sont identiques.

Plus récemment, **Kuo et Keer** [42] ont étudié les répartitions de contraintes dans un espace semi-infini revêtu d'un milieu multicouches et soumis à une indentation sphérique avec glissement en élasticité pure. Les différentes couches, constituées de matériaux homogènes isotropes, sont parfaitement adhérentes entre-elles. De plus le rayon de contact est petit devant le rayon de la sphère. Les auteurs font également l'hypothèse que pour un coefficient de frottement inférieur à l'unité, l'aire de contact reste un disque.

De même que pour **Gupta et Walowit** [39] et **King et O'Sullivan** [40], le problème est découpé en composante de chargement normal et composante de glissement, déduite de la composante normale par l'intermédiaire du coefficient de frottement. Les déplacements sont supposés dériver de trois fonctions potentielles : deux associées au mouvement d'écrasement (chargement axisymétrique) et une associée au mouvement de glissement. La formulation utilise la transformée de Hankel, qui fait intervenir des fonctions de Bessel. Par une linéarisation des équations **Kuo et Keer** définissent une matrice de propagation permettant d'exprimer les variations des déplacements dans une couche en fonction des déplacements des couches supérieures. Ainsi, les déplacements dans une couche donnée s'expriment comme les déplacements en surface (dans le domaine de la transformée de Hankel) multipliés par les matrices de propagation de chaque couche traversée.

Cette formulation étant établie, le problème est alors discrétisé pour permettre sa résolution numérique. La transformée de Hankel inverse fait intervenir des fonctions de Bessel, ce qui peut induire des comportements oscillatoires non physiques pour certaines solutions.

Nogi et Kato [43] ont appliqué la technique de la transformée de Fourier rapide (FFT) couplée à la méthode du gradient conjugué afin d'obtenir une méthode numérique rapide de résolution des problèmes de contact rugueux revêtus ou non. Les auteurs étudient la répartition des contraintes à la surface et dans l'épaisseur du revêtement et du substrat en élasticité. Ils se focalisent sur un revêtement plus dur que son substrat (TiN sur acier).

Polonski et Keer [44] ont proposé une adaptation de cette méthode aux problèmes de contact non-périodiques avec revêtement permettant de compenser l'erreur de périodicité induite par l'utilisation de la FFT pour traiter des problèmes non-périodiques. La procédure de correction suppose un revêtement mince. Les auteurs étudient les cas où la structure reste dans son domaine d'élasticité et montrent que l'épaisseur du revêtement est plus influente que le module d'Young sur la répartition des contraintes en profondeur.

Polonski et Keer [45] ont également proposé une méthode plus rapide et plus précise pour traiter le contact concentré et le contact entre surfaces rugueuses. Ils partent du fait que, pour prendre en compte les effets d'éléments géométriques de petites dimensions, il faut discrétiser au moins aussi finement que la taille caractéristique de ces éléments et que, pour prendre en compte les effets d'éléments géométriques de très grandes dimensions, il faut que la zone discrétisée soit aussi étendue que la taille caractéristique de ces éléments. Ceci conduit doublement à des modèles à très grand nombre de nœuds (typiquement 10^5 nœuds). Pour contourner cette difficulté, deux méthodes sont envisagées. La première est la méthode FFT et la seconde fait appel à la technique Multi-Echelle Multi-Sommation (MLMS, pour Multi-Level Multi-Summation). Les auteurs comparent alors ces deux méthodes pour déterminer la plus rapide et la plus précise pour traiter le cas du contact circulaire hertzien.

Ces deux méthodes exploitent le fait qu'il existe une expression analytique des coefficients d'influence pour ce type de problèmes. Le domaine d'étude, rectangulaire, est discrétisé en $M_x \times M_y$ éléments, chacun de taille $a_x \times a_y$, sur lesquels la pression p_{ij} est

supposée constante. Les déplacements, u_{ij} , sont alors déduits de la pression et des coefficients d'influence, K_{ij} , de la manière suivante :

$$u_{ij} = \sum_{k=0}^{M_x-1} \sum_{l=0}^{M_y-1} K_{i-k, j-l} P_{ij} \quad (1.93)$$

La méthode FFT consiste à transformer ce produit de convolution discret en un produit de matrices. On obtient ainsi dans le domaine de Fourier :

$$\hat{u}_{mn} = \hat{K}_{mn} \hat{p}_{mn} \quad (1.94)$$

Les déplacements dans le domaine spatial sont alors déduits en prenant la transformée de Fourier inverse des déplacements fréquentiels. Cette méthode suppose que l'on travaille sur une portion de surface périodique, en particulier la pression est périodique et ses périodes sont $M_x a_x$ et $M_y a_y$. Or dans le cas d'un contact concentré la pression est nulle hors du contact. La méthode FFT induit donc une erreur de périodicité, qui peut être réduite en augmentant la taille de la zone discrétisée, ce qui augmente le nombre de nœuds et pénalise fortement le temps de calcul.

La méthode MLMS se base sur la détermination des coefficients d'influence sur une grille donnée, relativement plus grossière que celle sur laquelle on souhaite calculer. On applique alors un opérateur de réduction (paramétré) au champs de pression discret pour le faire correspondre à la grille de référence sur laquelle on calcule les déplacements à partir de l'Équation (1.93). On applique alors un opérateur d'interpolation (paramétré également) à cette solution pour déterminer la solution sur la grille de calcul initiale. La comparaison entre ces deux méthodes montre que dans le cas de contacts concentrés, à discrétisation identique, la méthode MLMS est plus rapide et plus précise que la méthode FFT. De plus la précision augmente avec la discrétisation pour la méthode MLMS alors qu'elle est quasi-constante pour la méthode FFT ; ceci vient de l'erreur de périodicité qui n'est pas liée à la finesse de la discrétisation. Les auteurs montrent qu'on peut obtenir la même précision avec les deux méthodes à condition d'effectuer le calcul avec la méthode FFT sur une grille au moins huit fois plus étendue que la grille de départ, ce qui signifie 64 fois plus de nœuds et 30 fois plus de temps CPU.

Pour le cas des surfaces rugueuses, l'erreur de périodicité (2-3%) est tout à fait acceptable dans la mesure où l'erreur de discrétisation lui est généralement supérieure. Cependant, il est possible de modifier la méthode MLMS pour la rendre encore plus rapide, quoique moins précise, en fixant les paramètres des opérateurs de réduction et d'interpolation. Cette variante donne une erreur qui reste inférieure à l'erreur de périodicité de la méthode FFT.

Enfin, pour le cas des solides revêtus, la méthode MLMS est plus difficile à mettre en œuvre (et moins rentable numériquement) car il n'existe pas de formulation analytique pour les coefficients d'influence.

D'autres auteurs ont bénéficié des progrès rapides des capacités de calcul informatique et ont choisi d'appliquer la méthode des éléments finis pour résoudre les problèmes de contact. Cette méthode, très coûteuse numériquement, permet de représenter en trois dimensions les surfaces rugueuses et de visualiser les déformations subies lors du chargement. En contrepartie, la méthode des éléments finis ne permet d'obtenir des résultats que sur la géométrie particulière que l'on modélise. Il convient cependant de noter que les capacités de calculs sont (encore) tout juste suffisantes pour traiter le contact pour de faibles portions d'aires (256 X 256 nœuds en surface). On résume dans les paragraphes suivants les principaux travaux dans ce domaine.

Tangena et Hurkx [46], dans un travail pionnier, ont étudié un substrat en nickel revêtu d'or (1,2 et 5 μm , parfaitement adhérent) s'écroutissant sous l'effet de l'indentation d'un cylindre rigide avec et sans glissement. Ils ont montré que la méthode des éléments finis est adaptée pour traiter les problèmes de contact sur milieux revêtus.

Les auteurs déduisent le comportement élastique-plastique de l'or à partir d'essais d'indentation sphérique qui permettent de caler le modèle numérique. Ils montrent alors qu'à travers l'interface Ni/Au les contraintes normales sont continues alors que les contraintes radiales sont discontinues, du fait de la continuité des déformations à l'interface. **Tangena et Hurkx** analysent également la répartition des contraintes de Von Mises et déduisent qu'il est possible de "contrôler" le comportement du contact en choisissant judicieusement l'épaisseur du film mince : s'il est très mince, le contact se comporte (dans le volume) de manière purement élastique ; si le film est un peu plus épais, l'or donne lieu à un écoulement plastique. Dans les deux cas, la présence du film mince permet de réduire de façon appréciable l'intensité des contraintes de Von Mises.

Komvopoulos a utilisé le code éléments finis commercial ABAQUS pour l'étude des contacts élastiques entre un cylindre et un plan semi-infini revêtu [47]. Dans son étude, l'auteur a choisi un revêtement quatre fois plus raide que son substrat. Il montre que l'augmentation de l'épaisseur du revêtement diminue et homogénéise les déformations en profondeur. **Komvopoulos** étudie également l'influence du coefficient de frottement au niveau du contact : celui-ci joue très peu sur les résultats numériques. Il observe également une discontinuité des contraintes à l'interface revêtement/substrat. L'auteur s'est ensuite intéressé aux contacts élastoplastiques revêtus [48]. Il adopte le même revêtement que précédemment (une céramique) et un substrat métallique (toujours quatre fois moins raide que le revêtement) à comportement élastique – parfaitement plastique. Le critère de plasticité est celui de Von Mises. La modélisation, toujours basée sur le code éléments finis ABAQUS, repose sur une formulation lagrangienne et l'évaluation des résultats se fait par comparaison avec un modèle dont on possède une solution analytique. Il retrouve que le coefficient de frottement a un effet négligeable sur la répartition de pression de contact, que l'augmentation de l'épaisseur du revêtement augmente la pression de contact et diminue la largeur de contact. L'auteur montre que le champ de pression de contact est fortement influencé par la profondeur d'indentation et l'épaisseur du revêtement ; par conséquent, pour ce genre de problème on évitera de construire un modèle à champ de pression imposée car cela peut nuire à la pertinence des résultats. Comme le substrat est plus mou que le revêtement, il plastifie en premier, et l'écoulement plastique se produit radialement. Par contre, dans le revêtement, l'écoulement a lieu parallèlement à l'interface, dans une petite région d'épaisseur constante. L'épaisseur du revêtement est donc capitale dans la détermination du lieu et de la taille de la zone plastique. A profondeur de pénétration donnée, les zones plastiques sont plus grandes pour des revêtements plus minces.

Dans les problèmes de contact avec revêtement, les conditions d'interface ont une importance cruciale. Certains auteurs ont donc proposé des modélisations considérant soit que le revêtement est solidaire de son substrat, soit qu'il est posé. Dans ce dernier cas, on distingue encore deux possibilités : soit le contact revêtement substrat se fait sans frottement, soit avec frottement.

Pao et al. [49] ont étudié l'influence des conditions d'interface entre un revêtement et son substrat sur la pression et la largeur de contact en élasticité. Ils étudient deux cas ; dans le premier on considère un contact sans frottement entre le revêtement et son substrat, dans

le deuxième cas le revêtement adhère parfaitement à son substrat. Le cas réel se situant entre ces deux bornes. Les auteurs montrent ainsi que l'écart de pression au centre du contact entre les deux conditions d'interface est d'autant plus grand que le rapport entre la largeur de contact et l'épaisseur de revêtement est grande. Cet écart est également sensible au coefficient de Poisson du revêtement et peut valoir jusqu'à 70% dans les cas les plus extrêmes.

Ratwani et Erdogan [50] se sont intéressés au contact entre un poinçon lisse indéformable et un revêtement élastique posé simplement sur son substrat, sans frottement à l'interface. Sous l'effet du poinçonnement, le revêtement entre en contact avec son substrat sur une largeur $2b_s$ et du fait des déformations imposées le revêtement se lève à l'extérieur de ce contact (Figure 18). Le problème est traité sous la forme d'intégrales de Fourier. Le contact sans frottement entre le revêtement et le substrat, de largeur $2b_s$, est simulé par :

- Un cisaillement nul de part et d'autre de l'interface,
- La continuité de la contrainte axiale (direction y de la Figure 18, $|x| \leq b_s$),
- La continuité des déplacements verticaux à l'interface ($|x| \leq b_s$),

A l'extérieur de cette région de contact, on impose la nullité de la contrainte axiale dans le substrat ($|x| > b_s$).

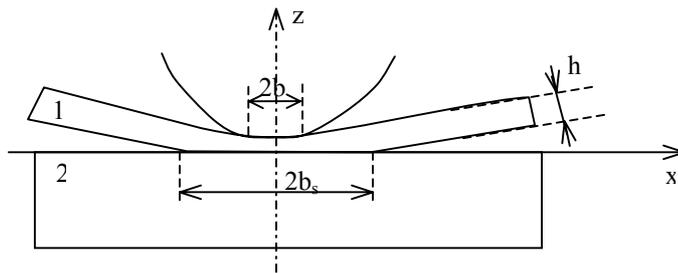


Figure 18 : Schéma de principe du modèle de Ratwani et Erdogan.

Dans le cas où le poinçon est un cylindre de rayon $R = h$, les auteurs représentent graphiquement (Figure 19) la relation qui existe entre la largeur de contact poinçon / revêtement, $2b$, et la largeur de contact revêtement / substrat, $2b_s$. Cette relation est paramétrée par une constante bi-élastique, β , définie par :

$$\beta = \frac{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} - \frac{1-\nu_2^2}{E_2}}{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}} \quad (1.95)$$

Chaque courbe de la Figure 19 représente l'évolution de la largeur du contact revêtement / substrat en fonction de β pour une valeur de la largeur de contact poinçon / revêtement donnée, c'est à dire pour une valeur de l'effort donnée.

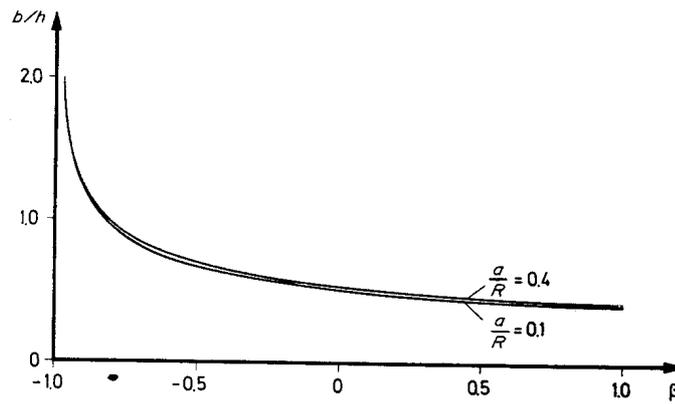


Figure 19 : Variation de la largeur du contact revêtement / substrat pour un poinçon élastique ($R = h$). D'après [50].

Ces résultats théoriques indiquent :

- Que la taille du contact revêtement / substrat est relativement peu sensible à l'effort appliqué par rapport aux propriétés élastiques des matériaux,
- Plus le substrat est rigide ($\beta \rightarrow 1$) et moins la largeur de contact revêtement / substrat est sensible aux propriétés matériaux,
- Plus le revêtement est rigide ($\beta \rightarrow -1$) et plus largeur de contact revêtement / substrat est sensible aux propriétés matériaux.

Civelek et al. [51] ont étudié un contact similaire mais sous l'effet d'un poinçon plat (rectangulaire) et avec la possibilité de décollement à l'interface sous l'effet du poinçonnement. De plus, ils prennent en compte le poids propre du revêtement, qui a tendance à le ramener au contact du substrat à grande distance du poinçon. Le revêtement est élastoplastique et le substrat rigide. Les déplacements sont considérés comme ceux générés par le poids propre auxquels on ajoute une perturbation due au chargement.

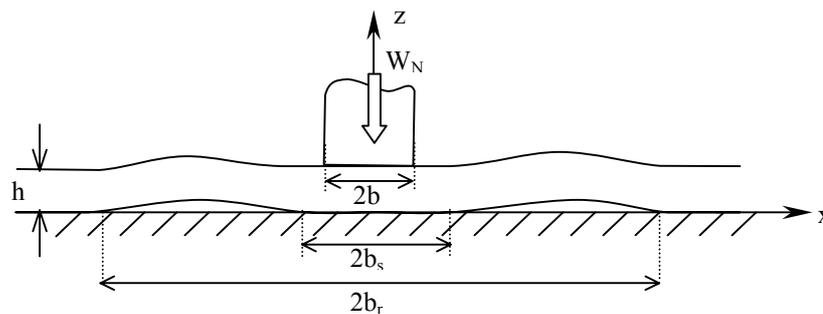


Figure 20 : Schéma de principe du modèle de Civelek et al.[51].

Les auteurs supposent qu'il existe un effort critique en dessous duquel le contact revêtement / substrat est maintenu en tout point de l'interface et au-delà duquel il y a décollement. Cet effort critique dépend de la taille du poinçon ($2b$), de l'épaisseur du revêtement (h) et de la densité volumique d'effort (ρg). Leur formulation utilise les intégrales de Fourier, qui sont adimensionnées puis décomposées en polynômes de Chebyshev, lesquels sont intégrés aux points de Gauss. La modélisation de **Civelek et al** fait apparaître un paramètre, Λ , qui mesure l'importance de l'effort de poinçonnement par rapport au poids propre du revêtement :

$$\Lambda = \frac{W_N}{\rho g h^2} \quad (1.96)$$

Le calcul porte sur la répartition de pression σ_{zz} à l'interface :

- Si $\sigma_{zz} > 0$ alors il y a contact,
- Si $\sigma_{zz} \leq 0$ alors il y a décollement. Dans ce cas on applique les conditions aux limites et à l'interface adéquates et on détermine le champ de déplacement associé.

Si la valeur du paramètre Λ est connue mais que b_s et b_r sont inconnus, les équations sont non-linéaires ; par contre, si b_s est connu, le problème devient linéaire et par interpolation itérative on trouve b_r et Λ . Il apparaît finalement que pour une taille de poinçon fixée ($\frac{b}{h}$), lorsque l'effort de poinçonnement devient prépondérant (Λ augmente) le bord intérieur de la zone décollée tend asymptotiquement vers une valeur proche de $0,8h$ tandis que le bord extérieur continue de croître.

Kennedy et Ling [52] proposent une modélisation par la méthode des éléments finis de l'indentation par un poinçon axisymétrique de profil quelconque d'un massif semi-infini surmonté d'un revêtement mince. Le revêtement et le substrat ont un comportement de type élastoplastique avec écrouissage et le poinçon est rigide. Les auteurs considèrent deux cas de figures. Dans le premier, le revêtement est parfaitement adhérent à son substrat ; dans le deuxième le revêtement est simplement posé sur son substrat et l'interface est supposée sans frottement. La modélisation permet de traiter le chargement et le déchargement.

La méthode d'analyse est basée sur les relations contraintes – déformations de l'élasticité linéaire, le critère de Von Mises et une loi d'écoulement plastique à écrouissage linéaire :

$$d\sigma_{ij} = 2G \left[d\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} d\varepsilon_{ii} - \frac{1}{2J_2 \left(1 + \frac{E_I E_{II}}{3G(E_I - E_{II})} \right)} s_{ij} s_{kl} d\varepsilon_{kl} \right] \quad (1.97)$$

La résolution des équations en plasticité se fait selon la méthode de transfert des contraintes proposée par **Zienkiewicz et al** [53].

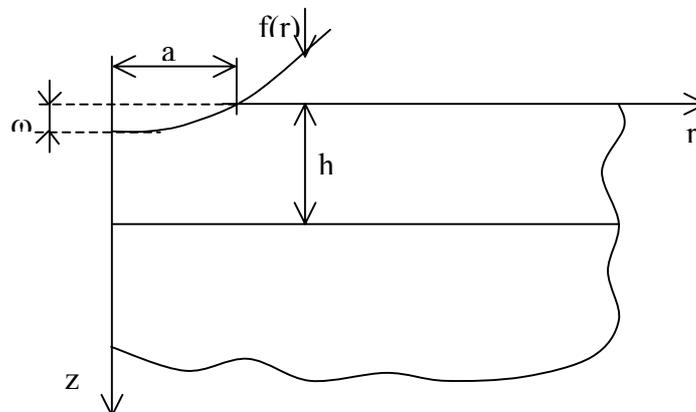


Figure 21 : Modélisation axisymétrique de l'indentation d'un milieu revêtu.

En notant u et w les déplacements respectifs selon les directions r et z de la Figure 21, les conditions aux limites du modèle s'écrivent :

- u et w s'annulent lorsque r ou z tendent vers $+\infty$,
- $u(r=0) = 0$ condition d'axisymétrie,
- $\sigma_{rz} = \sigma_{zz} = 0$ en surface hors du contact ($z = 0$ et $r > a$),
- $\sigma_{rz} = 0$ en surface dans le contact ($z = 0$ et $r < a$) contact sans frottement,
- $w = \omega - f(r)$.

A l'interface, **Kennedy et Ling** considèrent deux cas. S'il y a adhésion parfaite, il y a continuité des déplacements u et w à l'interface. Sinon, on considère un déplacement normal, w , nul et un cisaillement, σ_{rz} nul (pas de frottement).

Le calcul est piloté par la profondeur de pénétration. Le rayon de contact et l'effort résultant sont donc des résultats du calcul.

Les auteurs appliquent leur méthodologie au cas d'un poinçon sphérique rigide. Ils évaluent la répartition de pression pour différentes valeurs du ratio ω/h pour un substrat trois fois plus rigide que le revêtement et un module tangent du revêtement qui vaut $E_{II} = 0,244E_{I}$. Les résultats suivants sont à souligner :

- Lorsque le substrat est plus rigide que le revêtement, on augmente la pression de contact soit en augmentant la profondeur de pénétration, d , soit en diminuant l'épaisseur du revêtement, h , conformément aux résultats de **Chen et Engel** [38],
- L'effort résultant est d'autant plus grand que le substrat est plus rigide, tout étant égal par ailleurs,
- La prise en compte de la plasticité aboutit à aplatir la répartition de pression et à diminuer considérablement son intensité,
- En conséquence, le rayon de contact augmente lorsque la plasticité est prise en compte par rapport à un calcul en déformations élastiques pures.

Kennedy et Ling s'intéressent également à l'influence des conditions d'interface. Ils montrent que :

- Le volume de matière concerné par l'écoulement plastique est plus grand dans le cas du revêtement posé sans frottement que du revêtement adhérent au substrat,
- En conséquence, à profondeur de pénétration donnée, un revêtement posé sans frottement sur le substrat génère un effort résultant et une pression de contact moindres par rapport à un revêtement adhérent au substrat.

1.4.4 Synthèse de la modélisation du contact

De nombreuses modélisations ont été développées pour décrire le contact entre deux surfaces, ce qui atteste de la multitude d'aspects et de la difficulté de représentation des phénomènes que l'on peut rencontrer (type d'usinage, frottement, glissement...). Le Tableau 4 résume les éléments principaux des modèles de contact sans revêtement présentés dans ce chapitre.

| | Modèle de surface | Comportement | Sommets | Domaine d'application | Modalités |
|---|-------------------------|--|------------------|-----------------------|--|
| Greenwood et Williamson [13] | Greenwood et Williamson | Élastique | Sphères | Faibles efforts | |
| Onions et Archard [22] | Whitehouse et Archard | Élastique | Sphères | Faibles efforts | 3 points analysis, distance de corrélation |
| Bush, Gibson et Thomas [23] | Nayak | Élastique | Paraboles | Faibles efforts | |
| Hisakado et Tsukizoe [26] | Hisakado | Élastique – parfaitement plastique | Sphères ou cônes | Faibles efforts | Statistique des pentes et des courbures |
| Pullen et Williamson [28] | Greenwood et Williamson | Élastique – parfaitement plastique | quelconques | Très fortes charges | Relocation profilometry, remontée plastique uniforme |
| Francis [30] | Nayak | Élastoplastique | Paraboles | Très fortes charges | Loi établie empiriquement |
| Chang, Etsion et Bogy [31] | Greenwood et Williamson | Élastoplastique | Sphères | Étendu | Déformation plastique localisée |
| Robbe-Valloire, Paffoni et Proгри [32] | Robbe-Valloire | Élastique – élastoplastique – parfaitement plastique | Sphères | Étendu | Norme « motifs » |

Tableau 4 : Synthèse des modélisations du contact sans revêtement.

Tous ces modèles supposent qu'il y a indépendance mécanique entre les aspérités, c'est à dire que les efforts appliqués sur une aspérité donnée n'ont pas d'influence sur les aspérités voisines. Une telle hypothèse rend la résolution analytique des problèmes possible et semble raisonnable pour de faibles efforts (**Greenwood et Williamson, Onions et Archard, Bush, Gibson et Thomas**) mais peut être remise en cause pour des efforts très importants. Par exemple, **Francis** propose un critère pour son modèle tel que lorsqu'il est atteint, chaque aspérité a fusionné en moyenne avec une autre aspérité, ce qui implique, évidemment, une interaction entre elles. En contrepartie, il ne modélise pas le comportement local - avec interaction - et se contente d'une loi de comportement empirique.

L'ensemble des auteurs indique qu'il y a proportionnalité entre l'aire réelle de contact et l'effort appliqué pour de faibles valeurs de cet effort. En revanche, lorsque la plasticité devient prépondérante l'aire de contact croît moins vite que dans le domaine élastique et cette proportionnalité n'est pas conservée.

La prise en compte de la plasticité introduit deux difficultés supplémentaires. La première difficulté consiste à définir un critère macroscopique marquant la frontière entre les domaines où respectivement l'élasticité et la plasticité est prépondérante. En effet, si la

détermination d'un critère local de plasticité ne pose pas de problème particulier, sa généralisation à la population des aspérités entrant ou susceptibles d'entrer en contact se révèle plus délicate (indice de plasticité, pression moyenne d'écoulement, enfoncement critique). De plus, il est souvent difficile, expérimentalement, de se situer vis-à-vis du critère adopté. L'autre difficulté induite est la prise en compte de l'incompressibilité de l'écoulement plastique, obligeant à formuler des hypothèses sur la redistribution de matière (localisée autour de l'aspérité ou uniformément répartie).

L'adjonction d'un revêtement apporte un niveau de complexité supplémentaire aux modélisations précédentes. Certains des modèles précédents peuvent être adaptés (GW, CEB, Robbe-Valloire). Dans d'autres cas les auteurs ont préféré développer des outils plus spécifiques à la résolution des problèmes de contact avec revêtement. Ces outils peuvent, soit être entièrement analytiques, soit faire appel à des méthodes numériques pour résoudre les équations, soit encore utiliser la méthode des éléments finis. Les méthodes numériques et par éléments finis se sont développées rapidement au cours des trente dernières années, bénéficiant des progrès considérables de l'informatique. Ces progrès permettent d'accéder aux champs des contraintes et des déplacements en tout point des structures. Néanmoins, la prise en compte simultanée de surfaces rugueuses revêtues d'un matériau au comportement élastoplastique est encore à la limite du raisonnable (une telle surface rugueuse de 32 X 32 points avec revêtement nécessite, pour le chargement, 450 000 secondes CPU soit 5,2 jours sur un super-calculateur comme celui que possède E.D.F. [57])

Dans les problèmes de contact avec revêtement, les conditions d'interface entre le revêtement et le substrat sont capitales. **Ratwani et Erdogan** [50] proposent par exemple le cas d'un revêtement posé librement sur le substrat. Un contact linéique dans son domaine d'élasticité suffit à induire un décollement du revêtement similaire à celui constaté en mise en forme par poinçonnement.

Le Tableau 5 résume les différentes modélisations du contact avec un revêtement décrites dans ce chapitre.

| | Comportement du revêtement | interface | Type de contact | Type de résolution | Modalités de résolution |
|--------------------------------------|-----------------------------------|---------------------|---|---------------------------|--|
| Burmister [34] | Elastique | Libre ou collée | Aspérité unique, axisymétrique | Analytique | Equations de Boussinesq, les contraintes sont issues d'une fonction potentielle harmonique |
| Chen [35] | Elastique | Collée | Aspérité unique, déformations planes ou contraintes planes | Analytique | Les déplacements sont des fonctions harmoniques décomposables en séries de Fourier |
| Chang [37] | Elastique – plastique | Collée | Surface entière | Analytique | Description de la surface : GW, comportement : CEB |
| Chen et Engel [38] | Elastique | Collée, multicouche | Aspérité unique, axisymétrique | Numérique | Le champs de pression est décomposé en polynômes. |
| Gupta et Walowit [39] | Elastique | Collée | Aspérité unique, contact linéique | Numérique | La solution est déduite à partir d'une grille d'efforts ponctuels assortis de coefficients d'influence |
| King et O'Sullivan [40], [41] | Elastique | Collée | Aspérité unique, déformations planes ou axisymétrique avec glissement | Numérique | Le problème est découpé : d'abord le contact normal (Gupta et Walowit) puis le glissement par l'intermédiaire du coefficient de frottement |
| Kuo et Keer [42] | Elastique | Collée, multicouche | Aspérité unique, axisymétrique avec glissement | Numérique | Problème découpé. Matrice de propagation des déplacements d'une couche à l'autre, fonctions potentielles, transformée de Hankel et fonctions de Bessel |
| Polonski et Keer [45] | Elastique | Collée | Surface entière | Numérique | Transformée de Fourier Rapide avec compensation de l'erreur de périodicité pour traiter les problèmes non-périodiques. Méthode Multi-Level Multi-Summation |
| Tangena et Hurkx [46] | Plastique | Collée | Aspérité unique, linéique | Eléments finis | Loi empirique |
| Komvopoulos [47], [48] | Plastique | Collée | Aspérité unique, linéique avec frottement | Eléments finis | |

Tableau 5 : Synthèse de la modélisation du contact avec un revêtement.

1.5. Mesure de l'aire de contact

Le problème de la détermination de l'aire réelle de contact sous un chargement donné se révèle complexe. Il apparaît, dès lors, naturel d'utiliser des méthodes analytiques ou numériques – voire mixtes – pour évaluer cette aire. Cependant, a moins d'avoir élucidé tous les mécanismes intervenant dans le contact entre surfaces rugueuses, il n'est pas envisageable de se passer de méthodes expérimentales permettant de mesurer les grandeurs telles que l'aire réelle sous charge ou l'effort normal appliqué. Les paragraphes qui suivent rappellent le principe de quelques méthodes déjà employées.

On distingue plusieurs familles de méthodes expérimentales permettant de déterminer l'aire réelle de contact [58]. Les méthodes principalement utilisées sont :

- Méthodes thermiques et électriques,
- Utilisation de marqueurs,
- Méthodes acoustiques,
- Relocation profilometry,
- Méthodes optiques.

1.5.1 Méthodes électriques et thermiques

Les méthodes électriques et thermiques mesurent la variation de résistance électrique ou thermique du contact, lesquelles sont directement fonction du nombre et de l'aire des micro-contacts. Ces méthodes permettent d'étudier le contact sous charge. **Holm** [59] en 1946 et **Bowden and Tabor** en 1950 [60] ont utilisé des méthodes indirectes basées sur la conductivité électrique ou thermique du contact, qui est fonction de l'aire de contact.

Holm et Kragelskii [61] ont montré que ces méthodes peuvent manquer de pertinence car elles ne permettent pas de connaître le nombre de contacts individuels ni leurs géométries. Cependant, lorsque la forme et les dimensions de la zone de contact sont connues (ou supposées connues), il est possible d'évaluer la croissance de ces zones en fonction de la charge.

En 1954, **Dyson et Hirst** [67] font une critique des méthodes indirectes de **Bowden et Tabor** [60] et **Holm** [59] de mesure de la résistance de contact. Ces méthodes nécessitent des hypothèses sur la géométrie des micro-contacts, ne prennent pas en considération l'influence éventuelle des zones de contact adjacentes (effets électromagnétiques induits), sont tributaires de la présence éventuelle et des caractéristiques d'un film contaminant (voire diélectrique) qu'il soit sous forme d'un film polluant ou d'une couche d'oxydes et enfin, ne permettent pas de préciser la répartition, la forme et la taille des micro-contacts individuels. Les auteurs proposent donc un dispositif d'observation directe (§ 1.5.5).

1.5.2 Utilisation de marqueurs

L'utilisation de marqueurs est conditionnée par le pouvoir de résolution et l'efficacité de cette méthode. Ceux-ci dépendent, pour une grande part, de l'épaisseur du film de marqueur, qui doit être plus petite que la hauteur des aspérités pour ne pas induire d'effet de portance ou de lubrification. **Tarasenko** [62] a contribué à développer des méthodes expérimentales de détermination de l'aire réelle de contact basée sur l'utilisation de

marqueurs. Il a notamment travaillé sur des peintures luminescentes appliquées en couche mince (typiquement 0,01 à 0,1 μm d'épaisseur) sur l'une des surfaces du couple de contact. On déduit le nombre et la géométrie des zones de contact en analysant le transfert de peinture d'une surface sur l'autre. Cette technique nécessite des peintures luminescentes, viscoplastiques et adhésives, de sorte que l'on puisse interpréter les résultats sur une grande gamme de pressions sans distorsion des résultats induits par le comportement de la peinture. La peinture adoptée par **Tarassenko** est à base de roséine, d'acide oléique et de "dekektol" (pigment mordoré), dilués dans du benzène. La composition du fluide varie avec l'état de surface des parties en contact. On peut observer les images du contact *après déchargement*, soit en positif (peinture dans les zones de contact) soit en négatif (défaut de peinture dans les zones de contact) selon la commodité de l'observation en photoluminescence. **Demkin et Lankov** [63] ont utilisé un marqueur constitué d'un film de carbone amorphe de 10 Å d'épaisseur. Cette technique possède un très bon pouvoir de résolution, grâce notamment au bon contraste entre zones de contact et zones hors contact induit par le carbone. **Hisakado** [64] a utilisé deux solutions aqueuses colorées, selon les surfaces employées: $K_2CrO_4 + Na_2CO_3$ ou $KMnO_4 + MnO_2 + H_2SO_4 + CuSO_4 \cdot 5H_2O$.

Cependant, les méthodes basées sur les marqueurs ne permettent de connaître l'aire de contact qu'après déchargement (donc après le retour élastique) et ne permettent pas de suivre l'évolution des aires de chaque micro-contact avec la charge.

1.5.3 Ondes acoustiques

Une autre méthode d'évaluation de l'aire de contact s'appuie sur des ondes acoustiques. En effet, un contact entre solides est perméable aux ondes élastiques, en particulier ultrasonores. Cette perméabilité est fonction du rapport $\frac{A_R}{A_N}$. Cette méthode est

applicable aussi bien pour des contacts statiques que pour des contacts avec mouvement relatif des surfaces. Cependant, les propriétés des matériaux vis-à-vis des ultrasons peuvent varier en fonction du niveau de contraintes et de la température, ce qui pose de nombreuses difficultés d'interprétation des résultats et de calibrage des instruments [59].

1.5.4 Relocation profilometry

En 1968, **Williamson et Hunt** [65] proposent une mesure de l'aire réelle de contact basée sur l'analyse de profilométries successives effectuées toujours au même endroit après des pas croissants de mise en charge. Ceci a été rendu possible par le développement d'un appareillage de profilométrie avec repositionnement précis de l'échantillon, de sorte que l'on mesure toujours selon le même profil. Il s'agit d'une analyse directe 2D qui est extrapolée en 3D, ce qui ne va pas sans quelques difficultés liées à l'instrument et à la statistique des surfaces observées [15]-[25].

1.5.5 Méthodes optiques

Les méthodes optiques peuvent être divisées en deux catégories, selon que l'un des corps seulement ou les deux corps en contact sont transparents. L'inconvénient majeur de ces méthodes est l'utilisation de matériaux transparents à la lumière, qui restreignent nécessairement les utilisations en termes de contraintes admissibles. En effet, les matériaux transparents, généralement des céramiques, sont beaucoup plus durs, plus sensibles aux entailles, et donc plus fragiles, que les matériaux métalliques. Ceci nécessite des précautions pour préserver ce matériau transparent. Les éprouvettes sont mises en contact sous l'effet d'un effort. Un faisceau lumineux orienté dans le sens de l'effort traverse l'une (au moins) des éprouvettes.

Dans le cas où les deux corps d'essai sont transparents à la lumière, en vertu du Principe de Fermat (dont les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell–Descartes sont des conséquences, Voir Annexe I), les rayons lumineux sont transmis par les zones de contact et diffractés par les zones ne participant pas au contact (au passage d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent, constitué par l'air, il y a réfraction du faisceau incident). L'aire de contact est alors déterminée soit directement soit par photométrie (mesure de la quantité de lumière reçue, technique nécessitant un étalonnage de l'échelle des luminosités).

Dans le cas où un seul matériau est transparent à la lumière, à l'interface matériau transparent/matériau opaque, la lumière (d'incidence normale) est totalement réfléchie. Hors interface, une partie du rayonnement est réfléchi et une autre est diffractée. On détermine ainsi directement les zones en contact par l'intensité lumineuse du rayonnement qui est réfléchi. Cette méthode d'observation directe peut être couplée à un microscope et on peut obtenir des photographies de l'aire de contact sous charge.

Mechau [66], en 1934, est l'un des premiers à mesurer directement l'aire de contact sous charge. Il utilise un prisme à angle droit dont l'hypoténuse est mise au contact de la surface rugueuse. Il éclaire alors avec une incidence suffisamment oblique pour générer un phénomène de réflexion totale. En appliquant la charge, certaines aspérités entrent en contact avec le prisme et rompent localement le phénomène de réflexion totale, laissant apparaître des taches sombres, ce sont les zones de contact.

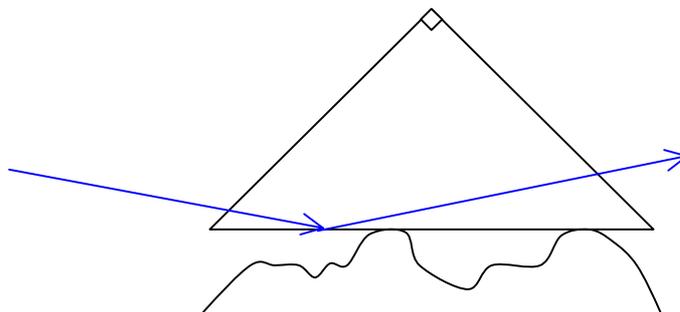


Figure 22 : Principe de l'expérience de visualisation de l'aire de contact sous charge telle que mise au point par Mechau [66] en 1934.

Le principal inconvénient de cette méthode réside dans un "effet tunnel optique". Cet effet est recherché dans la microscopie à champ proche mais représente ici un handicap. En effet, en microscopie classique (champ éloigné), la longueur d'onde de la lumière est bien plus petite que l'objet à mesurer. Ici, lorsque la distance entre l'hypoténuse du prisme et

une rugosité devient une fraction de la longueur d'onde de la lumière utilisée on génère une onde réfléchie évanescente, dont l'intensité décroît exponentiellement avec la distance parcourue, créant une zone sombre, là où le contact n'a pas encore lieu. Il en résulte des difficultés d'interprétation des résultats expérimentaux dès que l'on applique des charges modérées à fortes.

En 1954, **Dyson et Hirst** [67] proposent un dispositif d'observation directe qui ne reproduit pas les limitations du dispositif mis au point par **Mechau** [66] en 1934. Ils choisissent un disque en verre, faces polies, dont l'une seulement des faces est métallisée. Cette face est mise au contact d'une surface rugueuse. Les zones de contact sont visualisées à l'aide d'un microscope à contraste de phase, qui met en évidence les milieux dont la réfringence est différente du milieu environnant.

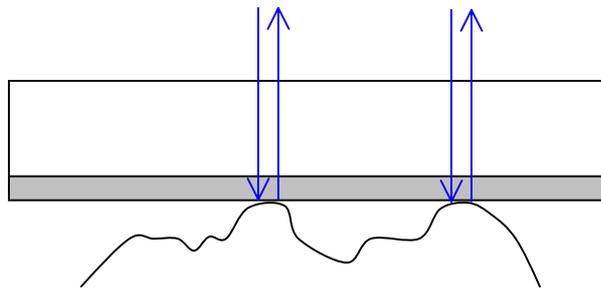


Figure 23 : Principe de la méthode mise au point par Dyson et Hirst en 1954 [67].

Cette méthode permet de mesurer des déformations de quelques angströms à condition que l'extension latérale du contact soit supérieure au pouvoir de résolution du microscope.

Les auteurs font apparaître que de telles mesures peuvent être fastidieuses et montrent que les valeurs d'aire réelle de contact mesurées par **Bowden et Tabor** par des méthodes électriques sous-évaluent le nombre de micro-contacts et sur-évaluent leur taille. Cette méthode offre également la possibilité de visualiser les contraintes de contact en utilisant un verre polarisé, par photoélasticimétrie. L'une des limitations principales de cette méthode réside dans le fait qu'elle est sensible à la méthode de préparation de la surface métallisée. En effet, le métal, déposé en couche mince, modifie la raideur du contact et donc l'aire réelle de contact que l'on aurait obtenue s'il n'y avait pas ce film mince.

Uppal A.H., Probert S.D., Thomas T.R. [68] proposent en 1972 une étude expérimentale utilisant un interféromètre de Nomarski, technique de contraste interférentiel basé sur l'utilisation d'ondes polarisées et sur l'exploitation des propriétés de matériaux biréfringents. Ces matériaux possèdent des propriétés optiques qui dépendent de leur orientation. Cet interféromètre contient un biprisme de Wollaston d'angle α_i localisé dans le plan de la pupille de l'objectif (son plan focal image). Placé entre deux polariseurs croisés orientés à $\pm 45^\circ$ de ses axes, il produit deux ondes polarisées perpendiculairement d'amplitudes égales, capables d'interférer car cohérentes et décalées angulairement dans la direction perpendiculaire à l'arête du prisme de $\varepsilon = 2\Delta n \cdot \tan \alpha_i$. Δn est la *biréfringence* du cristal, égale à la différence entre ses indices de réfraction extraordinaire et ordinaire. Pour les objets étendus de structure complexe, cette interférométrie est une méthode de visualisation très appréciée si le dédoublement est inférieur à la limite de résolution de l'objectif. Pour un dédoublement d dans la direction x , en tout point introduisant une variation de chemin optique $\delta(x)$, la différence de marche $\Delta(x)$ entre les deux ondes est

$\Delta(x) = \delta\left(x + \frac{d}{2}\right) - \delta\left(x - \frac{d}{2}\right) \approx d \delta'(x)$. La différence de marche mise en évidence par interférences est donc une fonction linéaire de la pente de la différence de marche introduite par l'objet. On visualise donc, non pas les variations de phase, mais celles de son gradient. La Figure 24 donne un exemple de mesure de l'aire réelle de contact.

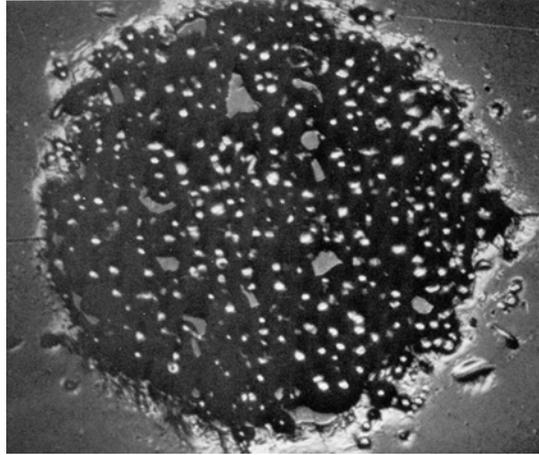


Figure 24 : Surface en aluminium de $0,5 \mu\text{m}^2$ d'aire apparente écrasée par une enclume lisse et rigide sous un effort de 1,25 N.

Les travaux des auteurs traitent de la croissance des zones de contact d'une surface rugueuse isotrope soumise à une charge croissante. Pour ce type de surfaces, on considère généralement que les contacts sont circulaires. Les auteurs supposent un comportement élastique puis parfaitement plastique. Dans ces conditions, l'aire réelle de contact s'exprime par $A_R = \frac{W_N}{R_e}$. Dans leurs expériences, l'éprouvette est en aluminium, de dureté

$H_v = 187 \text{ MPa}$, d'aire nominale de contact de $0,5 \mu\text{m}^2$ et la charge appliquée varie entre $0,133\text{N}$ et $53,5\text{N}$; la mesure de l'aire de contact s'effectue après déchargement. Les auteurs remarquent qu'aux fortes charges (au delà de 10% de la dureté), les franges d'interférence sont trop proches pour donner des résultats univoques. Il est relativement difficile de suivre l'évolution de chaque aire de contact car il y a fréquemment coalescence des contacts adjacents. Les observations montrent que la plupart des contacts sont elliptiques et que, quelle que soit la charge, la part des contacts circulaires représente moins du quart des contacts. Enfin, l'augmentation de l'aire de contact est essentiellement due à la croissance des contacts existants plutôt qu'à l'apparition de nouveaux contacts.

L'analyse des résultats expérimentaux montre qu'aux faibles charges l'aire réelle de contact après déchargement est proportionnelle à la charge appliquée ($A_R \propto W_N^{0,96}$) alors qu'aux fortes charges on observe plutôt $A_R \propto W_N^{0,68}$. On rappelle que, dans le cas de l'élasticité linéaire on a $A_R \propto W_N^{2/3}$. Les auteurs en déduisent que l'augmentation de l'aire réelle de contact est essentiellement due à l'écoulement plastique et la résistance à la croissance des contacts est causée par l'interaction entre aspérités voisines.

Par ailleurs, aucun écrouissage n'est décelé.

Les conclusions des auteurs sont les suivantes :

- Contrairement à l'hypothèse de **Greenwood**, l'augmentation de l'aire réelle de contact est principalement due à l'augmentation continue de la taille des micro-contacts plutôt qu'à l'augmentation de leur nombre.
- Lorsque la charge augmente, les contacts, circulaires initialement, deviennent elliptiques, probablement à cause de la coalescence des micro-contacts.
- L'aire de contact mesurée est environ deux fois plus grande que celle prévue par la théorie de la plasticité parfaite. Deux causes possibles sont :
 - Le remontée plastique (conservation du volume plastique)
 - L'incertitude du dispositif interférométrique.
- Il y a similitude entre le comportement de la surface rugueuse et celui d'une aspérité unique.

Au regard de cette dernière remarque, les auteurs s'interrogent sur la possibilité d'interpréter la déformation d'une surface rugueuse par un modèle d'aspérité unique équivalente.

Hisakado [69] propose une modélisation de l'écrasement des surfaces rugueuses basées sur un modèle géométrique d'aspérités coniques. La distribution des hauteurs est supposée gaussienne et l'ondulation est négligée. L'auteur propose une étude expérimentale pour valider son modèle. Cette étude est basée sur l'observation directe à travers une plaque de verre rigide [70]. **Hisakado** a utilisé un fluide coloré pour mieux visualiser le contact, lequel est observé par l'intermédiaire d'un microscope de métallographie. Cette étude montre que l'aire de contact entre deux surfaces rugueuses est proportionnelle à la charge appliquée et inversement proportionnelle à la dureté du matériau le plus mou. L'influence de la rugosité et du coefficient de frottement sur l'aire de contact semble être relativement faible. Cependant, les incertitudes de mesure sont de l'ordre de grandeur des valeurs mesurées, ce qui incite le lecteur à prendre ces résultats avec précaution. De plus, cette approche nécessite la connaissance de la pente moyenne des profils, information que l'auteur obtient à partir d'une formule empirique

$((\tan \theta)_m = \frac{\pi R_{cmax}}{2 \cdot 3,45 R_{cmax} + 11,1})$ établie précédemment [71]. Enfin, outre la pente moyenne,

d'autres paramètres matériaux sont ajustés à l'aide des données expérimentales. Il est donc relativement difficile de faire un lien direct entre le formalisme mathématique et la physique des phénomènes.

1.5.6 Synthèse de la mesure de l'aire de contact

De nombreuses méthodes ont été mises en œuvre afin de mesurer l'aire réelle de contact. Elles exploitent divers principes physiques (conductivité électrique, transfert d'un marqueur, interférométrie...) et permettent, selon les méthodes, de déterminer l'aire réelle de contact soit sous chargement soit après déchargement. Les méthodes de mesure sous chargement sont plus intéressantes car plus proches des modélisations (à moins de disposer d'un modèle traitant également du déchargement, comme **Francis** [18]) mais sont généralement plus délicates à mettre en application car elles nécessitent l'emploi d'un matériau transparent, généralement fragile. Le Tableau 6 récapitule l'ensemble des méthodes détaillées dans ce chapitre.

| | Type de méthode | Mesure sous charge ou après déchargement | Commentaires |
|--------------------------------------|--|--|--|
| Holm [59] | Conductivité électrique | Sous charge | Ne permettent pas d'accéder à la répartition ni au nombre des contacts |
| Bowden et Tabor [60] | Conductivité électrique | Sous charge | |
| Tarasenko [62] | Transfert de peinture luminescente | Après déchargement | On doit éviter le phénomène de lubrification et choisir un film viscoplastique adhésif. |
| Demkin et Lankov [63] | Transfert d'un film de carbone amorphe (10 Å) | Après déchargement | Très bon contraste. |
| Hisakado [64] | Solutions aqueuses colorées | Après déchargement | Détection parfois difficile. |
| Holm [59] | Propagations d'ondes acoustiques | Sous charge | Mesure globale de l'aire. Interprétation difficile des résultats car nombreux contacts |
| Williamson et Hunt [65] | Relocation profilometry | Après déchargement | Méthode basée sur l'analyse des profils. Problèmes de représentativité du profil vis-à-vis de la surface. |
| Mechau [66] | Prisme à angle droit | Sous charge | Résolution verticale limitée par l'effet tunnel optique |
| Dyson et Hirst [67] | Prisme à bords parallèles dont une face est métallisée | Sous charge | Très bon contraste, mais méthode de comptage manuelle fastidieuse |
| Uppal, Probert et Thomas [68] | Interféromètre de Nomarski | Après déchargement | Utilisation de matériaux biréfringents. Aux fortes charges, les franges d'interférences sont trop proches pour une interprétation univoque |
| Hisakado [70] | Plaque de verre rigide et fluide coloré | Sous charge | L'incertitude de mesure est comparable à la grandeur mesurée |

Tableau 6 : Synthèse de la mesure de l'aire réelle de contact.

2 Contacts individuels

Afin de comprendre et de mieux maîtriser les phénomènes concourant à l'étanchéité statique, on modélise l'écrasement de surfaces rugueuses revêtues afin de déterminer les éventuels chemins de fuite laissés au fluide. Du point de vue de la mécanique des solides, cela revient à connaître la répartition et la taille des micro-contacts. Ce problème étant d'une grande complexité en raison des diverses non-linéarités (contact, loi de comportement, revêtement) on choisit, dans un premier temps, de modéliser le comportement d'une aspérité unique. On déduira ensuite les propriétés de la population des aspérités sous l'hypothèse d'indépendance des aspérités.

Les surfaces techniques usuelles en étanchéité statique par joints métalliques sont généralement tournées. Du point de vue microgéométrique, cela signifie que les surfaces sont constituées de la superposition de deux processus, l'un périodique, généré en spirale d'Archimède, et l'autre aléatoire sont tournées (Figure 25).

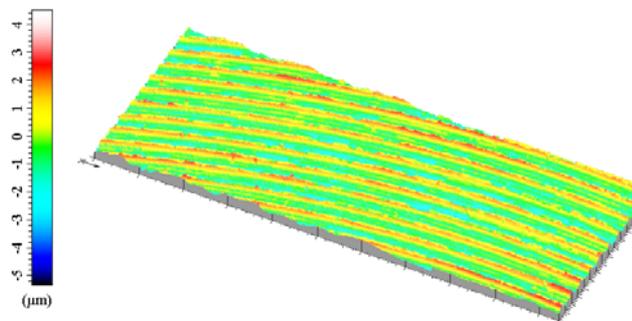


Figure 25 : Exemple de mesure surfométrique (Surfascan 3S) sur surface tournée.

2.1. Contact linéique

Au début du chargement, les contacts locaux ont lieu sur les aspérités les plus hautes et sont de type ponctuel. Très rapidement cependant, la partie périodique des aspérités (stries d'usinage) participe en contact et assume l'essentiel de l'effort. C'est par le contact de ces stries, soumises à de très importants efforts linéiques (160 kN/m et plus) que l'étanchéité statique est finalement réalisée.

Il apparaît donc naturel de considérer successivement les comportements élémentaires d'une aspérité annulaire d'une part et une aspérité de sommet sphérique d'autre part, en contact avec un massif lisse revêtu d'un métal mou. Le massif et l'indenteur sont déformables (comportement élastique), et le revêtement adopte un comportement élastoplastique.

2.1.1 Modèle cylindre revêtu/cylindre

Compte tenu du rayon d'évolution de l'outil sur la bride (création des stries) par rapport au rayon local des aspérités perpendiculairement au sens des stries, on peut considérer que le contact est de type cylindre droit sur cylindre. Ceci conduira à

modéliser le problème sous l'hypothèse des déformations planes et non pas en axisymétrie.

On présente un modèle analytique du contact entre deux cylindres élastiques revêtus d'un métal plus mou de comportement élastoplastique [72]. Il permet de déterminer la largeur de contact ($2b$) sous charge (W_L) et la répartition de pression sur la surface de contact ($\sigma_{zz}(x)$). On étudie deux cas de figure :

- (1) Le revêtement est posé librement sur le substrat (laminé d'argent intercalé entre les parties en acier), on parlera de *modèle libre*.
- (2) Le revêtement est solidaire de le substrat (dépôt électrolytique), on parlera de *modèle collé*,

2.1.1.1 Hypothèses

Ce contact est géométriquement équivalent à celui d'un cylindre en contact avec un espace semi-infini revêtu d'un métal dans la mesure où l'épaisseur du revêtement du modèle équivalent est la somme des revêtements des deux cylindres initiaux et le rayon du cylindre équivalent est $\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_{c1}} + \frac{1}{R_{c2}}$, où R_{c1} et R_{c2} sont les rayons des cylindres initiaux (Figure 26),

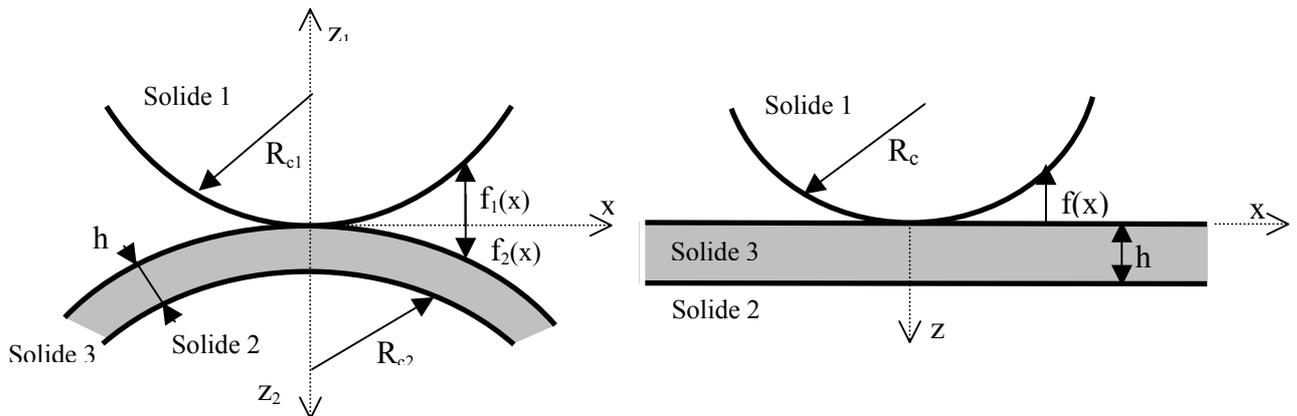


Figure 26 : Équivalence géométrique des contacts cylindre / cylindre revêtu (à gauche) et cylindre / plan revêtu (droite).

On se place initialement dans le cadre du contact hertzien en déformations planes (plan x - z) et on reprend la méthodologie proposée par **Johnson** [33]. L'auteur étudie en déformations planes le cas d'un revêtement mince (i.e. épaisseur de revêtement petite devant la demi-largeur de contact) au comportement élastique reposant sur un substrat rigide et indenté par un cylindre infiniment long (Figure 27). Sous cette hypothèse, il est raisonnable de supposer que les déformations sont homogènes dans l'épaisseur du revêtement, c'est à dire que les sections planes initialement restent planes sous charge. Ainsi, la composante σ_{xx} est constante dans l'épaisseur du revêtement.

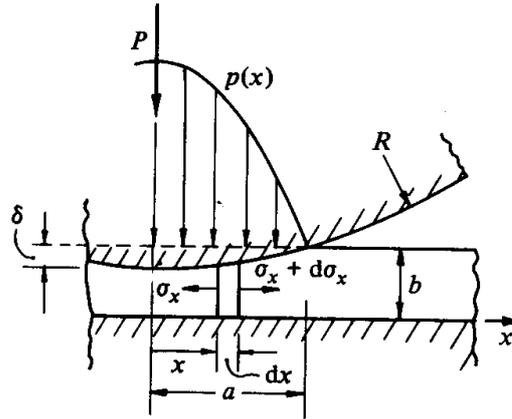


Figure 27 : Revêtement élastique reposant sur un substrat rigide et indenté par un cylindre rigide [33].

On suppose également que le contact entre le cylindre et le revêtement, et le cas échéant entre le revêtement et le substrat s'effectuent sans frottement.

- Dans le cas où le revêtement est posé librement sur le substrat (modèle libre), on obtient à l'interface revêtement / substrat $\sigma_{xx} = 0$ et donc, en déformations planes, en appliquant la loi de Hooke,

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1 - \nu_3^2}{E_{I3}} \sigma_{zz} \quad (2.1)$$

- Dans le cas où le revêtement est parfaitement adhérent au substrat (modèle collé), on a, à l'interface $\varepsilon_{xx} = 0$. De plus, la loi de Hooke en déformations planes donne :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{1 - \nu_3^2}{E_{I3}} \left(\sigma_{xx} - \frac{\nu_3}{1 - \nu_3} \sigma_{zz} \right) \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1 - \nu_3^2}{E_{I3}} \left(\sigma_{zz} - \frac{\nu_3}{1 - \nu_3} \sigma_{xx} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Enfin, les déformations étant homogènes dans l'épaisseur du revêtement, on peut évaluer la déformation dans le sens du chargement (z) comme étant la variation de son épaisseur rapportée à son épaisseur initiale :

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{1}{h} \left(\delta - \frac{x^2}{2R} \right) \quad (2.3)$$

Où δ est le mouvement de corps rigide du cylindre et $\frac{x^2}{2R}$ est l'équation de la forme du cylindre dans le plan (x-z).

Nous adoptons ce modèle pour modéliser notre joint torique revêtu d'un métal élastoplastique et nous proposons d'adopter les hypothèses suivantes :

- Le cylindre équivalent (solide 1) et l'espace semi-infini (solide 2) adoptent un comportement élastique pur,
- Le revêtement (solide 3) adopte un comportement élastique puis élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire,

Les déformations élastiques du cylindre (solide 1) et du substrat (solide 2) s'expriment à l'aide d'une équation intégrale :

$$v^{(i)}(x) = -2K_{\sigma_{oi}} \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln|x-\xi| d\xi + C_{(i)} \quad (2.4)$$

$$\text{Avec } K_{\sigma_{oi}} = \frac{(1-\nu_i^2)}{\pi E_i}.$$

Ainsi, la prise en compte de l'élasticité du cylindre et du revêtement se traduit dans l'expression de la variation d'épaisseur du revêtement (Figure 28) :

$$\Delta h = \delta_0 - f(x) + v(x) \quad (2.5)$$

La déformation axiale, $\varepsilon_{zz}^{(3)}$, s'écrit donc :

$$\varepsilon_{zz}^{(3)} = \frac{1}{h} \left(\delta_0 - \frac{x^2}{2R_c} + \frac{1}{\pi} \left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln(x-\xi)^2 d\xi + C \right) \quad (2.6)$$

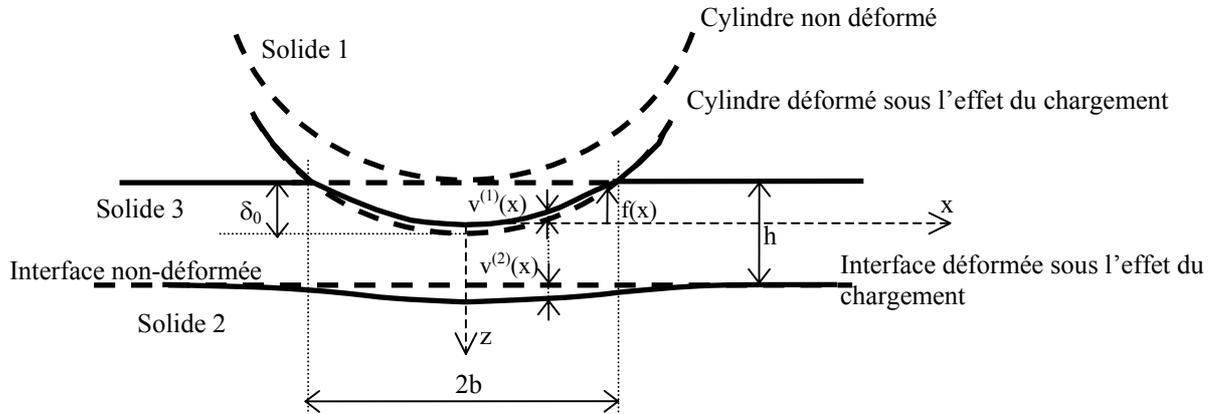


Figure 28 : géométrie du contact cylindre / plan revêtu.

Cette expression de la déformation axiale est fonction de deux constantes : δ_0 et C . Leur somme étant constante également, on définit une nouvelle constante, C_1 , telle que

$\frac{1}{h} \delta_0 + C = \frac{b^2}{2R_c h} + C_1$. L'expression de la déformée axiale devient donc :

$$\varepsilon_{zz}^{(3)} = \frac{b^2}{2R_c h} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] + \frac{K_{\sigma_0}}{h} \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln(x-\xi)^2 d\xi + C_1 \quad (2.7)$$

Où $K_{\sigma_0} = K_{\sigma_{o1}} K_{\sigma_{o2}}$.

2.1.1.2 Loi de comportement

En élasticité, la combinaison de la loi de Hooke et des conditions d'interface correspondant à chacun des deux modèles étudiés (libre ou collé) donne une relation entre la déformation axiale, $\varepsilon_{zz}^{(3)}$, et la contrainte axiale, $\sigma_{zz}^{(3)}$. De plus, on conserve l'hypothèse d'homogénéité des contraintes dans l'épaisseur du revêtement proposée par **Johnson**.

Dans le cas du modèle libre, on suppose que le contact à l'interface entre le revêtement et le substrat se fait sans frottement, conduisant à $\sigma_{xz}^{(interface)} = 0$. L'écriture de l'équilibre des efforts selon la direction x permet de déduire que $\sigma_{xx}^{(interface)} = 0$, et par conséquent $\sigma_{xx}^{(3)} = 0$ dans le revêtement.

Dans le cas du modèle collé, il y a continuité des déplacements à l'interface substrat/revêtement. En particulier, $u_x^{(2)} = u_x^{(3)}$ à l'interface. On en déduit alors $\varepsilon_{xx}^{(2)} = \varepsilon_{xx}^{(3)}$ à l'interface également.

Soit, en résumé :

$$\text{À l'interface substrat (2) / revêtement (3)} : \begin{cases} \text{modèle libre} & \sigma_{xz}^{(2)} = 0 \\ \text{modèle collé} & \varepsilon_{xx}^{(2)} = \varepsilon_{xx}^{(3)} \end{cases} \quad (2.8)$$

Dans le cadre des déformations planes les composantes du tenseur des déformations sont obtenues par la loi de Hooke :

$$\varepsilon_{yy} = 0 = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \Rightarrow \sigma_{yy} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_{xx} - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{zz} \right) \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_{zz} - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{xx} \right) \quad (2.11)$$

La combinaison des équations (2.8) à (2.11) donne alors :

$$\begin{aligned} \text{modèle libre:} & \quad \varepsilon_{zz}^{(3)} = \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} \sigma_{zz}^{(3)} \\ \text{modèle collé:} & \quad \varepsilon_{zz}^{(3)} = \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} \left[1 - \frac{\nu_3}{1-\nu_3} \frac{\frac{\nu_2(1+\nu_2)}{E_{I2}} - \frac{\nu_3(1+\nu_3)}{E_{I3}}}{\frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}}} \right] \sigma_{zz}^{(3)} \end{aligned} \quad (2.12)$$

L'écriture de ces équations fait alors apparaître une relation entre les déformations et les contraintes normales analogue à celle d'une sollicitation uniaxiale,

qui est de la forme $\varepsilon_{zz}(x) = \frac{1}{E_{le}} \sigma_{zz}(x)$, avec

$$\begin{aligned}
\text{modèle libre :} & \quad \frac{1}{E_{le}} = \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} \\
\text{modèle collé :} & \quad \frac{1}{E_{le}} = \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} \left[1 - \frac{\nu_3}{1-\nu_3} \frac{\frac{\nu_2(1+\nu_2)}{E_{I2}} - \frac{\nu_3(1+\nu_3)}{E_{I3}}}{\frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}}} \right] \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Mais l'analogie avec une sollicitation uniaxiale s'arrête au formalisme. En effet, dans le cas du modèle libre l'état de contraintes est biaxial alors que pour le modèle collé il est triaxial. Les contraintes non-normales sont prises en compte dans les équations (2.13) par les coefficients de Poisson du revêtement et du substrat. E_{le} est un module équivalent mais n'est pas un Module d'Young au sens classique.

On combine alors l'expression de la déformation axiale (équation (2.6)) avec la loi de comportement (équation(2.12)) et les relations (2.13) pour obtenir une équation intégrale, caractéristique du problème étudié en élasticité :

$$\frac{1}{E_{le}} \sigma_{zz}^{(3)}(x) = \frac{b^2}{2R_c h} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] + \frac{K_{\sigma_0}}{h} \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln(x-\xi)^2 d\xi + C_1 \quad (2.14)$$

L'application du critère de Tresca permet de définir la limite de validité de cette formulation en élasticité : la solution en élasticité pure s'applique tant que, pour tout $x \leq b$ on vérifie $\sigma_{zz}^{(3)}(x) \leq R_{ee}$, avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{modèle libre} \\ \text{modèle collé} \end{array} \right. R_{ee} = \left[\begin{array}{c} R_{ee} = R_{e3} \\ \frac{\frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_{I2}}} \end{array} \right] R_{e3} \quad (2.15)$$

Pour décrire le comportement dans le domaine élastoplastique, on adoptera un formalisme dans la continuité de la similitude formelle avec un comportement uniaxial. On choisit de décrire le comportement élastoplastique par une loi à écrouissage cinématique linéaire (Figure 29), caractérisé par la limite d'élasticité équivalente, R_{ee} , et le paramètre λ , rapport des modules équivalents des domaines élastique et élastoplastique.

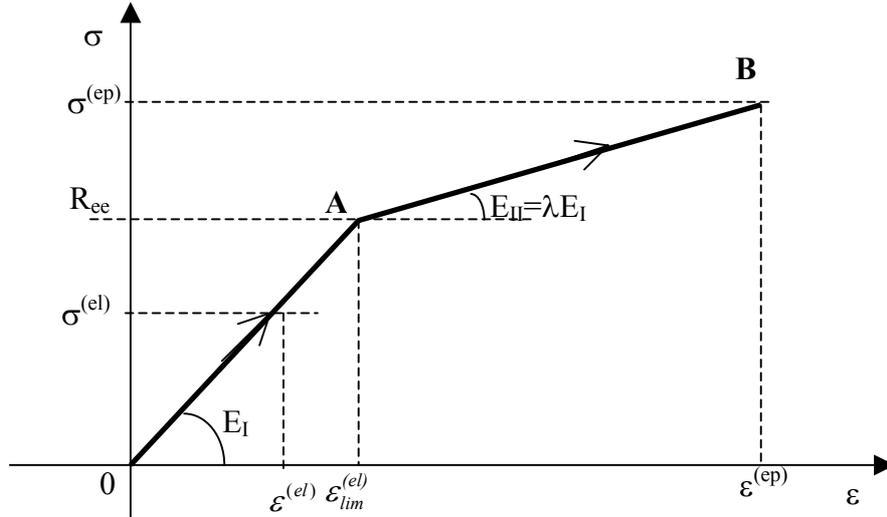


Figure 29 : Représentation du comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire dans le cas d'une sollicitation uniaxiale.

On définit les modules tangents équivalents de manière similaire aux modules d'élasticité équivalents, en considérant les deux conditions d'interface (équation (2.8). et qui avaient abouti aux relations (2.13) :

$$\lambda = \frac{E_{IIe}}{E_{Ie}} \quad (2.16)$$

Le chargement élastoplastique est illustré sur la Figure 29 par la portion A-B. La déformation élastoplastique s'exprime alors par

$$\varepsilon^{(ep)} = \varepsilon_{lim}^{(el)} + \frac{\sigma_{zz}^{(3)} - R_{ee}}{E_{IIe}} = \frac{1}{\lambda E_{Ie}} \left[\sigma_{zz}^{(3)} - (1 - \lambda) R_{ee} \right] \quad (2.17)$$

On combine alors l'expression de la déformation axiale (équation (2.6)) avec la loi de comportement (équation(2.12)) et les relations (2.17) pour obtenir une équation intégrale, caractéristique du problème étudié en élastoplasticité :

$$\frac{1}{\lambda E_{Ie}} \left[\sigma_{zz}^{(3)} - (1 - \lambda) R_{ee} \right] = \frac{b^2}{2R_c h} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] + \frac{K_{\sigma_0}}{h} \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln(x - \xi)^2 d\xi + C_1 \quad (2.18)$$

En résumé, on a établi une formulation du problème aboutissant à deux équations intégrales, l'une décrivant le comportement dans le domaine d'élasticité du revêtement (vers le bord du contact), l'autre dans son domaine d'élastoplasticité (au centre du contact). De plus, les deux formulations sont continues en $\sigma_{zz}^{(3)} = R_{ee}$, c'est à dire à la limite entre les domaines élastique et élastoplastique (Figure 30) :

$$\begin{aligned}
 & \text{si } \sigma_{zz}^{(3)} \leq R_{ee} \text{ alors} \\
 & \frac{1}{E_{le}} \sigma_{zz}^{(3)}(x) = \frac{b^2}{2R_c h} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] + \frac{K_{\sigma_0}}{h} \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln(x-\xi)^2 d\xi + C_1 \\
 & \text{si } \sigma_{zz}^{(3)} \geq R_{ee} \text{ alors} \\
 & \frac{1}{\lambda E_{le}} \left[\sigma_{zz}^{(3)} - (1-\lambda)R_{ee} \right] = \frac{b^2}{2R_c h} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] + \frac{K_{\sigma_0}}{h} \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln(x-\xi)^2 d\xi + C_1
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

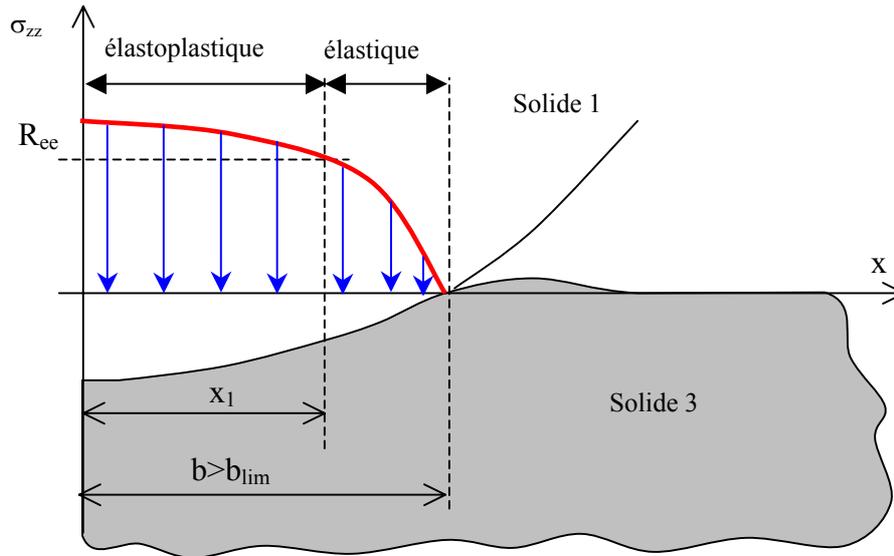


Figure 30 : Représentation du champ de pression de contact entre le cylindre et le revêtement pour une largeur de contact supérieure à la largeur élastique maximale.

On remarque que ces deux expressions sont tout à fait similaires, à des coefficients constants prêts. Ainsi, la résolution des deux équations sera tout à fait similaire (Annexe II).

2.1.1.3 Calcul du champ de pression

La répartition de pression de contact est obtenue en fonction de la demi-largeur de contact en résolvant l'équation intégrale précédente (Annexe II). On obtient sous forme adimensionnée :

$$\begin{cases}
 \text{si } \bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(\bar{x}) \leq \frac{R_{ee}}{p_0} \text{ alors} & \bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(\bar{x}) = \frac{1}{1+\bar{b}}(1-\bar{x}^2) \\
 \text{si } \bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(\bar{x}) \geq \frac{R_{ee}}{p_0} \text{ alors} & \bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(\bar{x}) = \lambda \frac{1}{1+\bar{b}}(1-\bar{x}^2) + (1-\lambda) \frac{R_{ee}}{p_0}
 \end{cases} \tag{2.20}$$

Avec

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{p_0} ; \quad \bar{x} = \frac{x}{b} ; \quad \bar{b} = \frac{b}{b_0} \tag{2.21}$$

$$\text{et } p_0 = \frac{b^2}{2R_c h} E_{le} \quad ; \quad b_0 = \frac{E_{12}}{E_{le}} h$$

Ces deux expressions du champ de pression sont continues à la frontière entre les domaines d'élasticité et d'élastoplasticité, c'est à dire lorsque $\sigma_{zz}^{(3)} = R_{ee}$ (ou encore $\bar{\sigma}_{zz}^{(3)} = \frac{R_{ee}}{p_0}$).

On détermine également la demi-largeur de contact limite, \bar{b}_{lim} , telle que pour toute demi-largeur de contact inférieure à cette limite, le comportement est élastoplastique, et pour toute demi-largeur supérieure à cette limite le comportement est élastoplastique :

$$\bar{b}_{lim} = \frac{\bar{R}_{ee}}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\bar{R}_{ee}}} \right) \quad (2.22)$$

Enfin, lorsque le comportement est élastoplastique, le centre du contact se trouve dans son domaine d'élastoplasticité alors que plus près des bords du contact le comportement reste élastique (Figure 30). L'évolution de pression étant monotone décroissante du centre vers le bord du contact, il existe une seule position dans le contact, pour une largeur de contact donnée, qui sépare les comportements élastique et élastoplastique. On note \bar{x}_1 sa valeur normée (Annexe II) :

$$\bar{x}_1 = \sqrt{1 - \frac{1 + \bar{b}}{\bar{b}^2} \bar{R}_{ee}} \quad (2.23)$$

On représente (Figure 31) le champ de pression calculé pour plusieurs valeurs de l'effort linéique pour un revêtement de 20 μm collé sur le substrat et indenté par un cylindre de 1 mm de rayon. Le substrat et l'indenteur sont constitués du même matériau ($E_{11} = E_{12} = 210 \text{ GPa}$; $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$). Le revêtement est constitué d'un matériau plus mou ($E_{13} = 70 \text{ GPa}$; $\nu_3 = 0,37$; $R_{ee} = 500 \text{ MPa}$; $\lambda = 0,09$).

Dans le cas où l'effort linéique est inférieur à l'effort linéique limite (équation (2.25)), le comportement est purement élastique et le champ de pression est de forme parabolöide, de type hertzien. Lorsque l'effort linéique est supérieur à l'effort linéique limite, le champ de pression adopte une forme caractéristique du comportement élastoplastique, avec une zone centrale dans laquelle le champ de pression évolue lentement et une zone périphérique dans laquelle le champ de pression évolue selon les équations de l'élasticité linéaire. Le point de pression maximale se trouve au centre du contact et la valeur de la pression en ce point augmente avec l'effort linéique (ou la largeur de contact) jusqu'à atteindre la limite du domaine élastoplastique. La pression moyenne de contact atteindra alors environ trois fois la limite d'élasticité équivalente. Cette partie du comportement n'est pas abordée dans ces travaux.

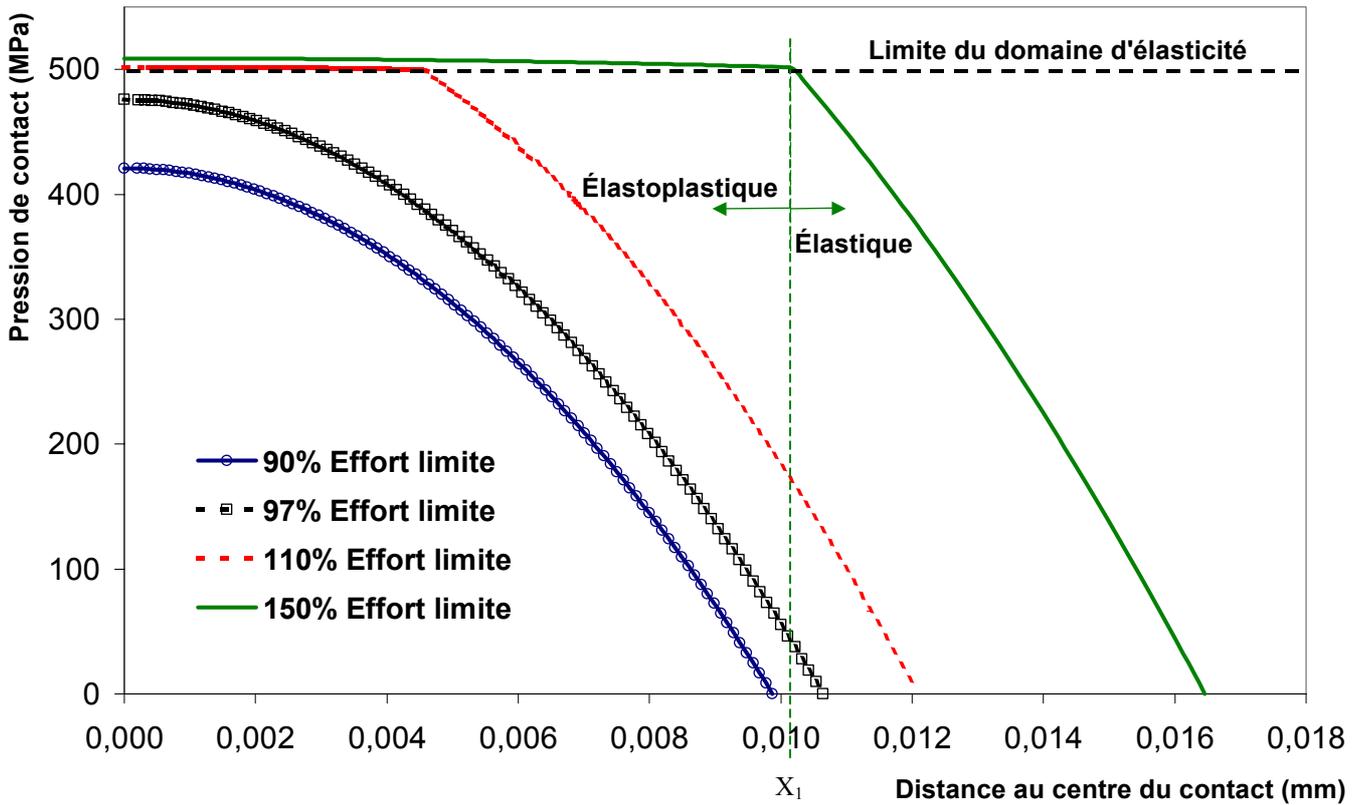


Figure 31 : Répartition de pression calculée pour un revêtement de 20 μm d'épaisseur collé sur le substrat et indenté par un cylindre de 1 mm de rayon. Le coefficient λ vaut 0,09.

2.1.1.4 Calcul de l'effort linéique

L'objet de ces travaux est de décrire l'évolution de la largeur de contact en fonction de l'effort de serrage appliqué. Il faut donc disposer de relations entre grandeurs macroscopiques, mesurables, comme la largeur de contact et l'effort appliqué. Pour obtenir une telle relation, on intègre le champ de pression (2.20) sur la largeur de contact. On obtient alors l'expression de l'effort linéique, W_L , résultant :

$$\text{en élasticité} \quad W_L^{(el)} = 2 \int_0^b \sigma_{zz}(x) dx$$

$$\text{en élastoplasticité} \quad W_L^{(ep)} = 2 \int_0^b \sigma_{zz}(x) dx = 2 \int_0^{x_1} \sigma_{zz}^{(ep)} dx + 2 \int_{x_1}^b \sigma_{zz}^{(el)} dx$$

On obtient, finalement :

$$\begin{aligned} \text{en élasticité} \quad W_L^{(el)} &= W_{L0} \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}} \\ \text{en élastoplasticité} \quad \bar{W}_L^{(ep)} &= \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}} \left[1 - (1-\lambda) \left(1 - \frac{1+\bar{b}}{\bar{b}^2} \bar{R}_{ee} \right)^{3/2} \right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\text{Avec } W_{L0} = \frac{2 E_{12}^3 h^2}{3 E_{le}^2 R_c}.$$

On dispose alors d'une relation – non linéaire – entre la largeur de contact normée et l'effort linéique résultant normé.

On remarquera, enfin, que cette relation est inversible (largeur de contact en fonction de l'effort appliqué) dans le domaine d'élasticité pure du revêtement mais pas dans son domaine d'élastoplasticité.

On définit également l'effort linéique limite normé, $\bar{W}_{Llim}^{(el)}$, correspondant à la largeur de contact limite normée, \bar{b}_{lim} , tel qu'en dessous de cet effort le comportement est élastique pur et au dessus de cet effort le contact est élastoplastique :

$$\bar{W}_{Llim}^{(el)} = \frac{\bar{b}_{lim}^3}{1 + \bar{b}_{lim}} \quad (2.25)$$

Un exemple de relation analytique entre l'effort linéique et la demi-largeur de contact est représenté graphiquement Figure 32 pour un cylindre en acier revêtu d'argent qui indente un massif en saphir. Le rayon du cylindre est de 1 mm et le revêtement de 20 μm d'épaisseur est déposé électrolytiquement.

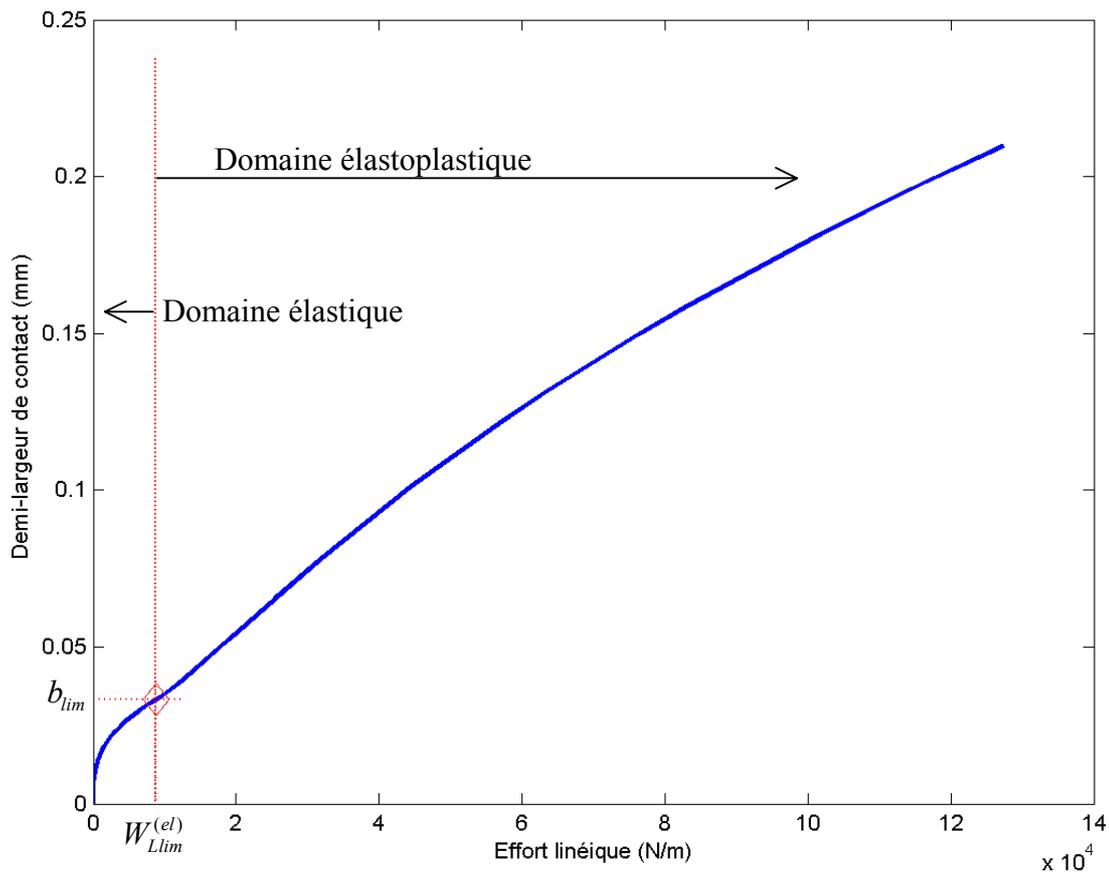


Figure 32 : Demi-largeur de contact calculée en fonction de l'effort linéique pour un revêtement purement élastique. Le cylindre est en acier ($E=220$ GPa, $\nu=0,3$, $R_c=1$ mm), le revêtement en argent ($E=70$ GPa, $\nu=0,37$, $h=20\mu\text{m}$, modèle collé) et le substrat en saphir ($E=440$ GPa, $\nu=0,23$). La limite d'élasticité équivalente est signalée par les pointillés.

La représentation graphique des prévisions théoriques précédentes permettent de préciser l'influence du rayon du cylindre, de l'épaisseur du revêtement et des conditions d'interface sur la relation entre l'effort appliqué et la demi-largeur du contact (Figure 33 à Figure 35).

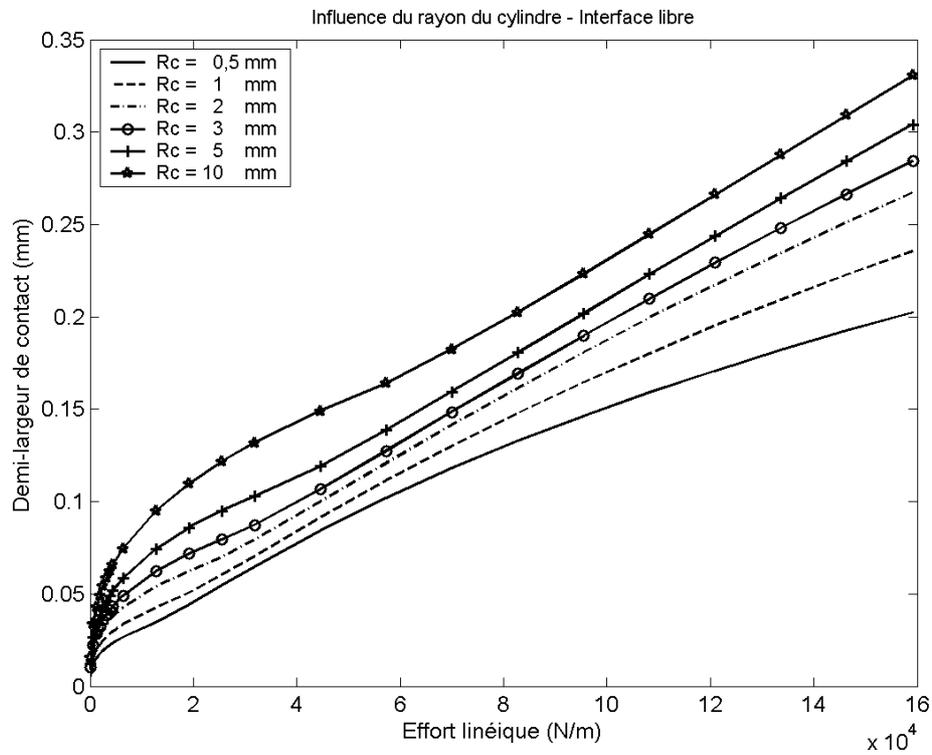


Figure 33 : Influence du rayon du cylindre sur la relation entre l'effort appliqué et la demi-largeur de contact. L'épaisseur du revêtement est de 300 μm et l'interface est libre.

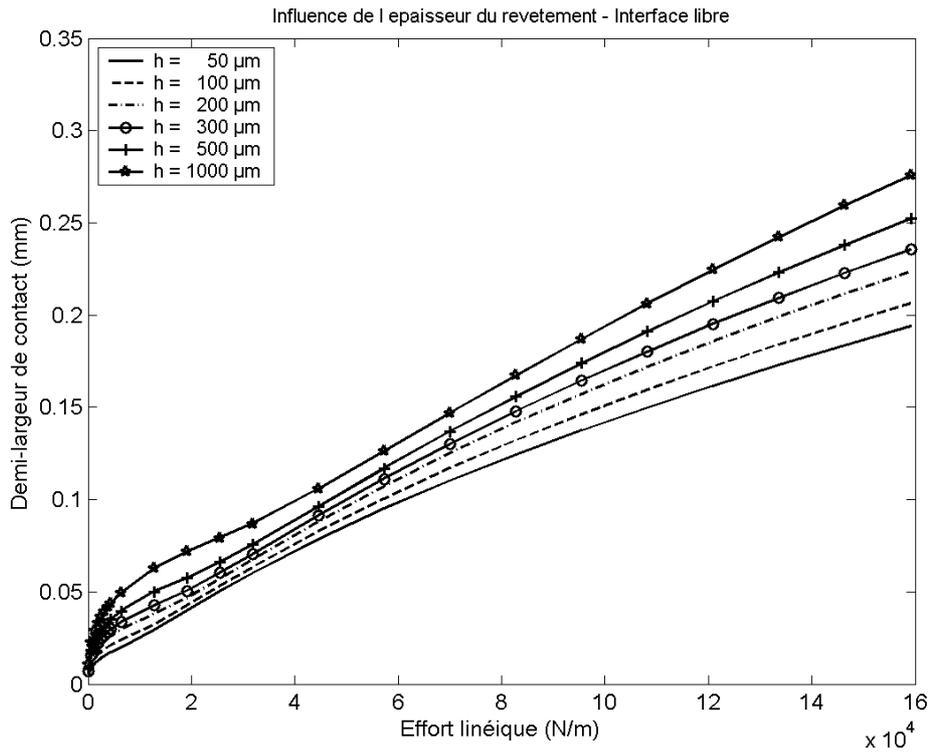


Figure 34 : Influence de l'épaisseur du revêtement sur la relation entre l'effort appliqué et la demi-largeur de contact. Le rayon du cylindre est de 1 mm et l'interface est libre.

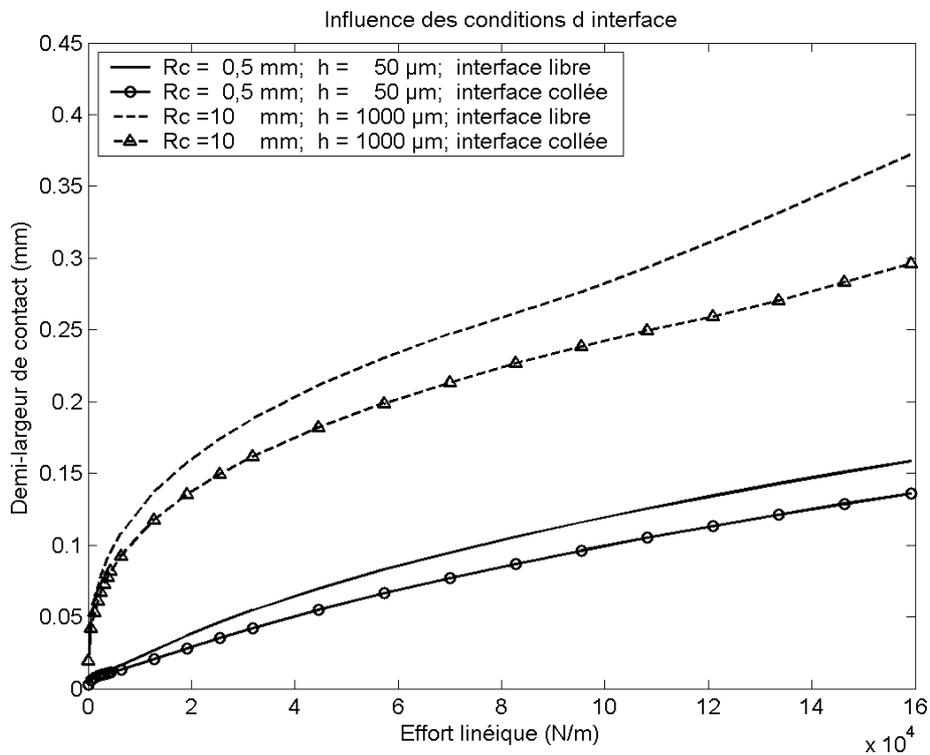


Figure 35 : Influence des conditions d'interface entre le revêtement et le substrat sur la relation entre l'effort appliqué et la demi-largeur de contact. Les courbes sans marqueurs représentent les interfaces libres et les courbes avec marqueurs représentent les interfaces collées.

L'étude paramétrique ci-dessus permet de tirer les conclusions suivantes :

- A effort linéique donné, la demi-largeur de contact est d'autant plus grande que le rayon de contact est grand et que l'épaisseur de revêtement est grande.
- Lorsque le rayon de contact est multiplié par 20 (de 0,5 mm à 10 mm), la demi-largeur de contact est multipliée par environ 1,6.
- Lorsque l'épaisseur de revêtement est multipliée par 20 (de 50 μm à 1 mm), la demi-largeur de contact est multipliée par environ 1,4.
- A rayon de contact, épaisseur de revêtement et effort linéique donnés, la demi-largeur de contact est plus grande quand l'interface est libre que lorsqu'elle est collée.
- La différence de demi-largeur de contact, à effort linéique donné, entre les modèles libre et collé est d'autant plus grande que le rayon de contact est grand et que l'épaisseur de revêtement est grande.

2.1.1.5 Écriture en pression moyenne

Les résultats précédents peuvent également être présentés par la relation existant entre la pression moyenne et la dimension caractéristique du contact, comme le propose **Johnson** [33].

Dans notre modèle, la pression moyenne se déduit de l'effort linéique résultant et de la largeur du contact :

$$p_m = \frac{W_L}{2b} = \frac{W_{L0}}{2b_0} \frac{\bar{W}_L}{b} \quad (2.26)$$

Pour situer notre modélisation par rapport à la description proposée par **Johnson**, nous adoptons les mêmes normes :

- La pression moyenne est normée par R_{ee} ,
- La demi-largeur de contact est normée par $\frac{1}{R_c} \frac{E_{12}}{R_{ee}}$.

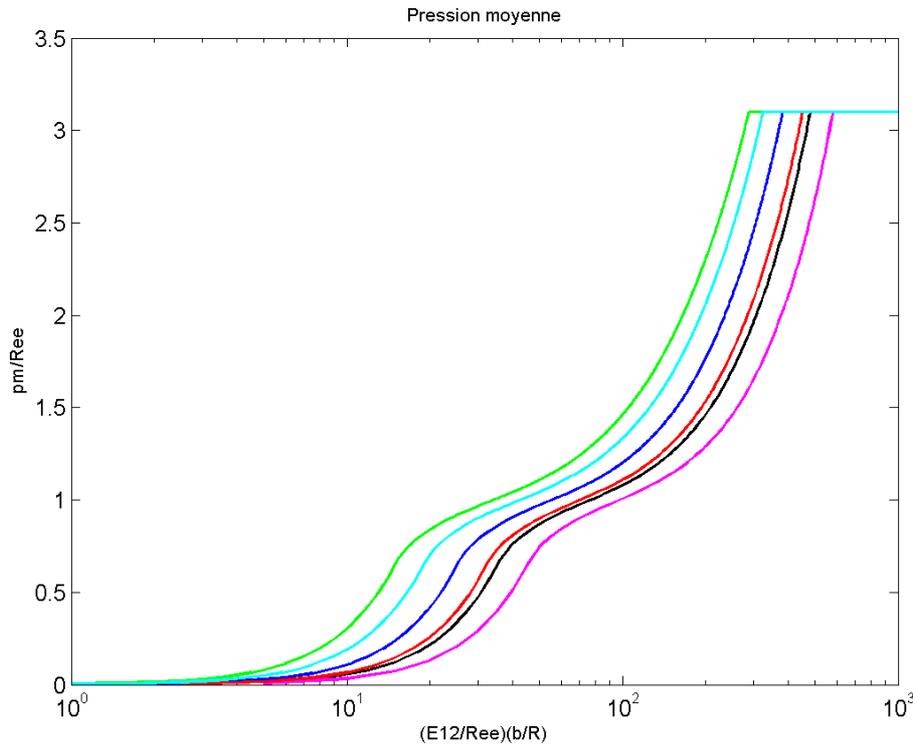


Figure 36 : Représentation de la pression moyenne théorique. Les courbes représentent, de gauche à droite, les pressions moyennes pour : $R_c = 3 \text{ mm}$ et $h = 500 \mu\text{m}$; $R_c = 3 \text{ mm}$ et $h = 300 \mu\text{m}$; $R_c = 1 \text{ mm}$ et $h = 500 \mu\text{m}$; $R_c = 1 \text{ mm}$ et $h = 300 \mu\text{m}$; $R_c = 0,5 \text{ mm}$ et $h = 500 \mu\text{m}$; $R_c = 0,5 \text{ mm}$ et $h = 300 \mu\text{m}$.

L'analyse de la Figure 36 indique :

- A largeur de contact donnée, la pression moyenne est d'autant plus grande que le rayon de contact est grand,
- A rayon d'indenteur donné, la pression moyenne est d'autant plus grande que l'épaisseur de revêtement est grande.

2.1.2 Validation expérimentale : essais d'indentation torique

Afin de mettre à l'épreuve notre modèle de contact linéique avec revêtement, nous avons réalisé une campagne d'essais d'indentation torique sur matériau revêtu. La géométrie du tore permet de s'affranchir des effets de bords éventuels, permettant de réaliser l'hypothèse théorique du contact infiniment long. De plus, le rayon de courbure du tore par rapport à son rayon de section est tel que, localement, on peut considérer le contact comme linéaire.

2.1.2.1 Dispositif expérimental

Les moyens d'essais employés pour la campagne d'indentation sont les suivants :

- Presse mécanique de capacité 100 kN.
- Binoculaire Wild Makroskop M420.
- Caméra numérique kappa de type CF 11 DSP + logiciel Archimed®.
- Surfascan 3S
- Microduromètre Leitz Wetzlar (dureté Vickers sous 25g)

Ces moyens nous ont permis de faire des mesures avant et après essais. Le dispositif expérimental est constitué de deux supports d'éprouvettes en acier (Figure 37), massifs, guidés en translation l'un par rapport à l'autre par trois tiges assurant une liaison $\text{Ø}10$ H7 g6. Le guide inférieur repose sur le marbre de la presse et accueille le porte-éprouvette. Le guide supérieur accueille le poinçon torique et est posé sur le premier ; il subit la charge appliquée par la presse et la transmet à l'éprouvette par l'intermédiaire du poinçon. Ce positionnement circonférentiel est assuré à 1° près par la mise en coïncidence de repères sur les guides et sur l'éprouvette.



Figure 37 : Supports d'éprouvettes pour l'indentation torique

Dans le cas d'un revêtement collé, l'éprouvette est revêtue d'argent déposé par électrolyse et le poinçon indente le revêtement sur un $\text{Ø}20,5$. Dans le cas du revêtement libre, l'éprouvette est une feuille d'argent d'épaisseur donnée. Il s'agit d'un disque évidé en son milieu de rayons intérieur et extérieur respectivement de 30 et 70 mm. L'épaisseur de la feuille peut prendre deux valeurs : 0,3 ou 0,5 mm. Le poinçon indente le revêtement sur un $\text{Ø}50$. On pose la feuille sur le porte-éprouvette et on la bloque en trois points sur le rayon intérieur (Figure 38) afin d'éviter tout glissement de la feuille par rapport au porte-éprouvette et par rapport au poinçon torique (contact sans glissement).

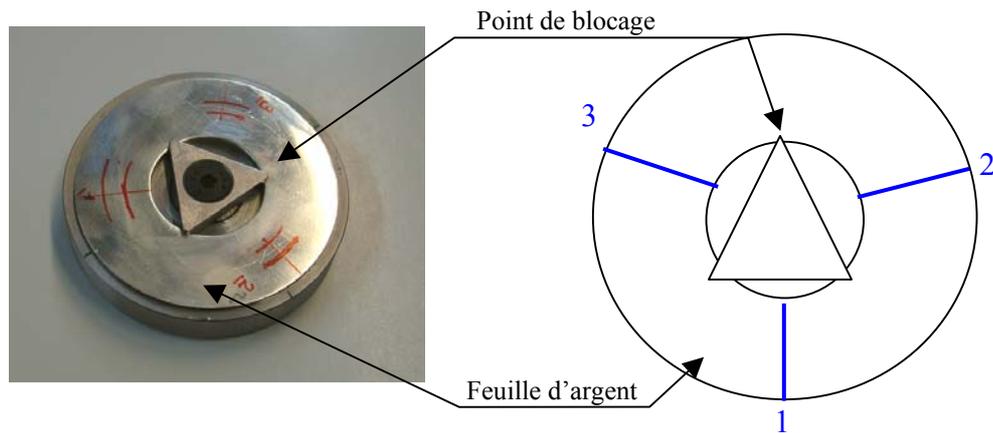


Figure 38 : Éprouvette sur son porte-éprouvette (gauche) et localisation des zones de mesure (lignes numérotées 1 à 3 à droite).

Pour se placer dans l'hypothèse de la couche d'argent libre, on effectue les mesures le plus loin possible des points de blocage, c'est à dire sur chacune des trois médiatrices des points de blocage, numérotées de 1 à 3 comme indiqué sur le schéma de la Figure 38.

Le dispositif est conçu de sorte que malgré les montages et démontages successifs le poinçon vienne toujours appuyer au même endroit sur la feuille (à la précision de positionnement près).

Chaque feuille d'argent est préalablement polie afin de faciliter la visualisation de la zone de contact. La feuille est ensuite nettoyée à l'alcool (DN1) et sa microgéométrie initiale est caractérisée à l'aide d'un profilomètre à contact (Surfascan). On mesure également sa dureté à l'aide du microduromètre.

L'éprouvette est ensuite placée sur le porte-éprouvette et on assure un blocage en 3 points, sans serrer exagérément afin de limiter autant que possible les contraintes résiduelles de serrage. On trace alors sur la feuille d'argent les trois directions de mesure que l'on numérote de 1 à 3. Le porte-éprouvette est ensuite placé sur le guide inférieur selon des repères préalablement tracés puis le guide supérieur positionné de façon à réaliser le contact entre la feuille d'argent et le poinçon.

Le chargement est alors appliqué et maintenu pendant 10 minutes. On décharge ensuite le dispositif et on retire le porte éprouvette de son emplacement afin d'effectuer les mesures de largeur de contact au microscope binoculaire et au profilomètre. On effectue également des mesures de micro-dureté dans l'empreinte. Cette succession d'étapes est répétée autant de fois qu'il y a d'incrément de charge.

Pour chaque configuration (épaisseur de feuille d'argent associée à un tore de rayon donné), on effectue une série de cycles chargement/déchargement d'intensité croissante, d'abord à l'aide de masses, (charges de 10 kg, 20kg, 30kg, 40kg, 50kg, 60kg et 70kg) puis à l'aide d'un anneau dynamométrique, (charges de 100kg, 200kg, 300kg, 400kg, 500kg, 700kg, 900kg, 1100kg, 1300kg, 1500kg, 1700kg, 1900kg, 2100kg, 2300kg, 2500kg).

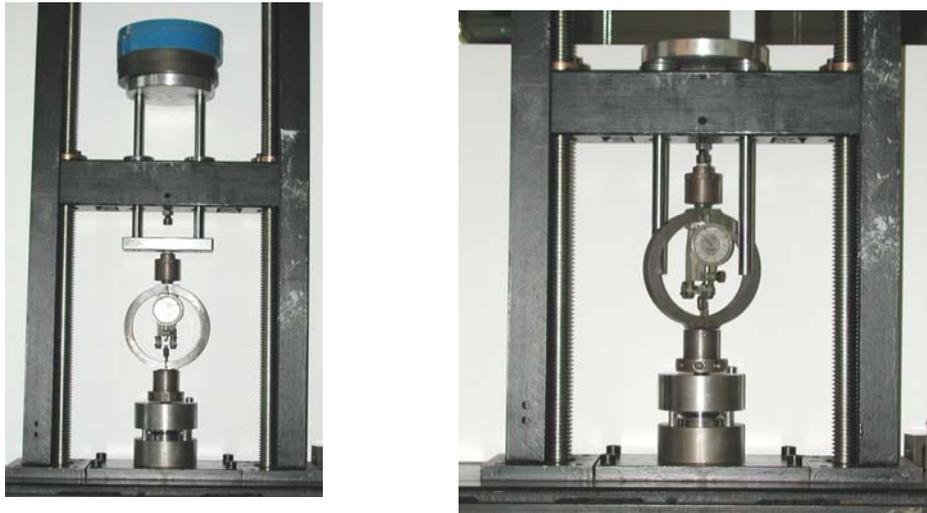


Figure 39 : Dispositif d'indentation torique sous charge avec des masses (à gauche) et avec la traverse de la presse mécanique (à droite).

Pour les mesures de largeur de contact au microscope, on prend soin de toujours mesurer exactement au même endroit, sur chaque repère, afin de pouvoir juger de l'évolution de la largeur de contact (tous paramètres autres que la charge étant constants par ailleurs). Cette exigence est plus difficilement respectée pour les profilométries car l'appareillage n'est pas muni d'un dispositif de positionnement précis des éprouvettes. Ces mesures n'en restent pas moins utiles pour préciser la microgéométrie dans la zone de contact et pour connaître la profondeur de l'empreinte laissée par le poinçon. On présente un exemple des relevés expérimentaux réalisés au microscope (Figure 40) et au profilomètre (Figure 41) sur la même éprouvette et au même repère :

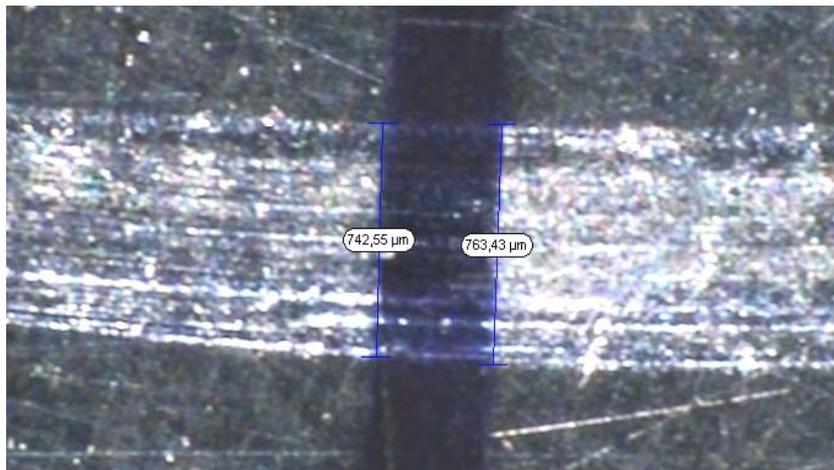


Figure 40 : Relevé expérimental effectué au microscope ($R_c = 3 \text{ mm}$; $h = 300 \text{ µm}$)

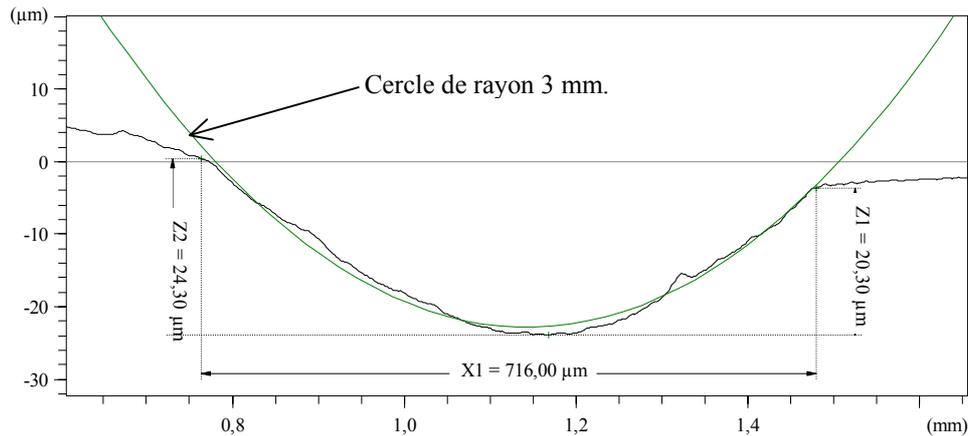


Figure 41 : Relevé expérimental effectué au profilomètre ($R_c = 3 \text{ mm}$; $h = 300 \text{ }\mu\text{m}$).

2.1.2.2 Résultats expérimentaux

Les mesures effectuées permettent de représenter graphiquement l'évolution de la largeur de contact ainsi que la profondeur de la trace en fonction de la charge appliquée. Ces résultats sont obtenus pour les rayons du tore et épaisseurs de revêtement synthétisées dans le Tableau 7. On présente ici les résultats expérimentaux complets issus de cette campagne d'essais.

Les essais d'indentation linéique sur revêtement collé ($h = 20 \text{ }\mu\text{m}$) n'ont pas été réalisés au cours de nos travaux mais ont été menés au sein du LISMMA en 1995 et 1996 dans le cadre du GDR étanchéité [75], [76].

Les mesures profilométriques indiquent que la géométrie de l'empreinte après déchargement est conforme à la forme du tore (Figure 43), ce qui confirme que le tore se déforme bien de manière élastique.

| | | | | | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R (mm) | 0,5 | 0,5 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 5 |
| h (µm) | 300 | 500 | 20 | 300 | 500 | 20 | 300 | 500 | 20 |
| Interface | libre | libre | collé | libre | libre | collé | libre | libre | collé |

Tableau 7 : Récapitulatif des paramètres d'essais en indentation linéique

Avant toute exploitation des résultats, il convient de signaler que les données expérimentales aux faibles charges ($< 4.10^4 \text{ N/m}$) sont à considérer avec réserve. En effet nous avons observé (Figure 42) l'existence d'une discontinuité de la trace. La mise en contact d'un tore avec un plan lisse devrait produire un contact annulaire. Or il apparaît qu'aux faibles charges le contact est constitué de portions d'anneau dont la longueur d'arc augmente avec l'effort normal appliqué jusqu'à coalescer avec les autres portions et constituer l'anneau complet. Cette discontinuité se réduit lorsque la charge normale augmente mais semble être d'autant plus marquée que le rayon de l'indenteur est important. Ceci ne manquera pas d'avoir des conséquences du point de vue de la confrontation avec les prédictions du modèle analytique car l'une des hypothèses du modèle est prise en défaut (contact infiniment long).

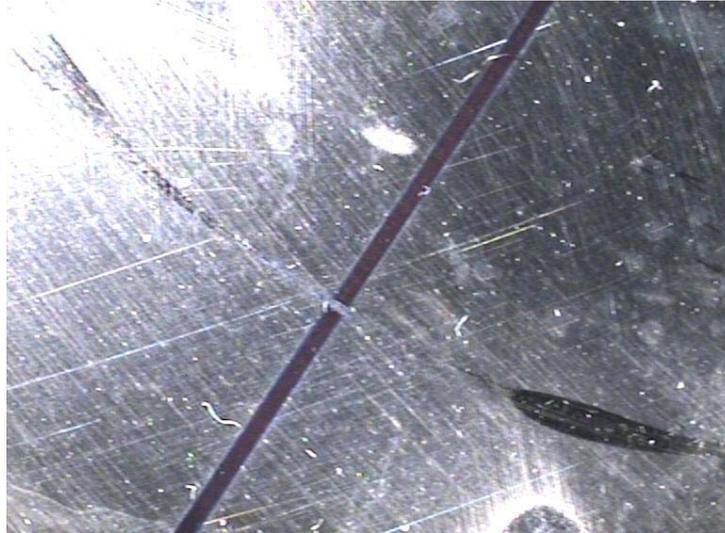


Figure 42 : Exemple de discontinuité de la trace à faible charge ($W_L = 6,4 \cdot 10^3$ N/m).

Une explication du fait que le contact a lieu seulement sur une portion d'anneau aux faibles charges est à rechercher du côté de la préparation des éprouvettes. En effet, celles-ci sont découpées dans un laminé d'argent à l'aide d'un outil spécifiquement conçu qui coupe à faible vitesse, ce qui ne manque pas d'induire des défauts de planéité. De plus, pour rendre plus visible le contact et ainsi mesurer la largeur de celui-ci nous polissons manuellement la pièce. Le procédé, abrasif, conduit à un enlèvement de matière le plus petit possible mais ne permet pas de garantir l'homogénéité du traitement. Ainsi, certaines zones sont légèrement moins épaisses que d'autres, induisant que le contact n'aura lieu dans ces zones qu'à de plus fortes charges. Ces défauts doivent être rattrapés au fur et à mesure que l'effort normal augmente.

On remarque également que les discontinuités de contact persistent à des efforts d'autant plus importants que le rayon de section du tore est important. Ceci s'explique par le fait que les largeurs de contact sont relativement peu sensibles au rayon du tore (dans les gammes de rayons de tore et d'épaisseurs de revêtements étudiées). Il paraît donc naturel d'en déduire que les profondeurs d'indentation seront plus importantes pour les rayons de tores plus petits. Ceci tend à rattraper les défauts de planéité de l'éprouvette d'autant plus rapidement que le rayon du tore est petit.

L'ensemble des résultats expérimentaux est présenté sous forme de graphiques (les fiches de résultats sont données en Annexe III), Figure 44 à Figure 46.

Après chaque déchargement, on effectue trois mesures au microscope binoculaire, trois mesures au profilomètre et des mesures de micro-dureté dans l'empreinte. Chaque point de ces figures est donc la moyenne de trois mesures.

Les représentations graphiques synthétisent l'ensemble des résultats obtenus pour chaque épaisseur de revêtement. Cette présentation des résultats doit permettre de déceler d'éventuelles tendances dans le comportement des matériaux vis-à-vis de la géométrie. On reporte également sur ces figures les valeurs d'effort linéique à partir desquelles le contact est un anneau continu et non plus un ensemble de portions d'arc.

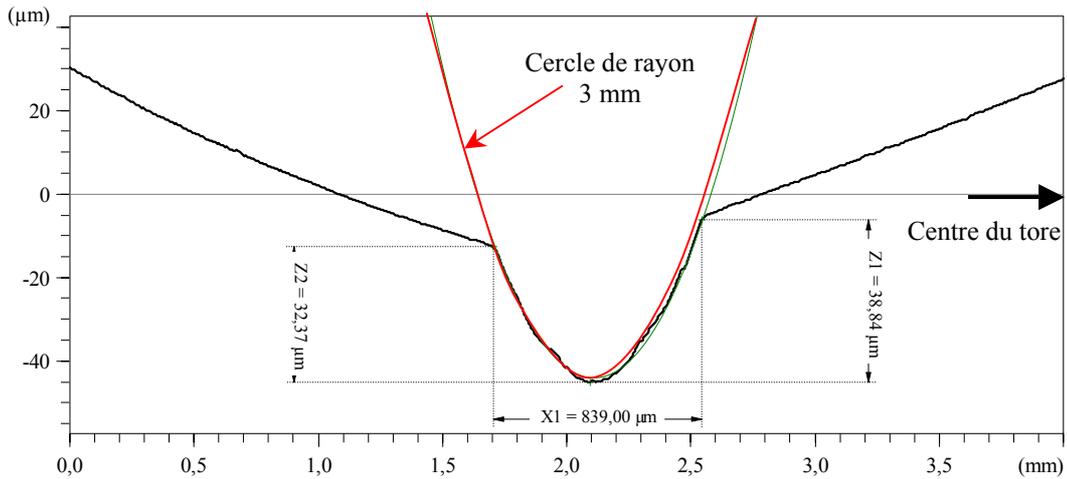


Figure 43 : Mesure profilométrique ($R_c = 3 \text{ mm}$; $h = 300 \text{ }\mu\text{m}$) après déchargement total sous un effort linéique de $16 \cdot 10^4 \text{ N/m}$.

On note, de plus, que les éprouvettes, au cours du chargement, se déforiment progressivement adoptant une forme en "V" similaire à de l'emboutissage avec décollement du revêtement de son substrat. Cet effet n'est pas prévu par notre modèle analytique et masque le refoulement de matière éventuel.

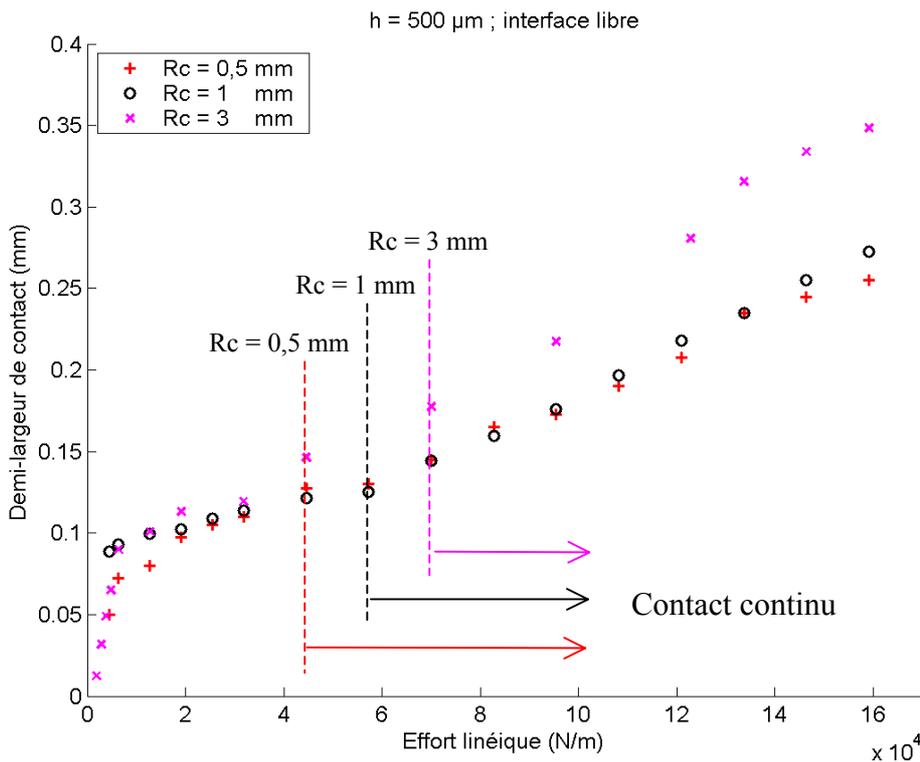


Figure 44 : Évolution de la demi-largeur de contact en fonction de la charge linéique pour un revêtement de $500 \text{ }\mu\text{m}$ d'épaisseur posé librement sur le substrat.

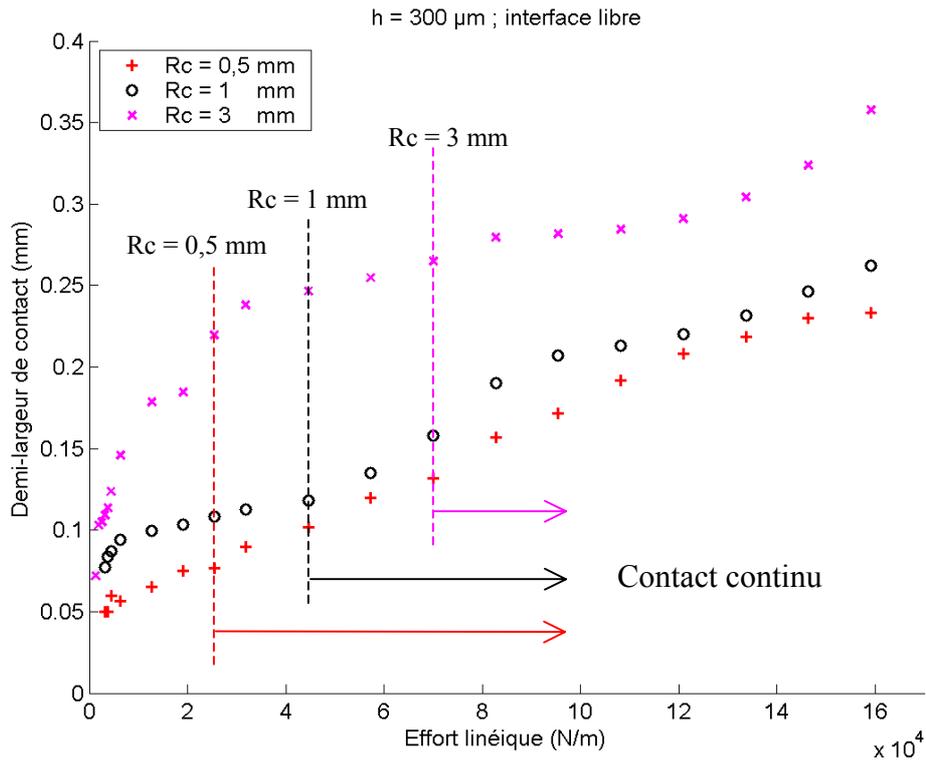


Figure 45 : Évolution de la demi-largeur de contact en fonction de la charge linéique pour un revêtement de 300 μm d'épaisseur posé librement sur le substrat.

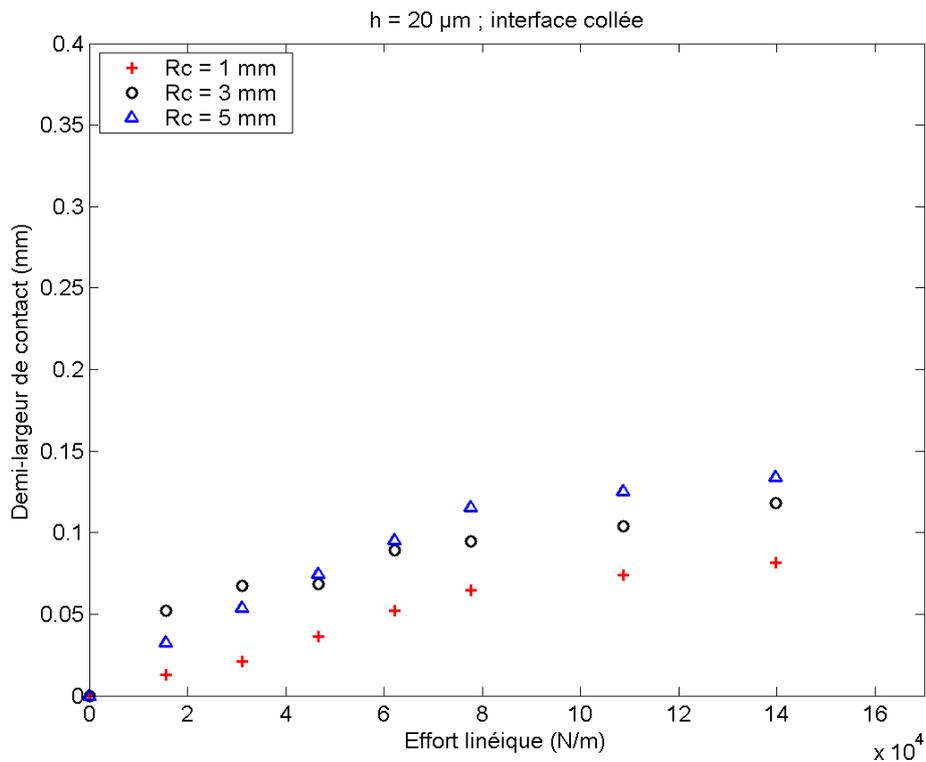


Figure 46 : Évolution de la demi-largeur de contact en fonction de la charge linéique pour un revêtement de 20 μm d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat.

L'ensemble des résultats expérimentaux présente une allure similaire, caractéristique d'un comportement élastoplastique et permet de classer les paramètres géométriques suivant leur influence sur la relation entre la largeur de contact et l'effort linéique : la condition d'interface est le paramètre le plus influent, puis le rayon du cylindre, et enfin, l'épaisseur du revêtement.

2.1.2.3 Confrontation au modèle théorique

Dans cette section, on compare les prédictions analytiques (décrites au chapitre 2.1.1) avec les résultats expérimentaux.

Les propriétés élastiques de l'acier et de l'argent sont supposées connues. La limite d'élasticité de l'argent est déduite de mesures de micro-dureté Vickers sous 25g et le ratio des modules est calé, pour chaque condition d'interface, à partir d'une courbe expérimentale ($R_c = 0,5$ mm et $h = 300$ μ m pour l'interface libre ; $R_c = 1$ mm et $h = 20$ μ m pour l'interface collée). Les propriétés matériaux utilisées sont résumées dans le Tableau 8.

| Partie | Matériau | Module d'Young (GPa) | Coefficient de Poisson | Limite d'élasticité en traction simple (MPa) | Ratio des modules, λ |
|------------|----------|----------------------|------------------------|--|---------------------------------|
| Cylindre | Acier | 220 | 0,3 | | |
| Substrat | Acier | 220 | 0,3 | | |
| Revêtement | Argent | 70 | 0,37 | 250 MPa si libre 500 MPa si collé | 0,030 si libre 0,09 si collé |

Tableau 8 : Propriétés matériaux utilisées pour le calcul analytique.

On présente graphiquement la confrontation entre les prévisions théoriques (ligne continue) et les résultats expérimentaux (points). On signale la limite théorique du comportement élastique du revêtement par une ligne pointillée.

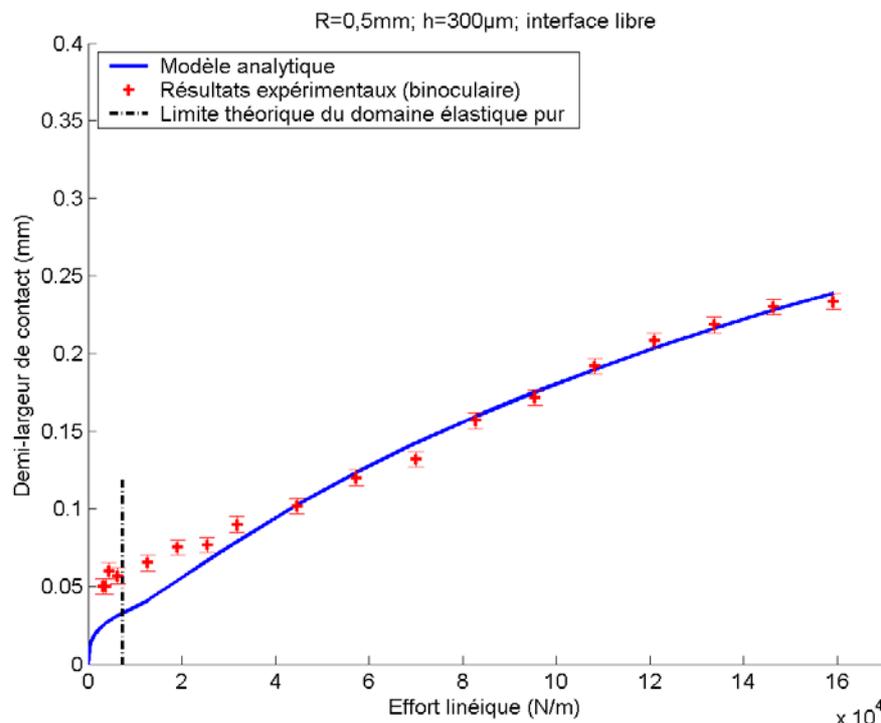


Figure 47 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 0,5 mm de rayon.

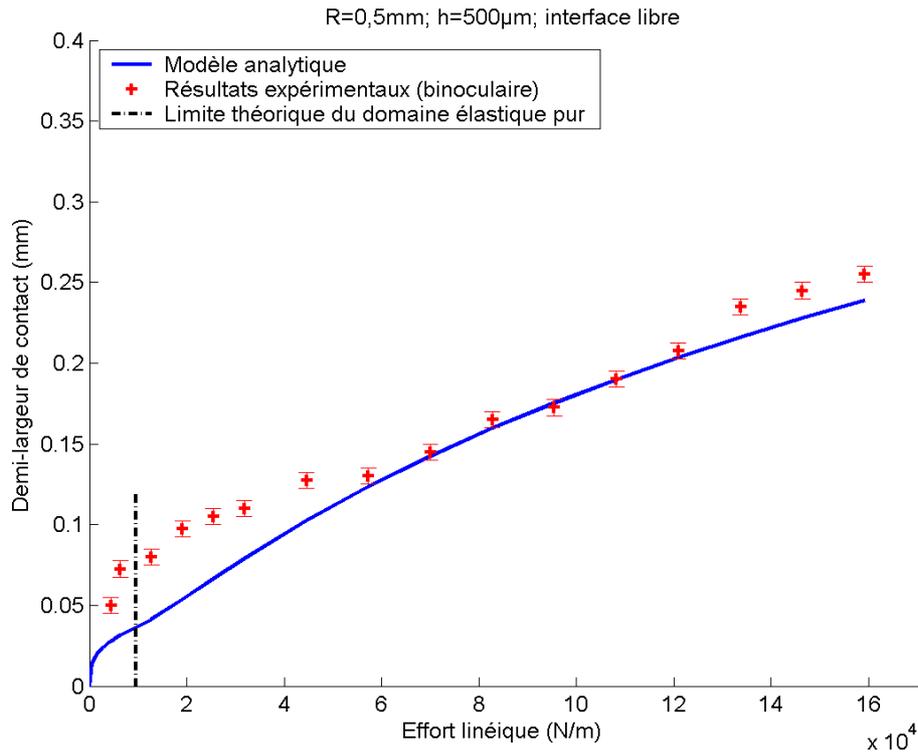


Figure 48 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 0,5 mm de rayon.

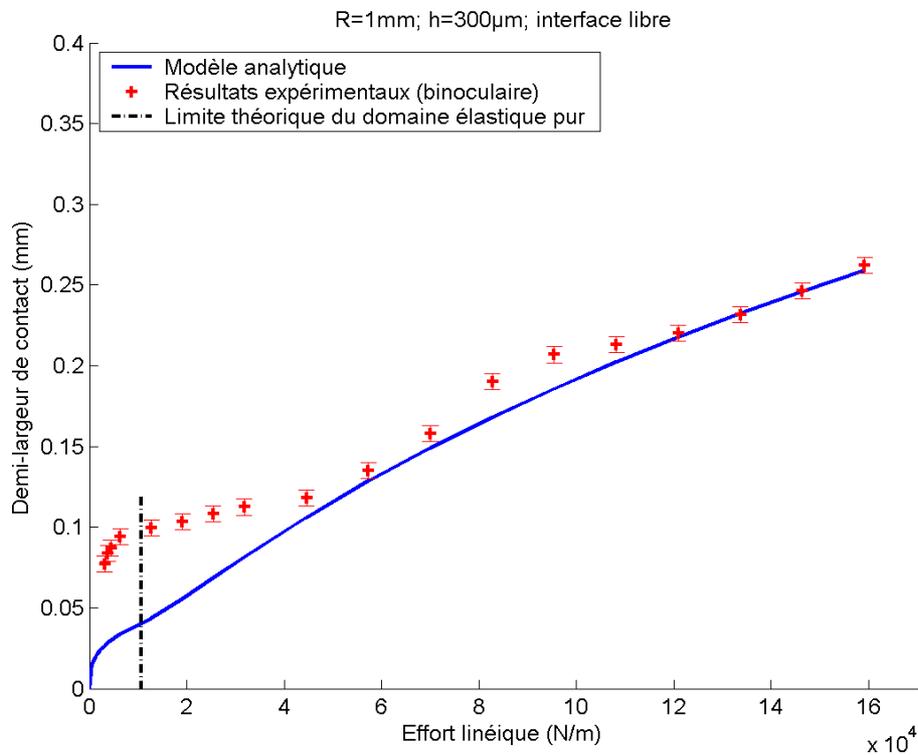


Figure 49 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 1 mm de rayon.

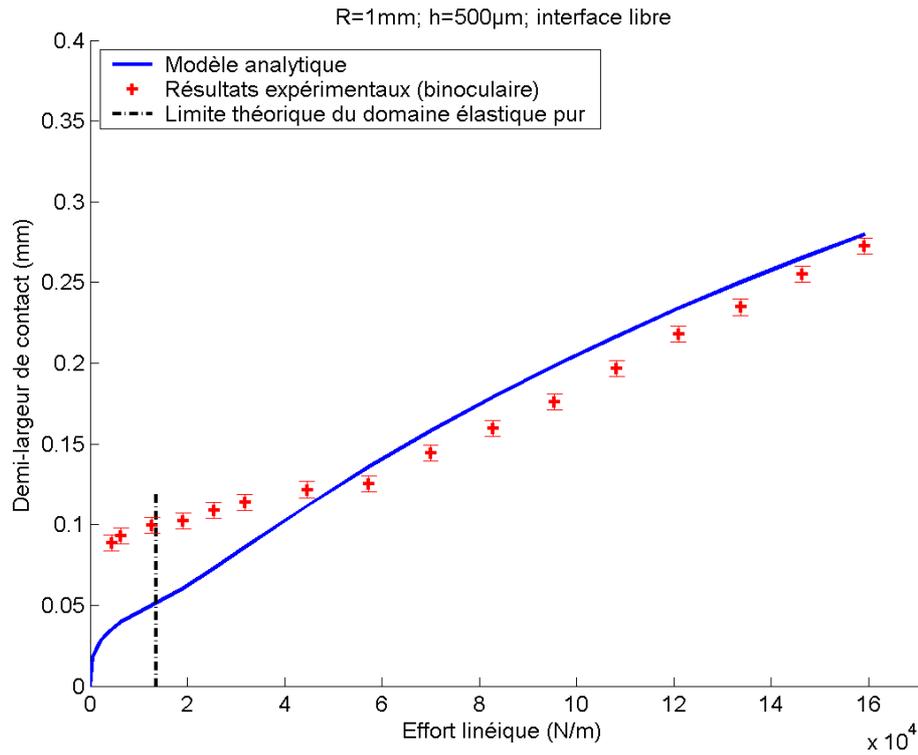


Figure 50 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 1 mm de rayon.

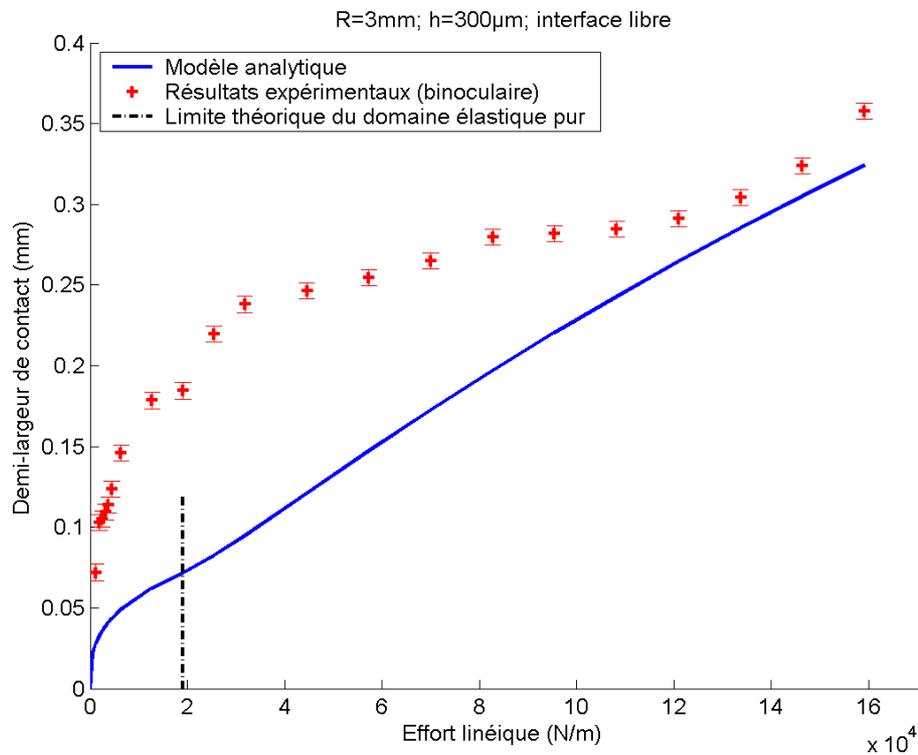


Figure 51 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 3 mm de rayon.

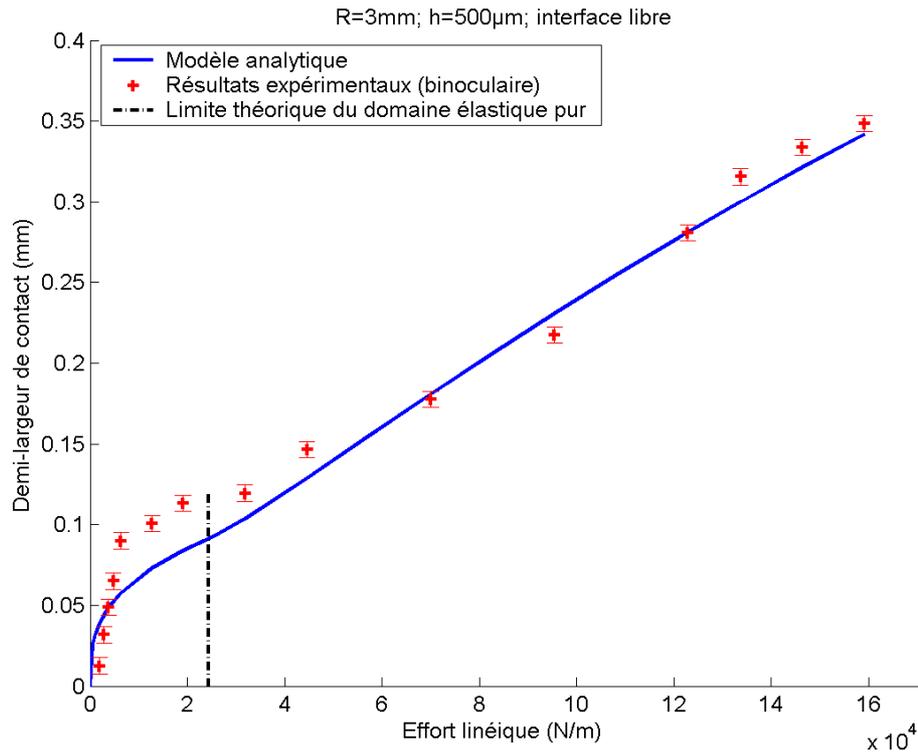


Figure 52 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 3 mm de rayon.

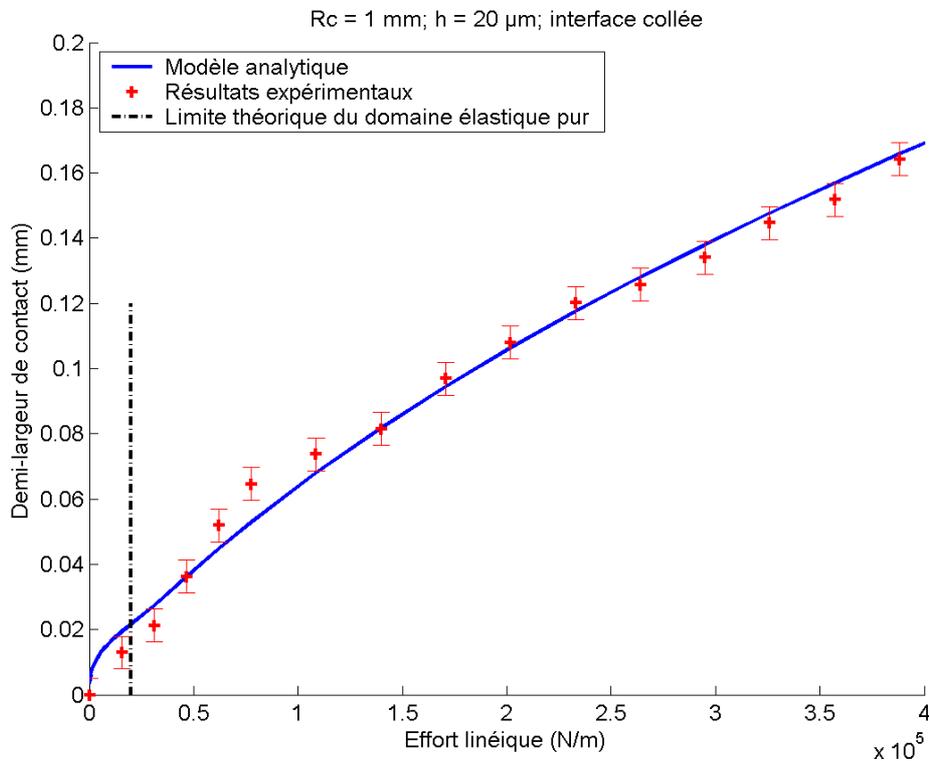


Figure 53 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 20 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par un cylindre de 1 mm de rayon.

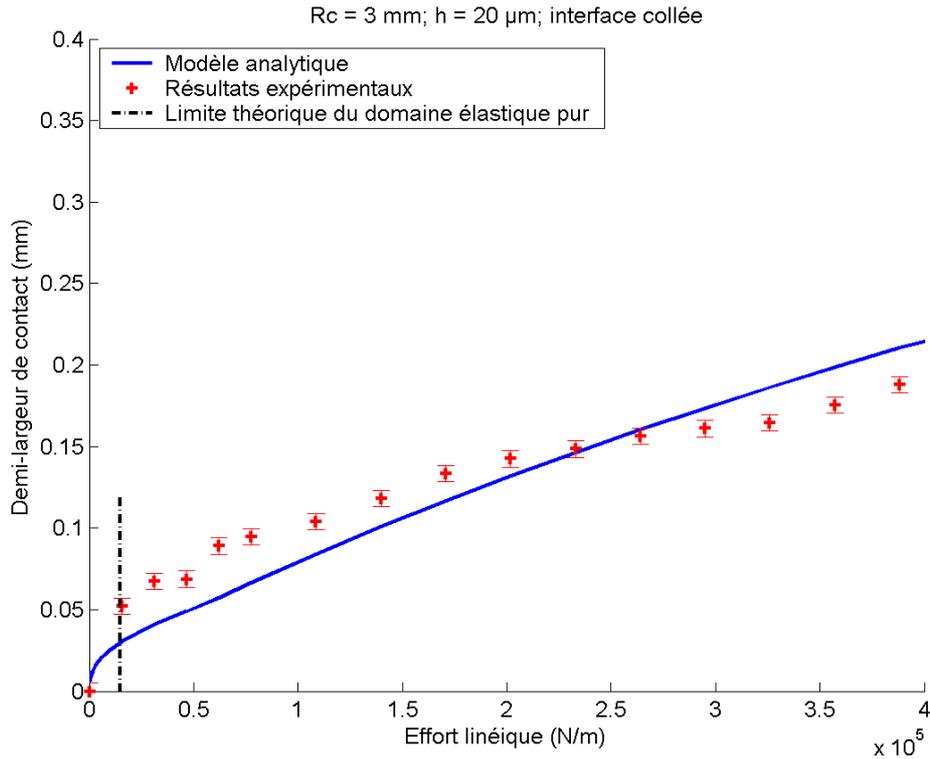


Figure 54 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 20 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par un cylindre de 3 mm de rayon.

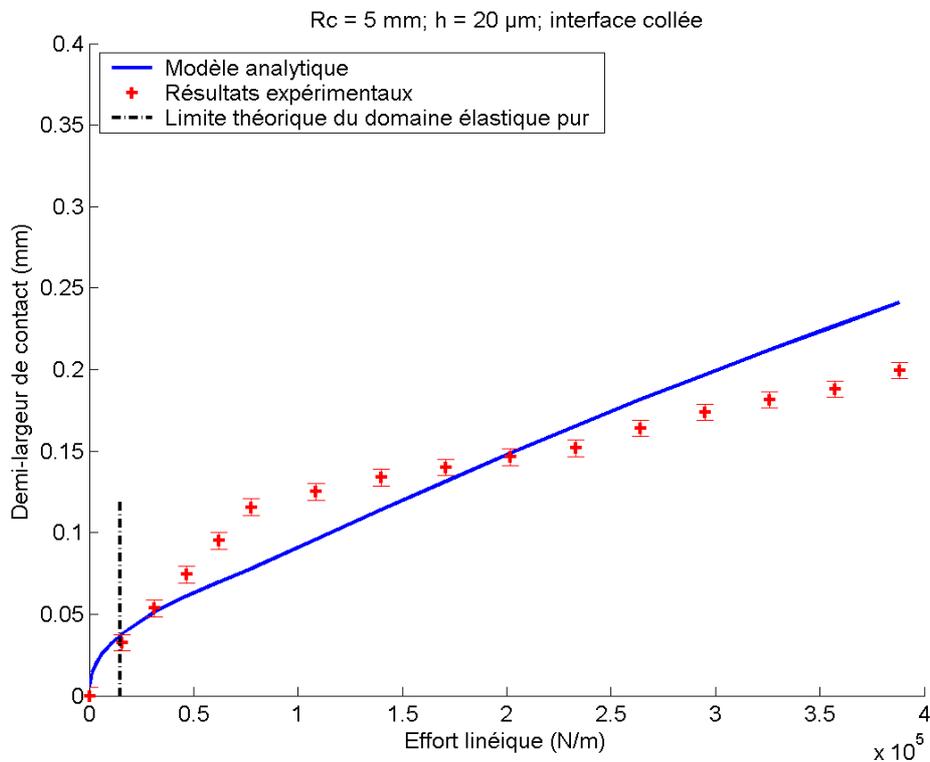


Figure 55 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 20 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par un cylindre de 5 mm de rayon.

La procédure expérimentale implique que les mesures de largeur de contact soient effectuées après déchargement total alors que le modèle analytique présente une solution sous charge. Cependant, lors du contact entre l'acier et l'argent, les propriétés optiques de l'argent sont modifiées de manière permanente, ce qui permet de visualiser et donc de mesurer au microscope binoculaire la largeur du contact telle qu'elle était effectivement sous charge. Ceci pourrait être une source de l'écart observé entre les mesures effectuées au microscope et celles effectuées au profilomètre ; en effet, en raison de la transition douce de géométrie, il est très difficile de repérer très précisément le bord du contact sur les relevés profilométriques (Figure 41 et Figure 43) alors que les bords du contact apparaissent clairement sur les observations au microscope (Figure 42). De plus, la répartition de pression calculée montre que la partie élastique du contact est relativement limitée.

Les confrontations théorie / expériences (Figure 47 à Figure 52) indiquent que pour les fortes charges ($W_L \geq 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}$) le modèle analytique prévoit le comportement du revêtement de manière satisfaisante. En revanche, aux charges plus faibles le modèle tend à sous-évaluer la largeur de contact pour un effort donné. Cette divergence dans les prédictions aux faibles charges peut s'expliquer par les phénomènes déjà décrits (§ 2.1.2.2) liés à la réalisation des éprouvettes. L'hypothèse de contact de longueur infinie étant prise en défaut aux faibles charges, il apparaît délicat de porter un jugement sur la capacité du modèle à décrire le comportement du revêtement à ces charges.

On présente également (Annexe III) une confrontation entre résultats expérimentaux et prévisions du modèle analytique en termes de pressions moyennes. Cette représentation conforte les conclusions précédentes selon lesquelles le modèle donne de bonnes prévisions pour les efforts importants et de moins bonnes prévisions pour des efforts plus faibles. De plus, comme de nombreux auteurs, nous signalons une certaine dispersion de la pression moyenne calculée.

2.1.3 Calculs par la méthode des éléments finis

Dans le cadre du GDR étanchéité, le LaMCoS (INSA Lyon) a modélisé les essais d'indentation linéique sur revêtements électrolytiques réalisés au LISMMA par la méthode des éléments finis (Tableau 9). Le code utilisé était le code commercial ABAQUS, adapté aux calculs dans le domaine élastoplastique.

| | | | |
|------------------|-------|-------|-------|
| R (mm) | 1 | 3 | 5 |
| h (μm) | 20 | 20 | 20 |
| Interface | Collé | Collé | Collé |

Tableau 9 : Essais d'indentation linéique modélisés au LaMCoS par la méthode des éléments finis.

Les caractéristiques géométriques et mécaniques utilisées pour la modélisation par éléments finis ont été fournies par l'équipe du LISMMA et correspondent aux essais précédemment décrits à ceci près que l'indenteur est rigide. Les propriétés matériaux correspondent également à celles employées pour la modélisation analytique [77]. Les résultats de cette modélisation sont résumés sous forme de représentations graphiques

sur lesquelles sont regroupés les résultats expérimentaux, la modélisation par la méthode des éléments finis et la modélisation analytique développée dans ces travaux.

Ces résultats indiquent un écart entre les résultats expérimentaux et les résultats issus de la modélisation par éléments finis de l'ordre de 20%. On remarque, par ailleurs un meilleur accord entre le modèle analytique et les résultats expérimentaux.

Cet écart constaté pourrait provenir du fait que le modèle éléments finis suppose un indenteur rigide. En effet, sous l'effet du champ de pression, l'indenteur se déforme de manière élastique, présentant un « rayon pendant le contact » plus grand que le rayon réel. Il en résulte un rayon de contact plus grand que si l'indenteur avait été très rigide.

D'autre part, la différence entre les modèles analytique et éléments finis se résorbe lorsque l'effort linéique diminue, ce qui semble indiquer que dans le domaine élastique ces deux modélisations donneraient des résultats similaires et qui convergeraient vers les valeurs expérimentales, ce qui pourra être vérifié lors de l'étude du contact ponctuel.

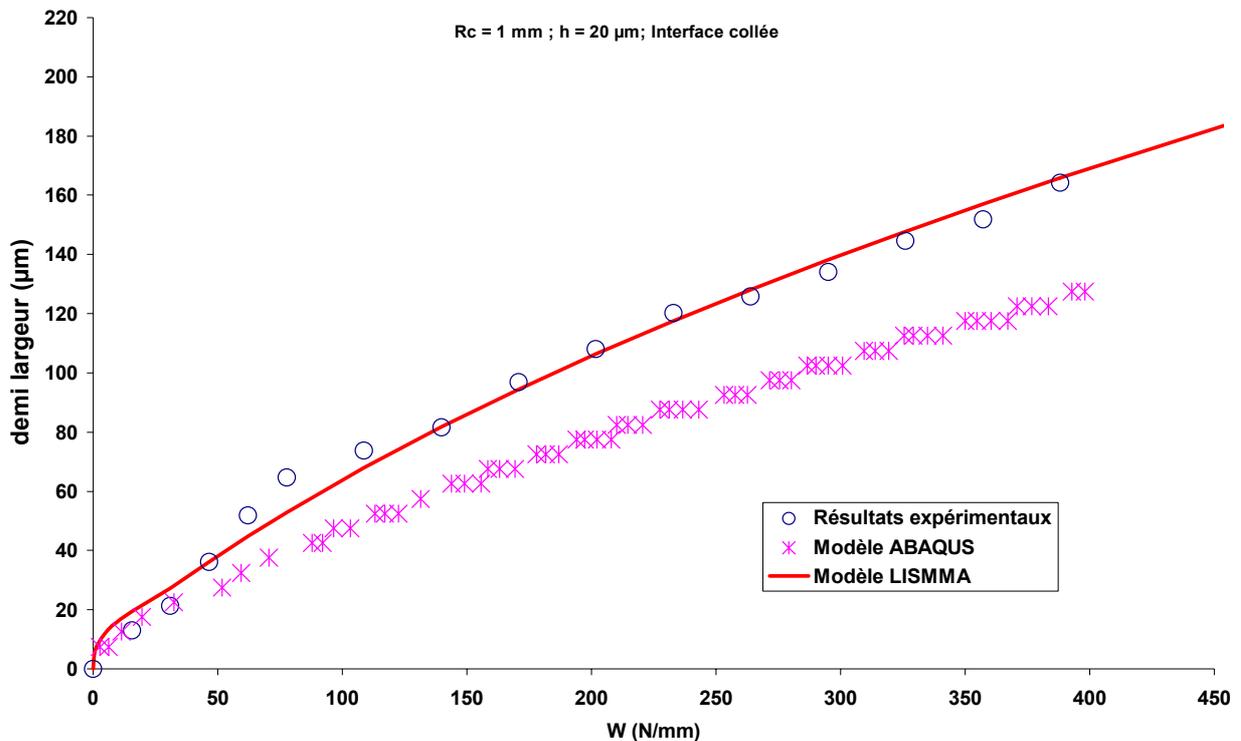


Figure 56 : Résultats de la modélisation par la méthode des éléments finis réalisés au LaMCoS pour un tore de 1 mm de rayon qui indente un revêtement de 20 µm d'épaisseur déposé électrolytiquement.

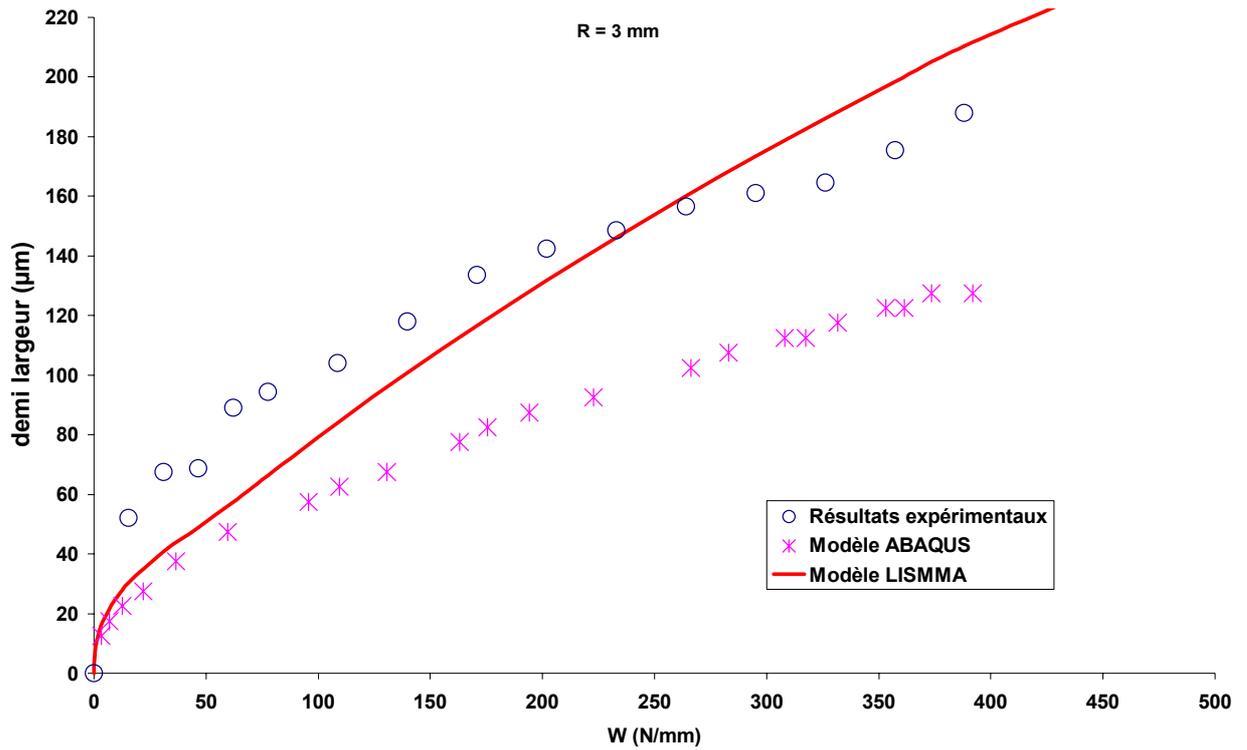


Figure 57 : Résultats de la modélisation par la méthode des éléments finis réalisés au LaMCoS pour un tore de 3 mm de rayon qui indente un revêtement de 20 µm d'épaisseur déposé électrolytiquement.

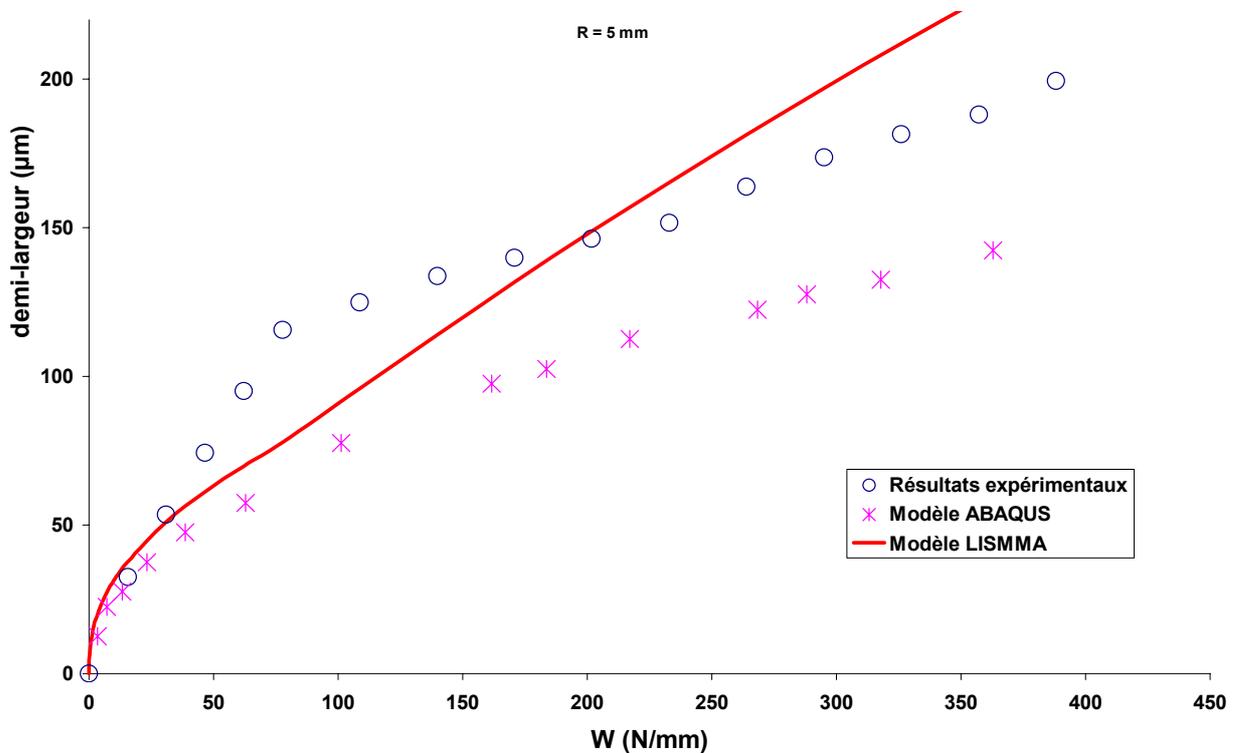


Figure 58 : Résultats de la modélisation par la méthode des éléments finis réalisés au LaMCoS pour un tore de 5 mm de rayon qui indente un revêtement de 20 µm d'épaisseur déposé électrolytiquement.

2.2. Contact ponctuel

Afin de déterminer si les hypothèses formulées pour expliquer les différences entre modélisation et expérience concernant le contact linéique sont correctes, il est possible d'adapter cette modélisation pour traiter le problème du contact ponctuel. Ainsi, en réalisant des d'essais d'indentation sphérique, il sera possible de s'affranchir des défauts de forme précédemment évoqués et donc de conclure définitivement quant à notre modélisation du contact linéique.

2.2.1 Modèle sphère revêtue/sphère

Cette modélisation s'appuie sur le modèle proposé dans les chapitres précédents en adaptant la formulation en axisymétrie. Cette modélisation permettra de déterminer le rayon de contact (a) pour un effort donné (W_N) ainsi que la répartition de pression correspondante, $\sigma_{zz}(r)$. De même que précédemment, on étudie deux cas de figure :

- (1) Le revêtement est posé librement sur son substrat (laminé d'argent intercalé entre les parties en acier), on parlera de *modèle libre*,
- (2) Le revêtement est solidaire de son substrat (dépôt électrolytique), on parlera de *modèle collé*.

On se place initialement dans le cadre du contact hertzien en déformations axisymétriques (plan r-z) et on reprend les hypothèses précédentes, que l'on rappelle ci-dessous :

- Ce contact est géométriquement équivalent à celui d'une sphère élastique en contact avec un espace semi-infini élastique revêtu d'un métal élastoplastique dans la mesure où l'épaisseur du revêtement du modèle équivalent est la somme des revêtements des deux sphères initiales et le rayon de la sphère équivalente est $\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_{c1}} + \frac{1}{R_{c2}}$, où R_1 et R_2 sont les rayons des sphères initiales (Figure 59),
- La sphère équivalente et l'espace semi-infini adoptent un comportement élastique pur,
- Le revêtement adopte un comportement élastique puis élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire,
- Le mouvement de corps rigide, δ_0 , est petit devant le rayon de la sphère équivalente,
- On suppose un contact sans frottement.

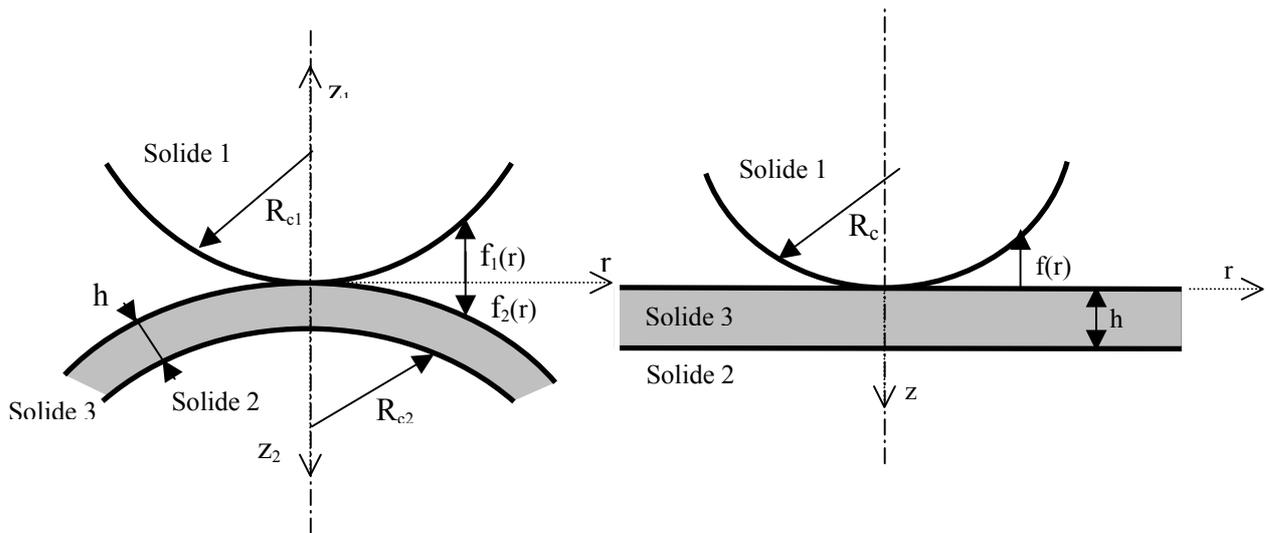


Figure 59 : Équivalence géométrique des contacts sphère / sphère revêtue (à gauche) et sphère / plan revêtu (droite).

Dans la mesure où la démarche adoptée dans ce problème ainsi que les formulations sont très similaires à celles utilisées pour le problème linéique, on n’indiquera, dans les chapitres suivants, que les résultats essentiels qui sont obtenus. Pour la démarche complète, on se référera à l’Annexe IV (page 176).

2.2.1.1 Conditions d’interface

On distingue deux conditions d’interface possibles, selon que l’on considère le modèle libre ou le modèle collé. Dans le premier cas, seule la contrainte normale, σ_{zz} est transmise au substrat alors que dans le deuxième cas il y a continuité des déformations transverses à l’interface

Comme dans le cas du cylindre, il apparaît une relation, dans les deux cas, entre la déformation et la contrainte axiales qui rappelle le cas d’une sollicitation uniaxiale de la

forme $\varepsilon_{zz}(r) = \frac{1}{E_{le}} \sigma_{zz}(r)$ avec

modèle libre

$$E_{le} = E_{I3}$$

$$\text{modèle collée} \quad E_{le} = E_{I3} \left[1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_{I2}}} \right]^{-1} \quad (2.27)$$

2.2.1.2 Équation géométrique de la déformée

Ici encore, la variation d’épaisseur du revêtement en tout point du contact, $\Delta h(r)$, est le résultat du mouvement de corps rigide de la sphère, δ_0 , corrigé de sa forme, $f(r)$, et de la déformation élastique cumulée de la sphère et du substrat, $v(r)$. Ceci est représenté schématiquement sur la Figure 60 et résumé par la relation (2.28).

De plus, on note $A = K_{\sigma_0} \frac{b}{h} E_{1e}$ et $J(\bar{x}) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} \bar{\sigma}_{zz}(\bar{\xi}, \varphi) d\bar{\xi} d\varphi$. On obtient ainsi :

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) = 1 - \bar{r}^2 + AJ(\bar{r}) + C_6 \quad (2.32)$$

Où C_6 est une constante.

Comme précédemment, la pression de contact est nulle à l'extérieur du contact ce qui permet d'aboutir au système d'équations à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) = 1 - \bar{r}^2 + A[J(\bar{r}) - J(1)] = 1 - \bar{r}^2 + A\Delta J(\bar{r}) = 1 - \bar{r}^2 + \Delta\bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) \\ J(\bar{r}) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} \bar{\sigma}_{zz}(\bar{\xi}, \varphi) d\bar{\xi} d\varphi \end{array} \right. \quad (2.33)$$

Pour résoudre ce système d'équations, on adopte la même méthodologie que pour le modèle de contact cylindre / plan revêtu. On initialise donc la récurrence ($i = 0$) en supposant $\Delta\bar{\sigma}_{zz}^{(0)}(\bar{r}) = 0$, conduisant alors à $\bar{\sigma}_{zz}^{(0)}(\bar{r}) = 1 - \bar{r}^2$.

On aboutit finalement au résultat suivant :

Le problème en élasticité admet une solution pour $\bar{a} < 1$. Cette solution est alors

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) = \frac{1}{1 + \bar{a}} (1 - \bar{r}^2) \quad (2.34)$$

Ce champ de pression donne l'effort normal résultant, $W^{(el)}$:

$$W_N^{(el)} = W_{N0} \frac{\bar{a}^4}{1 + \bar{a}} \quad (2.35)$$

2.2.1.4 Domaine de validité de la solution en élasticité

On détermine la limite de validité de cette solution en appliquant le critère de Tresca. On note R_{ee} la limite d'élasticité équivalente du modèle. Les résultats obtenus sont résumés comme suit :

La solution en élasticité pure s'applique tant que, pour tout $r \leq a$ on vérifie $\sigma_{zz}^{(3)}(r) \leq R_{ee}$, avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{modèle libre} \\ \text{modèle collé} \end{array} \right. R_{ee} = \frac{R_{e3}}{1 + \frac{\nu_3}{1 + \nu_3} \left(1 - \frac{2}{\nu_3} \frac{\frac{\nu_2}{E_{I2}} - \frac{\nu_3}{E_{I3}}}{\frac{1 - \nu_2}{E_{I2}} - \frac{1 - \nu_3}{E_{I3}}} \right)} \quad (2.36)$$

Au-delà d'un certain effort, correspondant à un rayon de contact limite, le critère de Tresca est violé, marquant la limite de validité du modèle en élasticité pure. Localement, cela signifie que la pression atteint la limite d'élasticité équivalente, R_{ee} . Étant donné la

répartition de pression, ceci se produira en premier lieu au centre du contact, en $r = 0$ ($\bar{r} = 0$). On montre que le rayon de contact limite normé, \bar{a}_{lim} , et l'effort normé, $\bar{W}_{N\ lim}^{(el)}$, correspondants sont définis par

$$\bar{a}_{lim} = \frac{\bar{R}_{ee}}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\bar{R}_{ee}}} \right) \quad \text{avec} \quad \bar{R}_{ee} = \frac{2R_c h R_{ee}}{a_0^2 E_{le}} \quad (2.37)$$

$$\bar{W}_{lim} = \frac{\bar{a}_{lim}^4}{1 + \bar{a}_{lim}} \quad (2.38)$$

2.2.1.5 Résolution en élastoplasticité

Dans le cas où le rayon de contact, a , dépasse le seuil défini par l'expression (2.37) la pression au centre du contact dépasse la limite d'élasticité et le comportement devient élastoplastique alors que plus près du bord le contact reste élastique. On définit donc la limite, à l'intérieur du contact, entre les régimes élastique et élastoplastique. Cette limite est notée r_1 :

$$\bar{r}_1 = \sqrt{1 - \frac{1 + \bar{a}}{\bar{a}^2} \bar{R}_{ee}} \quad (2.39)$$

On adopte le même comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire présenté dans le paragraphe 2.1.1.2 défini de manière identique par le rapport des modules équivalents, λ . Selon les conditions d'interface, ce rapport s'exprime de la manière suivante :

$$\lambda^{(libre)} = \frac{E_{II3}}{E_{I3}} = \lambda_0 \quad (2.40)$$

$$\lambda^{(collé)} = \lambda_0 \frac{\left[\begin{array}{c} \frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}} \\ 1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{1 - \nu_3} - \frac{\frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{1 - \nu_2} \end{array} \right]}{\left[\begin{array}{c} \frac{\nu_3}{E_{II3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}} \\ 1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{II3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{1 - \nu_3} - \frac{\frac{\nu_3}{E_{II3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{1 - \nu_2} \end{array} \right]} \quad (2.41)$$

Et le champ de pression se décompose de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\bar{r}_1\| \leq \|\bar{r}\| \leq 1 \quad \text{alors} \quad \bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(\bar{r}) = \bar{\sigma}_{zz}^{el}(\bar{r}) = \frac{1}{1 + \bar{a}} (1 - \bar{r}^2) \\ \|\bar{r}\| \leq \|\bar{r}_1\| \quad \text{alors} \quad \bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(\bar{r}) = \bar{\sigma}_{zz}^{ep}(\bar{r}) = \lambda \bar{\sigma}_{zz}^{el}(\bar{r}) + (1 - \lambda) \frac{R_{ee}}{p_0} \end{array} \right. \quad (2.42)$$

L'effort résultant de cette répartition de pression élastoplastique est alors :

$$W_N^{(ep)} = W_{N0} \frac{\bar{a}^4}{1 + \bar{a}} \left[1 - (1 - \lambda) \left(1 - \frac{1 + \bar{a}}{\bar{a}^2} \bar{R}_{ee} \right)^2 \right] \quad (2.43)$$

2.2.1.6 Écriture en pression moyenne

Dans le cas de l'indentation sphérique, la pression moyenne est définie par :

$$P_m = \frac{W_N}{\pi a^2} = \frac{W_{N0}}{\pi a_0^2} \frac{\bar{W}_N}{\bar{a}^2} \quad (2.44)$$

Pour présenter les prévisions du modèle sous la forme choisie par **Johnson**, on norme :

- La pression moyenne par R_{ee} ,
- Le rayon de contact par $\frac{1}{R_c} \frac{E_{12}}{R_{ee}}$.

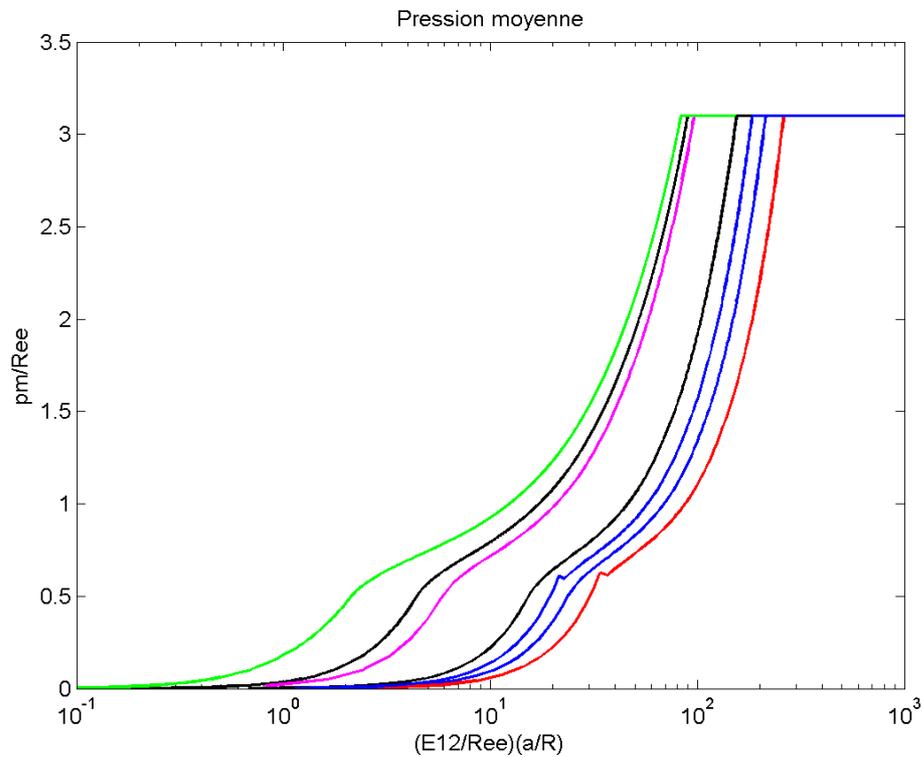


Figure 61 : Représentation de la pression moyenne théorique. Les courbes représentent, de gauche à droite, les pressions moyennes pour : $R_c = 2,5$ mm et $h = 20\mu\text{m}$; $R_c = 0,5$ mm et $h = 20\mu\text{m}$; $R_c = 0,5$ mm et $h = 40\mu\text{m}$; $R_c = 2,5$ mm et $h = 300\mu\text{m}$; $R_c = 2,5$ mm et $h = 500\mu\text{m}$; $R_c = 1$ mm et $h = 300\mu\text{m}$; $R_c = 1$ mm et $h = 500\mu\text{m}$.

2.2.2 Validation expérimentale : essais d'indentation sphérique

De même que pour le contact linéique, afin de tester notre modélisation du contact ponctuel entre matériaux revêtus, nous avons réalisé une campagne d'essais d'indentation sphérique sur matériau revêtu. Cette validation expérimentale doit permettre d'appuyer la validation du modèle de contact linéique sur l'ensemble de la gamme d'efforts étudiée.

2.2.2.1 Dispositif expérimental

Les moyens d'essais employés pour la campagne d'indentation sphérique sont listés ci-dessous :

- Montage d'indentation sphérique dédié (Figure 62).
- binoculaire Wild Makroskop M420.
- caméra numérique kappa de type CF 11 DSP + logiciel Archimed®.
- Surfscan 3S
- Microduromètre Leitz Wetzlar (dureté Vickers sous 25g)



Figure 62 : Dispositif d'indentation sphérique soumis à une charge de 500g.

Ces moyens nous ont permis de faire des mesures avant et après essais. Le dispositif expérimental permet d'appliquer de faibles charges, de l'ordre du Newton. On présente un schéma cinématique du montage à la Figure 63.

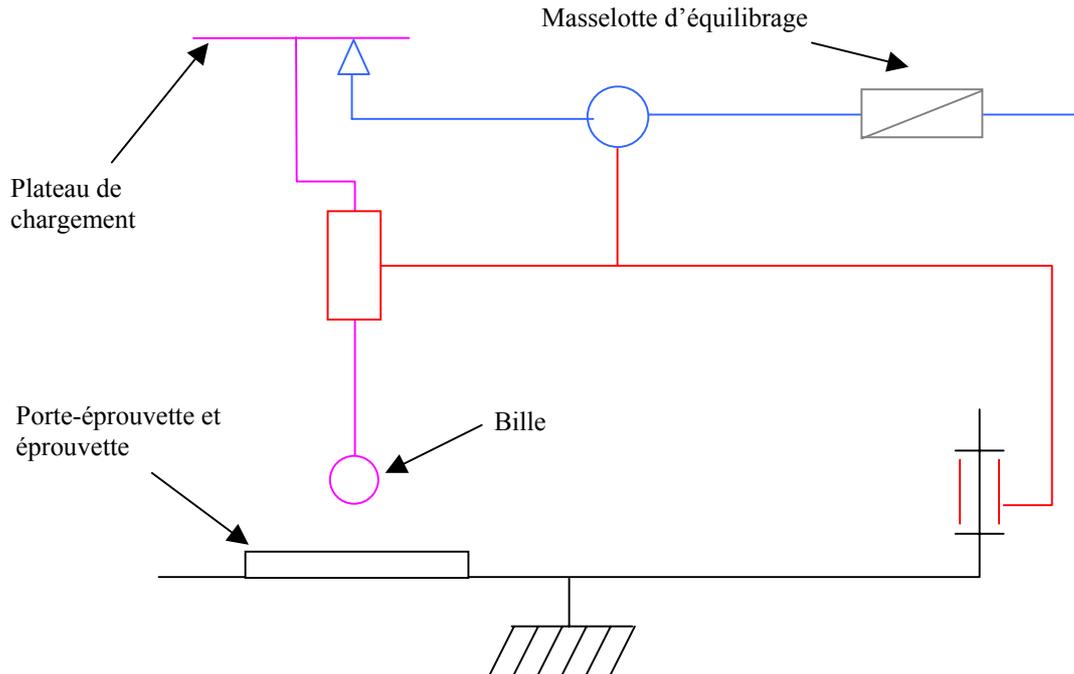


Figure 63 : Schéma cinématique du dispositif d'indentation sphérique.

On utilise trois billes de diamètres respectivement 1, 2 et 5 mm. Chaque éprouvette est préalablement polie afin de faciliter la visualisation de la zone de contact. La feuille est ensuite nettoyée à l'alcool (DN1) et sa microgéométrie initiale est caractérisée à l'aide de Surfascan. On mesure également sa dureté à l'aide du microduromètre.

On fixe la bille et son support en dessous de la glissière, à l'aide de la vis de serrage prévue à cet effet puis on positionne l'éprouvette sur son support. On approche alors la bille (plateau à vide) en compensant la masse de l'arbre, du plateau de chargement, de la bille et de son porte-bille à l'aide de la masselotte d'équilibrage. On applique ensuite les masses sur le plateau de chargement, en prenant soin d'éviter les chocs et les vibrations induits. On maintient le dispositif sous charge pendant une trentaine de secondes. Des essais préalables ont permis de vérifier que le temps de mise en charge n'influence pas les résultats. On remonte enfin le plateau de chargement manuellement, toujours en veillant à éviter les vibrations et le glissement de la bille sur l'éprouvette. On repère la marque laissée par la bille sur l'éprouvette en l'entourant d'un trait de feutre et en lui associant un numéro permettant de l'identifier facilement.

Contrairement à l'essai d'indentation torique, on ne recharge pas la même empreinte à plusieurs reprises, mais on effectue une indentation sur une partie vierge de la surface de l'éprouvette pour chaque charge étudiée. Ces charges varient entre 200g et 4kg. La limite inférieure (200g – 1,96N) est choisie car en dessous de cette charge on ne parvient pas à distinguer d'empreinte sur l'éprouvette. La limite supérieure (4kg – 39,2N) est imposée par le dispositif expérimental. Des essais ont été réalisés sur des laminés d'argent, du même lot que celui utilisé pour les essais d'indentation torique. D'autres essais ont également été menés sur du papier d'aluminium de type alimentaire.

2.2.2.2 Résultats expérimentaux

Pour chaque essai, on mesure le diamètre de l'empreinte par deux méthodes, de manière similaire aux essais d'indentation torique :

- Au microscope binoculaire couplé à une caméra numérique reliée à un PC équipé du logiciel Archimed®
- Au profilomètre Surfscan 3S, en mode surfacique puis par extraction de profils.

Les configurations testées pour les revêtements d'argent sont résumées dans le Tableau 10.

| | | | | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R (mm) | 0,5 | 0,5 | 1 | 1 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 |
| h (μm) | 20 | 40 | 300 | 500 | 20 | 40 | 300 | 500 |
| Interface | Collé | Collé | Libre | Libre | Collé | Collé | Libre | Libre |

Tableau 10 : Conditions expérimentales testées pour l'indentation sphérique de revêtements d'argent.

Les résultats expérimentaux sont présentés sous forme de graphiques représentant l'évolution du rayon de contact avec l'effort normal appliqué (Figure 64 à Figure 66).

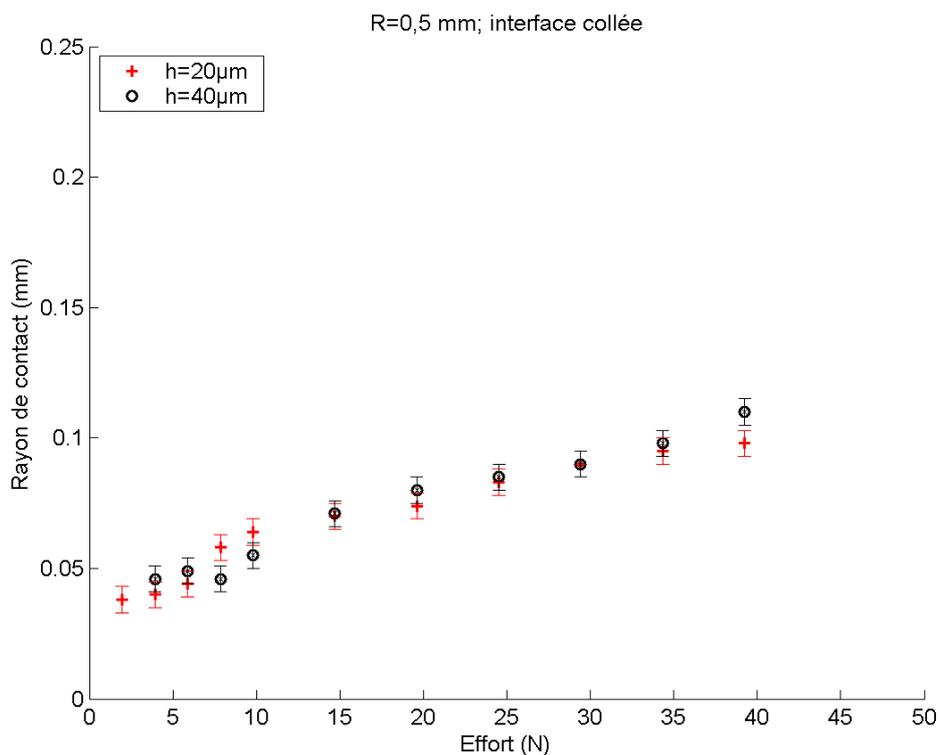


Figure 64 : Évolution du rayon de contact en fonction de la charge pour une sphère de rayon R=0,5 mm.

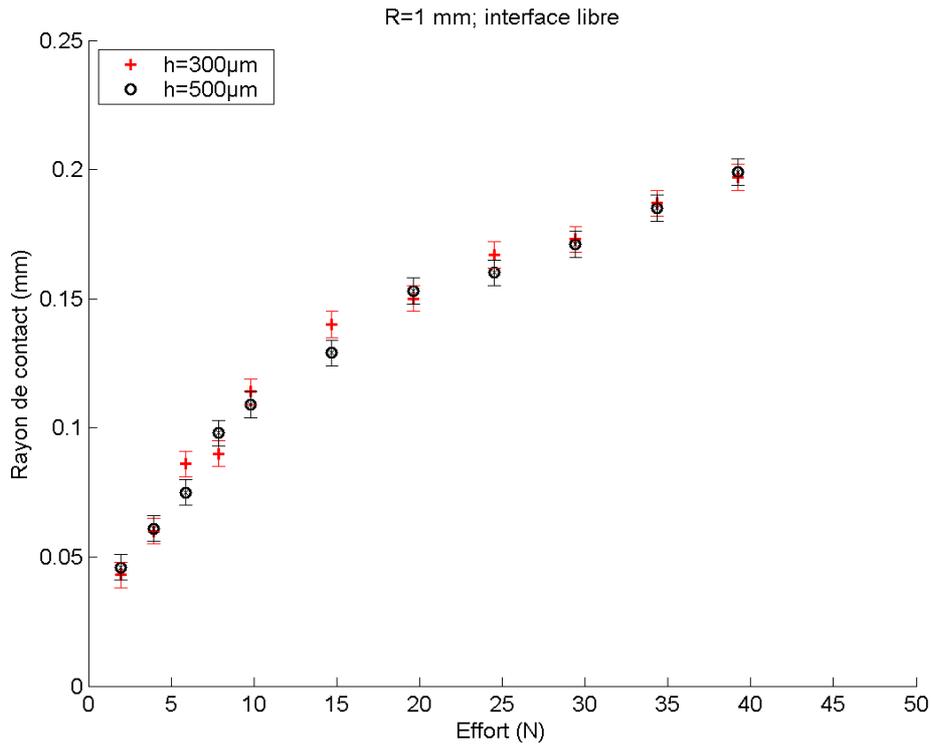


Figure 65 : Évolution du rayon de contact en fonction de la charge pour une sphère de rayon R=1 mm.

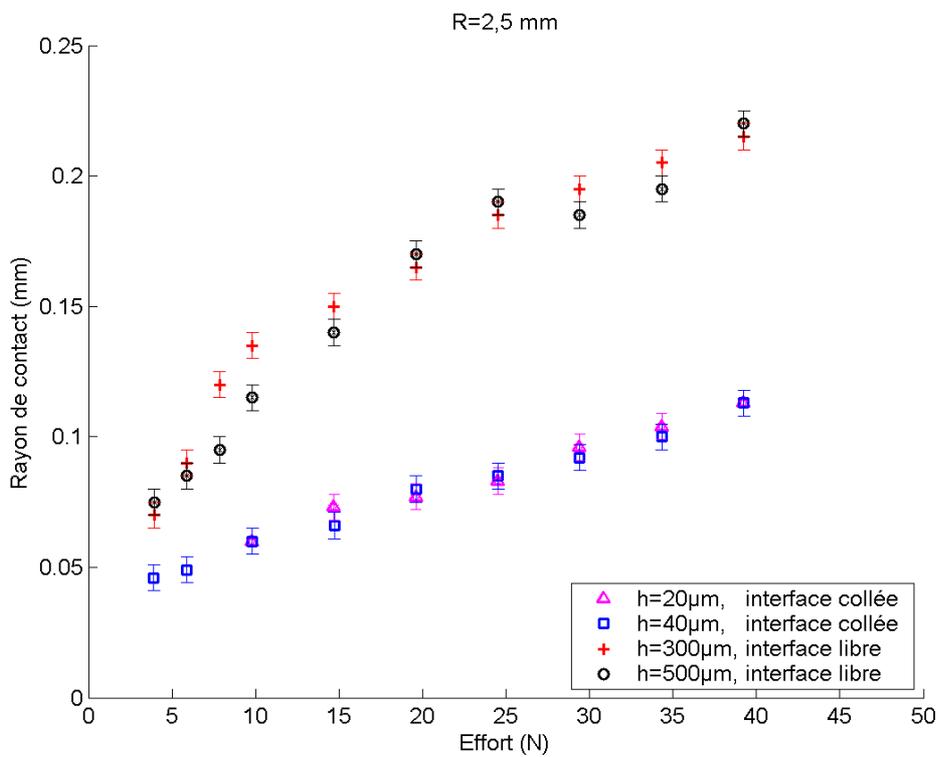


Figure 66 : Évolution du rayon de contact en fonction de la charge pour une sphère de rayon R=2,5 mm.

Toutes les courbes expérimentales présentent une forme caractéristique du comportement élastoplastique.

Le rayon de contact est d'autant plus grand que le rayon de la sphère est grand et que l'épaisseur de revêtement est grande. On note cependant que l'épaisseur de revêtement a une influence moindre que le rayon de la sphère sur le rayon de contact. En effet, lorsque l'épaisseur du revêtement est multipliée par 15, le rayon de contact n'est multiplié que par 1,8, d'autre part, lorsque le rayon de la sphère est multiplié par 2,5 le rayon de contact est multiplié par 1,2.

L'analyse des empreintes indique qu'il a pu y avoir du glissement entre la bille et le revêtement (Figure 67). Ceci est dû au dispositif expérimental qui induit un léger effort de frottement au niveau de la liaison glissière entre l'axe de chargement (qui porte la bille) et le bâti (Figure 63). Ceci induit à une légère ovalisation des empreintes aux faibles charges et pourrait fausser la mesure du rayon de contact.

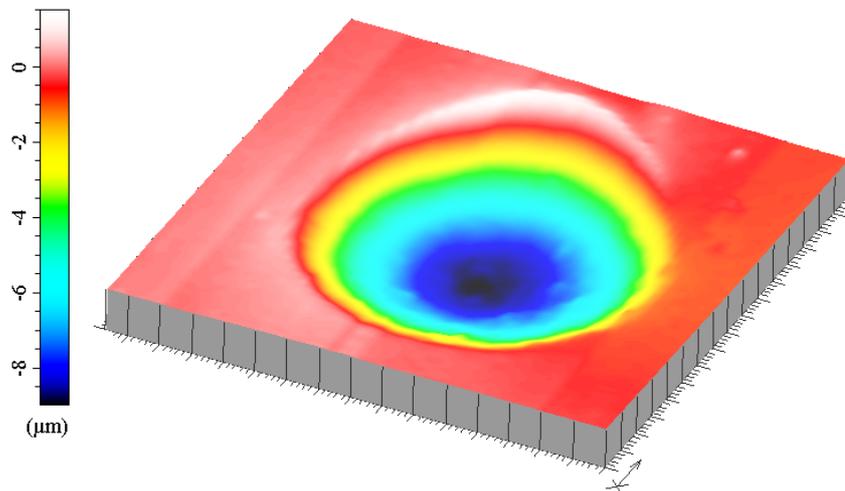


Figure 67 : Surfométrie d'une empreinte réalisée sur un revêtement d'argent de 500 μm d'épaisseur par une bille de 1 mm de diamètre sous un effort de 20 N.

2.2.2.3 Confrontation au modèle théorique

On propose de simuler les essais réalisés à l'aide du modèle analytique proposé au chapitre 2.2.1. Les propriétés matériaux utilisées sont résumées dans le Tableau 11. Il s'agit des propriétés matériaux déjà caractérisées lors des essais d'indentation torique, il n'y a donc pas de processus d'identification préalable des paramètres matériaux sur ces éprouvettes.

| Partie | Matériau | Module d'Young (GPa) | Coefficient de Poisson | Limite d'élasticité en traction simple (MPa) | Ratio des modules, λ |
|------------|----------|----------------------|------------------------|--|------------------------------|
| Sphère | Acier | 220 | 0,3 | | |
| Substrat | Acier | 220 | 0,3 | | |
| Revêtement | Argent | 70 | 0,37 | 250 MPa | 0,09 |

Tableau 11 : Propriétés matériaux utilisées pour le calcul analytique.

On représente graphiquement la confrontation entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux (Figure 68 à Figure 74). Sur chacun, des graphiques, la ligne continue représente la prévision théorique, les points représentent les données expérimentales et la ligne pointillée la limite théorique du comportement élastique pur du revêtement.

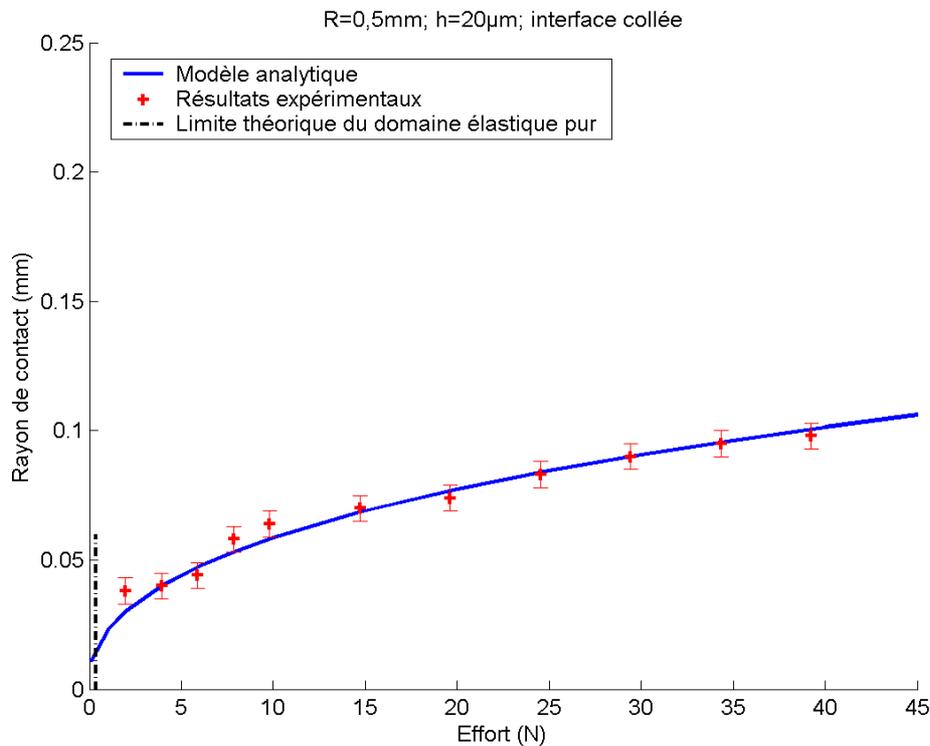


Figure 68 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 20 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une bille en acier de 0,5 mm de rayon.

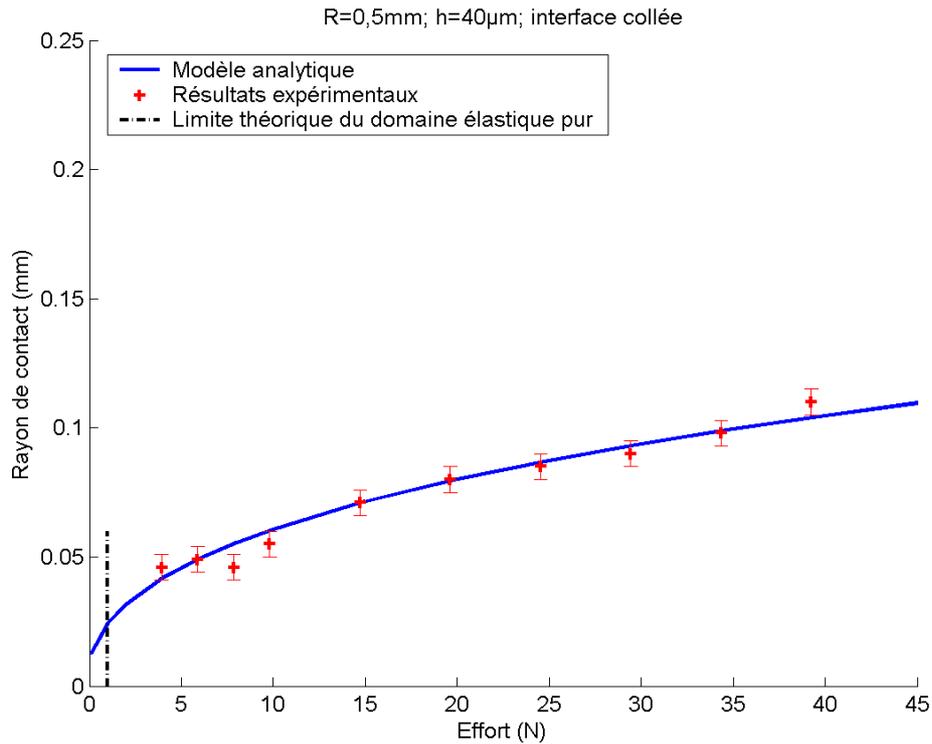


Figure 69 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 40 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une bille en acier de 0,5 mm de rayon.

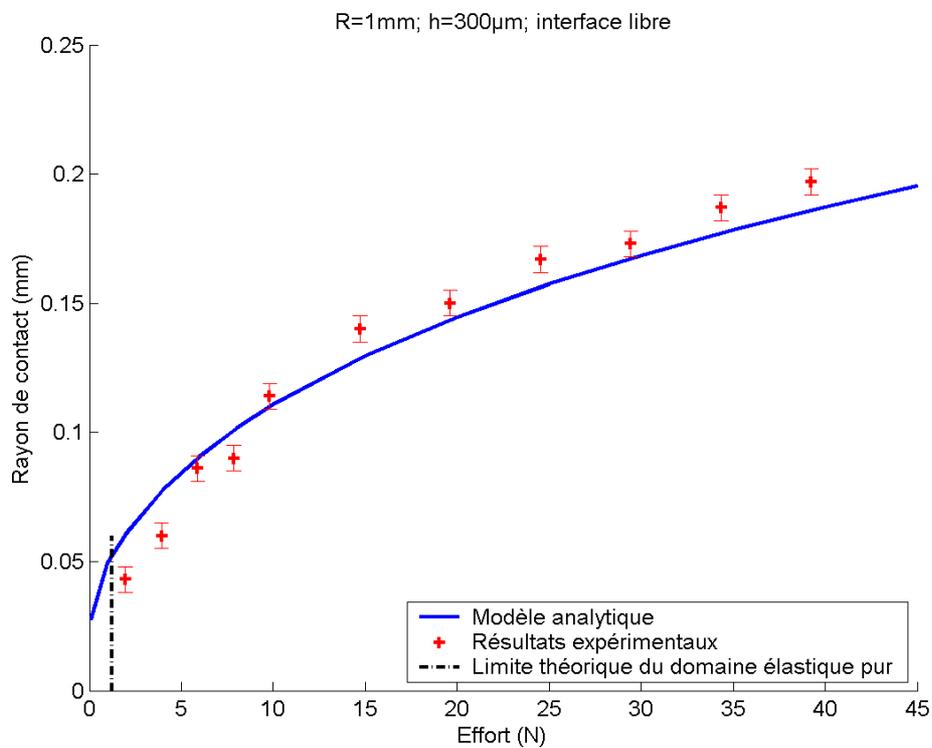


Figure 70 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par une bille en acier de 1 mm de rayon.

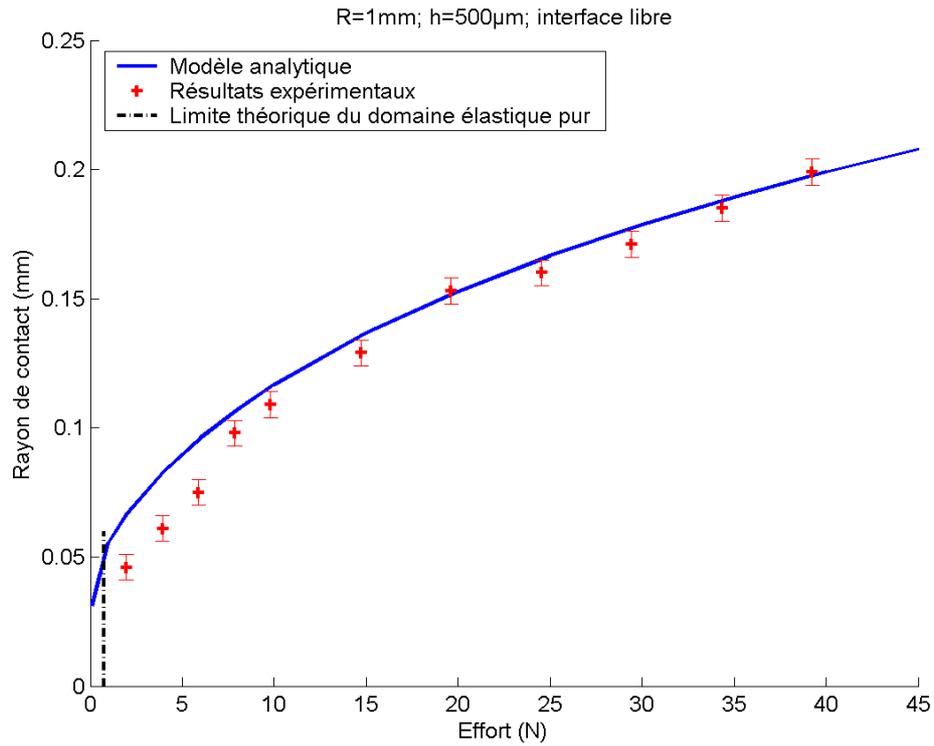


Figure 71 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par une bille en acier de 1 mm de rayon.

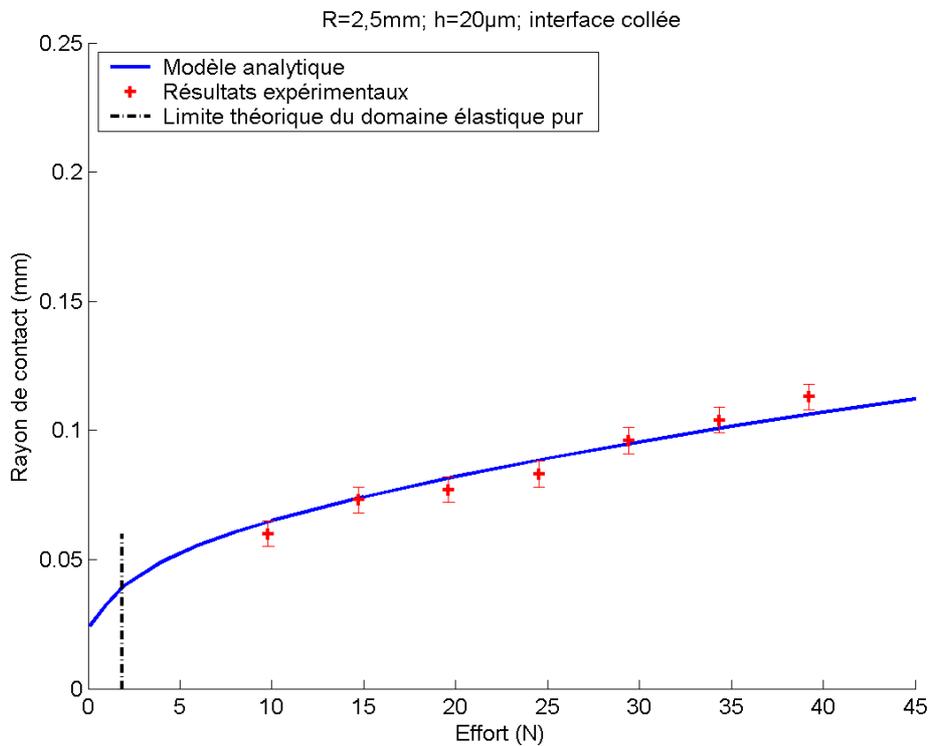


Figure 72 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 20 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une bille en acier de 2,5 mm de rayon.

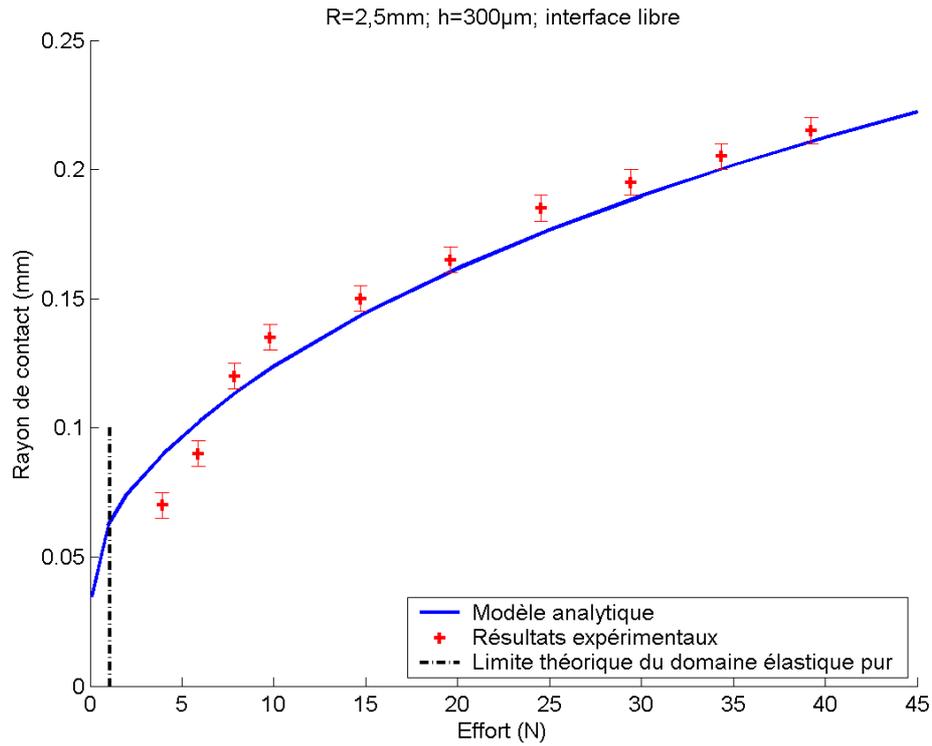


Figure 73 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par une bille en acier de 2,5 mm de rayon.

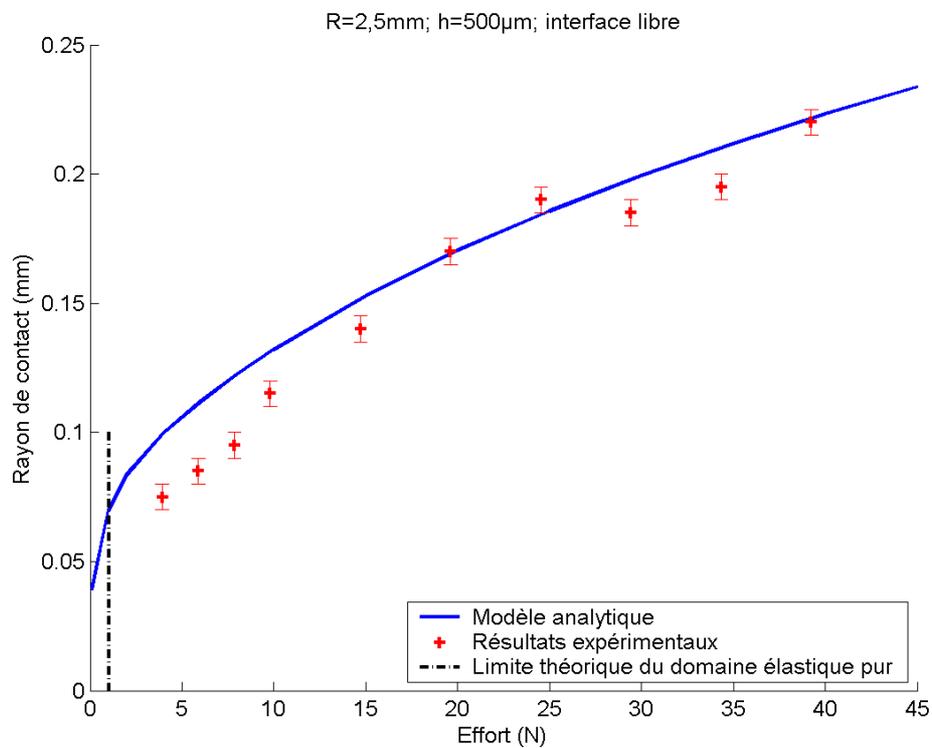


Figure 74 : Confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par une bille en acier de 2,5 mm de rayon.

2.2.3 Calculs par la méthode des éléments finis

Dans le cadre du GDR étanchéité, le LaMCoS (INSA Lyon) a modélisé les essais d'indentation sphérique sur revêtements électrolytiques réalisés au LISMMA par la méthode des éléments finis (Tableau 12) sur le code ABAQUS, adapté aux calculs dans le domaine élastoplastique.

| | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|
| R (mm) | 0,5 | 0,5 | 2,5 | 2,5 |
| h (μm) | 20 | 40 | 20 | 40 |
| Interface | Collé | Collé | Collé | Collé |

Tableau 12 : Essais d'indentation sphérique modélisés au LaMCoS par la méthode des éléments finis.

Les caractéristiques géométriques et mécaniques utilisées pour la modélisation par éléments finis ont été fournies par l'équipe du LISMMA et correspondent aux essais précédemment décrits à ceci près que l'indenteur est rigide. Les propriétés matériaux correspondent également à celles employées pour la modélisation analytique [78]. Les résultats de cette modélisation sont résumés sous forme de représentations graphiques sur lesquelles sont regroupés les résultats expérimentaux, la modélisation par la méthode des éléments finis et la modélisation analytique développée dans ces travaux.

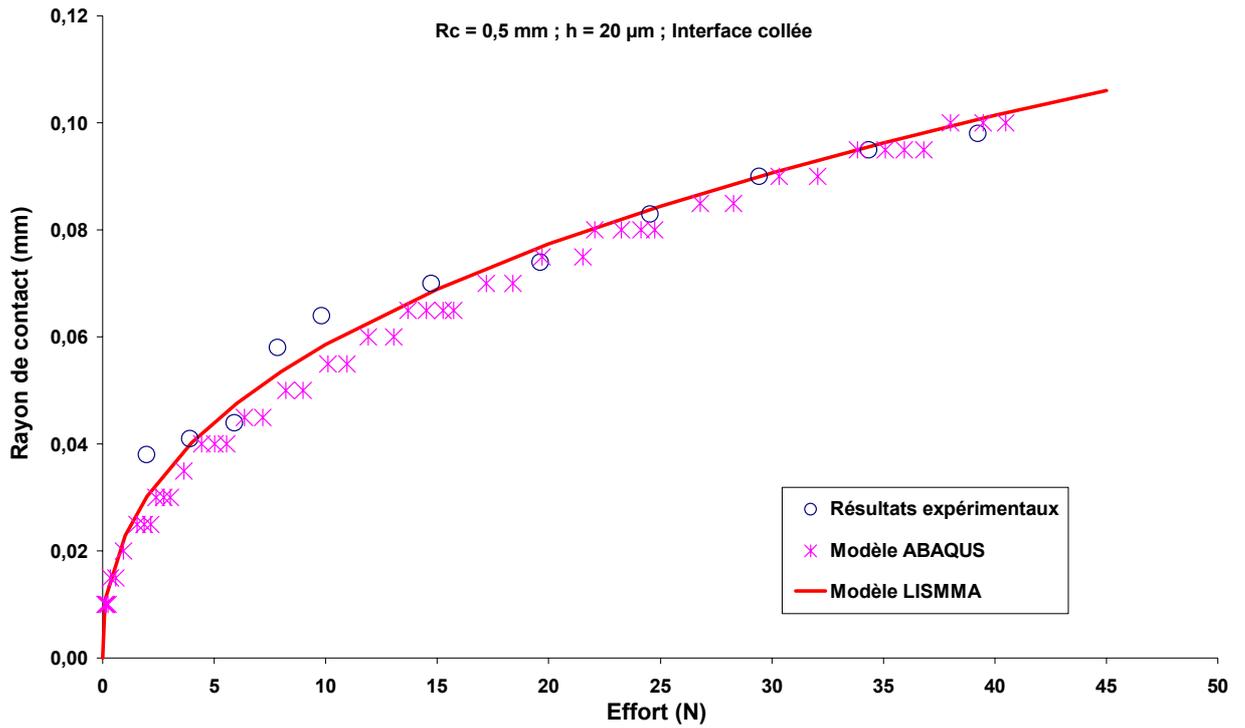


Figure 75 : Résultats de la modélisation par la méthode des éléments finis réalisés au LaMCoS pour une sphère de 0,5 mm de rayon qui indente un revêtement de 20 µm d'épaisseur déposé électrolytiquement.

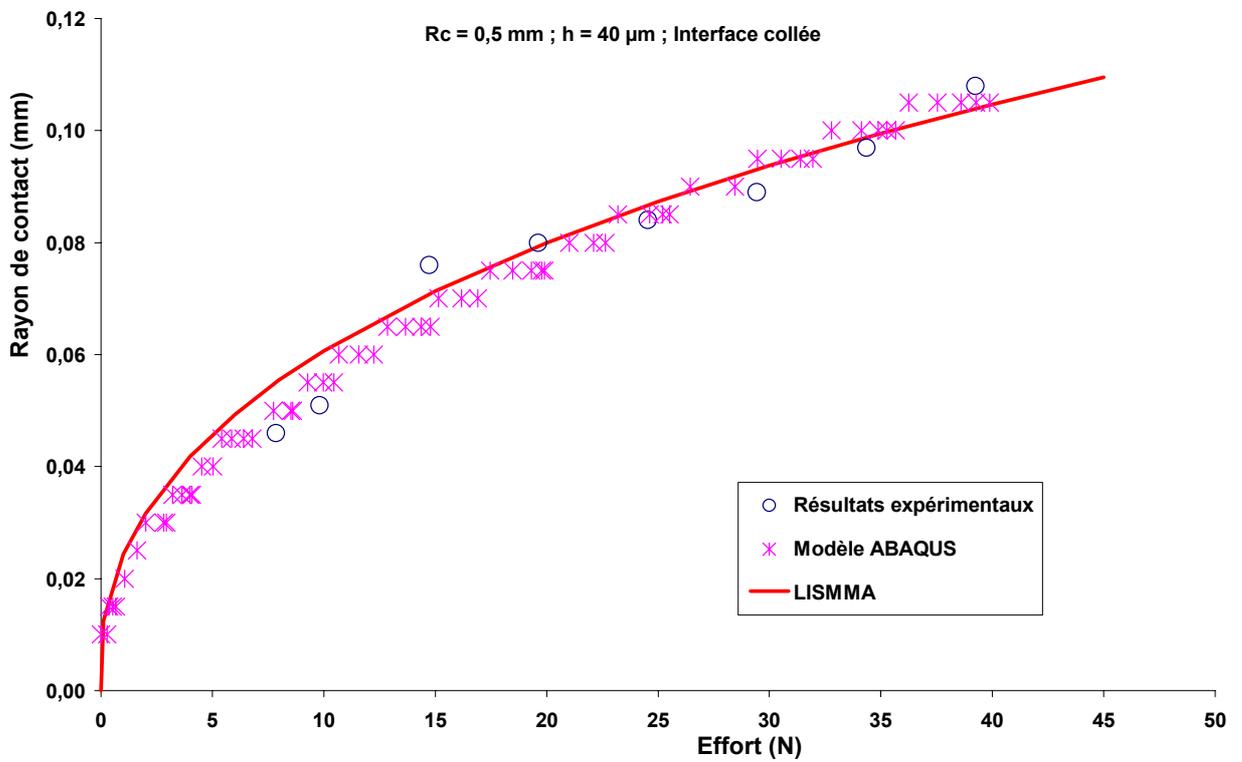


Figure 76 : Résultats de la modélisation par la méthode des éléments finis réalisés au LaMCoS pour une sphère de 0,5 mm de rayon qui indente un revêtement de 40 µm d'épaisseur déposé électrolytiquement.

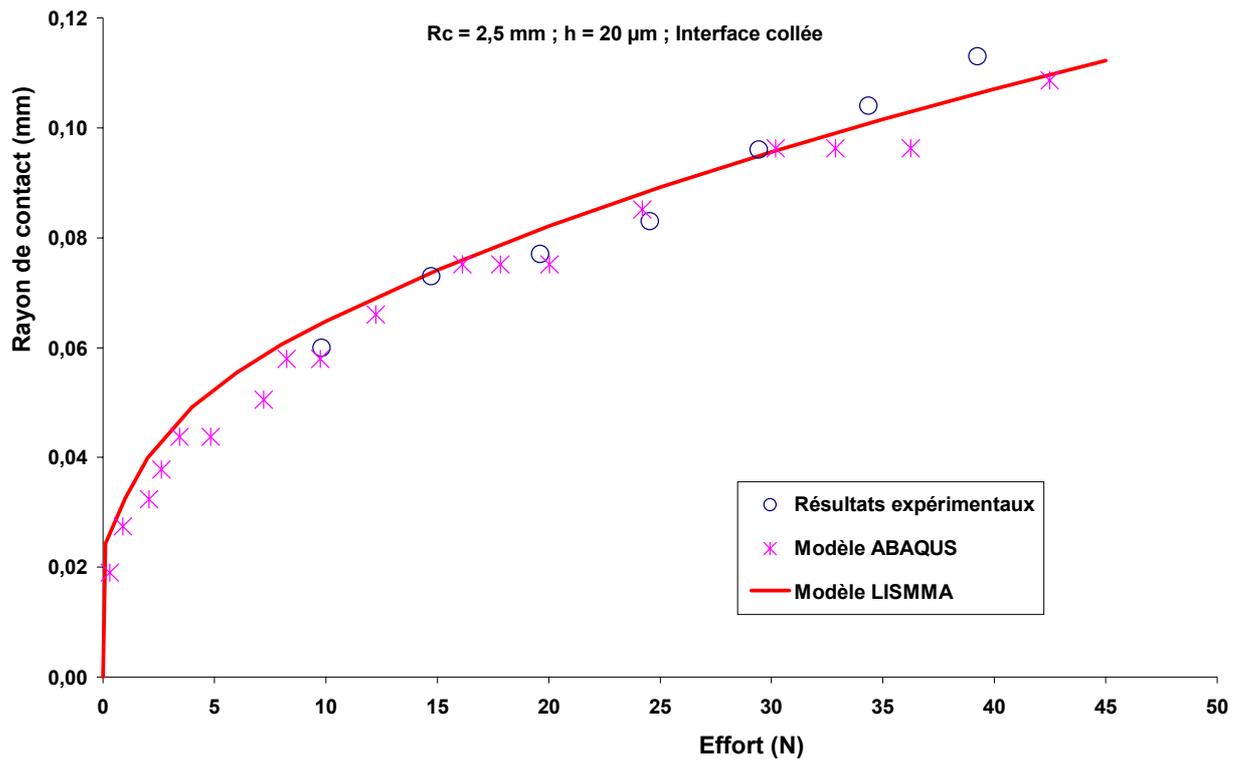


Figure 77 : Résultats de la modélisation par la méthode des éléments finis réalisés au LaMCoS pour une sphère de 2,5 mm de rayon qui indente un revêtement de 20 μm d'épaisseur déposé électrolytiquement.

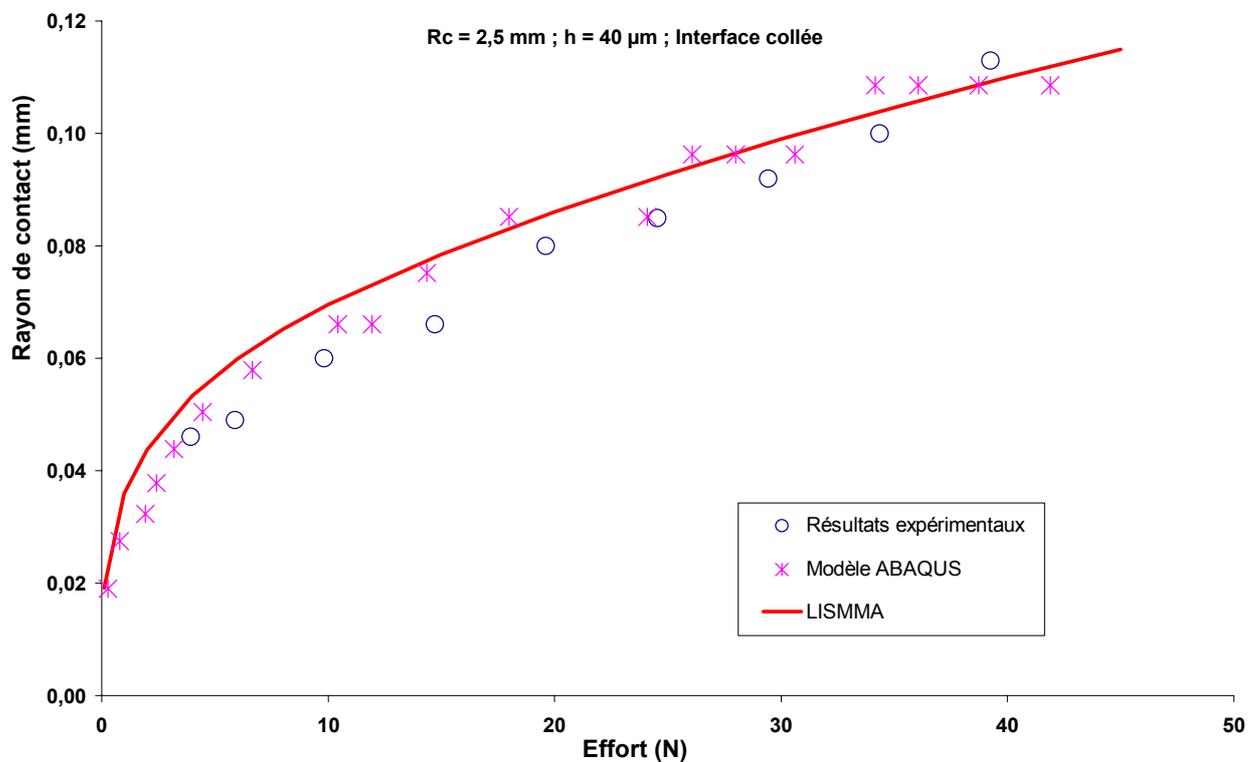


Figure 78 : Résultats de la modélisation par la méthode des éléments finis réalisés au LaMCoS pour une sphère de 2,5 mm de rayon qui indente un revêtement de 40 μm d'épaisseur déposé électrolytiquement.

L'analyse de la modélisation par la méthode des éléments finis indique, contrairement aux résultats numériques obtenus lors de la modélisation du contact linéique, un bon accord entre les résultats numériques, les résultats expérimentaux et le modèle analytique de contact ponctuel.

Ce meilleur accord numérique / expérimental en contact ponctuel, malgré un indenteur rigide, peut s'expliquer par le fait que le contact ponctuel concerne des efforts très inférieurs à ceux proposés pour le contact linéique. Ainsi, l'effet des déformations élastiques de l'indenteur sont d'un ordre de grandeur beaucoup plus faibles.

Il apparaît finalement, que la modélisation du contact ponctuel sur matériaux revêtus décrit de manière pertinente les essais réalisés. Ceci valide, par là même, la modélisation du contact linéique proposée précédemment

2.3. Synthèse des comportements élémentaires

Dans ce chapitre 2, nous avons proposé un modèle de contact linéique entre matériaux métalliques revêtus d'un métal plus mou. Ce revêtement peut être posé librement sur le substrat ou collé à lui. Ce modèle a été validé par une étude expérimentale pour les fortes charges mais une divergence entre modélisation et expérimentation est apparue pour les charges les plus faibles. Les défauts de forme, d'ondulation et d'inhomogénéité de l'épaisseur du revêtement ont été soupçonnées comme étant à l'origine de cette divergence. Des calculs effectués par la méthode des éléments finis sur le code ABAQUS réalisés au LaMCoS (INSA Lyon) ont mis en évidence la nécessité de modéliser les comportements élastiques du substrat et de l'indenteur, sous peine de sous-estimer la largeur réelle de contact.

Pour vérifier les hypothèses émises concernant la divergence entre modèle de contact linéique et essais aux faibles charges, nous avons proposé une adaptation de notre modélisation pour traiter le contact ponctuel. Une telle géométrie permet de s'affranchir des défauts de forme que l'on rencontre en contact linéique. Ce modèle a également été validé expérimentalement, validant ainsi le modèle de contact linéique aux faibles charges.

On propose, sous forme de tableau comparatif (Tableau 13), une synthèse de la modélisation des comportements élémentaires de contact linéique et ponctuel avec revêtement élastoplastique.

On notera que les normes adoptées permettent de donner la même forme au champ de pression dans les deux cas, mais que la différence entre les modèles apparaît naturellement lors du retour aux grandeurs physiques.

| Grandeur | Cylindre / plan revêtu | Sphère / plan revêtu |
|--|---|---|
| Module équivalent, modèle libre (E_{le}) | $\frac{E_{I3}}{1-\nu_3^2}$ | E_{I3} |
| Module équivalent, modèle collé (E_{le}) | $\frac{E_{I3}}{1-\nu_3^2} \left[1 - \frac{\nu_3}{1-\nu_3} \frac{E_{I2}}{E_{I3}} \frac{\nu_2(1+\nu_2) - \nu_3(1+\nu_3)}{1-\nu_2^2 - 1-\nu_3^2} \right]^{-1}$ | $E_{I3} \left[1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_{I2}}} \right]^{-1}$ |
| Limite d'élasticité équivalente, modèle libre (R_{ee}) | R_{e3} | R_{e3} |
| Limite d'élasticité équivalente, modèle collé (R_{ee}) | $\left[\frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} \right] R_{e3}$ | $\frac{R_{e3}}{1 + \frac{\nu_3}{1+\nu_3} \left(1 - \frac{2}{\nu_3} \frac{E_{I2}}{E_{I3}} \frac{\nu_2 - \nu_3}{1-\nu_2 - 1-\nu_3} \right)}$ |
| Taille du contact (mm) | $b = \bar{b} \left(\frac{E_{I2}}{E_{le}} h \right)$ | $a = \bar{a} \left(\frac{E_{I2}}{E_{le}} h \right) \left(\frac{9\pi}{4(3\pi-4)} \right)$ |
| Champ de pression dans le domaine élastique (σ_{zz}) | $\left(\frac{b^2}{2R_c h} E_{le} \right) \frac{(1-\bar{x}^2)}{1+\bar{b}}$ | $\left(\frac{a^2}{2R_c h} E_{le} \right) \frac{(1-\bar{r}^2)}{1+\bar{a}}$ |
| Champ de pression dans le domaine élastoplastique ($\sigma_{zz}(\bar{x})$ ou $\sigma_{zz}(\bar{r})$) | $\left(\frac{b^2}{2R_c h} E_{le} \right) \frac{\lambda(1-\bar{x}^2)}{1+\bar{b}} + (1-\lambda)R_{ee}$ | $\left(\frac{a^2}{2R_c h} E_{le} \right) \frac{\lambda(1-\bar{r}^2)}{1+\bar{a}} + (1-\lambda)R_{ee}$ |
| Effort dans le domaine élastique (W_L ou W_N) | $\left(\frac{2}{3} \frac{E_{I2}^3}{E_{le}^2} \frac{h^2}{R_c} \right) \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}} = W_{L0} \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}}$ | $\left(\frac{\pi}{4} \left(\frac{9\pi}{4(3\pi-4)} \right)^4 \frac{E_{I2}^4}{E_{le}^3} \frac{h^3}{R_c} \right) \frac{\bar{a}^4}{1+\bar{a}} = W_{N0} \frac{\bar{a}^4}{1+\bar{a}}$ |
| Effort dans le domaine élastoplastique (W_L ou W_N) | $W_{L0} \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}} \left[1 - (1-\lambda) \left(1 - \frac{1+\bar{b}}{\bar{b}^2} \frac{2R_c h}{b^2} \frac{R_{ee}}{E_{le}} \right)^{3/2} \right]$ | $W_{N0} \frac{\bar{a}^4}{1+\bar{a}} \left[1 - (1-\lambda) \left(1 - \frac{1+\bar{a}}{\bar{a}^2} \frac{2R_c h}{a^2} \frac{R_{ee}}{E_{le}} \right)^2 \right]$ |

Tableau 13 : Comparatif de la formulation des modèles d'indentation linéique et sphérique de massifs semi-infinis revêtus d'un métal plus mou.

3 Écrasement de surfaces rugueuses

Pour modéliser le comportement d'un joint d'étanchéité, il faut disposer d'outils permettant de déterminer la topographie des chemins de fuites (mécanique du solide) pour calculer les modalités d'écoulement des fluides dans ce domaine géométrique (mécanique des fluides). On ne s'intéresse, ici, qu'à la partie détermination du champ des ouvertures. Déterminer le champ des ouvertures expérimentalement est un objectif très ambitieux et il nous est apparu raisonnable de décomposer le problème. C'est pourquoi l'objectif de ce travail est la mesure de l'aire réelle de contact sous charge uniquement.

Le dispositif de visualisation de l'écrasement des aspérités sous charge doit permettre de suivre l'évolution de cette aire en fonction du chargement imposé, qui est une conséquence du champ des ouvertures et donc d'en déduire une carte (2D) des chemins de fuite sous charge.

Pour reconstituer la topographie des chemins de fuite, on utilisera les modèles issus des travaux précédemment présentés et qui ont été validés par des campagnes expérimentales.

En effet, une mesure directe et raisonnablement précise du champ local des ouvertures $h(x,y)$ présente de nombreux points délicats et coûteux tant en temps qu'en moyens matériels et humains. Ces restrictions restent vraies même si on se limite à l'étude d'une surface représentative, au sens statistique, de petites dimensions. Nous nous sommes donc orientés vers des paramètres plus aisés à mesurer et qui soient sensibles aux effets de la microgéométrie ; et en particulier sur la morphologie de l'aire de contact réelle en fonction de l'effort normal imposé. Les dimensions des chemins de fuites sont alors obtenues par complémentarité et en s'appuyant sur les modèles de comportement élémentaire précédemment validés expérimentalement.

Le dispositif expérimental a été conçu et réalisé conformément aux spécifications regroupées dans les rapports d'activités 1998 [73] et d'avancement 1999 [74].

A partir de l'analyse des états de surface mesurés sur une partie représentative de la portée du joint et de sa bride, on détermine les statistiques de forme, ondulation et rugosité correspondantes. Pour un rapprochement des surfaces donné, on calcule alors la proportion d'aspérités participant réellement au contact. On s'appuie alors sur le modèle de comportement élémentaire précédemment établi pour établir l'effort élémentaire repris par chaque aspérité participant au contact. Ces calculs, couplés aux statistiques initialement déterminées donnent l'aire réelle de contact ainsi que l'effort macroscopique à imposer pour obtenir un rapprochement donné.

3.1. Modèle de description des surfaces rugueuses

Nous adoptons la description des surfaces rugueuses proposée par **Robbe-Valloire** ([16] et § 1.3.4) en particulier parce qu'elle utilise des paramètres normalisés, que l'on peut obtenir à partir de n'importe quel appareil de mesure d'état de surface. De plus, la définition de chaque paramètre est tout à fait claire et ne suscite aucun débat.

On rappelle que, d'après ce modèle, l'altitude moyenne des motifs par rapport à la ligne moyenne du profil est :

$$Alt = \frac{R}{2} \quad (3.1)$$

Et que l'écart-type des hauteurs de motifs est donnée par :

$$SAlt = 0,35\sqrt{W^2 + SW^2} \quad (3.2)$$

La densité de probabilité des hauteurs de sommets s'exprime alors par :

$$f_1(z) = \frac{1}{SAlt\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z - Alt}{SAlt}\right)^2\right] \quad (3.3)$$

En revanche, contrairement au modèle de **Robbe-Valloire**, on ne supposera pas que les rayons des sommets sont variables. Cette simplification est dictée par la nature des surfaces que nous nous proposons d'étudier. Dans la mesure où elles sont usinées au tour, les surfaces étudiées sont constituées d'une spire d'Archimède dont chaque portion est de rayon sensiblement constant. On ne considèrera donc que le rayon moyen des sommets :

$$RAD = \frac{1}{16} \frac{AR^2 + SAR^2}{R} \quad (3.4)$$

La structure principale d'une surface usinée au tour est une spirale d'Archimède, qui est définie en coordonnées polaires par (Figure 79) :

$$r = \Omega\theta \quad (3.5)$$

Où r est le rayon, θ l'angle exprimé en radians et $2\pi\Omega$ la distance entre deux spires consécutives.

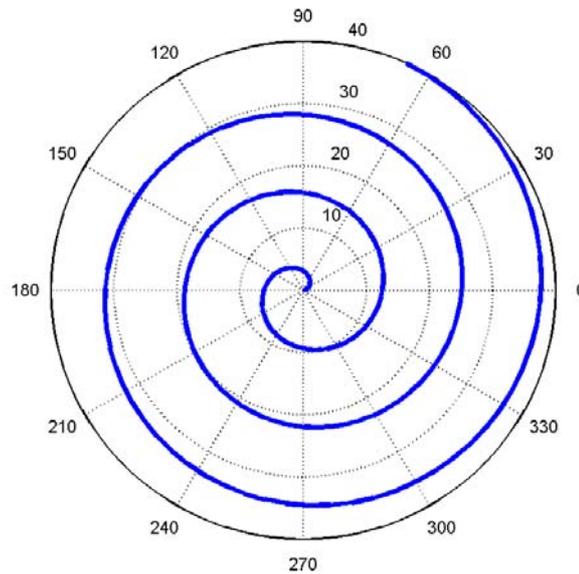


Figure 79 : Spirale d'Archimède pour θ allant de 0 à 20 et $\Omega = 2$.

La longueur d'une telle spirale entre les angles θ_1 et θ_2 est donc :

$$L = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \Omega\theta \, d\theta = \frac{\Omega}{2}(\theta_2^2 - \theta_1^2) \quad (3.6)$$

Les brides des joints d'étanchéité sont évidées en leur centre, on connaît généralement leurs rayons intérieur, R_{int} , et extérieur, R_{ext} . De plus, l'usage donne

l'avance par tour ($2\pi\Omega$), qui est également donné par le paramètre normalisé d'état de surface AR . On obtient alors (Figure 80) :

$$\begin{aligned}\Omega &= \frac{AR}{2\pi} \\ \theta_{int} &= \frac{2\pi R_{int}}{AR} \\ \theta_{ext} &= \frac{2\pi R_{ext}}{AR}\end{aligned}\quad (3.7)$$

La longueur totale de la spirale est donc :

$$L_0 = \frac{AR}{4\pi} (\theta_{ext}^2 - \theta_{int}^2) = \frac{\pi}{AR} (R_{ext}^2 - R_{int}^2) \quad (3.8)$$

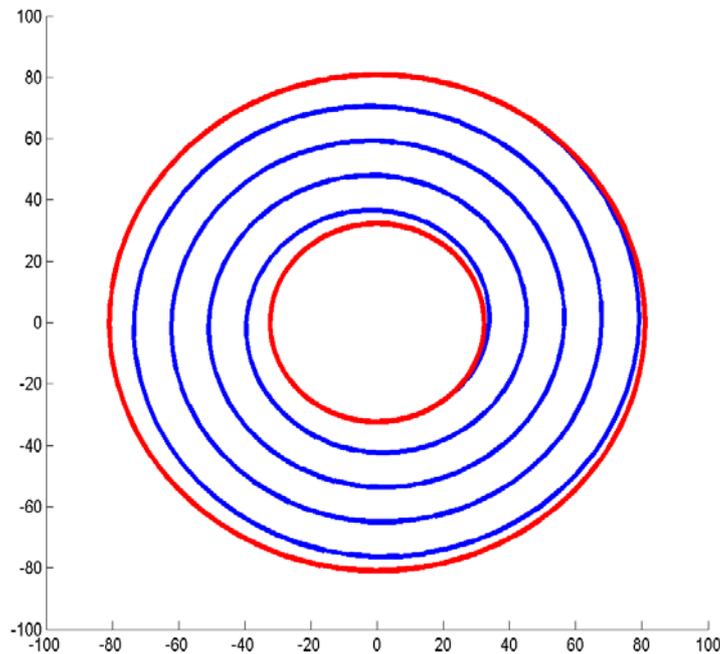


Figure 80 : Schématisation d'une bride.

On considèrera dans la suite que les surfaces rugueuses étudiées sont décrites par une spirale d'Archimède dont l'altitude en chaque point est un processus aléatoire et dont le rayon est constant.

Cette description peut alors être combinée avec la modélisation du contact linéique proposé au chapitre 2.1.

3.2. Modélisation du contact

La démarche théorique que nous avons adoptée permet de s'appuyer sur les modèles élémentaires précédents pour construire un modèle de comportement pour les surfaces rugueuses revêtues qui considère que la réponse de la surface à un écrasement est la somme des réponses individuelles de chaque aspérité participant au contact, sans interaction entre les aspérités. Pour cela, il faut disposer d'un modèle de description pertinent des surfaces rugueuses.

On adopte, la modélisation proposée par **Robbe-Valloire, Paffoni et Proгри** [32], décrite au paragraphe 1.4.2.5. Dans la mesure où l'essentiel des surfaces techniques de l'étanchéité statique sont orientées, il convient d'adapter la modélisation de **Robbe-Valloire, Paffoni et Proгри** au cas du contact linéique revêtu.

On adoptera un mécanisme de déformation des aspérités en deux étapes ; une première étape pour laquelle une aspérité donnée se comporte de manière élastique pure et une deuxième étape pour laquelle cette même aspérité se comporte de manière élastoplastique. On négligera le troisième mécanisme – la plasticité parfaite – car l'étude du contact linéique a montré que pour la gamme d'efforts étudiés la pression moyenne n'atteignait jamais la limite du mécanisme élastoplastique.

De plus, le long de la spirale la hauteur est une variable aléatoire, supposée obéir à la densité de probabilité $f_1(z)$, décrite dans la relation (3.3). L'expérience montre que cette variation d'altitude est lente le long de la spirale (direction circonférentielle), de l'ordre de quelques degrés, permettant de considérer localement l'altitude comme constante. On peut ainsi déterminer la valeur de l'enfoncement locale, permettant de calculer la largeur de contact locale et l'effort linéique local (Figure 81).

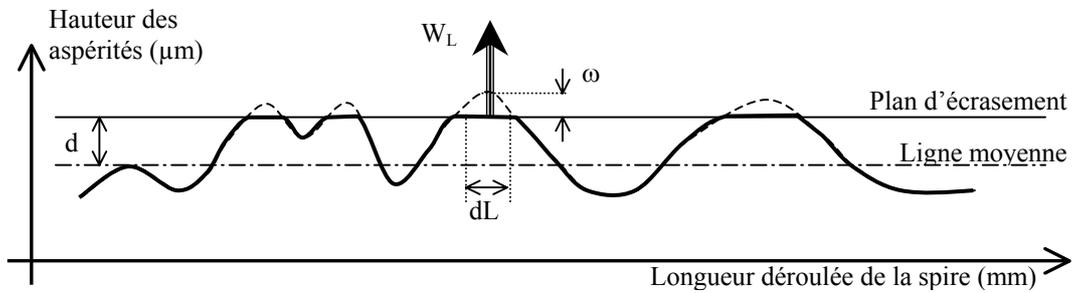


Figure 81 : Représentation anamorphosée d'une spirale d'Archimède déroulée.

Considérons une aspérité de longueur dL qui participe au contact. Elle est soumise à l'enfoncement $\omega = z - d$. Cette aspérité se trouve le long de la ligne de crête de la spirale d'Archimède, son rayon de courbure est donc RAD . Cet enfoncement produit alors la largeur de contact :

$$b = \sqrt{2RAD\omega - \omega^2} = \sqrt{2RAD(z-d) - (z-d)^2} \quad (3.9)$$

On trouve le domaine d'enfoncement élastique, borné par ω_e :

$$\omega_e = RAD \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_{ee}}{E_{12}} \right)^2 \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{E_{12}^2}{E_{1e} R_{ee}} \frac{h}{RAD}} \right)^2} \right] \quad (3.10)$$

De plus, l'effort linéique généré par l'enfoncement $\omega \leq \omega_e$ s'écrit :

$$W_L^{(el)} = \frac{2}{3} \frac{E_{12}}{R_c} \frac{E_{12} h + \left(2RAD(z-d) - (z-d)^2 \right)^{1/2}}{\left(2RAD(z-d) - (z-d)^2 \right)^{3/2}} \quad (3.11)$$

De même, pour un enfoncement $\omega \geq \omega_e$ l'effort linéique élastoplastique résultant est :

$$W_L^{(ep)} = W_L^{(el)} \left[1 - (1 - \lambda) \left(1 - 2RAD \frac{\frac{E_{12}}{E_{1e}} h + \left(2RAD(z-d) - (z-d)^2 \right)^{1/2}}{E_{1e} \cdot 2RAD(z-d) - (z-d)^2} \right)^{3/2} \right] \quad (3.12)$$

Ainsi, l'aire réelle de contact pour une position du plan d'écrasement donnée est :

$$A_R(d) = L_0 \int_d^{+\infty} b(z) f_1(z) dz \quad (3.13)$$

Et l'effort total résultant de cet écrasement est donné par :

$$W_N(d) = L_0 \left(\int_d^{d+\omega_e} W_L^{(el)} f_1(z) dz + \int_{d+\omega_e}^{+\infty} W_L^{(ep)} f_1(z) dz \right) \quad (3.14)$$

Ces grandeurs macroscopiques sont susceptibles d'être confrontées avec des données expérimentales, décrites dans le chapitre suivant.

3.3. Etude expérimentale

Dans le cadre de la validation du modèle de description du comportement des surfaces rugueuses, orientées et revêtues, une étude expérimentale apparaît essentielle. La difficulté majeure de ce type d'études est la mesure de grandeurs macroscopiques représentatives du comportement du contact d'une part, et le calcul de ces mêmes grandeurs à partir de la modélisation. Nous avons montré dans le chapitre précédent qu'il est possible de calculer l'aire réelle de contact ainsi que l'effort total appliqué (et donc de la pression moyenne apparente). D'autre part, l'étude bibliographique et des calculs en optique (Annexe I) ont montré la faisabilité de la mesure de l'aire de contact réelle sous chargement. Il apparaît alors naturellement que des grandeurs macroscopiques pertinentes pour cette étude sont l'aire réelle de contact d'une part, et la pression moyenne apparente d'autre part. Dans ce chapitre, nous décrivons le principe de la mesure que nous avons mis en œuvre, le dispositif expérimental utilisé ainsi que les résultats expérimentaux qui ont été collectés. Dans une dernière partie, on confronte ces résultats avec les prédictions du modèle élaboré précédemment.

3.3.1 Principe

La visualisation de l'aire réelle de contact sous chargement est basée sur une méthode optique d'observation directe à travers un matériau transparent suffisamment dur pour pouvoir être considéré comme rigide. On utilise une caméra optique ou un appareil photo numérique couplé à un objectif. La méthode du contraste de phase par microscopie offre une résolution verticale théorique pouvant atteindre l'Angström. Ce type de mesures permet d'appliquer divers traitements d'images informatiques. L'un des inconvénients majeurs de cette méthode est qu'elle ne permet d'étudier qu'une surface et non un couple de surfaces. Cette difficulté peut être contournée en utilisant le concept de la surface somme (paragraphe 1.4.1.1).

Le matériau transparent sélectionné est le saphir synthétique, dont les propriétés mécaniques et optiques sont données dans le Tableau 14.

| Module d'Young (GPa) | Coefficient de Poisson | Résistance à la traction (MPa) | Indice de réfraction | Dureté |
|----------------------|------------------------|--------------------------------|--|--------------------------|
| 440 | 0,23 | 190 | 1,769 \perp axe C 1,760 \parallel axe C | 9 Mohs 1800 à 2000 Hv |

Tableau 14 : Propriétés mécaniques et optiques du saphir synthétique

L'utilisation du verre est exclue en raison de son module d'Young trop faible (70 GPa). On montre (Annexe I), que la différence d'intensité lumineuse entre les parties de la surface qui sont en contact et celles qui ne le sont pas est d'au moins 15% ce qui rend la mesure réalisable, bien qu'il faille prendre le plus grand soin au moment de la prise de vue.

3.3.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental permet, simultanément, d'appliquer un effort et d'observer l'aire de contact, qui est la surface sur laquelle porte cet effort. Cette exigence rend le chargement normal direct impossible, c'est pourquoi nous avons opté pour un dispositif avec application de l'effort normal en porte-à-faux couplé à une articulation permettant de ne transmettre que l'effort normal à l'éprouvette (Figure 82). De plus, un capteur d'effort est placé sous l'éprouvette pour mesurer l'effort effectivement subi par le corps d'éprouve.

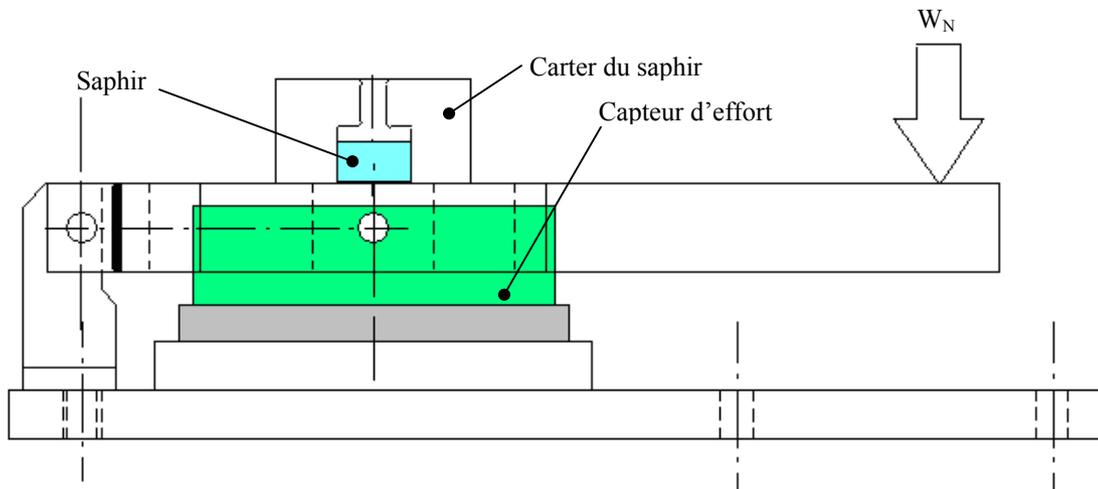


Figure 82 : Dispositif expérimental : vue de profil.

L'effort est appliqué via une presse mécanique et est transmis via le bâti à un carter dans lequel est enfermé le saphir synthétique. Ce carter est percé de six trous ($\phi 2$) situés à l'aplomb de l'éprouvette (Figure 83).

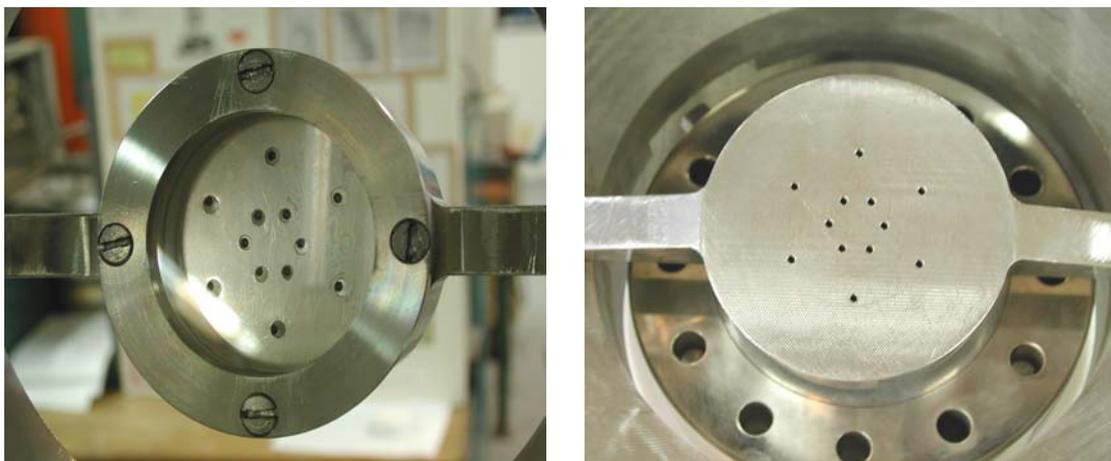


Figure 83 : Saphir enfermé dans le carter. Vue de dessous (à gauche) et vue de dessus (à droite).

On place au-dessus du carter un objectif muni d'un appareil photographique numérique permettant d'observer la surface de l'éprouvette par les trous et à travers le saphir. On éclaire l'éprouvette par l'objectif, ce qui garantit que le faisceau lumineux est d'incidence normale.

L'éprouvette est placée entre le saphir et le capteur d'effort à l'aide d'un porte-éprouvette conçu pour s'adapter au capteur. La Figure 84 présente le dispositif expérimental complet en fonctionnement.

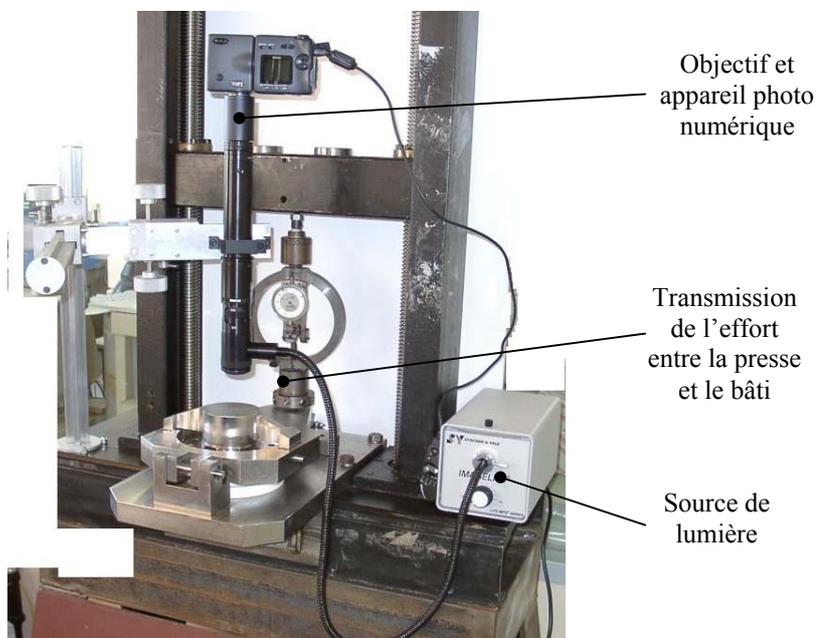


Figure 84 : Dispositif expérimental de visualisation de l'aire de contact sous charge.

Entre le saphir et le carter, on place une feuille d'argent de 500 μm d'épaisseur permettant d'accommoder les défauts de planéité de la face d'une part, et de protéger le saphir contre les accidents de géométrie du carter en acier qui pourraient fragiliser le

saphir et éventuellement provoquer sa rupture. L'orientation du saphir est choisie de façon à minimiser les défauts de forme de la face destinée à entrer en contact avec les éprouvettes (Tableau 15).

| | W | AW | SW | SAW | R | AR | SR | SAR |
|----------------------|-------|-------|-------|---------|-------|--------|-------|--------|
| face côté éprouvette | 0,129 | 1,293 | 0,050 | 531,985 | 0,181 | 28,890 | 0,042 | 27,711 |
| face côté carter | 0,140 | 1,184 | 0,082 | 554,049 | 0,196 | 29,306 | 0,044 | 27,007 |

Tableau 15 : Etats de surface des deux faces du saphir synthétique.

3.3.3 Éprouvettes

Les éprouvettes d'essais sont conçues pour que leur géométrie rappelle celle des brides d'un joint d'étanchéité métallique. Eu égard aux dimensions des joints industriels étudiés (jusqu'à plusieurs mètres de diamètre) nous avons néanmoins opté pour des dimensions réduites. La grandeur qui permet la comparaison entre joints est la fraction d'aire de contact pour une pression moyenne apparente donnée (équivalent à un effort donné). La surface portante apparente des éprouvettes est donc une couronne de rayons intérieur et extérieur respectivement de 7 et 8 mm (Figure 85). Ceci conduit à une surface portante apparente de 47,123889 mm².

De plus, les éprouvettes sont conçues de sorte que chaque face puisse constituer une surface d'essai. On ne doit donc pas écraser la face inférieure contre le porte-éprouvette lorsque la face supérieure est soumise à un effort provenant du saphir. Ceci conduit à adopter la forme d'éprouvette (axisymétrique) présentée dans la Figure 85.

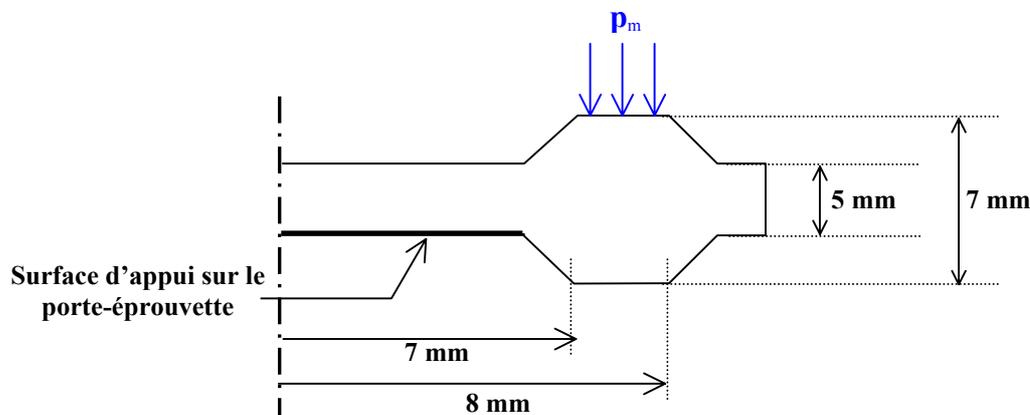


Figure 85 : Schéma d'une éprouvette d'écrasement de surfaces vue en coupe.

De la même manière que les brides des joints d'étanchéité métalliques, les éprouvettes sont usinées au tour avec deux paramètres d'usinage possibles : une avance par tour de 150 μm ou de 250 μm . Enfin, on a choisi deux matériaux pour ces éprouvettes : de l'acier, matériau souvent utilisé pour ce genre d'applications, et le laiton, matériau plus mou (Module d'Young moitié de celui de l'acier). Ces éprouvettes peuvent également être revêtues de 20 μm d'argent par dépôt électrolytique (Figure 86).



Figure 86 : Éprouvettes pour la visualisation de l'aire réelle de contact sous charge. De gauche à droite, les éprouvettes sont respectivement en laiton, en acier en laiton revêtu d'argent ($h = 20 \mu\text{m}$).

Les paramètres d'états de surfaces relatifs à la norme « motifs » sont mesurés avant et après essais sur chaque éprouvette. Le Tableau 16 présente la synthèse de ces mesures pour les éprouvettes revêtues. Chaque valeur de ce tableau est la moyenne de quatre mesures radiales effectuées au hasard sur chacune des éprouvettes. Les numéros d'éprouvette de chaque configuration correspondent aux deux faces d'une même pièce.

| matériau | Usinage ($\mu\text{m}/\text{tr}$) | éprouvette | W | SW | R | SR |
|----------|-------------------------------------|------------|--------|--------|--------|--------|
| acier | 150 | 1 | 7,079 | 4,519 | 12,803 | 5,867 |
| acier | 150 | 2 | 10,850 | 5,351 | 15,193 | 7,913 |
| acier | 250 | 1 | 25,540 | 12,491 | 21,029 | 14,721 |
| acier | 250 | 2 | 22,717 | 10,534 | 22,773 | 14,455 |
| laiton | 150 | 1 | 9,328 | 8,652 | 15,922 | 5,672 |
| laiton | 150 | 2 | 9,069 | 7,711 | 13,984 | 5,380 |
| laiton | 250 | 1 | 42,642 | 15,993 | 30,835 | 20,589 |
| laiton | 250 | 1 | 40,146 | 15,742 | 31,954 | 19,706 |

Tableau 16 : Paramètres d'états de surface selon la norme « motifs » mesurés sur les éprouvettes revêtues.

Une analyse préliminaire des surfaces d'épreuve révèle la présence de rayures dans le sens radial sur certaines éprouvettes (Figure 87). Ces rayures sont imputables à deux causes principales. La première est le fait de l'usineur, qui a probablement réalisé ces rayures lors de l'opération d'ébavurage. L'autre cause est le rangement et le transport en vrac des éprouvettes de l'usineur jusqu'au laboratoire. Ces rayures pourraient être la cause de différences entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques escomptées.

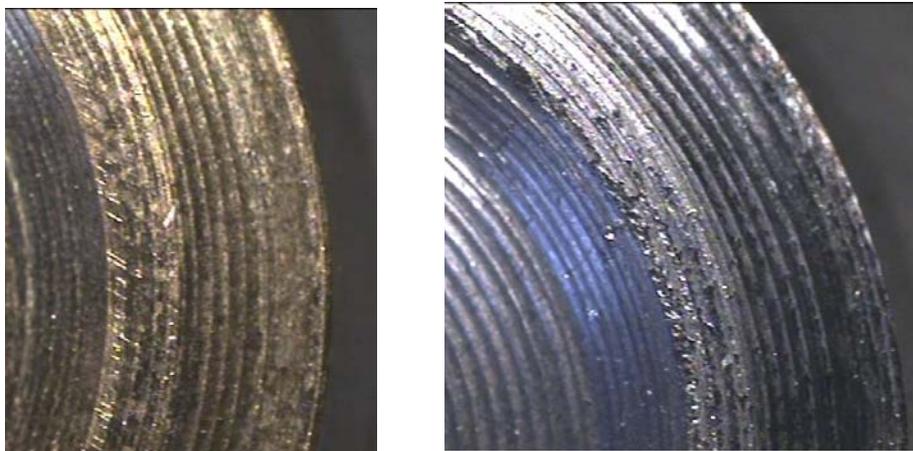


Figure 87 : Rayures longitudinales observées sur des éprouvettes à réception. A gauche une éprouvette en laiton, à droite une éprouvette en acier. Toutes deux sont non-revêtues et usinées à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

3.3.4 Résultats expérimentaux

On effectue une série d'essais sur éprouvettes non-revêtues et une autre série sur éprouvettes revêtues de 20 μm d'argent déposé par électrolyse. Chaque série concerne des éprouvettes dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Des éprouvettes en acier usinées à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$,
- Des éprouvettes en acier usinées à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$,
- Des éprouvettes en laiton usinées à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$,
- Des éprouvettes en laiton usinées à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

Au début de chaque essai, les éprouvettes sont d'abord soumises au poids propre du dispositif expérimental (27 kg), correspondant à une pression moyenne apparente de 6 MPa. Ensuite, à chaque pas de chargement imposé, on mesure l'effort subi par l'éprouvette par l'intermédiaire du capteur d'effort placé dessous. On effectue alors la mise au point du dispositif optique de manière à focaliser sur la partie de la surface d'épreuve qui est visible au travers de chacun des six trous. L'éclairage se faisant par l'objectif, on est assuré que la lumière éclaire la surface en incidence normale dès que l'image de cette surface est nette. On prend alors une photo à l'aide de l'appareil numérique (Figure 88). Pour éviter les vibrations induites par l'opérateur au cours de la prise de vue, l'appareil photo est muni d'une télécommande.

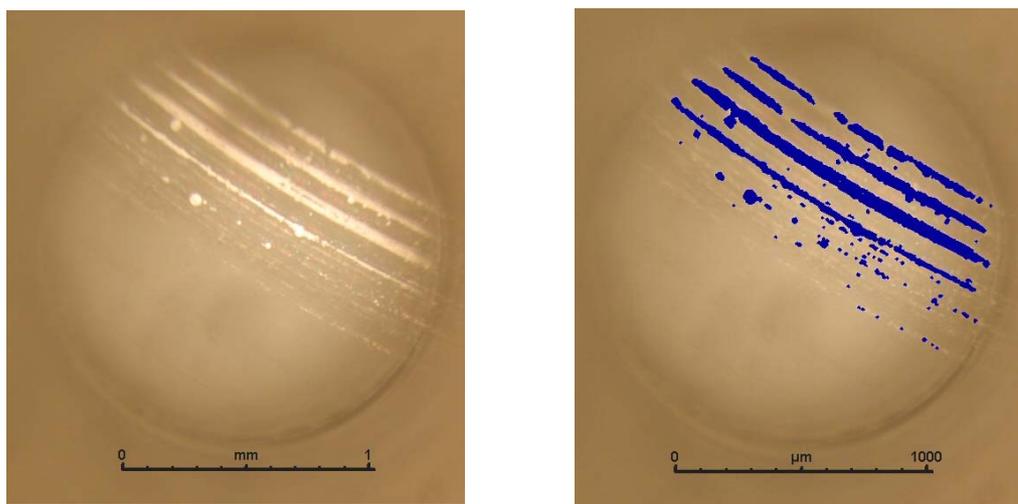


Figure 88 : Prise de vue (à gauche) d'une éprouvette en laiton usinée à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$ et revêtue de 20 μm d'argent sous une pression apparente de 202 MPa puis détection du contact (à droite).

Chaque photo est alors stockée sous forme de fichier au format *.jpeg puis est dépouillée à l'aide d'un logiciel spécifique (Areas[®]). Sur les prises de vues, l'aire réelle de contact se signale par des zones de plus grande luminosité (Annexe I), ce qui permet au logiciel de les détecter de manière systématique. Moyennant un étalonnage, il est possible d'obtenir directement l'aire réelle de contact.

Les résultats expérimentaux (Annexe VI) sont présentés Figure 90 à Figure 93. Chaque point du graphique est la moyenne de 2 à 6 mesures sur les trous décrits au paragraphe 3.3.2. Les barres d'erreur correspondent à l'écart-type des mesures. Les résultats présentés donnent l'évolution de la fraction d'aire réelle de contact en fonction de la pression moyenne apparente. La fraction d'aire réelle de contact est déduite sur chaque prise de vue en divisant l'aire réelle de contact mesurée par l'aire apparente visible dans le trou. Cette aire apparente est l'intersection entre une couronne représentant l'aire totale apparente et un disque représentant l'ombre d'un trou donné portée sur la surface apparente (Figure 89).

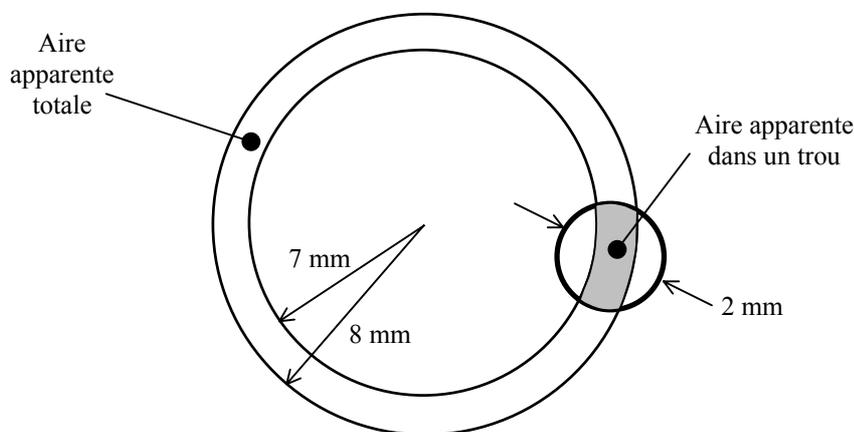


Figure 89 : Détermination de l'aire apparente dans un trou ; vue de dessus.

L'aire apparente totale vaut 47,123889 mm² et le calcul de l'aire apparente visible dans un trou est effectué à l'aide d'un logiciel de CAO et donne 1,914233 mm², soit 4,06% de l'aire apparente totale.

La pression moyenne apparente est calculée en divisant l'effort appliqué sur l'éprouvette (mesuré par le capteur d'effort placé dessous) par l'aire apparente totale.

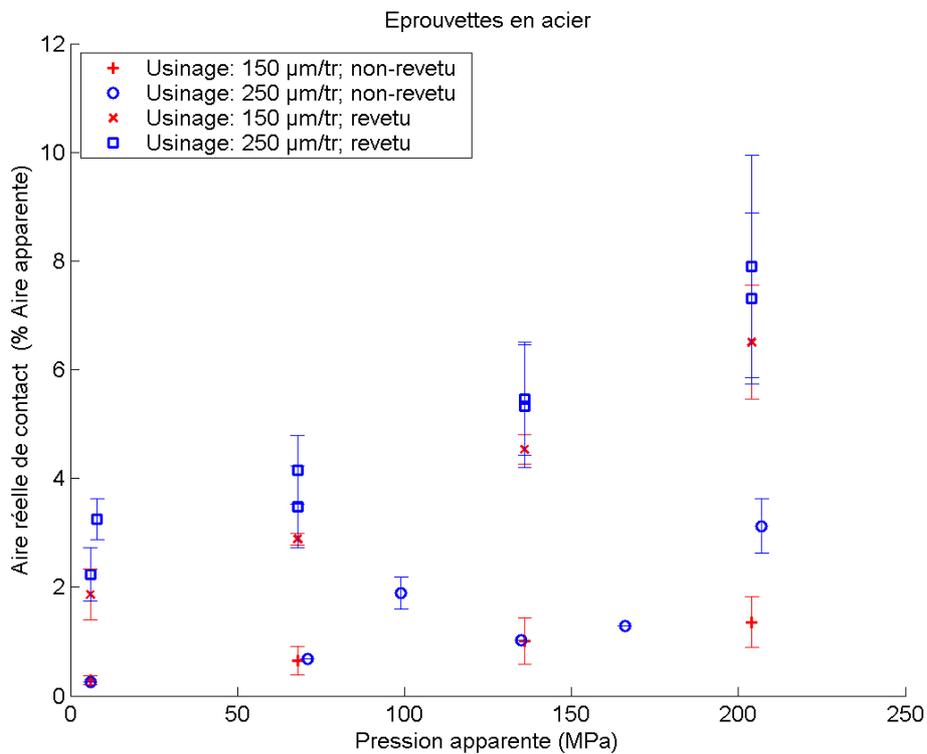


Figure 90 : Aire réelle de contact sous charge pour des surfaces en acier, revêtues ou non.

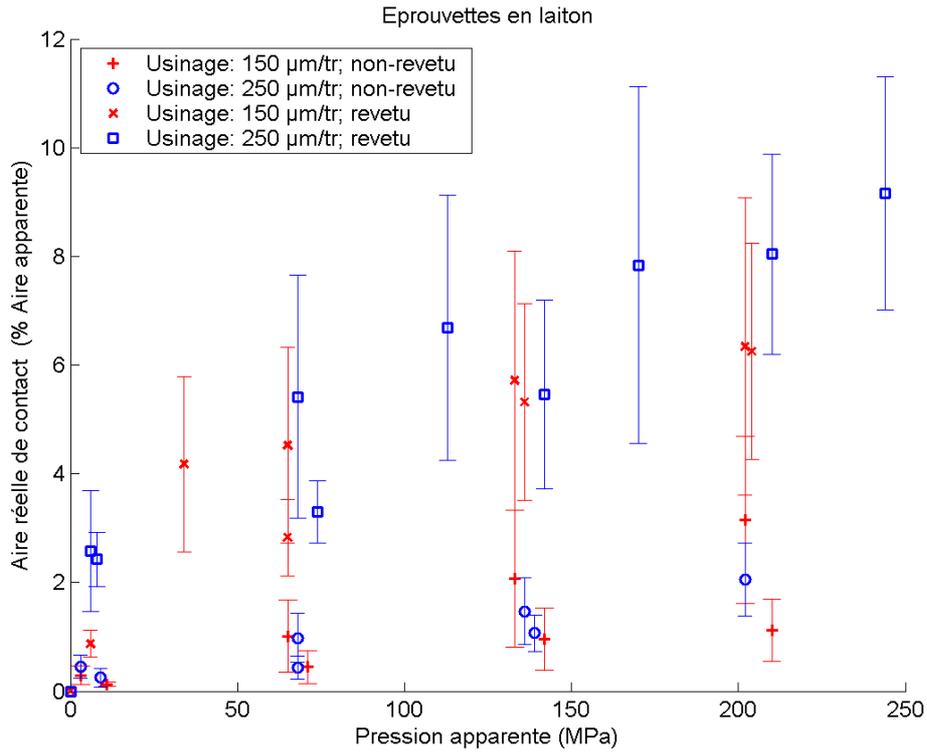


Figure 91 : Aire réelle de contact sous charge pour des surfaces en laiton, revêtues ou non.

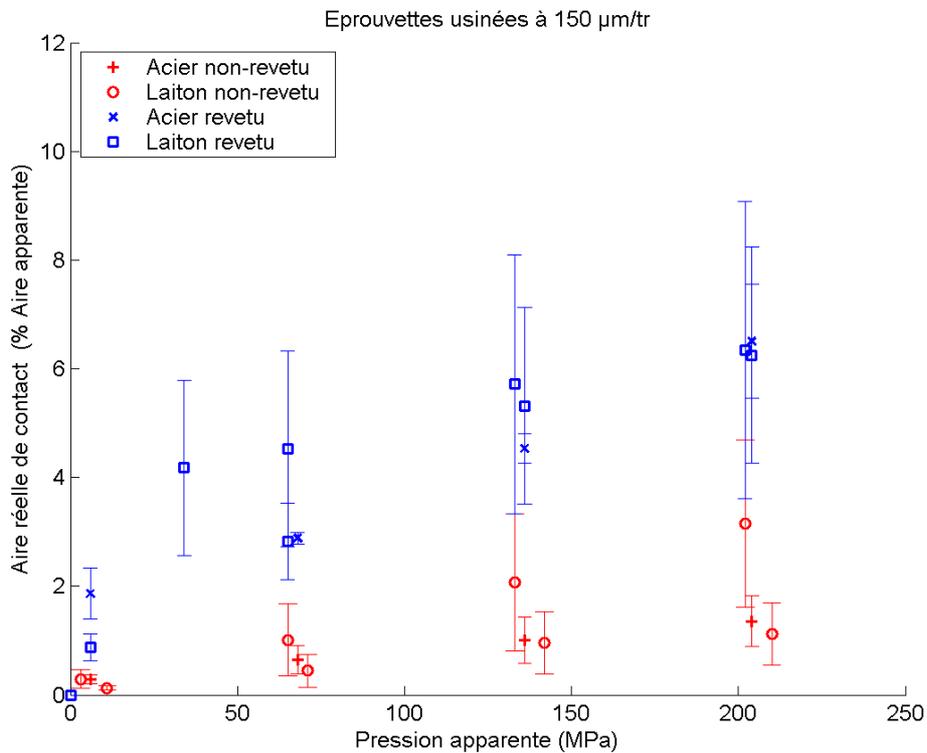


Figure 92 : Aire réelle de contact sous charge pour des surfaces tournées avec un pas d'usinage de 150 µm/tr.

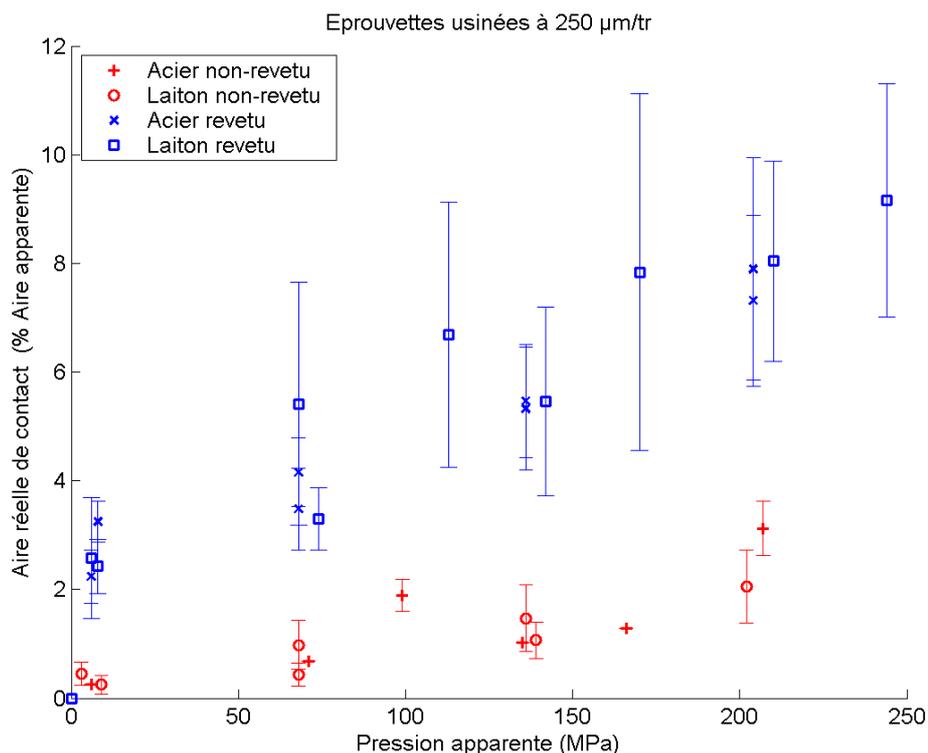


Figure 93 : Aire réelle de contact sous charge pour des surfaces tournées avec un pas d'usinage de 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

Les résultats expérimentaux présentent une variabilité assez importante, qui peut atteindre 3,28% de l'aire apparente et peut donc parfois être du même ordre de grandeur que la quantité mesurée. Cette variabilité est le reflet de l'aspect statistique des surfaces rugueuses. L'augmentation du nombre de mesures permet, dès lors, de limiter cette variabilité. C'est pourquoi, quand – pour des raisons optiques- il n'a pas été possible de réaliser des mesures dans au moins deux des six trous, l'éprouvette correspondante n'a pas été prise en compte dans l'analyse des données. Malgré tout, les résultats correspondant respectivement aux surfaces revêtues et non-revêtues sont significativement différents.

Comme on peut s'y attendre, quels que soient le substrat et les conditions d'usinage, lorsque les surfaces sont revêtues d'argent la fraction d'aire réelle de contact est plus importante.

On note, de plus, une certaine proportionnalité entre la fraction d'aire réelle de contact et la pression apparente, quelles que soient les conditions d'essais. Le coefficient de proportionnalité semble dépendre du matériau du substrat et des conditions d'usinage. Il devrait également dépendre de l'épaisseur du revêtement mais le plan d'essai adopté ne permet pas de mettre à l'épreuve cette hypothèse.

Les résultats expérimentaux indiquent que l'aire réelle de contact est plus importante lorsque le substrat est en laiton que lorsqu'il est en acier. Ceci s'explique en considérant que la module d'Young du laiton est environ deux fois plus petit que celui de l'acier. En effet, pour le même effort normal le laiton se déformera plus que l'acier, augmentant d'autant l'aire réelle de contact.

Il apparaît également que la fraction d'aire réelle de contact est d'autant plus grande que le pas d'usinage est grand, ce qui peut paraître paradoxal, mais peut s'expliquer par le fait que le rayon moyen au sommet des aspérités augmente comme le carré de la distance entre les sommets (Equation (3.4)). Or on a établi que les dimensions du contact augmentent avec le rayon de l'indenteur. Il apparaît donc naturel que l'aire réelle de contact augmente avec le pas d'usinage, et non l'inverse.

Une analyse des profilométries des éprouvettes avant et après essais montre que, même pour les éprouvettes non-revêtues (Figure 94) il y a une légère plastification du sommet des aspérités. Cette plastification est beaucoup plus importante dans le cas des éprouvettes revêtues (Figure 95), comme on pouvait s'y attendre.

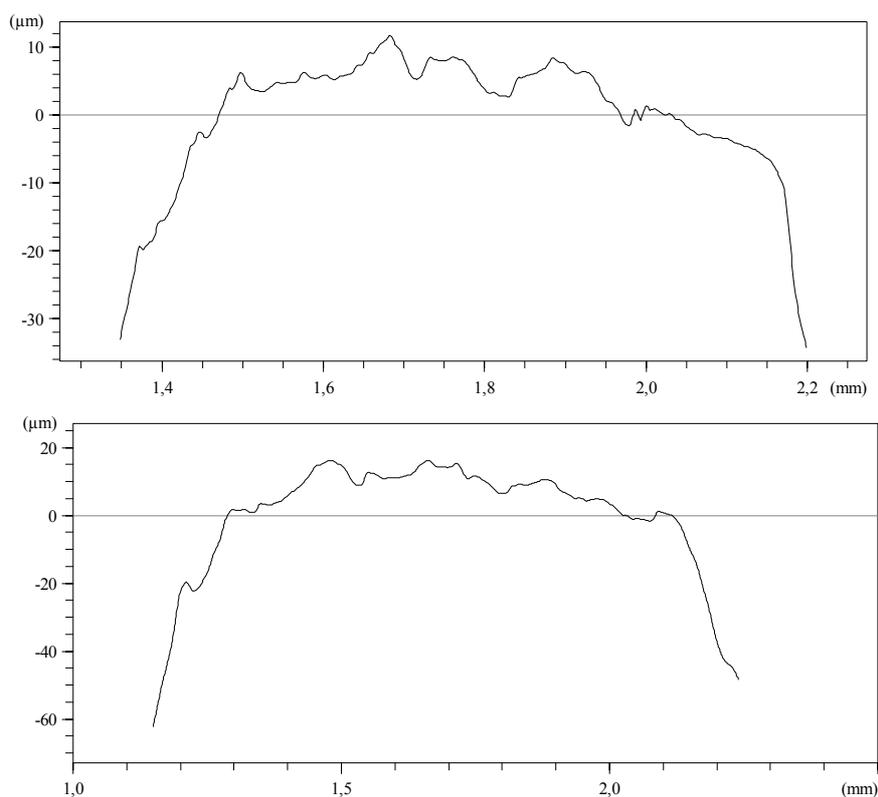


Figure 94 : Profils mesurés sur une éprouvette en acier non revêtu usiné à 250 µm/tr avant tout chargement (en haut) et après avoir subi une pression moyenne apparente de 207 MPa. Les profils ont été redressés par la droite des moindres carrés.

De tels résultats ont déjà été mis en évidence dans l'étude bibliographique menée au début de ces travaux. La présence du revêtement accentue cependant l'effet d'aplatissement des aspérités les plus élevées et semble aussi permettre aux creux des vallées de remonter, malgré le fait qu'elles n'ont pas participé au contact.

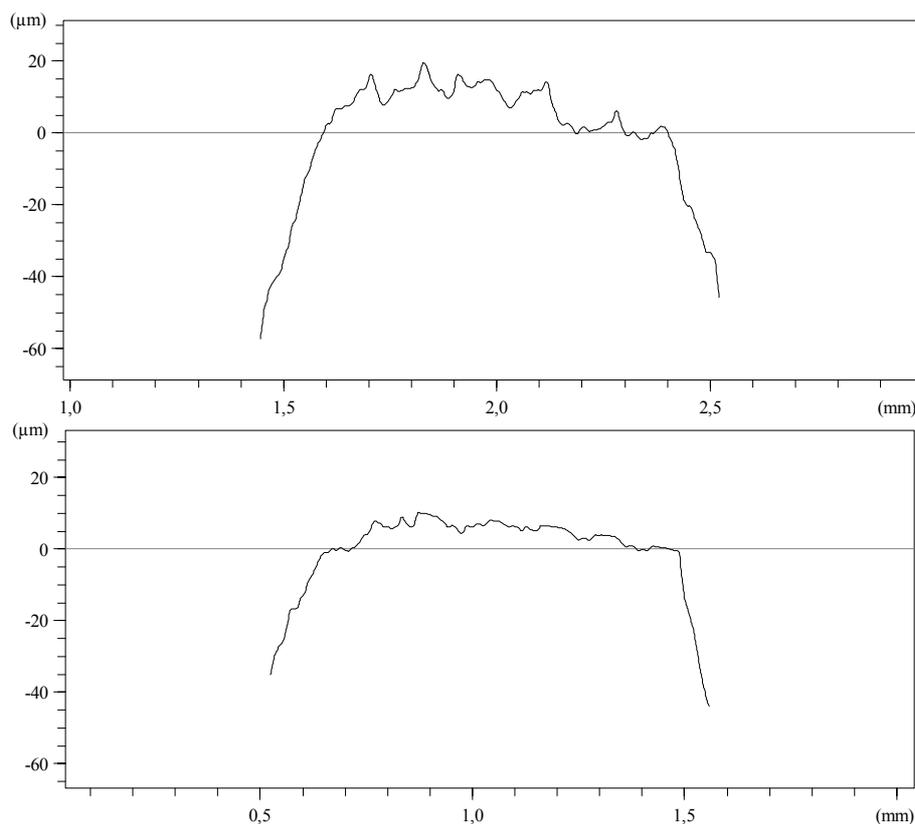


Figure 95 : Profils mesurés sur une éprouvette en laiton revêtu usiné à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$ avant tout chargement (en haut) et après avoir subi une pression moyenne apparente de 202 MPa. Les profils ont été redressés par la droite des moindres carrés.

A partir des relevés profilométriques effectués après déchargement et par comparaison avec les mesures de paramètres d'états de surface effectués sur les éprouvettes revêtues vierges de tout chargement (Tableau 16), on met en évidence une diminution de la rugosité, traduisant un aplatissement permanent des surfaces.

| matériau | usinage ($\mu\text{m}/\text{tr}$) | éprouvette | pm max (MPa) | R | SR | variation R (%) | Variation SR (%) |
|----------|-------------------------------------|------------|--------------|--------|-------|-----------------|------------------|
| acier | 150 | 1 | 204 | 11,947 | 7,473 | -6,7 | 27,4 |
| acier | 150 | 2 | 170 | 12,432 | 8,032 | -18,2 | 1,5 |
| acier | 250 | 1 | 204 | 8,001 | 5,672 | -62,0 | -61,5 |
| acier | 250 | 2 | 204 | 5,797 | 5,925 | -74,5 | -59,0 |
| laiton | 150 | 1 | 202 | 4,282 | 3,259 | -73,1 | -42,5 |
| laiton | 150 | 2 | 204 | 2,505 | 1,734 | -82,1 | -67,8 |
| laiton | 250 | 1 | 170 | 9,540 | 6,317 | -69,1 | -69,3 |
| laiton | 250 | 2 | 244 | 9,133 | 6,583 | -71,4 | -66,6 |

Tableau 17 : Variation des paramètres d'états de surface mesurés sur les éprouvettes revêtues après déchargement.

Cette déformation permanente des surfaces rugueuses aura de fortes conséquences dans le cas où l'on souhaiterait démonter puis remonter les joints d'étanchéité : pour recouvrer le même niveau d'étanchéité que lors du serrage précédent, il faudra resserrer le joint (i.e. appliquer une pression moyenne apparente) au moins égale à la précédente mais surtout pas à un niveau inférieur. Si tel était tout de même le cas, le niveau de

fuites serait très supérieur à celui initialement calculé. Les possibilités de montage/démontage sont donc limitées par le niveau d'étanchéité visé. En effet, ce niveau est directement lié à l'aire réelle de contact et donc à la pression moyenne apparente. Ainsi, plus le niveau d'étanchéité souhaité est drastique, le moins on pourra démonter/remonter le joint. On préférera, le cas échéant, utiliser de nouveaux joints à chaque opération de maintenance devant conduire à déposer le joint.

Enfin, l'analyse de l'ensemble des relevés profilométriques a mis en évidence le fait que les surfaces apparentes ne sont pas tout à fait parallèles au plan d'écrasement mais présentent un défaut de forme (Figure 96). En effet, les surfaces sont inclinées vers l'extérieur, c'est à dire que leur bord intérieur est à une altitude plus élevée que leur bord extérieur et le dénivelé peut atteindre 3°. Ainsi, la différence d'altitude entre les bords intérieur et extérieur de la surface apparente totale peut atteindre 50 µm. Une telle variation d'altitude pourrait avoir des conséquences sur la relation entre l'aire réelle de contact et l'effort appliqué.

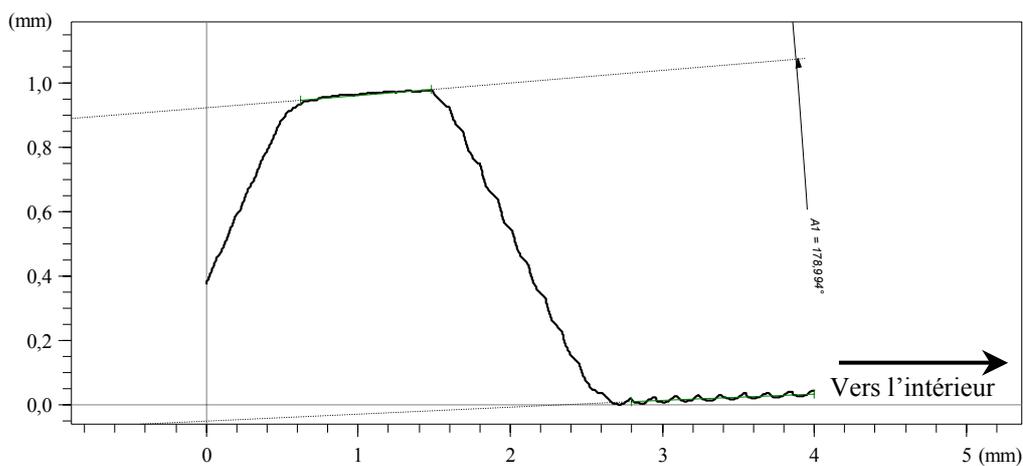


Figure 96 : Profil d'une éprouvette en laiton revêtu montrant que la surface portante apparente est inclinée de 1,006° par rapport au plan d'écrasement.

De plus, il a été constaté que cette inclinaison diminue lorsque la surface a été soumise à un chargement (Tableau 18).

| matériau | usinage (µm/tr) | éprouvette | pm max (MPa) | pente initiale (°) | pente finale (°) | variation (%) |
|----------|-----------------|------------|--------------|--------------------|------------------|---------------|
| acier | 150 | 1 | 204 | 1,036 | 0,803 | -22,5 |
| acier | 250 | 1 | 204 | 3,135 | 2,030 | -35,2 |
| acier | 250 | 2 | 204 | 1,599 | 1,198 | -25,1 |
| laiton | 150 | 1 | 202 | 1,072 | 1,045 | -2,5 |
| laiton | 150 | 2 | 204 | 1,681 | 0,567 | -66,3 |
| laiton | 250 | 1 | 170 | 1,733 | 1,281 | -26,1 |
| laiton | 250 | 1 | 244 | 2,586 | 1,194 | -53,8 |

Tableau 18 : Mesure de l'inclinaison des surfaces d'épreuve avant et après essai.

D'autre part, l'observation des faciès des surfaces après déchargement indiquent que celles-ci n'ont pas porté sur l'ensemble de la surface apparente mais seulement sur une portion intérieure. Laquelle portion est plus ou moins étendue selon les surfaces. Cette observation est à recouper avec celle précédemment effectuée concernant l'inclinaison des surfaces d'épreuve par rapport au plan d'écrasement constitué par le saphir synthétique. De plus, cette inclinaison oriente les surfaces d'épreuve de manière à

provoquer le contact en premier lieu sur le bord intérieur des éprouvettes. Au fur et à mesure que l'effort appliqué augmente, l'aire réelle de contact se « propage » progressivement vers l'extérieur, expliquant les faciès observés sur l'ensemble des éprouvettes. Enfin, l'inclinaison mesurée sur les surfaces après essais est diminuée en moyenne de 33%, ce qui indique que cette inclinaison joue un rôle dans le comportement du contact.

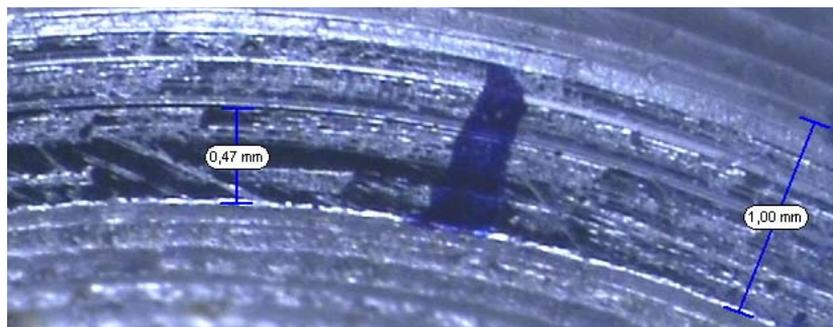


Figure 97 : Faciès d'une surface en acier revêtu, usinée à $250 \mu\text{m}/\text{tr}$ ayant subi une pression moyenne apparente de 204 MPa. Sur ce cliché, la portion ayant participé au contact est plus sombre. En haut vue d'ensemble. En bas, détail.

3.3.5 Confrontation au modèle théorique

Les essais précédemment décrits sont modélisés dans ce paragraphe. On ne modélise que les essais faisant intervenir les éprouvettes revêtues. En effet, les travaux précédents ont été développés et sont adaptés au cas de matériaux revêtus. Il n'est pas possible de mettre au point de modèle analytique du contact linéique sans revêtement car un tel problème possède une infinité de solutions différentes à une constante près. De plus, l'étude du contact linéique entre matériaux non-revêtus faisant appel à des modèles empiriques sort du cadre d'étude fixé pour ces travaux.

La modélisation des essais décrits précédemment nécessite la connaissance de caractéristiques géométriques et mécaniques propres à chaque éprouvette. Les

propriétés géométriques sont obtenues à partir de mesure profilométriques réalisées avant et après essais (Tableau 16 et Tableau 17). Les propriétés mécaniques du saphir synthétique sont données par le fabricant, les propriétés élastiques de l'acier et élastoplastiques de l'argent sont issues de l'expérience dont nous bénéficions concernant la modélisation des contacts individuels. Enfin, les propriétés du laiton sont tirées de la bibliographie.

| Matériau | Module d'Young (GPa) | Coefficient de Poisson | Ratio des modules | Limite d'élasticité (MPa) |
|--------------------|----------------------|------------------------|-------------------|---------------------------|
| Saphir synthétique | 440 | 0,23 | | |
| Acier | 220 | 0,33 | | |
| Laiton | 110 | 0,3 | | |
| Argent | 70 | 0,37 | 0,09 | 500 |

Tableau 19 : Propriétés matériaux pour la modélisation de l'écrasement de surfaces rugueuses.

L'ensemble des résultats expérimentaux présentés dans le paragraphe précédent militent pour un effet non-négligeable de l'inclinaison des surfaces d'épreuve par rapport au plan d'écrasement. Nous nous proposons, dans un premier temps, de montrer que la non-prise en compte de ce fait expérimental ne peut pas aboutir à une modélisation satisfaisante des résultats obtenus. Nous proposerons alors d'ajouter cette inclinaison au modèle de description des surfaces rugueuses initialement proposé pour aboutir à une modélisation permettant de représenter l'ensemble des résultats expérimentaux.

L'application de la modélisation proposée dans les paragraphes 3.1 et 3.2 permet de représenter sous forme de graphiques la fraction d'aire réelle de contact en fonction de la pression moyenne apparente. Cette modélisation suppose que le plan moyen des surfaces rugueuses est parallèle au plan d'écrasement. Les résultats alors obtenus sont présentés – à titre d'exemple – dans la Figure 98.

Bien que la fraction d'aire réelle de contact soit proportionnelle à la pression moyenne apparente, comme le suggèrent les résultats expérimentaux, la fraction d'aire réelle de contact est fortement sur-évaluée par le modèle.

Dans la mesure où les modèles de comportement des contacts individuels ont donné pleinement satisfaction, il convient de rechercher les causes de cette divergence dans différences entre la situation réelle et la modélisation. En particulier, l'inclinaison des surfaces d'épreuve par rapport au plan d'écrasement, constatée expérimentalement, apparaît rapidement comme une donnée devant impérativement être prise en considération.

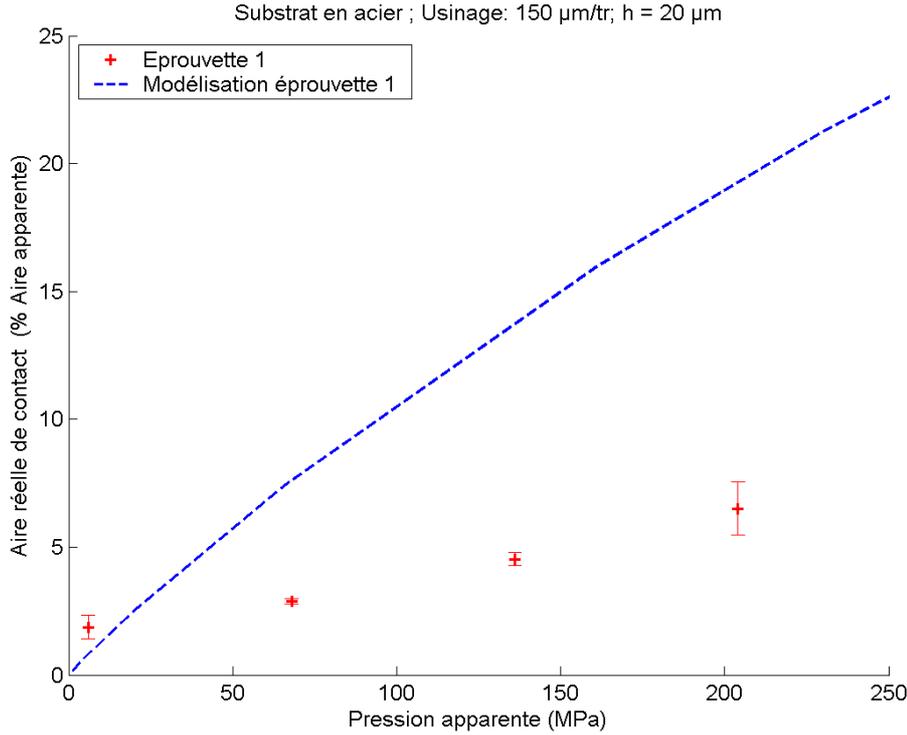


Figure 98 : Première tentative de modélisation d'un essai réalisé sur une éprouvette en acier revêtu et usiné à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

Pour prendre en compte ce fait expérimental, on est amené à modifier la modélisation initialement proposée. L'inclinaison observée sur les surfaces d'épreuve se traduit par une altitude moyenne de la spirale qui diminue linéairement de l'intérieur vers l'extérieur. Ainsi, la position du plan d'écrasement par rapport à la ligne moyenne de la spirale est une fonction linéaire décroissante de l'intérieur vers l'extérieur des éprouvettes et dont la pente est l'inclinaison initialement constatée sur les éprouvettes. On note Δz la variation d'altitude entre l'intérieur et l'extérieur des surfaces apparentes et α l'inclinaison des surfaces qui en est la cause. On a alors la relation :

$$\Delta z = (R_{ext} - R_{int}) \tan \alpha \quad (3.15)$$

Notons ω_{int} l'enfoncement en entrée de spirale (i.e. en $\theta = \theta_{int}$), l'enfoncement en un point quelconque de la spirale est défini par :

$$\omega(\theta) = \omega_{int} - \frac{\Delta z}{L_0} \theta \quad (3.16)$$

La largeur de contact définie à l'équation (3.9) est donc décroissante de l'intérieur vers l'extérieur de la spirale. Dans ces conditions, si $\omega_{int} < \frac{2R_{ext} \tan \alpha}{R_{ext} + R_{int}}$ la spirale le porte pas sur toute sa longueur mais seulement sur une portion intérieure commençant en θ_{int} et terminant en θ_{lim} avec :

$$\theta_{lim} = \omega_{int} \frac{L_0}{\Delta z} = \omega_{int} \frac{\pi}{AR \tan \alpha} (R_{ext} + R_{int}) \quad (3.17)$$

A cette position angulaire limite, correspond un rayon limite :

$$R_{lim} = \frac{AR}{2\pi} \theta_{lim} \quad (3.18)$$

De plus, la longueur de spirale réellement portante est donnée par :

$$L = \frac{\pi}{AR} (R_{lim}^2 - R_{ext}^2) \quad (3.19)$$

On applique ensuite la modélisation du contact présentée sans le paragraphe 3.2 et qui permet de déterminer l'aire réelle de contact et l'effort total résultant de l'écrasement.

Cette description, plus fidèle aux données expérimentales, permet d'obtenir une modélisation des essais réalisés dont les résultats sont présentés sous forme graphique (Figure 99 Figure 102)

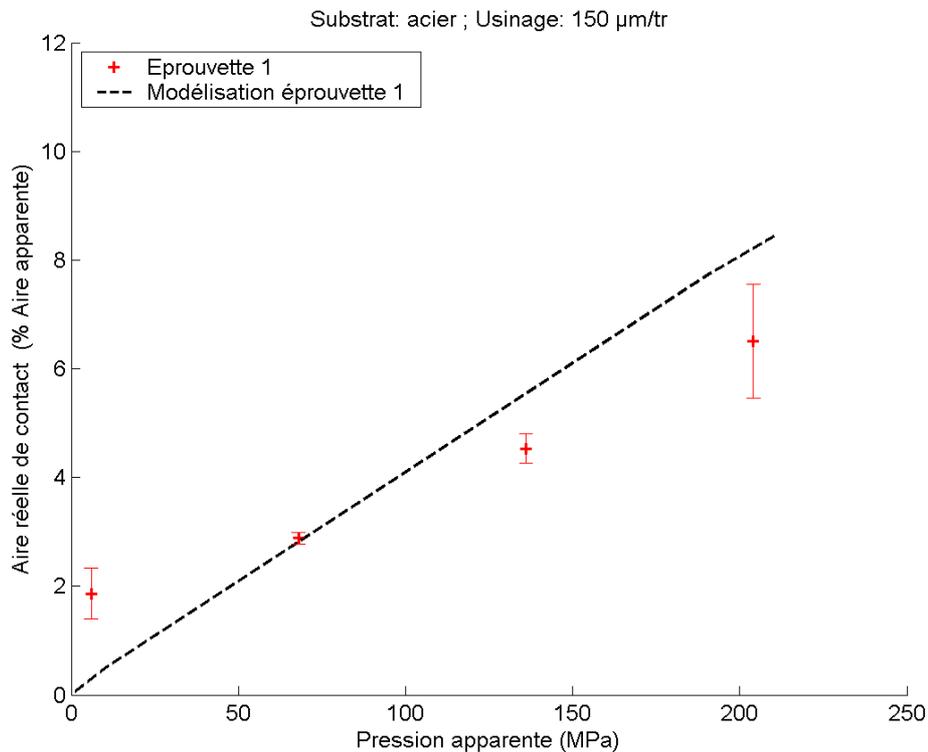


Figure 99 : Confrontation des aires de contact prédites et mesurées en fonction de la pression apparente. Les éprouvettes sont revêtues de 20 μm d'argent électrolytique, le substrat est en acier et l'usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

On constate, cette fois, un bon accord entre les données expérimentales et les prévisions du modèle théorique. La modélisation proposée rend compte de la linéarité de la relation entre l'aire réelle de contact et l'effort appliqué.

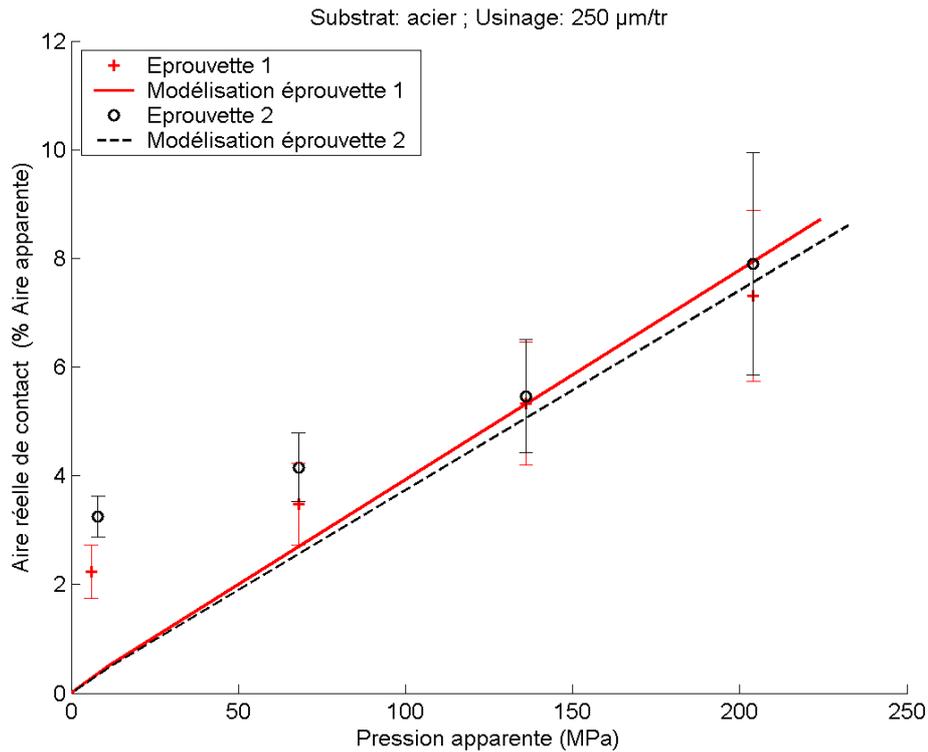


Figure 100 : Confrontation des aires de contact prédites et mesurées en fonction de la pression apparente. Les éprouvettes sont revêtues de 20 μm d'argent électrolytique, le substrat est en acier et l'usinage à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

On présente les résultats des modélisations pour chaque éprouvette de chaque configuration car le modèle retenu utilise des paramètres d'états de surface et l'inclinaison des surfaces d'épreuve, qui varient d'une éprouvette à l'autre. La configuration « Substrat en acier ; Usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$ » présente, à cet égard, une exception. En effet, la deuxième éprouvette de cette configuration n'est pas présentée car pour des raisons optiques (photos floues pour cause d'autofocus automatique) il n'a été possible de réaliser des mesures qu'à travers un seul des six orifices prévus à cet effet. Les résultats ainsi obtenus n'étaient pas exploitables au regard des autres données expérimentales. Nous avons donc choisi de ne présenter que les résultats expérimentaux concernant la première éprouvette de cette configuration (Figure 99).

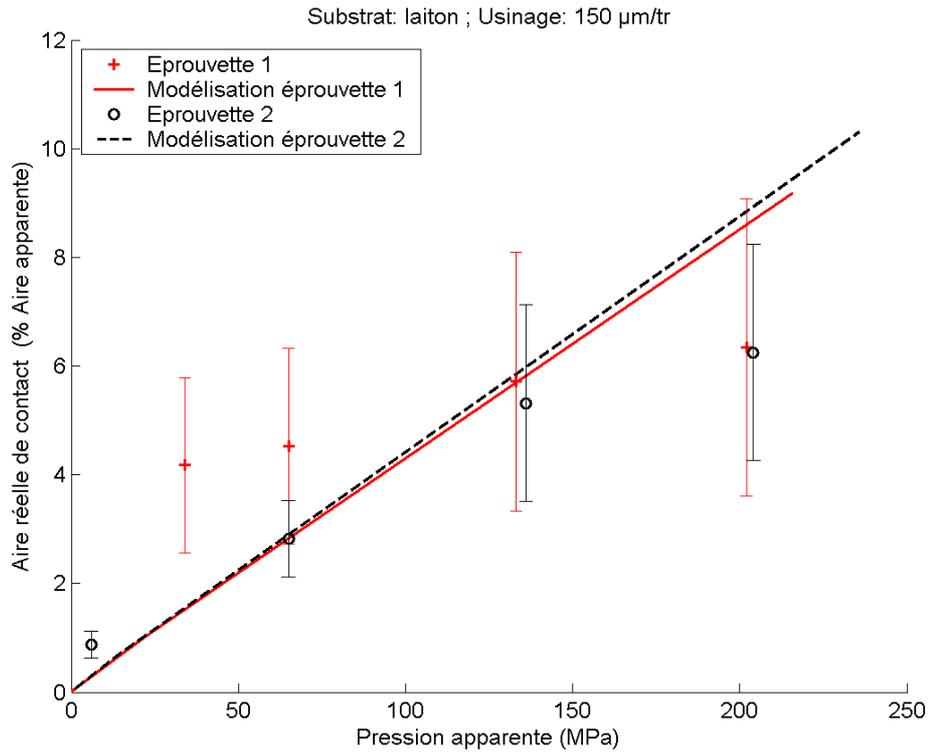


Figure 101 : Confrontation des aires de contact prédites et mesurées en fonction de la pression apparente. Les éprouvettes sont revêtues de 20 μm d'argent électrolytique, le substrat est en laiton et l'usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

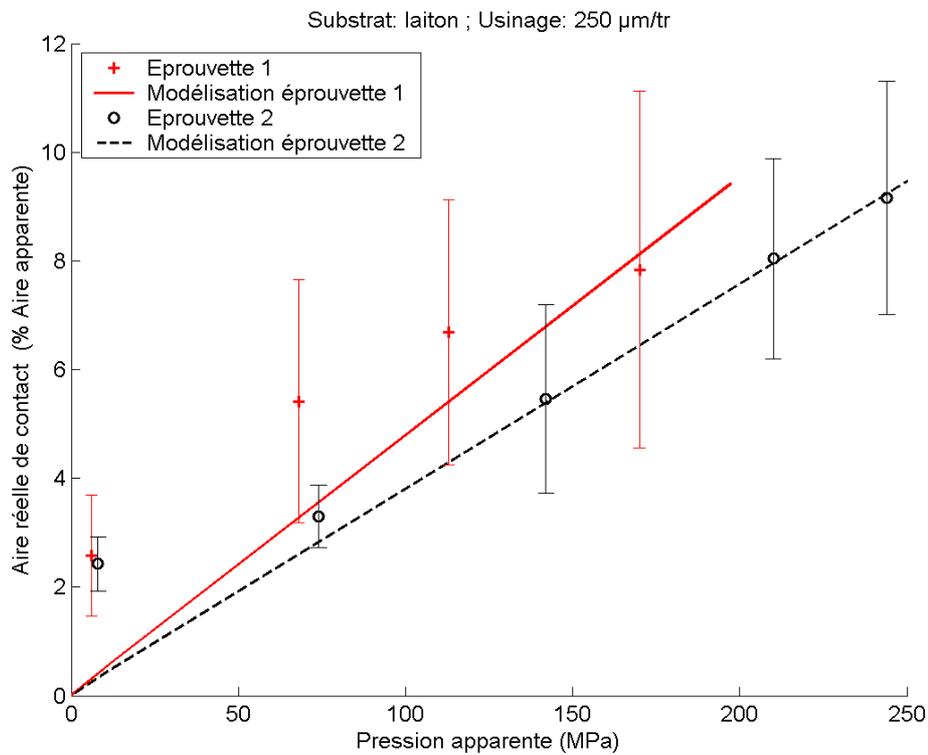


Figure 102 : Confrontation des aires de contact prédites et mesurées en fonction de la pression apparente. Les éprouvettes sont revêtues de 20 μm d'argent électrolytique, le substrat est en laiton et l'usinage à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

La modélisation permet de retrouver les résultats expérimentaux compte-tenu de la variabilité de ces derniers. On rappelle à ce sujet que les barres d'erreur figurées représentent $\pm\sigma$, c'est à dire plus ou moins une fois l'écart-type des mesures. Etant donné que le nombre de mesures pour une pression apparente donnée est au maximum de six, l'estimation de l'écart-type réel par l'écart-type des mesures pourrait se révéler un facteur limitant de cette étude. Néanmoins, l'analyse des résultats expérimentaux a montré que cet écart-type était suffisant pour révéler une différence significative entre les éprouvettes revêtues et les éprouvettes non-revêtues.

La modélisation proposée reproduit d'autant mieux les résultats expérimentaux que la pression moyenne apparente est grande. En revanche, pour des pressions moyennes apparentes inférieures à 100 MPa environ la modélisation a tendance à sous-estimer l'aire réelle de contact. Ce phénomène avait déjà été mis en évidence lors de l'étude du contact linéique (§ 2.1.2). On avait alors montré que ces divergences étaient dues à la non-continuité du contact le long du tore. Cette cause de divergence est d'autant plus à prendre en considération dans le cas des surfaces tournées qu'elles sont inclinées de l'intérieur vers l'extérieur et que les hauteurs des aspérités le long de la spirale suivent un processus aléatoire. Ainsi, si l'enfoncement ne permet pas de réaliser le contact sur des portions suffisamment longues de spirale (i.e. la pression apparente n'est pas assez importante) on obtiendra le même type de déviation entre le modèle et les essais. De plus, l'observation des éprouvettes avant essais avait révélé de fines rayures radiales, peu profondes. Ces rayures ont également pu jouer un rôle dans la non-continuité du contact le long de la spirale aux faibles pressions.

Enfin, au vu de la forme des éprouvettes, il n'est pas à exclure un effet d'élasticité de structure induite par leur sollicitation en flexion axisymétrique.

On rappelle également que l'ensemble des données théoriques a été obtenu avec les paramètres matériaux identifiés à partir de l'étude des contacts individuels et ont été maintenus constants pour toutes les modélisations.

En conclusion, nous avons montré que la prise en compte de la structure principale des surfaces tournées – une spirale d'Archimède – ainsi que de la variabilité des hauteurs des sommets le long de la spirale par l'intermédiaire de paramètres d'états de surface normalisés (norme « motifs ») seule n'est pas suffisante pour modéliser avec les résultats expérimentaux obtenus. En revanche, l'ajout à la description des surfaces rugueuses de l'inclinaison des surfaces par rapport au plan d'écrasement permet de retrouver de manière raisonnable l'ensemble des résultats expérimentaux sur éprouvettes revêtues avec des réserves émises aux faibles pressions imputables à la non-continuité du contact le long de la spire.

CONCLUSIONS

L'objet de ces travaux est de contribuer à la compréhension des phénomènes de mécanique des solides concourant à l'étanchéité statique par joints métalliques revêtus d'un métal mou. Ces assemblages mécaniques sont soumis à des sollicitations mécaniques sévères (effort linéique de l'ordre de 10^5 N/m). Ces sollicitations imposent au revêtement un mode de déformation élastoplastique, conduisant à des difficultés de modélisation, tant au niveau du comportement local, à l'échelle d'une aspérité, que du comportement global, à l'échelle de la surface toute entière. Lesquelles difficultés nous ont amené, naturellement, à la décomposition de la problématique en deux problèmes étudiés successivement et imbriqués à la façon de poupées russes. Le premier problème concerne le comportement individuel d'une aspérité donnée, de forme cylindrique. Le second problème concerne le comportement d'une surface rugueuse, vue comme une population d'aspérités dont le comportement a été décrit dans le problème précédent.

Dans la première partie de nos travaux, nous avons proposé un modèle permettant de décrire le comportement d'un massif semi-infini revêtu d'un métal mou et indenté par un cylindre infiniment long. Cette description modélise le comportement d'une aspérité très allongée, du type de celles rencontrées sur les surfaces tournées.

Le modèle proposé se place dans l'hypothèse des déformations planes et prend en compte les comportements du substrat (élastique), du revêtement (élastoplastique) et de l'indenteur (élastique). Les paramètres permettant de décrire le comportement élastoplastique du revêtement sont sa limite d'élasticité et le ratio entre son module tangent et son module d'Young. Cette modélisation permet de traiter deux conditions d'interface, selon que le revêtement est solidaire du substrat ou qu'il est simplement posé dessus. On considère que le contact est normal et qu'il n'y a pas de frottement entre le cylindre et le revêtement. Ce modèle présente une formulation analogue à celle d'une sollicitation uniaxiale mais les paramètres utilisés pour la décrire prennent en considération les effets transverses dans le revêtement. La modélisation proposée permet de trouver une solution semi-analytique (à une approximation près) tant en élasticité qu'en élastoplasticité. Cette résolution permet d'établir une relation entre la largeur de contact et l'effort linéique auquel le contact est soumis.

Ce modèle a ensuite été mis à l'épreuve par l'intermédiaire d'une campagne expérimentale d'indentation torique. Les paramètres géométriques du tore permettent de conserver l'hypothèse des déformations planes et la géométrie du tore permet d'assurer qu'il n'y aura pas de parasitage des résultats par d'éventuels effets de bords. Les deux conditions d'interface précédemment décrites ont été testées expérimentalement. Des mesures de dureté ont permis d'estimer la limite d'élasticité du revêtement et l'une des courbes expérimentales a permis de recalculer le ratio des modules.

La confrontation du modèle analytique et des résultats expérimentaux présentent un bon accord modèle / expériences aux fortes charges ($> 10^5$ N/m). Cependant, le modèle sous-estime la largeur de contact aux faibles charges. L'analyse des éprouvettes indique que pour les faibles charges le contact n'est pas continu mais est constitué d'arcs de longueur croissante avec l'effort appliqué et finissant par coalescer entre-elles pour former

un cercle continu. Lorsque ce cercle est formé, le modèle décrit correctement les données expérimentales. Cette non-continuité de l’empreinte est due à des défauts de planéité engendrés par la découpe et la préparation des éprouvettes.

Afin de s’assurer que notre hypothèse quant au mauvais accord entre modèle et expériences de contact linéique, nous avons adapté la modélisation au cas du contact ponctuel (sphère sur plan revêtu). Cette modélisation reprend la formulation proposée pour le contact linéique mais adaptée à l’axisymétrie et non plus aux déformations planes. La résolution de ce problème de contact normal axisymétrique sans frottement donne une relation analytique entre le rayon de contact et l’effort appliqué.

Afin de tester la validité de ce modèle, on propose une campagne d’indentation sphérique sur matériaux revêtus. La confrontation de ces résultats expérimentaux avec la modélisation analytique donne un bon accord, montrant ainsi l’exactitude de l’hypothèse formulée pour expliquer les divergences modèle / expériences dans le cas du contact linéique.

Cet accord entre modèle et expérience aux faibles charges et en contact ponctuel permet de valider le modèle de contact linéique sur toute la gamme d’effort étudiée. Les paramètres mécaniques identifiés au cours de ces campagnes d’essais sont conservés pour la suite des travaux.

Dans la deuxième partie de nos travaux, nous proposons de combiner le modèle de comportement élémentaire avec un modèle de description des surfaces rugueuses usinées par tournage et avec un modèle de contact entre surfaces rugueuses. Cette combinaison nous amène à modéliser le contact entre une bride (tournée) et un joint.

Le modèle de description des surfaces tournées suppose que ces surfaces sont la combinaison d’une structure régulière – une spirale d’Archimède – et d’une structure aléatoire – la hauteur des sommets des aspérités le long de la spirale est un processus aléatoire. De plus, la description de la surface prend en compte l’inclinaison de son plan moyen par rapport au plan d’écrasement. Les paramètres de la densité de probabilité des hauteurs de sommets le long de la spirale sont issus de paramètres d’états de surface obtenus selon les critères de la norme « motifs », assurant une certaine objectivité de la mesure. Les aspérités sont supposées indépendantes (les hauteurs de deux sommets donnés ne sont pas corrélées entre elles).

Le modèle de contact considérant toute surface rugueuse comme une population d’aspérités mécaniquement indépendantes permet, à partir du comportement individuel d’une aspérité, de déterminer le comportement global de la surface. Le comportement local adopté est celui décrit dans la première partie de nos travaux.

On considère les relations qui existent entre l’enfoncement, la largeur de contact et l’effort résultant localement lorsqu’une aspérité quelconque est soumise à un enfoncement quelconque.

Le comportement de l’ensemble de la surface est calculé en intégrant le résultat précédent sur toutes les configurations possibles (dicté par la densité de probabilité des hauteurs de sommets et les dimensions de la bride et du joint). Les résultats de ce calcul permettent d’établir une relation entre la fraction d’aire réelle de contact (aire réelle de contact rapportée à l’aire apparente) et la pression moyenne apparente (effort total rapporté à l’aire apparente).

Pour éprouver cette modélisation, nous avons réalisé une campagne expérimentale de visualisation de l’aire réelle de contact sous chargement. Un saphir, très rigide par rapport aux autres matériaux, et appliqué contre une surface rugueuse revêtue. Un dispositif optique placé à la verticale permet d’obtenir l’aire réelle de contact sur de petites portions de la surface.

L'analyse des résultats expérimentaux et leur confrontation avec la modélisation adoptée met en évidence les éléments suivants :

- La fraction d'aire réelle de contact est proportionnelle à la pression moyenne apparente pour la gamme d'effort et l'épaisseur de revêtement et les conditions d'usinage étudiées,
- Les résultats expérimentaux présentent une forte variabilité, déjà mise en évidence par de nombreux auteurs,
- La prise en compte de l'inclinaison des surfaces par rapport au plan d'écrasement est essentiel pour parvenir à décrire correctement les phénomènes observés,
- Le modèle sous-estime la fraction d'aire réelle de contact aux faibles charges (< 100 MPa) mais rend bien des faits expérimentaux aux fortes charges.

Cette dernière remarque n'est pas sans rappeler la divergence entre modélisation du contact linéique individuel et essais d'indentation torique. Il est probable que la non-continuité du contact le long de la spirale aux faibles pressions soit, là encore, responsable du fait que le modèle sous-estime l'aire réelle de contact dans cette gamme de pression. Ceci est d'autant plus probable que les hauteurs des aspérités le long de la spirale obéissent à un processus aléatoire.

Nos travaux ont permis de contribuer à la connaissance du comportement individuel du contact entre matériaux métalliques revêtus d'un métal mou. Ces contacts individuels sont soit linéique soit ponctuel et le revêtement peut être soit solidaire du substrat soit simplement posé dessus. La connaissance de ces mécanismes nous a permis d'élaborer un modèle de contact concernant les surfaces rugueuses usinées au tour et revêtues d'un métal mou.

Dans le prolongement de ces travaux, concernant la description du comportement des surfaces rugueuses revêtues sous chargement, il serait intéressant de déterminer l'influence éventuelle de l'élasticité de structure induite par la mise en flexion axisymétrique de l'éprouvette de visualisation de l'aire de contact sous charge.

De la même manière, il serait souhaitable d'étudier l'influence de l'épaisseur du revêtement sur les résultats obtenus. Il semble assez naturel que l'aire réelle de contact augmente avec l'épaisseur de revêtement, mais ce point mérite d'être précisé.

On devrait également envisager des améliorations dans le dispositif expérimental de visualisation de l'aire réelle de contact sous chargement. En effet, la partie optique manque de rigidité, obligeant l'opérateur à prendre un certain nombre de précautions pour éviter de rater les photos. La mise au point y gagnerait également. On devrait également envisager la possibilité d'instrumenter le dispositif expérimental afin de mesurer le déplacement vertical de la face du saphir qui est au contact de la surface rugueuse. La connaissance de l'enfoncement nous permettrait d'obtenir plus facilement le champ des ouvertures sous chargement.

Dans le cadre du GDR, la bonne compréhension des mécanismes de déformation des surfaces rugueuses revêtues doit permettre d'obtenir des informations sur le champ des ouvertures laissées par l'écrasement des surfaces pour l'écoulement éventuel des fluides à étancher. Une telle démarche doit aboutir à la prédiction du niveau de fuite attendu connaissant les propriétés géométriques, microgéométriques et mécaniques du problème.

D'autre part, dans la mesure où nous avons développé un modèle de comportement individuel relatif au contact ponctuel, il semble tout à fait raisonnable de traiter le cas des surfaces rugueuses revêtues dont la structure est aléatoire, plutôt que tournée.

Enfin, les joints d'étanchéité statiques par joints métalliques revêtus peuvent être placés dans des environnements dont les propriétés pourraient avoir de l'influence sur leurs propriétés d'étanchéité, comme des gradients thermiques (induisant des gradients de propriétés mécaniques) ou des vibrations (fretting, desserrage progressif du joint). Cette problématique étant beaucoup plus complexe, elle doit simplement être considérée comme une ligne de mire à long terme.

ANNEXES

ANNEXE I : RAPPELS D'OPTIQUE

Dans la mesure où la technique expérimentale que nous mettrons en œuvre dans nos travaux repose sur certaines propriétés optiques de la matière, nous rappelons ici quelques éléments de l'optique géométrique et de l'optique ondulatoire [79].

L'essentiel des phénomènes impliqués dans l'optique est connu depuis le XIX^e siècle : les Grecs connaissaient déjà les lois de la réflexion (invention du miroir) mais il fallut attendre le XI^e siècle et le savant arabe **Al Haytham** pour découvrir les lois de la réfraction. Ces lois sont retrouvées indépendamment par **W. Snell** (1621) et **R. Descartes** (1637).

Pierre de Fermat retrouve à son tour ces lois (1657) à partir du principe selon lequel la lumière se déplace toujours d'un point à un autre par le chemin qui minimise la durée du trajet.

R. Hooke interprète la lumière comme une onde se propageant en 1165, idée reprise par **C. Huygens** mais combattue par **I. Newton**, partisan de la théorie corpusculaire. Cette théorie ne sera reprise qu'au début du XIX^e siècle par **T. Young** puis par **A. Fresnel** qui synthétise les travaux précédents (1818). **J.C. Maxwell** aboutit enfin à la formulation de sa théorie de l'électromagnétisme et en déduit que la lumière est une onde électromagnétique transversale.

Le XX^e siècle voit l'avènement de la théorie corpusculaire de la lumière, s'appuyant sur la théorie quantique d'émission et d'absorption de la lumière par les atomes.

➤ Principe de Fermat

Le Principe de Fermat est à la base de l'optique géométrique. Soit deux points, A et B. Le chemin optique entre ces deux points sur une courbe C quelconque est défini par l'intégrale curviligne

$$L = \int_C n ds \quad (4.1)$$

où n est l'indice optique du milieu, défini comme le rapport entre la vitesse de la lumière dans le milieu et sa vitesse dans le vide. Le chemin optique est proportionnel au temps de parcours de la lumière sur le trajet C. Le principe de Fermat énonce que *la lumière se propage d'un point à un autre sur une trajectoire telle que la durée du parcours soit minimale*. Ce qui signifie que la lumière, pour se déplacer de A vers B emprunte la trajectoire réalisant le plus petit chemin optique entre A et B.

Deux conséquences immédiates en découlent :

- Dans un milieu homogène (n constant) la lumière se propage en ligne droite,
- Le trajet ne dépend pas du sens du parcours.

De ce principe, découlent également les lois de la réfraction et de la réflexion de **Snell-Descartes**.

➤ Lois de la réfraction et de la réflexion

En appliquant le principe de Fermat à un rayon lumineux incident qui franchit l'interface entre deux milieux transparents d'indices optiques respectivement n_1 et n_2 on retrouve les lois énoncées par Snell et Descartes (Figure 103) :

1. Le rayon réfracté est contenu dans le plan d'incidence,
2. La relation $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$,
3. L'existence d'un angle de réfraction limite : $\sin l = \frac{n_1}{n_2}$ au-delà duquel le rayon incident n'est plus réfracté mais réfléchi.

De même, on retrouve les lois de la réflexion (Figure 103) :

1. Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence,
2. La relation $i_2 = -i_1$

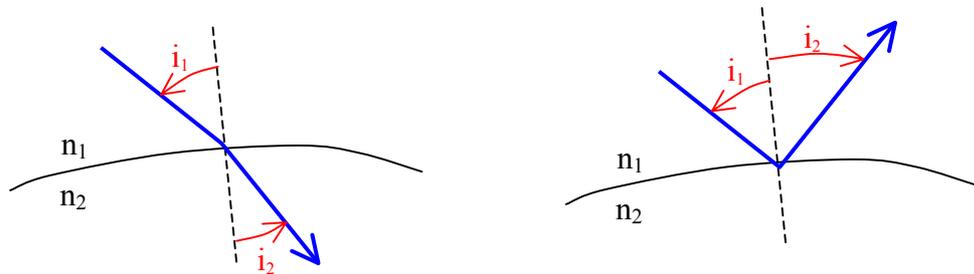


Figure 103 : Schéma d'illustration des lois de la réfraction (gauche) et de la réflexion (droite).

➤ Optique ondulatoire

Le caractère ondulatoire de la lumière a été énoncé pour la première fois par **C. Huygens** (1678), puis développé par **A. Fresnel** (1802) et complété par **J. C. Maxwell**. Celui-ci a montré que la lumière pouvait être interprétée comme une onde électromagnétique vérifiant les équations locales de Maxwell (4.2) (dans le vide) et obéissant aux équations de propagation (dans le vide) (4.3) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{E} = 0 \\ \operatorname{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \end{array} \right. \quad (4.2)$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \Delta \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \end{array} \right. \quad (4.3)$$

où \vec{E} et \vec{B} sont respectivement les champs électrique et magnétique associés à l'onde lumineuse. D'après les équations de propagation, ces deux champs se propagent à la vitesse $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-\frac{1}{2}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ dans le vide.

L'onde monochromatique plane solution des équations précédentes s'écrit en notations complexes de la manière suivante :

$$\begin{cases} \underline{E} = E_m \exp[-i(\omega t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \varphi)] = \underline{\psi} \exp[-i(\omega t - \varphi)] \\ \underline{B} = B_m \exp[-i(\omega t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \varphi)] = \underline{\phi} \exp[-i(\omega t - \varphi)] \end{cases} \quad (4.4)$$

avec $\frac{\omega}{k_0} = c$ et $\vec{k}_0 \wedge \vec{E} = \omega \vec{B}$. Ainsi, les champs électrique et magnétique oscillent

en phase et on a la relation $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = \frac{\omega}{k_0} = c$

Dans un milieu linéaire, isotrope, non-conducteur, transparent et non magnétique, les équations de Maxwell sont similaires à (4.2) mais le coefficient ϵ_0 est remplacé par $\epsilon_0 \epsilon_r$, où ϵ_r est la permittivité diélectrique relative du milieu. Dans ces conditions, la vitesse de propagation de l'onde devient $v_\varphi = (\mu_0 \epsilon_r \epsilon_0)^{-\frac{1}{2}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{\omega}{k}$. L'indice optique, n , du milieu

est ainsi défini par $n = \frac{v_\varphi}{c} = \sqrt{\epsilon_r}$. De plus, ω étant indépendant du milieu, $k = nk_0$ et

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

Considérons une telle onde lumineuse monochromatique et plane se propageant dans un milieu linéaire, homogène et isotrope non absorbant et non magnétique. L'éclairement, \bar{E} , d'un élément de surface ΔS s'écrit $\bar{E} = \frac{nE_m^2}{2\mu_0 c}$. Comme on s'intéresse généralement à la répartition de l'éclairement, on travaillera plutôt sur l'intensité de l'onde lumineuse, I , définie par

$$I = 2\mu_0 c \bar{E} = nE_m^2 = n \underline{\psi} \underline{\psi}^* \quad (4.5)$$

$\underline{\psi}$ étant l'amplitude complexe du champ électrique.

Lorsqu'une onde atteint une surface de séparation entre deux milieux linéaires, homogènes, isotropes, non-conducteurs et non magnétiques, les angles incident, réfléchi et réfracté sont identiquement nuls. Les équations de Maxwell (4.2) imposent alors la configuration de la Figure 104.

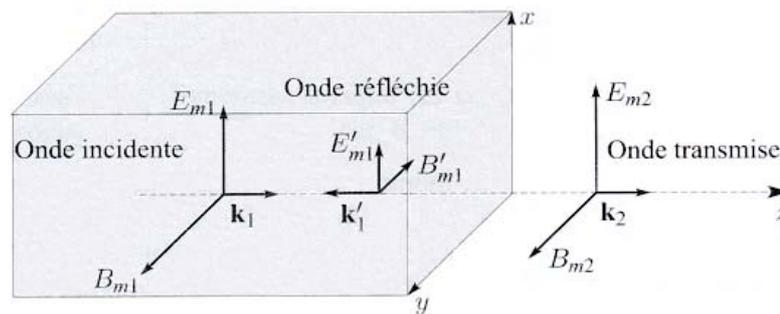


Figure 104 : réflexion et réfraction d'une onde lumineuse

Il en résulte que $\vec{E}_{m1} + \vec{E}'_{m1} = \vec{E}_{m2}$ et $\vec{B}_{m1} - \vec{B}'_{m1} = \vec{B}_{m2}$. Or $\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega \vec{B}$ donc on a aussi $\frac{\vec{E}_{m1}}{v_1} - \frac{\vec{E}'_{m1}}{v_1} = \frac{\vec{E}_{m2}}{v_2}$, v_1 et v_2 étant les vitesses de propagation de l'onde dans les milieux 1 et 2.

2. On en déduit alors des facteurs de réflexion, r , et de transmission, t , en amplitude :

$$r = \frac{E'_{m1}}{E_{m1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \text{et} \quad t = \frac{E_{m2}}{E_{m1}} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

Et les facteurs de réflexion et de transmission en intensité sont définis par :

$$Ref = r^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad \text{et} \quad Trans = \frac{n_2}{n_1} t^2 = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \quad (4.6)$$

remarque : r peut être positif ou négatif, induisant alors un déphasage de π entre les amplitudes des ondes incidente et réfléchie alors que t est toujours positif. On vérifie par ailleurs qu'en absence d'absorption, $Ref + Trans = 1$ alors que $r + t \neq 1$.

➤ Visualisation de l'aire réelle de contact

Considérons maintenant le dispositif expérimental permettant de visualiser l'aire réelle de contact sous charge, schématisé sur la Figure 105. On dispose d'une source lumineuse d'intensité I_0 (symbolisé par la lentille) qui éclaire le saphir en incidence normale. Le saphir est à bords parallèles. On considère deux faisceaux lumineux quelconques, le premier traversant le saphir puis l'air avant d'atteindre la surface de l'argent (qui n'est donc pas au contact du saphir) et le second qui rencontre l'argent directement à la sortie du saphir (contact entre le saphir et l'argent). Dans les deux cas, on considère que la surface de l'argent est parallèle aux surfaces du saphir. En toute rigueur, cette hypothèse est toujours vraie pour l'argent au contact du saphir mais pas nécessairement pour l'argent qui ne se trouve pas impliqué dans le contact. Néanmoins cette configuration constituera une borne inférieure de la différence de luminosité entre les parties en contact et les parties hors contact, comme on le verra dans la suite.

On note $Trans1$ et $Trans2$ les coefficients de transmission en intensité respectivement de l'interface saphir/air et de l'interface air/saphir et $Ref3$ le coefficient de réflexion en intensité de l'argent. L'intensité du faisceau réfléchi jusqu'à la lentille dans un cas comme dans l'autre s'expriment par :

$$I_{f1} = I_0 \cdot \text{Trans1} \cdot \text{Trans2} \cdot \text{Ref3} \cdot \text{Trans1} \cdot \text{Trans2} \quad (4.7)$$

$$I_{f2} = I_0 \cdot \text{Trans1} \cdot \text{Ref3} \cdot \text{Trans1} \quad (4.8)$$

Et le rapport entre les intensités des deux faisceaux est :

$$\frac{I_{f1}}{I_{f2}} = \text{Trans1} \cdot \text{Trans2} = \frac{4n_{\text{air}} n_{\text{saphir}}}{(n_{\text{air}} + n_{\text{saphir}})^2} \frac{4n_{\text{saphir}} n_{\text{air}}}{(n_{\text{air}} + n_{\text{saphir}})^2} \quad (4.9)$$

L'indice optique de l'air est 1 et celui du saphir 1,76, on obtient donc

$$\frac{I_{f1}}{I_{f2}} = 0,854 \quad (4.10)$$

En conséquence, l'intensité lumineuse des parties en argent ne participant pas au contact vaut au mieux 85% de l'intensité lumineuse des parties en argent participant au contact. Cette différence rend la détection du contact tout à fait réalisable par mesure de différence de luminosité/contraste.

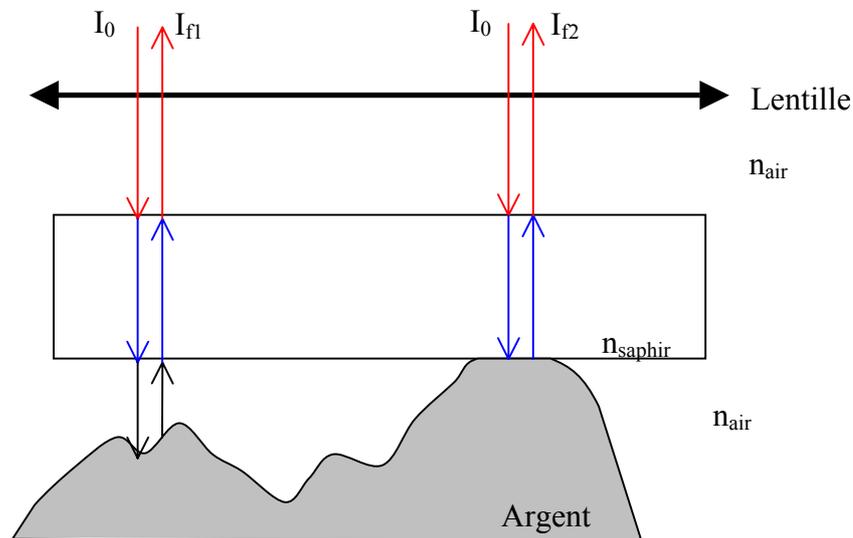


Figure 105 : schématisation de l'essai de visualisation de l'aire réelle de contact sous chargement.

ANNEXE II : MODELE ANALYTIQUE DU CONTACT CYLINDRE / PLAN REVETU

Cette annexe présente le détail de la méthode de résolution des équations (2.19) (rappelées ci-dessous).

$$\begin{aligned}
 & \text{si } \sigma_{zz}^{(3)} \leq R_{ee} \quad \text{alors} \\
 & \frac{1}{E_{le}} \sigma_{zz}^{(3)}(x) = \frac{b^2}{2R_c h} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] + \frac{K_{\sigma_0}}{h} \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln(x - \xi)^2 d\xi + C_1 \\
 & \text{si } \sigma_{zz}^{(3)} \geq R_{ee} \quad \text{alors} \\
 & \frac{1}{\lambda E_{le}} \left[\sigma_{zz}^{(3)} - (1 - \lambda) R_{ee} \right] = \frac{b^2}{2R_c h} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] + \frac{K_{\sigma_0}}{h} \int_{-b}^b \sigma_{zz}(\xi) \ln(x - \xi)^2 d\xi + C_1
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

La méthode est présentée pour l'équation en élasticité, la solution en élasticité étant construite de manière analogue.

Avant toute résolution, on réécrit l'équation (2.19) en élasticité sous une forme normée :

$$\bar{p}(\bar{x}) = \bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) = (1 - \bar{x}^2) + AI(\bar{x}) + C_2 \tag{4.12}$$

en utilisant les normes suivantes :

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{p_0} \quad ; \quad \bar{x} = \frac{x}{b} \quad ; \quad \bar{b} = \frac{b}{b_0} \quad ; \quad A = K_{\sigma_0} \frac{b}{h} E_{le} \quad ; \quad I(\bar{x}) = \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_{zz}(\bar{\xi}) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2 d\bar{\xi} \tag{4.13}$$

Où

$$p_0 = \frac{b^2}{2R_c h} E_{le} \quad ; \quad b_0 = \frac{E_{12} h}{E_{le}} \tag{4.14}$$

Dans la suite, le champ de pression adimensionné sera toujours représenté par la contrainte $\bar{\sigma}_{zz}$.

De plus, la pression de contact est nulle à l'extérieur du contact, c'est à dire pour $|x| \geq b$ ou encore

$$|\bar{x}| \geq 1 \tag{4.15}$$

Cette condition aux limites permet de déterminer la valeur de la constante C_2 , en effet,

$$\bar{\sigma}_{zz}(1) = AI(1) + C_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = -AI(1)$$

Ainsi, l'équation (4.12) devient

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) = (1 - \bar{x}^2) + A[I(\bar{x}) - I(1)] \quad (4.16)$$

On obtient alors le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) = 1 - \bar{x}^2 + A[I(\bar{x}) - I(1)] = 1 - \bar{x}^2 + A\Delta I(\bar{x}) = 1 - \bar{x}^2 + \Delta\bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) \\ I(\bar{x}) = \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_{zz}(\bar{\xi}) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2 d\bar{\xi} \end{cases} \quad (4.17)$$

Pour résoudre ce système d'équations, on propose une méthode récursive. On initialise la récurrence ($i = 0$) en supposant $\Delta\bar{\sigma}_{zz}^{(0)}(\bar{x}) = 0$, ce qui conduit à $\bar{\sigma}_{zz}^{(0)}(\bar{x}) = 1 - \bar{x}^2$

Au rang $i = 1$:

$$\text{On pose } I^{(1)}(\bar{x}) = \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_{zz}^{(0)}(\bar{\xi}) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2 d\bar{\xi} = \int_{-1}^1 (1 - \bar{\xi}^2) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2 d\bar{\xi}$$

On remarque que l'intégrande présente une singularité en $\bar{\xi} = \bar{x}$, on scinde donc cette expression de la manière suivante :

$$I^{(1)}(\bar{x}) = \text{Lim}_{\varepsilon \rightarrow 0} (I_-^{(1)}(\bar{x}) + I_+^{(1)}(\bar{x}))$$

$$\text{avec } I_-^{(1)}(\bar{x}) = \int_{-1}^{\bar{x}-\varepsilon} (1 - \bar{\xi}^2) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2 d\bar{\xi} \text{ et } I_+^{(1)}(\bar{x}) = \int_{\bar{x}+\varepsilon}^1 (1 - \bar{\xi}^2) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2 d\bar{\xi}$$

On fait alors les trois observations suivantes :

1. Une primitive de $\ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2$, fonction de $\bar{\xi}$, est $2\bar{\xi} - (\bar{x} - \bar{\xi}) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2$,
2. Une primitive de $\bar{\xi}^2 \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2$, fonction de $\bar{\xi}$, est $\frac{1}{3} \left[-\frac{2}{9} \bar{\xi}^3 - \bar{x} \bar{\xi}^2 - 2\bar{x}^2 \bar{\xi} \right] - \frac{1}{3} (\bar{x} - \bar{\xi}) (\bar{\xi}^2 + \bar{x} \bar{\xi} + \bar{x}^2) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2$,
3. $I_-^{(1)}(-\bar{x}) = I_+^{(1)}(\bar{x})$

Tous calculs faits, on obtient

$$I^{(1)}(\bar{x}) = \frac{4}{9} (3\bar{x}^2 - 8) + \frac{1}{3} (2 + 3\bar{x} - \bar{x}^3) \ln((1 + \bar{x})^2) + \frac{1}{3} (2 - 3\bar{x} + \bar{x}^3) \ln((\bar{x} - 1)^2) \quad (4.18)$$

On note que la fonction $\bar{x} \mapsto I^{(1)}(\bar{x})$ est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. On la prolonge alors par continuité en 1 :

$$\text{Lim}_{\bar{x} \rightarrow 1} (I^{(1)}(\bar{x})) = -\frac{20}{9} + \frac{4}{3} \ln(4) + \text{Lim}_{\bar{x} \rightarrow 1} \left(\frac{1}{3} (2 - 3\bar{x} + \bar{x}^3) \ln(\bar{x} - 1)^2 \right)$$

Pour déterminer la limite du membre de droite, on effectue le changement de variable $y = \bar{x} - 1$ ainsi $\frac{1}{3} (2 - 3\bar{x} + \bar{x}^3) \ln((\bar{x} - 1)^2) = \frac{1}{3} (y^3 + 3y^2) \ln(y^2)$. Les théorèmes usuels sur les limites de fonctions permettent de conclure que

$$\text{Lim}_{\bar{x} \rightarrow 1} \left(\frac{1}{3} (2 - 3\bar{x} + \bar{x}^3) \ln(\bar{x} - 1)^2 \right) = \text{Lim}_{y \rightarrow 0} \left(\frac{1}{3} (y^3 + 3y^2) \ln y^2 \right) = 0$$

Et finalement

$$\lim_{\bar{x} \rightarrow 1} (I^{(1)}(\bar{x})) = -\frac{20}{9} + \frac{4}{3} \ln(4) \approx -0,37383 \quad (4.19)$$

A ce stade de la résolution, on introduit une hypothèse complémentaire permettant de simplifier cette expression : on approche $\Delta I^{(1)}(\bar{x})$ par un polynôme de degré 2 : $\Delta I^{(1)}(\bar{x}) \approx \alpha + \beta\bar{x} + \gamma\bar{x}^2$. On identifie les coefficients α , β et γ de la manière suivante :

- la fonction $\bar{x} \mapsto \Delta I^{(1)}(\bar{x})$ est paire, ce qui impose $\beta = 0$,
- $\Delta I^{(1)}(0) = \alpha \approx -3,18175$,
- $\Delta I^{(1)}(1) = \alpha + \gamma = 0 \Rightarrow \gamma = -\alpha = 3,18175$.

L'approximation s'écrit donc

$$\Delta I^{(1)}(\bar{x}) = \Delta I^{(1)}(0)(1 - \bar{x}^2) \quad (4.20)$$

La pertinence de cette approximation est dictée par la forme de l'équation (4.18) et est étayée par la Figure 106 qui montre une corrélation entre les expressions exacte et approchée supérieure à 0,99 pour $|\bar{x}| \leq 1$.

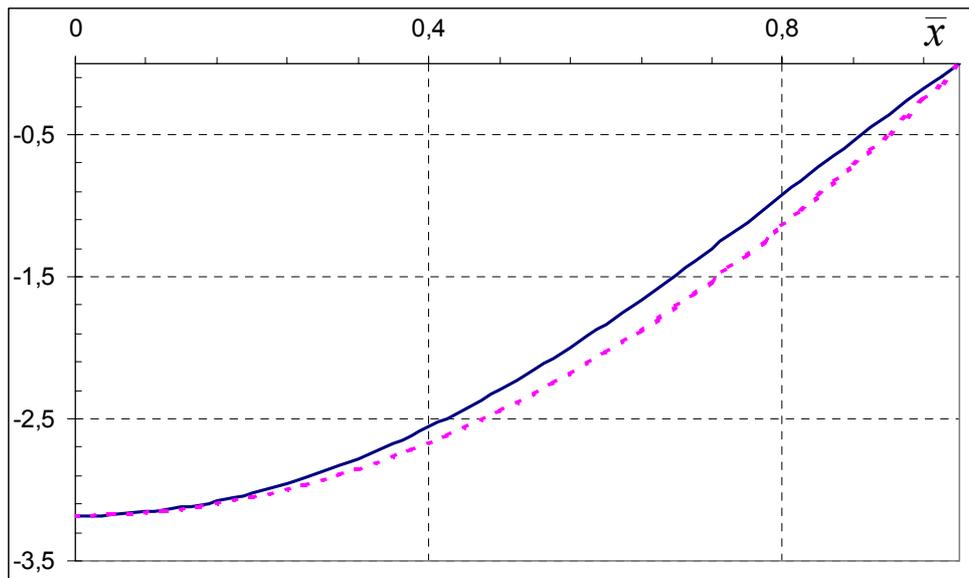


Figure 106 : Comparaison entre l'expression exacte de $\Delta I^{(1)}(\bar{x})$ (courbe continue) et son approximation par le polynôme de degré 2 de l'équation (4.20) (courbe en pointillés). Le coefficient de corrélation entre les deux expressions est de 0,998.

On obtient alors $\Delta \bar{\sigma}_{zz}^{(1)}(\bar{x}) = A \Delta I^{(1)}(0)(1 - \bar{x}^2) = B^{(1)}(1 - \bar{x}^2)$, et on en déduit :

$$\bar{\sigma}_{zz}^{(1)}(\bar{x}) = \bar{\sigma}_{zz}^{(0)}(\bar{x}) + \Delta \bar{\sigma}_{zz}^{(1)}(\bar{x}) = (1 - \bar{x}^2) + B^{(1)}(1 - \bar{x}^2) = K^{(1)}(1 - \bar{x}^2)$$

Pour résumer, au rang $i = 1$:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{zz}^{(1)}(\bar{x}) = K^{(1)}(1 - \bar{x}^2) \\ K^{(1)} = 1 + B^{(1)} \\ B^{(1)} = A\Delta I^{(1)}(0) \end{cases} \quad (4.21)$$

Au rang $i = N$:

On a $\bar{\sigma}_{zz}^{(N-1)}(\bar{x}) = K^{(N-1)}(1 - \bar{x}^2)$. On pose $I^{(N)}(\bar{x}) = \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_{zz}^{(N-1)}(\bar{\xi}) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2 d\bar{\xi}$. On en déduit que

$$I^{(N)}(\bar{x}) = \int_{-1}^1 K^{(N-1)}(1 - \bar{\xi}^2) \ln(\bar{x} - \bar{\xi})^2 d\bar{\xi} = K^{(N-1)} I^{(1)}(\bar{x})$$

Ainsi, $\Delta I^{(N)}(\bar{x}) = I^{(N)}(\bar{x}) - I^{(N)}(1) = K^{(N-1)} \Delta I^{(1)}(\bar{x}) = K^{(N-1)} \Delta I^{(1)}(0)(1 - \bar{x}^2)$. D'où

$$\Delta \bar{\sigma}_{zz}^{(N)}(\bar{x}) = A\Delta I^{(N)}(\bar{x}) = AK^{(N-1)} \Delta I^{(1)}(0)(1 - \bar{x}^2) = K^{(N-1)} B^{(1)}(1 - \bar{x}^2) = B^{(N)}(1 - \bar{x}^2)$$

Ce qui permet d'écrire

$$\bar{\sigma}_{zz}^{(N)}(\bar{x}) = \bar{\sigma}_{zz}^{(N-1)}(\bar{x}) + \Delta \bar{\sigma}_{zz}^{(N)}(\bar{x}) = (1 + B^{(N)})(1 - \bar{x}^2) = (1 + K^{(N-1)} B^{(1)})(1 - \bar{x}^2)$$

On trouve donc que

$$K^{(N)} = 1 + K^{(N-1)} B^{(1)} = 1 + (1 + K^{(N-2)} B^{(1)}) B^{(1)} = 1 + B^{(1)} + K^{(N-2)} B^{(1)2}$$

soit encore,

$$K^{(N)} = 1 + B^{(1)} + B^{(1)2} + \dots + B^{(1)N-1}$$

$$\text{Ainsi, pour tout } N \geq 1 : \begin{cases} \bar{\sigma}_{zz}^{(N)}(\bar{x}) = K^{(N)}(1 - \bar{x}^2) \\ K^{(N)} = 1 + B^{(1)} + B^{(1)2} + \dots + B^{(1)N-1} \end{cases} \quad (4.22)$$

$K^{(N)}$ prend donc la forme d'une série entière qui converge pour $|B^{(1)}| < 1$. Or

$$B^{(1)} = A\Delta I^{(1)}(0) = K_{\sigma_0} \frac{b}{h} E_{le} \Delta I^{(1)}(0) = \frac{1}{\pi E_{12}} \bar{b} \left(\frac{E_{12}}{E_{le}} h \right) \frac{1}{h} E_{le} \Delta I^{(1)}(0) = -3,18175 \frac{\bar{b}}{\pi} \approx \bar{b}$$

Par passage à la limite, on obtient que

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) = \lim_{N \rightarrow +\infty} (\bar{\sigma}_{zz}^{(N)}(\bar{x})) = \lim_{N \rightarrow +\infty} (1 + B^{(1)} + B^{(1)2} + \dots + B^{(1)N-1})(1 - \bar{x}^2) = K(1 - \bar{x}^2) \quad (4.23)$$

$$\text{où } K = \frac{1}{1 + B^{(1)}} = \frac{1}{1 + \bar{b}} \quad (4.24)$$

Finalement,

Le problème en élasticité admet une solution pour $\bar{b} < 1$. Cette solution est alors

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) = \frac{1}{1 + \bar{b}}(1 - \bar{x}^2) \quad (4.25)$$

Il convient maintenant de déterminer la limite de validité de cette solution. Pour cela, on utilise le critère de Tresca et on s'appuie sur la formulation de la loi de Hooke en déformations planes. On distingue ensuite deux cas de figure, selon les conditions d'interface (Équation (2.8)).

Modèle libre :

La contrainte σ_{xx} est nulle à l'interface, on obtient alors :

$$\sigma_{yy}^{(3)} = \nu_3 \sigma_{zz}^{(3)} \quad (4.26)$$

et le cisaillement maximal s'écrit :

$$\tau_{max}^{(libre)} = \left| \frac{\sigma_{zz}^{(3)} - \sigma_{xx}^{(3)}}{2} \right| = \frac{\sigma_{zz}^{(3)}}{2} \quad (4.27)$$

Enfin, le critère de Tresca donne :

$$\tau_{max}^{(libre)} = \frac{\sigma_{zz}^{(3)}}{2} \leq \tau_{lim} = \frac{R_{e3}}{2} \quad (4.28)$$

Avec R_{e3} la limite d'élasticité en traction simple du revêtement. Le domaine de validité de la solution calculée en élasticité pour une interface libre est donc borné par :

$$\left\{ \sigma_{zz}^{(3)}(x), \text{ modèle libre, tel que } \sigma_{zz}^{(3)}(x) \leq R_{e3} \right\} \quad (4.29)$$

Modèle collé :

On considère la continuité des déformations transversales à travers l'interface :

$$\varepsilon_{xx}^{(2)} = \varepsilon_{xx}^{(3)} \quad (4.30)$$

$$\text{ainsi : } \frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} \left(\sigma_{xx}^{(2)} - \frac{\nu_2}{1-\nu_2} \sigma_{zz}^{(2)} \right) = \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} \left(\sigma_{xx}^{(3)} - \frac{\nu_3}{1-\nu_3} \sigma_{zz}^{(3)} \right)$$

d'où :

$$\sigma_{xx}^{(2)} = \left(\frac{\frac{\nu_2(1-\nu_2)}{E_{I2}} - \frac{\nu_3(1-\nu_3)}{E_{I3}}}{\frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}}} \right) \sigma_{xx}^{(3)} \quad (4.31)$$

L'hypothèse des déformations planes conduit alors à :

$$\sigma_{yy}^{(3)} = \nu_3 \left(1 + \frac{\frac{\nu_2(1-\nu_2)}{E_{I2}} - \frac{\nu_3(1-\nu_3)}{E_{I3}}}{\frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}}} \right) \sigma_{zz}^{(3)} \quad (4.32)$$

Les relations (4.31) et (4.32) permettent de classer les contraintes principales comme suit :

$$\sigma_{xx}^{(3)} \leq \sigma_{yy}^{(3)} \leq \sigma_{zz}^{(3)}$$

Et le cisaillement maximal s'écrit

$$\tau_{max}^{(collé)} = \frac{\sigma_{zz}^{(3)} - \sigma_{xx}^{(3)}}{2} = \left(1 - \frac{\frac{\nu_2(1-\nu_2)}{E_{I2}} - \frac{\nu_3(1-\nu_3)}{E_{I3}}}{\frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}}} \right) \frac{\sigma_{zz}^{(3)}}{2} \quad (4.33)$$

Le critère de Tresca donne alors :

$$\tau_{max}^{(collé)} = \left(1 - \frac{\frac{\nu_2(1-\nu_2)}{E_{I2}} - \frac{\nu_3(1-\nu_3)}{E_{I3}}}{\frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}}} \right) \frac{\sigma_{zz}^{(3)}}{2} \leq \tau_{lim} = \frac{R_{e3}}{2} \quad (4.34)$$

Le domaine de validité de la solution calculée en élasticité pour une interface collée est donc borné par

$$\left\{ \sigma_{zz}^{(3)}(x), \text{ modèle collé, tel que } \sigma_{zz}^{(3)}(x) \leq \left(\frac{\frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_{I2}}} \right) R_{e3} \right\} \quad (4.35)$$

Pour alléger les notations dans la suite, on notera R_{ee} la limite d'élasticité équivalente du modèle en élasticité. On résume ainsi les résultats précédents de la manière suivante :

La solution en élasticité pure s'applique tant que, pour tout $x \leq b$ on vérifie $\sigma_{zz}^{(3)}(x) \leq R_{ee}$, avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{modèle libre} \\ \text{modèle collé} \end{array} \right. R_{ee} = \left[\frac{\frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_{I2}}} \right] R_{e3} \quad (4.36)$$

Au-delà d'un certain effort, correspondant à une largeur de contact limite, le critère de Tresca est violé, marquant la limite de validité du modèle en élasticité pure. Localement, cela signifie que la pression atteint la limite d'élasticité équivalente, R_{ee} . Étant donné la répartition de pression, ceci se produira en premier lieu au centre du contact, en $x = 0$ ($\bar{x} = 0$). On obtient alors l'équation suivante (sous sa forme normée) :

$$\bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(0) = \frac{R_{ee}}{p_0} = \frac{1}{1 + \bar{b}_{lim}} \quad (4.37)$$

Où \bar{b}_{lim} est la largeur maximale de contact en élasticité pure, marquant la limite entre les modèles élastique et élastoplastique. On effectue le calcul :

$$R_{ee} = \frac{1}{1 + \bar{b}_{lim}} p_0 = \frac{1}{1 + \bar{b}_{lim}} \frac{b_{lim}^2}{2R_c h} E_{le} = \frac{\bar{b}_{lim}^2}{1 + \bar{b}_{lim}} \frac{b_0^2}{2R_c h} E_{le}$$

Cette équation du second degré en \bar{b}_{lim} possède deux racines réelles, l'une négative (non physique) et l'autre positive. La largeur limite de contact est donc

$$\bar{b}_{lim} = \frac{R_{ee}}{E_{le}} \frac{R_c h}{b_0^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{E_{le}}{R_{ee}} \frac{2b_0^2}{R_c h}} \right) \quad (4.38)$$

Par la suite, on préférera une forme normée de l'expression (4.38). c'est pourquoi on la réécrit à l'aide de la norme $\bar{R}_{ee} = \frac{2R_c h}{b_0^2} \frac{R_{ee}}{E_{le}}$:

$$\bar{b}_{lim} = \frac{\bar{R}_{ee}}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\bar{R}_{ee}}} \right) \quad (4.39)$$

Les répartitions de pression déterminées équations (2.20) permettent, enfin, de déterminer l'effort linéique, W_L , qui en résulte :

$$W_L^{(el)} = \int_{-b}^b \sigma_{zz}(x) dx = p_0 \int_{-b}^b \bar{\sigma}_{zz}(x) dx = p_0 b \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) d\bar{x} = p_0 b \int_{-1}^1 \frac{1}{1+\bar{b}} (1-\bar{x}^2) d\bar{x} = \frac{4}{3} p_0 b \frac{1}{1+\bar{b}}$$

$$W_L^{(el)} = \frac{4}{3} \frac{b^2}{2R_c h} E_{le} b \frac{1}{1+\bar{b}} = \frac{4}{3} \frac{b_0^3}{2R_c h} E_{le} \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}} = \frac{2}{3} \frac{E_{12}^3}{E_{le}^2} \frac{h^2}{R_c} \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}}$$

$$W_L^{(el)} = W_{L0} \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}} \quad (4.40)$$

On dispose alors d'une relation – non linéaire – entre la largeur de contact normée et l'effort linéique résultant normé.

On remarquera, enfin, que cette relation est inversible (largeur de contact en fonction de l'effort appliqué) dans le domaine d'élasticité pure du revêtement.

Pour déterminer le champ de pression dans le domaine élastoplastique, on résout de la même manière l'équation correspondante du système (4.11). On obtient, sous forme adimensionnée :

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) - (1-\lambda) \frac{R_{ee}}{p_0} = \lambda \left[(1-\bar{x}^2) + AI(\bar{x}) + C_2 \right] \quad (4.41)$$

La méthode de résolution précédente appliquée à cette équation donne le champ de pression suivant :

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{x}) = \lambda \frac{1}{1+\bar{b}} (1-\bar{x}^2) + (1-\lambda) \frac{R_{ee}}{p_0} \quad (4.42)$$

Dans le cas où le comportement est élastoplastique, la pression au centre du contact dépasse la limite d'élasticité (champ de pression régi par l'équation (4.42)) alors que plus près du bord le contact reste élastique (champ de pression régi par l'équation (4.25)). Quel que soit l'effort appliqué supérieur à la limite définie dans l'expression (4.40) (i.e. provoquant un comportement élastoplastique), la répartition de pression est monotone, décroissante, du centre vers le bord du contact. Ainsi, il existe une valeur unique de $x \in [0, b]$, notée x_1 , telle que pour $|x| \leq x_1$ le comportement est élastoplastique et pour

$|x| \geq x_1$ le comportement est élastique pur (Figure 30). Le champ de pression est continu en x_1 , ce qui signifie que :

$$\frac{1}{1+\bar{b}}(1-\bar{x}_1^2) = \lambda \frac{1}{1+\bar{b}}(1-\bar{x}_1^2) + (1-\lambda) \frac{R_{ee}}{p_0} \quad (4.43)$$

La résolution de cette équation aboutit à

$$\bar{x}_1 = \sqrt{1 - (1+\bar{b}) \frac{R_{ee}}{p_0}} = \sqrt{1 - (1+\bar{b}) \frac{R_{ee}}{\bar{b}^2 \bar{b}_0^2 \frac{E_{le}}{2R_c h}}} = \sqrt{1 - \frac{(1+\bar{b})}{\bar{b}^2} \bar{R}_{ee}} \quad (4.44)$$

Avec $\bar{R}_{ee} = \frac{b_0^2}{2R_c h} E_{le}$.

Enfin, l'effort linéique résultant est alors donné par :

$$W_L^{(ep)} = 2 \int_0^b \sigma_{zz}(x) dx = 2 \int_0^{x_1} \sigma_{zz}^{(ep)} dx + 2 \int_{x_1}^b \sigma_{zz}^{(el)} dx$$

Soit encore :

$$\bar{W}_L^{(ep)} = \frac{\bar{b}^3}{1+\bar{b}} \left[1 - (1-\lambda) \left(1 - \frac{1+\bar{b}}{\bar{b}^2} \bar{R}_{ee} \right)^{3/2} \right] \quad (4.45)$$

Le comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire est représenté schématiquement sur la Figure 29 dans le cas d'une sollicitation uniaxiale. Au-delà de la limite d'élasticité, le comportement est caractérisé par un module tangent, E_{II}

Dans la mesure où la modélisation exploite la forte similitude formelle avec un comportement uniaxial, on adoptera un formalisme dans la continuité de cette similitude pour décrire le comportement dans le domaine élastoplastique.

Pour cela, on définit le paramètre λ , rapport des modules équivalents des domaines élastique et élastoplastique. On définit les modules tangents équivalents de manière similaire aux modules d'élasticité équivalents, en considérant les deux conditions d'interface définies dans les relations (2.8). et qui avaient abouti aux relations (2.13) :

$$\lambda = \frac{E_{IIe}}{E_{Ie}} \quad (4.46)$$

Modèle libre :

$$\lambda = \frac{E_{IIe}}{E_{Ie}} = \frac{\left(\frac{1-\nu_3^2}{E_{II3}} \right)^{-1}}{\left(\frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} \right)^{-1}} = \frac{E_{II3}}{E_{I3}} = \lambda_0 \quad (4.47)$$

Modèle collé :

$$\lambda = \frac{E_{lle}}{E_{le}} = \frac{\frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}} \left[1 - \frac{\nu_3}{1-\nu_3} \frac{\frac{\nu_2(1+\nu_2)}{E_{I2}} - \frac{\nu_3(1+\nu_3)}{E_{I3}}}{\frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3^2}{E_{I3}}} \right]}{\frac{1-\nu_3^2}{E_{II3}} \left[1 - \frac{\nu_3}{1-\nu_3} \frac{\frac{\nu_2(1+\nu_2)}{E_{I2}} - \frac{\nu_3(1+\nu_3)}{E_{II3}}}{\frac{1-\nu_2^2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3^2}{E_{II3}}} \right]}$$

Et finalement :

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\left[1 - \frac{\nu_3}{1-\nu_3} \frac{\nu_2(1+\nu_2) \frac{E_{I3}}{E_2} - \nu_3(1+\nu_3)}{(1-\nu_2^2) \frac{E_{I3}}{E_2} - (1-\nu_3^2)} \right]}{\left[1 - \frac{\nu_3}{1-\nu_3} \frac{\nu_2(1+\nu_2) \frac{E_{I3}}{E_2} - \frac{\nu_3(1+\nu_3)}{\lambda_0}}{(1-\nu_2^2) \frac{E_{I3}}{E_2} - \frac{(1-\nu_3^2)}{\lambda_0}} \right]} \quad (4.48)$$

ANNEXE III : RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA CAMPAGNE D'ESSAIS D'INDENTATION TORIQUE

Mesures des largeurs de contact au Binoculaire et au Surfascan ainsi que les mesures de dureté pour une feuille d'argent de 0.3 mm d'épaisseur indentée par un tore de rayon $R = 0.5\text{mm}$:

| <i>R05h03</i> <i>Hb=500</i> | Expérience BINOCULAIRE | | | | Expérience SURFASCAN | | | | dureté |
|--------------------------------|------------------------|----------|----------|---------|----------------------|----------|----------|---------|---------|
| | 2b (μm) | | | b (mm) | 2b (μm) | | | b (mm) | Hv 25g |
| Charge (daN) | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | moyenne |
| 13,788 | | | | | | | | | 60,0 |
| 20 | | | | | | | | | |
| 30 | | | | | | | | | |
| 40 | | | | | | | | | |
| 50 | | 100 | | 0,0500 | | | | | |
| 60 | | 160 | 40 | 0,0500 | | | | | |
| 70 | | 190 | 50 | 0,0600 | | | | | 56,7 |
| 100 | 70 | 190 | 80 | 0,0567 | | | | | |
| 200 | 100 | 200 | 90 | 0,0650 | | | | | |
| 300 | 110 | 220 | 120 | 0,0750 | 124 | 215 | | 0,08475 | |
| 400 | 120 | 220 | 120 | 0,0767 | | | | | |
| 500 | 140 | 250 | 150 | 0,0900 | 133 | 220 | 162 | 0,08583 | 65,5 |
| 700 | 180 | 260 | 170 | 0,1017 | | | | | |
| 900 | 200 | 280 | 240 | 0,1200 | 200 | 230 | 235 | 0,11083 | |
| 1100 | 220 | 290 | 280 | 0,1317 | | | | | |
| 1300 | 330 | 310 | 300 | 0,1567 | 286 | 285 | 274 | 0,14083 | |
| 1500 | 350 | 350 | 330 | 0,1717 | | | | | |
| 1700 | 370 | 390 | 390 | 0,1917 | | | | | |
| 1900 | 420 | 410 | 420 | 0,2083 | 374 | 360 | 367 | 0,18350 | 82,7 |
| 2100 | 440 | 420 | 450 | 0,2183 | | | | | |
| 2300 | 460 | 470 | 450 | 0,2300 | | | | | |
| 2500 | 460 | 468 | 473 | 0,2335 | 466 | 455 | 463 | 0,23067 | 75,4 |

Tableau 20 : Résultats expérimentaux d'indentation linéique d'un revêtement d'argent de 300 μm posé librement sur le substrat et indenté par un tore de 0,5 mm de rayon.

| Charge (daN) | Expérience BINOCULAIRE | | | | Expérience SURFASCAN | | | | dureté |
|---------------|------------------------|----------|----------|---------|----------------------|----------|----------|---------|---------|
| | 2b (µm) | | | b (mm) | 2b (µm) | | | b (mm) | Hv 25g |
| | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | moyenne |
| 13,788 | | | | | | | | | 68,6 |
| 20 | | | | | | | | | |
| 30 | | | | | | | | | |
| 40 | | | | | | | | | |
| 50 | | | | | | | | | |
| 60 | | | | | | | | | |
| 70 | 80 | 180 | 120 | 0,0500 | | 232 | | | 62,2 |
| 100 | 170 | 290 | 120 | 0,0725 | | | | | |
| 200 | 180 | 310 | 140 | 0,0800 | | 235 | | | |
| 300 | 240 | 430 | 150 | 0,0975 | | | | | |
| 400 | 260 | 440 | | 0,1300 | | 507 | | | |
| 500 | 270 | 420 | 170 | 0,1100 | | | | | 83,9 |
| 700 | 310 | 450 | 200 | 0,1275 | 326 | 506 | 268 | 0,14850 | |
| 900 | 310 | 490 | 210 | 0,1300 | | | | | |
| 1100 | 340 | 500 | 240 | 0,1450 | 400 | 518 | 322 | 0,18050 | |
| 1300 | 370 | 540 | 290 | 0,1650 | | | | | |
| 1500 | 380 | 540 | 310 | 0,1725 | 431 | 453 | 373 | 0,20100 | |
| 1700 | 420 | 510 | 340 | 0,1900 | | | | | |
| 1900 | 450 | 560 | 380 | 0,2075 | | | | | 78,5 |
| 2100 | 510 | 590 | 430 | 0,2350 | 480 | 455 | 421 | 0,22525 | |
| 2300 | 520 | 600 | 460 | 0,2450 | | | | | |
| 2500 | 540 | 610 | 480 | 0,2550 | | | | | 81,2 |

Tableau 21 : Résultats expérimentaux d'indentation linéique d'un revêtement d'argent de 500 µm posé librement sur le substrat et indenté par un tore de 0,5 mm de rayon.

| Charge (daN) | Expérience BINOCULAIRE | | | | Expérience SURFASCAN | | | | dureté |
|---------------|------------------------|----------|----------|---------|----------------------|----------|----------|---------|---------|
| | 2b (µm) | | | b (mm) | 2b (µm) | | | b (mm) | Hv 25g |
| | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | moyenne |
| 13,788 | | | | | | | | | |
| 20 | 70 | | | | | | | | |
| 30 | 110 | 55 | 60 | | | | | | |
| 40 | 120 | 105 | 105 | | | | | | |
| 50 | 135 | 140 | 125 | | | | | | |
| 60 | 155 | 163 | 145 | 0,0772 | | | | | 53,0 |
| 70 | 160 | 177 | 165 | 0,0837 | | | | | |
| 100 | 163 | 185 | 175 | 0,0872 | | | | | |
| 200 | 170 | 195 | 200 | 0,0942 | | | | | |
| 300 | 190 | 202 | 205 | 0,0995 | | | | | |
| 400 | 200 | 205 | 215 | 0,1033 | | | | | |
| 500 | 210 | 222 | 217 | 0,1082 | | | | | 57,0 |
| 700 | 220 | 232 | 223 | 0,1125 | | | | | |
| 900 | 230 | 243 | 235 | 0,1180 | | | | | |
| 1100 | 260 | 265 | 285 | 0,1350 | 260 | 270 | 300 | 0,13833 | 60,0 |
| 1300 | 322 | 305 | 321 | 0,1580 | | | | | |
| 1500 | 419 | 368 | 354 | 0,1902 | 430 | 370 | 355 | 0,19250 | |
| 1700 | 433 | 410 | 398 | 0,2068 | | | | | |
| 1900 | 439 | 418 | 422 | 0,2132 | | | | | 62,0 |
| 2100 | 445 | 430 | 446 | 0,2202 | 440 | 430 | 450 | 0,22000 | |
| 2300 | 455 | 452 | 483 | 0,2317 | | | | | |
| 2500 | 478 | 483 | 517 | 0,2463 | | | | | 66,0 |

Tableau 22 : Résultats expérimentaux d'indentation linéique d'un revêtement d'argent de 300 µm posé librement sur le substrat et indenté par un tore de 1 mm de rayon.

| Charge (daN) | Expérience BINOCULAIRE | | | | Expérience SURFASCAN | | | | dureté |
|---------------|------------------------|----------|----------|---------|----------------------|----------|----------|----------|---------|
| | 2b (µm) | | | b (mm) | 2b (µm) | | | b (mm) | Hv 25g |
| | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | moyenne |
| 13,788 | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | |
| 30 | 50 | | 80 | | | | | | |
| 40 | 90 | 60 | 100 | | | | | | |
| 50 | 105 | 90 | 120 | | | | | | |
| 60 | 115 | 110 | 135 | | | | | | 52,0 |
| 70 | 125 | 195 | 148 | | | | | | |
| 100 | 168 | 203 | 160 | 0,0885 | 210 | 230 | 170 | 0,101667 | |
| 200 | 175 | 213 | 170 | 0,0930 | | | | | |
| 300 | 178 | 229 | 191 | 0,0997 | | 240 | | 0,12000 | |
| 400 | 180 | 238 | 197 | 0,1025 | | | | | |
| 500 | 183 | 260 | 210 | 0,1088 | 260 | 270 | 200 | 0,12167 | 56,0 |
| 700 | 196 | 267 | 220 | 0,1138 | | | | | |
| 900 | 208 | 283 | 239 | 0,1217 | 270 | 280 | 240 | 0,13167 | |
| 1100 | 214 | 289 | 248 | 0,1252 | | | | | 58,0 |
| 1300 | 282 | 296 | 288 | 0,1443 | 340 | 320 | 340 | 0,16667 | |
| 1500 | 300 | 319 | 339 | 0,1597 | | | | | |
| 1700 | 330 | 337 | 389 | 0,1760 | | | | | |
| 1900 | 380 | 385 | 416 | 0,1968 | 420 | 420 | 460 | 0,21667 | 60,0 |
| 2100 | 421 | 422 | 464 | 0,2178 | | | | | |
| 2300 | 465 | 445 | 498 | 0,2347 | 500 | 490 | 550 | 0,25667 | |
| 2500 | 498 | 490 | 542 | 0,2550 | 540 | 520 | 580 | 0,27333 | 63,0 |

Tableau 23 : Résultats expérimentaux d'indentation linéique d'un revêtement d'argent de 500 µm posé librement sur le substrat et indenté par un tore de 1 mm de rayon.

| Charge (daN) | Expérience BINOCULAIRE | | | | Expérience SURFASCAN | | | | dureté |
|---------------|------------------------|----------|----------|---------|----------------------|----------|----------|-----------|---------|
| | 2b (µm) | | | b (mm) | 2b (µm) | | | b (mm) | Hv 25g |
| | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | moyenne |
| 13,788 | | | | | | | | | 67,3 |
| 20 | 144 | | | 0,072 | | | | | |
| 30 | 173 | 239 | | 0,103 | | | | | |
| 40 | 165 | 255 | | 0,1050 | | | | | |
| 50 | 169 | 268 | | 0,1093 | | | | | |
| 60 | 182 | 273 | | 0,1138 | | 286 | | 0,143 | 78,5 |
| 70 | 210 | 285 | | 0,1238 | | | | | |
| 100 | 296 | 288 | | 0,1460 | | 266 | | 0,133 | |
| 200 | 318 | 396 | | 0,1785 | | | | | |
| 300 | 280 | 458 | | 0,1845 | | 476 | | 0,23800 | |
| 400 | 314 | 565 | | 0,2198 | | | | | 74,8 |
| 500 | 342 | 610 | | 0,2380 | | 565 | | 0,28250 | |
| 700 | 359 | 627 | | 0,2465 | | | | | |
| 900 | 363 | 656 | | 0,2548 | | | | | |
| 1100 | 363 | 697 | | 0,2650 | | 675 | | 0,33750 | |
| 1300 | 363 | 755 | | 0,2795 | | 821 | | 0,41050 | |
| 1500 | 363 | 764 | | 0,2818 | | | | | |
| 1700 | 363 | 775 | | 0,2845 | | | | | |
| 1900 | 387 | 777 | | 0,2910 | | 763 | | 0,38150 | 77,9 |
| 2100 | 396 | 821 | | 0,3043 | | | | | |
| 2300 | 437 | 858 | | 0,3238 | | | | | |
| 2500 | 528 | 903 | | 0,35775 | | 889 | | 444,50000 | 79,5 |

Tableau 24 : Résultats expérimentaux d'indentation linéique d'un revêtement d'argent de 300 µm posé librement sur le substrat et indenté par un tore de 3 mm de rayon.

| Charge (daN) | Expérience BINOCULAIRE | | | | Expérience SURFASCAN | | | | dureté |
|---------------|------------------------|----------|----------|----------|----------------------|----------|----------|---------|---------|
| | 2b (µm) | | | b (mm) | 2b (µm) | | | b (mm) | Hv 25g |
| | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | mesure 1 | mesure 2 | mesure 3 | moyenne | moyenne |
| 13,788 | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | |
| 30 | | 25 | | 0,0125 | | | | | |
| 45 | 80 | 105 | 5 | 0,031667 | | | | | |
| 60 | 120 | 140 | 34 | 0,0490 | | | | | |
| 75 | 135 | 200 | 55 | 0,0650 | | | | | |
| 100 | 200 | 240 | 100 | 0,0900 | | | | | 54,0 |
| 200 | 205 | 270 | 130 | 0,1008 | | | | | |
| 300 | 220 | 290 | 170 | 0,1133 | | | | | |
| 500 | 225 | 302 | 190 | 0,1195 | | | | | 58,0 |
| 700 | 245 | 414 | 220 | 0,1465 | | | | | |
| 1100 | 325 | 460 | 280 | 0,1775 | 360 | 500 | 310 | 0,19500 | 60,0 |
| 1500 | 435 | 500 | 370 | 0,2175 | 460 | 484 | 390 | 0,22233 | |
| 1900 | 550 | 605 | 530 | 0,2808 | 567 | 628 | 548 | 0,29050 | 62,0 |
| 2100 | 642 | 685 | 566 | 0,3155 | 652 | 721 | 605 | 0,32967 | |
| 2300 | 685 | 700 | 618 | 0,3338 | 687 | 747 | 663 | 0,34950 | |
| 2500 | 698 | 728 | 665 | 0,3485 | 722 | 757 | 685 | 0,36067 | 65,0 |

Tableau 25: Résultats expérimentaux d'indentation linéique d'un revêtement d'argent de 500 µm posé librement sur le substrat et indenté par un tore de 3 mm de rayon.

Concernant le montage expérimental comprenant le tore de rayon 0,5mm et feuille d'épaisseur 500 µm, des indices expérimentaux nous ont incité à mettre de côté les mesures correspondant au repère 2 de l'éprouvette. En particulier les relevés effectués au Surfascan montrent une anomalie sur ce point de mesure (Figure 107). On semble distinguer deux traces d'écrasement, comme s'il y avait eu indentation à l'aide de deux tores. Or le dispositif expérimental empêche que le tore vienne indenter en deux endroits aussi espacés. L'explication est donc à rechercher du côté de la feuille d'argent.

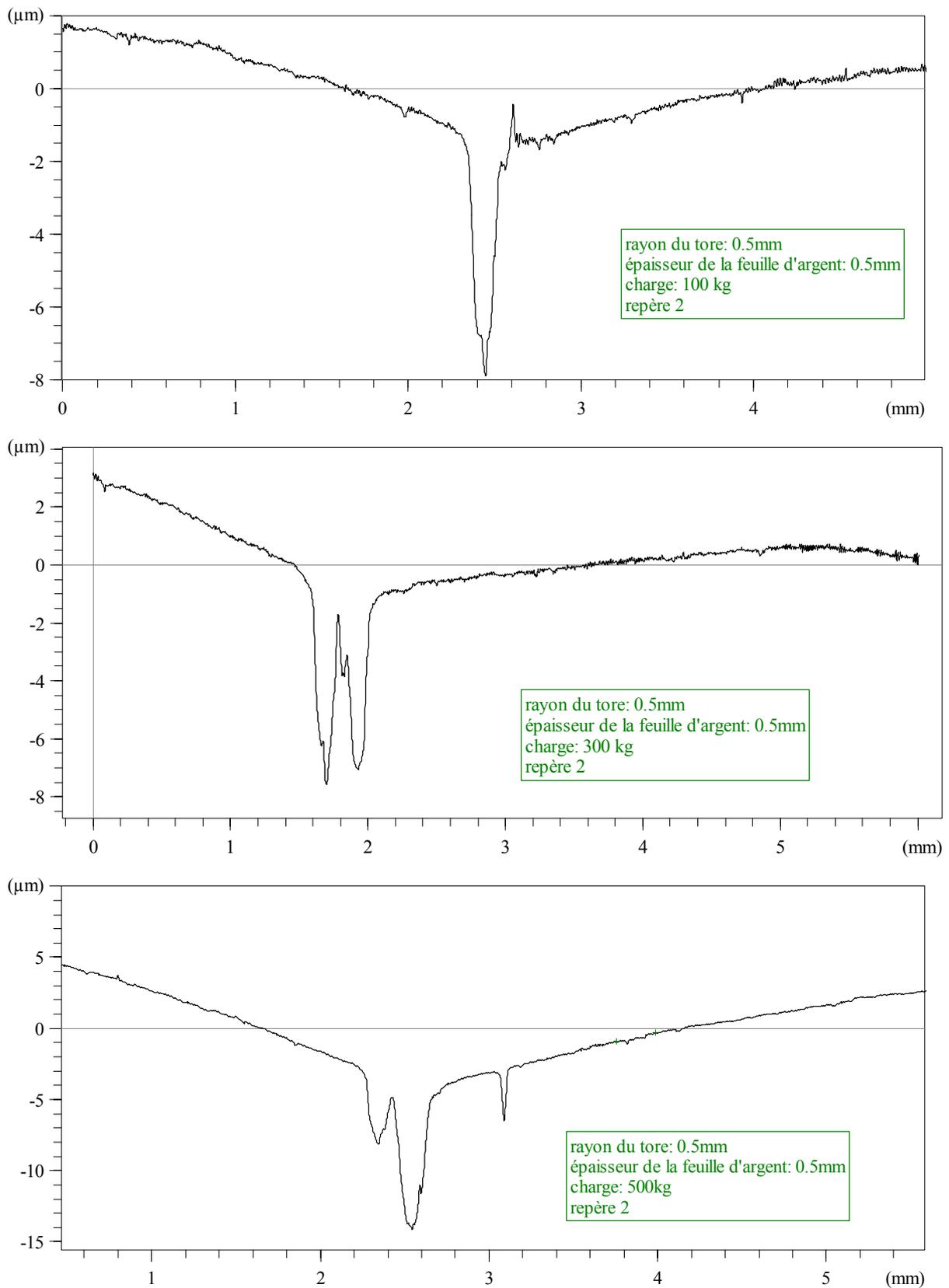


Figure 107 : Profils mesurés à différentes charges (10^3N en haut, $3 \cdot 10^3\text{N}$ au milieu et $5 \cdot 10^3\text{N}$ en bas) sur le repère 2 de l'éprouvette revêtue de $500\ \mu\text{m}$ d'argent et indentée par un tore de $0,5\ \text{mm}$ de rayon.

On confronte ces résultats expérimentaux aux prévisions du modèle analytique en termes de pression moyenne (Figure 108. à Figure 113).

L'analyse de ces confrontations confirme la capacité du modèle analytique à prévoir les résultats expérimentaux aux fortes pressions et souligne la limitation rencontrée aux pressions moins importantes. Il convient néanmoins de rappeler que, tous auteurs confondus, les résultats expérimentaux présentés sous cette forme ont toujours présenté de fortes dispersions.

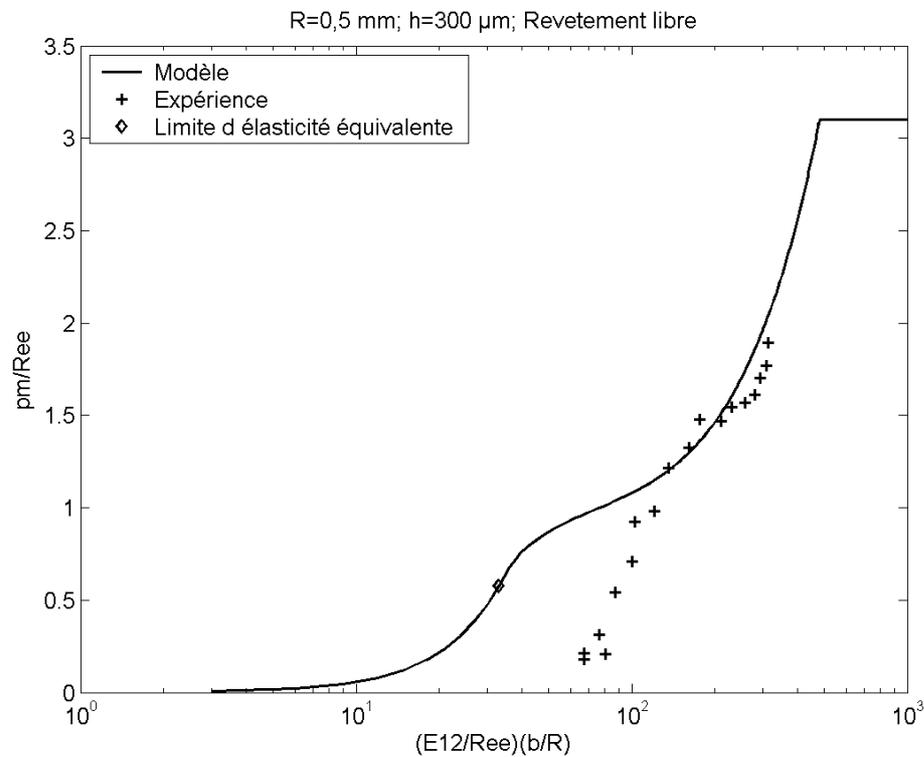


Figure 108 : Confrontation des pressions moyennes calculée/mesurée pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 0,5 mm de rayon.

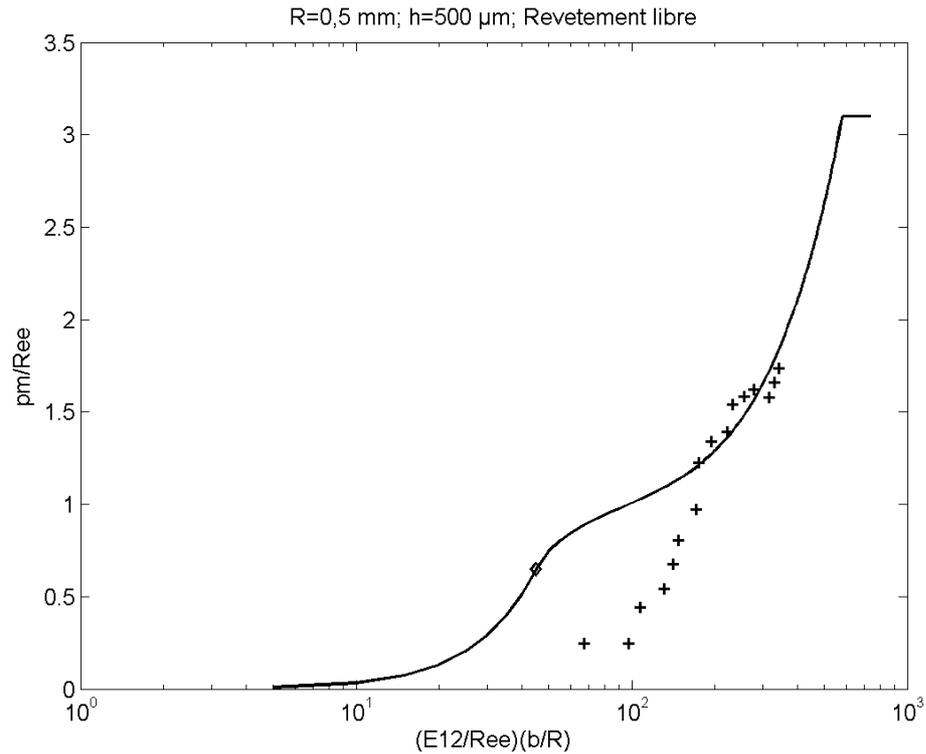


Figure 109 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 0,5 mm de rayon.

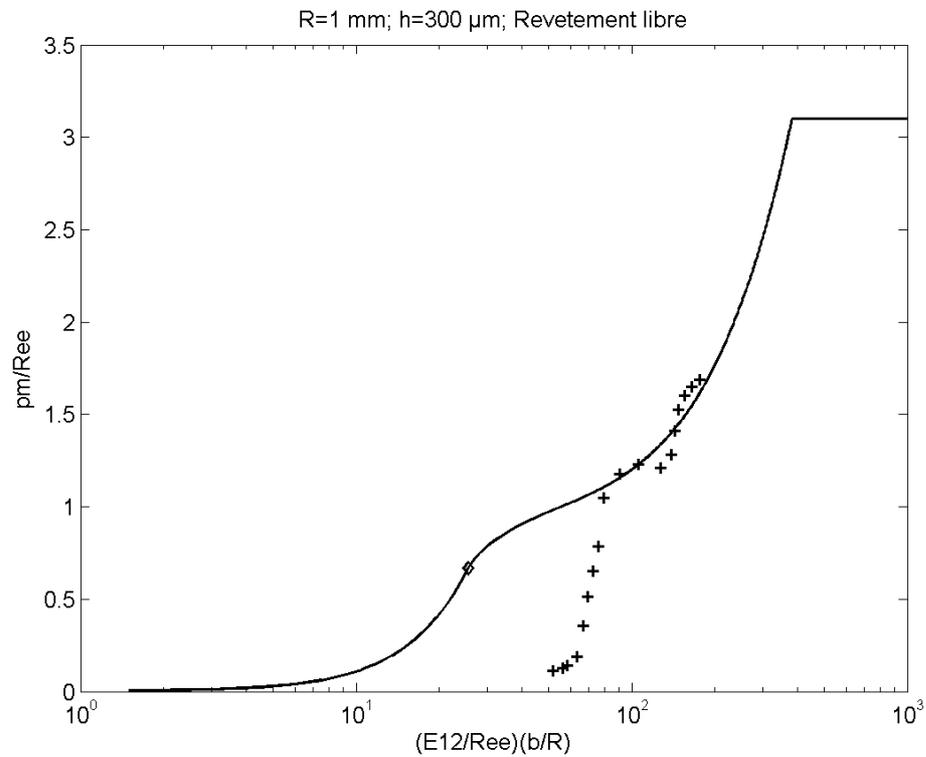


Figure 110 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 1 mm de rayon.

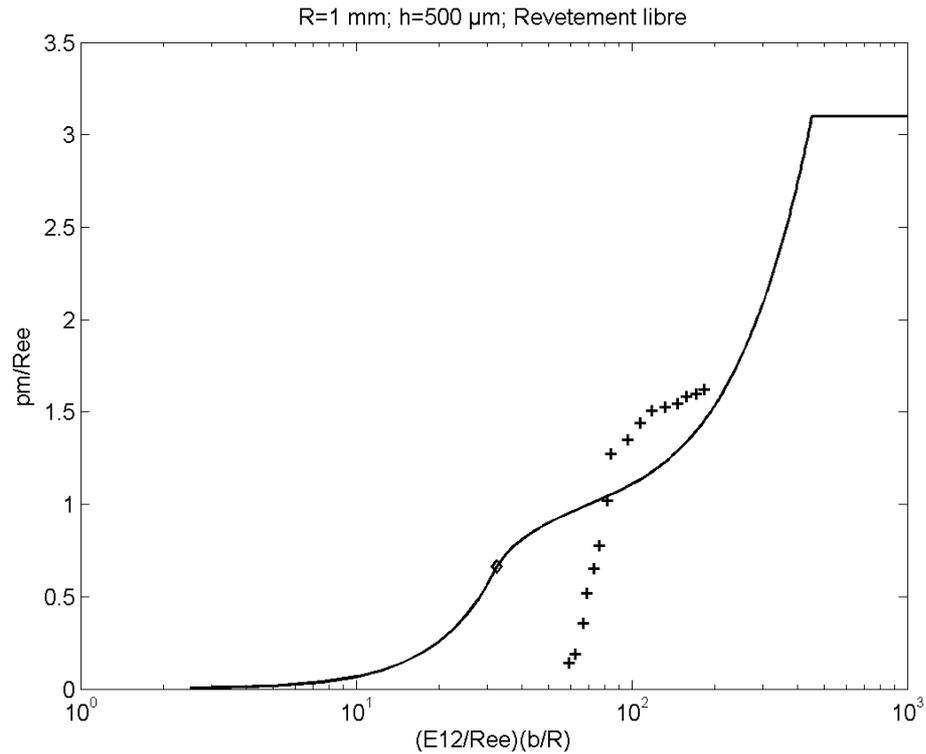


Figure 111 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 1 mm de rayon.

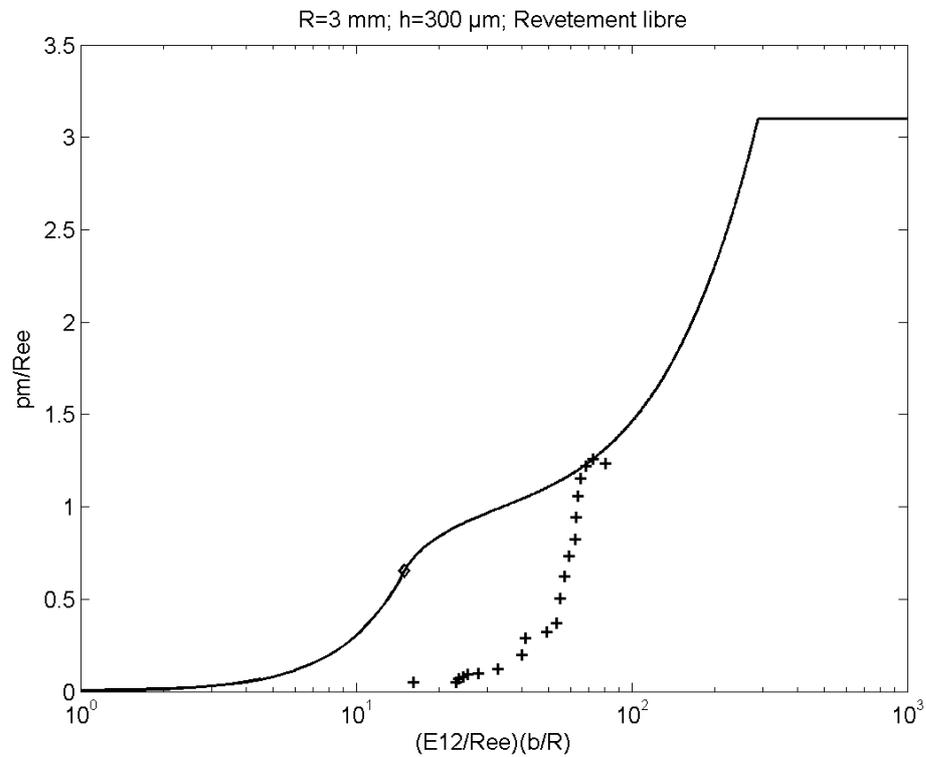


Figure 112 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 3 mm de rayon.

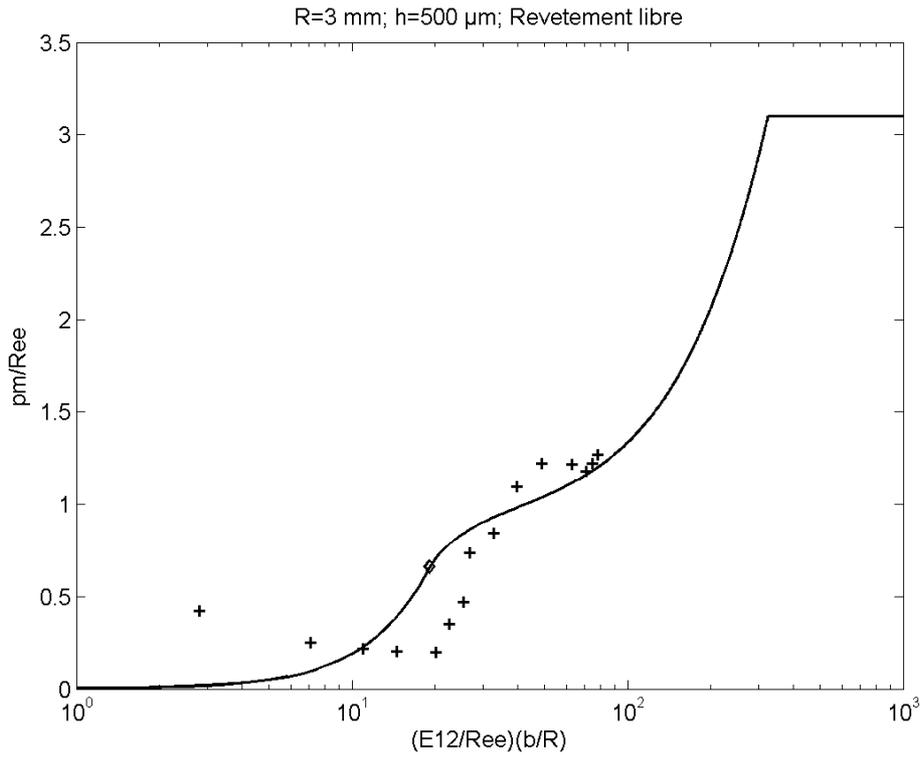


Figure 113 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par un cylindre de 3 mm de rayon.

ANNEXE IV : MODELE ANALYTIQUE DU CONTACT SPHERE / PLAN REVETU

On adapte le modèle de comportement du contact linéique avec revêtement au cas du contact ponctuel.

1. Conditions d'interface

On distingue deux jeux de conditions d'interface, selon que l'on considère le modèle libre ou le modèle collé. Dans le premier cas, seule la contrainte normale, σ_{zz} est transmise au substrat alors que dans le deuxième cas il y a continuité des déformations transverses à l'interface. Ceci se traduit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \text{modèle libre} & \sigma_{rr}^{(2)} = \sigma_{\theta\theta}^{(2)} = 0 \\ \text{modèle collé} & \varepsilon_{rr}^{(2)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(2)} = \varepsilon_{rr}^{(3)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(3)} \end{cases} \quad (4.49)$$

La loi de Hooke s'écrit, en coordonnées cylindriques,

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E_1} \sigma_{rr} - \frac{\nu}{E_1} (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \quad (4.50)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E_1} \sigma_{\theta\theta} - \frac{\nu}{E_1} (\sigma_{rr} + \sigma_{zz}) \quad (4.51)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E_1} \sigma_{zz} - \frac{\nu}{E_1} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \quad (4.52)$$

Cette loi, combinée aux conditions d'interface du modèle libre permet d'écrire

$$\text{modèle libre : } \begin{cases} \varepsilon_{rr}^{(3)} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(3)} = -\frac{\nu_3}{E_{I3}} \sigma_{zz}^{(3)} \\ \varepsilon_{zz}^{(3)} = \frac{1}{E_{I3}} \sigma_{zz}^{(3)} \end{cases} \quad (4.53)$$

De même, cette loi appliquée au modèle collé permet d'aboutir à la relation

$$\text{modèle collé : } \varepsilon_{zz}^{(3)} = \frac{1}{E_{Ie}} \left[1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_{I2}}} \right] \sigma_{zz}^{(3)} \quad (4.54)$$

Comme dans le cas du cylindre, il apparaît une relation, dans les deux cas, entre la déformation et la contrainte axiales qui rappelle le cas d'une sollicitation uniaxiale de la forme $\varepsilon_{zz}(r) = \frac{1}{E_{Ie}} \sigma_{zz}(r)$ avec

$$\begin{aligned}
 & \text{modèle libre} \quad E_{le} = E_{I3} \\
 & \text{modèle libre} \quad E_{le} = E_{I3} \left[1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_{I2}}} \right]^{-1}
 \end{aligned} \quad (4.55)$$

2. Equation géométrique de la déformée

La variation d'épaisseur du revêtement en tout point du contact, $\Delta h(r)$, est le résultat du mouvement de corps rigide de la sphère, δ_0 , corrigé de sa forme, $f(r)$, et de la déformation élastique cumulée de la sphère et du substrat, $v(r)$. Ceci est représenté schématiquement sur la Figure 114 et résumé par :

$$\Delta h(x) = \delta_0 - f(r) - v_a(r) \quad (4.56)$$

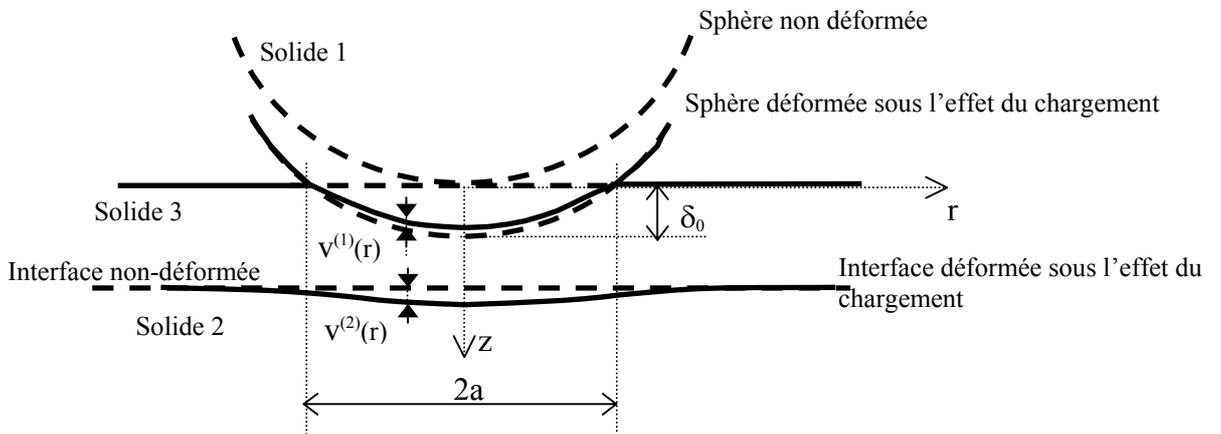


Figure 114 : géométrie du contact sphère / plan revêtu.

De manière similaire aux développements proposés pour le modèle du contact cylindre / plan revêtu, les différents termes de la relation (4.56) sont détaillés comme suit.

La variation d'épaisseur du revêtement s'exprime par

$$\Delta h(r) = \frac{h}{E_{le}} \sigma_{zz}^{(3)}(r) \quad (4.57)$$

La fonction de forme de la sphère non déformée s'écrit

$$f(r) = \frac{r^2}{2R_c} \quad (4.58)$$

Et la déformation élastique cumulée est définie, d'après les notations de la Figure 115, par :

$$v_0(r) = K_{\sigma_0} \int_{S_{contact}} \sigma_{zz}^{(3)}(\rho, \varphi) \frac{dS}{\rho} = K_{\sigma_0} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} \sigma_{zz}^{(3)}(\xi, \varphi) d\xi d\varphi + C_3 \quad (4.59)$$

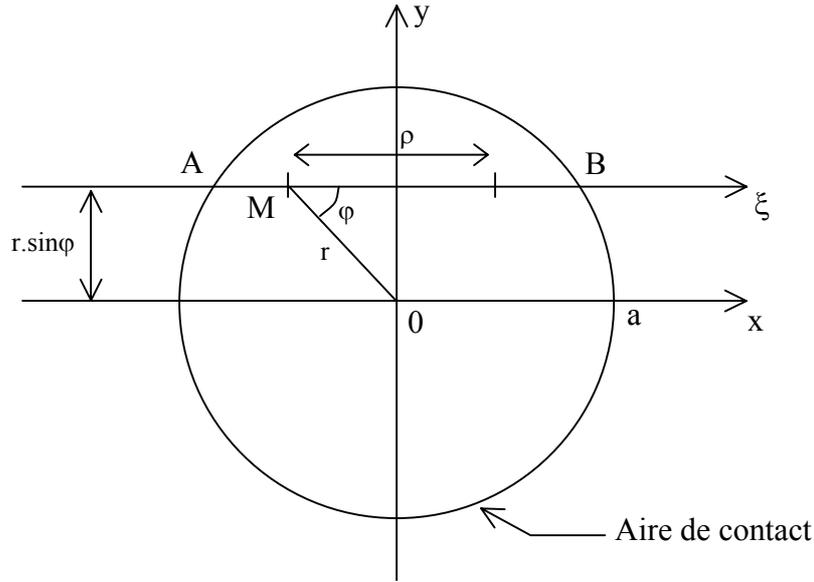


Figure 115 : Schéma d'explication du calcul de la déformation élastique cumulée – vue de dessus de l'aire de contact.

Où C_3 est une constante. La relation (4.56) devient alors

$$\frac{h}{E_{le}} \sigma_{zz}^{(3)}(r) = \delta_0 - \frac{r^2}{2R} - K_{\sigma_0} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} \sigma_{zz}^{(3)}(\xi, \varphi) d\xi d\varphi + C_3 \quad (4.60)$$

δ_0 et C_3 étant des constantes, leur somme l'est aussi. On définit alors la constante C_4 de sorte que $\delta_0 + C_3 = \frac{a^2}{2R_c} + C_4$. L'équation (4.60) devient alors

$$\frac{1}{E_{le}} \sigma_{zz}^{(3)}(r) = \frac{a^2}{2R_c h} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] - \frac{K_{\sigma_0}}{h} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} \sigma_{zz}^{(3)}(\xi, \varphi) d\xi d\varphi + C_5 \quad (4.61)$$

Avec $C_5 = \frac{C_4}{h}$.

3. Résolution en élasticité

Pour la résolution de l'équation (4.61) dans son domaine d'élasticité, ses termes sont normés de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \frac{r}{a} & \bar{a} &= \frac{a}{a_0} = \frac{a}{\left(\frac{9\pi}{4(3\pi-4)} \frac{E_{12}}{E_{le}} h \right)} \\ \bar{\sigma}_{zz} &= \frac{\sigma_{zz}}{p_0} = \frac{\sigma_{zz}}{\left(\frac{a^2}{2R_c h} E_{le} \right)} & \bar{W}_N &= \frac{W_N}{W_{N0}} = \frac{W_N}{\left(\frac{\pi}{4} \left(\frac{9\pi}{4(3\pi-4)} \right)^4 \frac{E_{12}^4 h^3}{E_{le}^3 R_c} \right)} \end{aligned} \quad (4.62)$$

De plus, on note $A = K_{\sigma_0} \frac{b}{h} E_{le}$ et $J(\bar{x}) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} \bar{\sigma}_{zz}(\bar{\xi}, \varphi) d\bar{\xi} d\varphi$. On obtient ainsi l'équation

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) = 1 - \bar{r}^2 + AJ(\bar{r}) + C_6 \quad (4.63)$$

Où C_6 est une constante.

Comme précédemment, la pression de contact est nulle à l'extérieur du contact, ce qui permet d'écrire que

$$\bar{\sigma}_{zz}(1) = AJ(1) + C_6 = 0 \Rightarrow C_6 = -AJ(1)$$

L'équation (4.63) devient alors

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) = (1 - \bar{r}^2) + A[J(\bar{r}) - J(1)] \quad (4.64)$$

Et le groupe d'équations à résoudre s'écrit alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) = 1 - \bar{r}^2 + A[J(\bar{r}) - J(1)] = 1 - \bar{r}^2 + A\Delta J(\bar{r}) = 1 - \bar{r}^2 + \Delta\bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) \\ J(\bar{r}) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} \bar{\sigma}_{zz}(\bar{\xi}, \varphi) d\bar{\xi} d\varphi \end{array} \right. \quad (4.65)$$

Pour résoudre ce système d'équations, on adopte la même méthodologie que pour le modèle de contact cylindre / plan revêtu. On initialise donc la récurrence ($i = 0$) en supposant $\Delta\bar{\sigma}_{zz}^{(0)}(\bar{r}) = 0$, conduisant alors à $\bar{\sigma}_{zz}^{(0)}(\bar{r}) = 1 - \bar{r}^2$.

Au rang $i = 1$:

$$\text{On pose } J^{(1)}(\bar{r}) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} (1 - \bar{r}^2) d\bar{\xi} d\varphi = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\xi_B} (1 - \bar{r}^2) d\bar{\xi} d\varphi.$$

D'après les notations de la Figure 115, on a $1 - \bar{r}^2 = 1 - \bar{r}^2 \sin^2 \varphi - \bar{\xi}^2$, on en déduit alors

$$J^{(1)}(\bar{r}) = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\xi_B} (1 - \bar{r}^2 \sin^2 \varphi - \bar{\xi}^2) d\bar{\xi} d\varphi = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(1 - \bar{r}^2 \sin^2 \varphi) \xi_B - \frac{1}{3} \xi_B^3 \right] d\varphi$$

Et finalement :

$$J^{(1)}(\bar{r}) = \frac{8}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \bar{r}^2 \sin^2 \varphi)^{3/2} d\varphi \quad (4.66)$$

On calcule alors $J^{(1)}(\bar{r})$ pour déterminer $\Delta J^{(1)}(\bar{r})$:

$$J^{(1)}(1) = \frac{8}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 \varphi)^{3/2} d\varphi = \frac{8}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \varphi d\varphi = \frac{8}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 \varphi) \cos \varphi d\varphi$$

$$J^{(1)}(1) = \frac{8}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi - \frac{8}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi = \frac{8}{3} [\sin \varphi]_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{8}{3} \left[\frac{1}{3} \sin^3 \varphi \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{16}{9}$$

On obtient alors :

$$\Delta J^{(1)}(\bar{r}) = \frac{8}{3} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \bar{r}^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}} d\varphi - \frac{2}{3} \right] \quad (4.67)$$

Comme au paragraphe 2.1.1.3 avec la fonction $\Delta I^{(1)}(\bar{x})$, on approche $\Delta J^{(1)}(\bar{r})$ par un polynôme de degré 2. L'identification des coefficients donne :

$$\Delta J^{(1)}(\bar{r}) = \Delta J^{(1)}(0)(1 - \bar{r}^2) \quad (4.68)$$

On calcule

$$\Delta J^{(1)}(0) = \frac{8}{3} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi - \frac{2}{3} \right] = \frac{4}{9}(3\pi - 4) \quad (4.69)$$

On justifie cette approximation en représentant graphiquement (Figure 116) l'erreur relative commise entre $\Delta J^{(1)}(\bar{r})$ et $\Delta J^{(1)}(0)(1 - \bar{r}^2)$. Cette erreur est évaluée numériquement à l'aide du code Mathematica®.

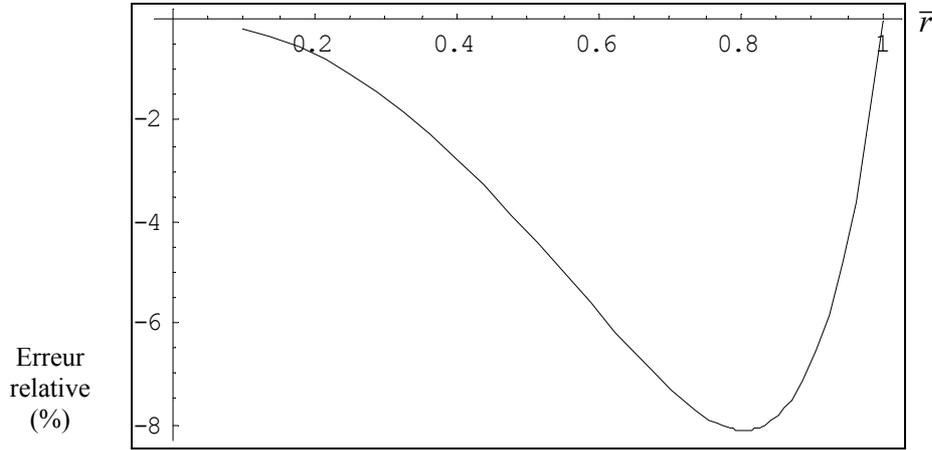


Figure 116 : Erreur relative commise en approchant $\Delta J^{(1)}(\bar{r})$ par un polynôme du second degré pour les valeurs de \bar{r} comprises entre 0 et 1.

Remarque : On montre que

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \bar{r}^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}} d\varphi = -\frac{2}{3}(-2 + \bar{r}^2)E(\bar{r}^2) + \frac{1}{3}(-1 + \bar{r}^2)K(\bar{r}^2)$$

Où K et E sont les intégrales elliptiques complètes respectivement de première et deuxième espèce. Cette expression est à l'origine de notre choix d'approximation par un polynôme de degré 2 de la fonction $\Delta J^{(1)}(\bar{r})$.

On en déduit :

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}^{(1)}(\bar{r}) &= \sigma_{zz}^{(0)}(\bar{r}) + \Delta \sigma_{zz}^{(1)}(\bar{r}) = (1 - \bar{r}^2) + A \Delta J^{(1)}(0)(1 - \bar{r}^2) \\ \sigma_{zz}^{(1)}(\bar{r}) &= (1 + A \Delta J^{(1)}(0))(1 - \bar{r}^2) = (1 + B^{(1)})(1 - \bar{r}^2) = K^{(1)}(1 - \bar{r}^2) \end{aligned}$$

$$\text{Et finalement, pour } i = 1 : \begin{cases} \sigma_{zz}^{(1)}(\bar{r}) = K^{(1)}(1-\bar{r}^2) \\ K^{(1)} = 1 + B^{(1)} = 1 + A\Delta J^{(1)}(0) \end{cases} \quad (4.70)$$

Au rang i = N :

On a $\bar{\sigma}_{zz}^{(N-1)}(\bar{r}) = K^{(N-1)}(1-\bar{r}^2)$. On pose $J^{(N)}(\bar{r}) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} \bar{\sigma}_{zz}^{(N-1)}(\bar{r}) d\bar{\xi} d\varphi$. Ce qui donne

$$J^{(N)}(\bar{r}) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\xi_A}^{\xi_B} K^{(N-1)}(1-\bar{r}^2) d\bar{\xi} d\varphi = K^{(N-1)} J^{(1)}(\bar{r})$$

Ainsi, $\Delta J^{(N)}(\bar{r}) = K^{(N-1)} \Delta J^{(1)}(\bar{r}) = K^{(N-1)} \Delta J^{(1)}(0)(1-\bar{r}^2) = K^{(N-1)} B^{(1)}(1-\bar{r}^2)$. Donc

$$\bar{\sigma}_{zz}^{(N)}(\bar{r}) = \bar{\sigma}_{zz}^{(N-1)}(\bar{r}) + \Delta \bar{\sigma}_{zz}^{(N)}(\bar{r}) = K^{(N-1)}(1+B^{(1)})(1-\bar{r}^2)$$

On pose $K^{(N-1)}(1+B^{(1)}) = 1+B^{(N)} = K^{(N)} = 1+K^{(N-1)}B^{(1)}$. On en déduit que

$$K^{(N)} = 1 + B^{(1)} + (B^{(1)})^2 + \dots + (B^{(1)})^N$$

$$\text{D'où, pour tout } N \geq 1 : \begin{cases} \sigma_{zz}^{(N)}(\bar{r}) = K^{(N)}(1-\bar{r}^2) \\ K^{(N)} = 1 + B^{(1)} + (B^{(1)})^2 + \dots + (B^{(1)})^N \end{cases} \quad (4.71)$$

$K^{(N)}$ prend donc la forme d'une série entière qui converge pour $|B^{(1)}| < 1$. Or

$$B^{(1)} = A\Delta J^{(1)}(0) = \frac{1}{\pi} \frac{E_{le}}{E_{12}} \frac{a}{h} \times 4(3\pi - 4) = \frac{a}{a_0} = \bar{a}$$

Par passage à la limite, on obtient que

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) = \lim_{N \rightarrow +\infty} (\bar{\sigma}_{zz}^{(N)}(\bar{r})) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \left(1 + B^{(1)} + (B^{(1)})^2 + \dots + (B^{(1)})^N \right) (1-\bar{r}^2) = K(1-\bar{r}^2) \quad (4.72)$$

$$\text{où } K = \frac{1}{1+\bar{a}}(1-\bar{r}^2) \quad (4.73)$$

Finalement,

Le problème en élasticité admet une solution pour $\bar{a} < 1$. Cette solution est alors

$$\bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) = \frac{1}{1+\bar{a}}(1-\bar{r}^2) \quad (4.74)$$

$$W_N^{(el)} = \int_0^{2\pi} \int_0^a \sigma_{zz}(r, \theta) r dr d\theta = 2\pi \int_0^a \sigma_{zz}(r) r dr = 2\pi p_0 \int_0^a \bar{\sigma}_{zz}(r) r dr = 2\pi p_0 a^2 \int_0^1 \bar{\sigma}_{zz}(\bar{r}) \bar{r} d\bar{r}$$

$$W_N^{(el)} = 2\pi p_0 a^2 \int_0^1 \frac{1}{1+\bar{a}}(1-\bar{r}^2) \bar{r} d\bar{r} = \frac{\pi}{4} p_0 a^2 \frac{1}{1+\bar{a}} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{a^2}{2Rh} E_{le} \right) a^2 \frac{1}{1+\bar{a}} = \frac{\pi}{4} \frac{a_0^4}{Rh} E_{le} \frac{\bar{a}^4}{1+\bar{a}}$$

$$W_N^{(el)} = W_{N0} \frac{\bar{a}^4}{1+\bar{a}} \quad (4.75)$$

On dispose donc d'une relation – non linéaire – entre le rayon de contact et l'effort appliqué dans le domaine d'élasticité du revêtement.

4. Domaine de validité

De manière similaire à celle employée au paragraphe 2.1.1.2, on détermine la limite de validité de cette solution en appliquant le critère de Tresca.

Pour le modèle libre, Les relations (4.49) permettent de donner directement

$$\tau_{max}^{(libre)} = \frac{\sigma_{zz}^{(3)}}{2} \leq \tau_{lim} = \frac{R_{e3}}{2} \quad (4.76)$$

Avec R_{e3} la limite d'élasticité en traction pure de l'argent. Le domaine de validité de la solution calculée en élasticité pour une interface libre est donc borné par

$$\left\{ \sigma_{zz}^{(3)}(r), \text{ modèle libre, tel que } \sigma_{zz}^{(3)}(r) \leq R_{e3} \right\} \quad (4.77)$$

Pour le modèle collé, les conditions d'interface donnent :

$$\varepsilon_{rr}^{(2)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(2)} = \varepsilon_{rr}^{(3)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(3)}$$

En appliquant la loi de Hooke, on obtient :

$$\sigma_{rr}^{(3)} + \sigma_{\theta\theta}^{(3)} = 2 \frac{\frac{\nu_2}{E_{I2}} - \frac{\nu_3}{E_{I3}}}{\frac{1-\nu_2}{E_{I2}} - \frac{1-\nu_3}{E_{I3}}} \sigma_{zz}^{(3)} = \beta \sigma_{zz}^{(3)} \quad (4.78)$$

De plus, la modélisation axisymétrique impose que $\varepsilon_{\theta\theta} = 0$. Ce qui permet de déduire finalement que

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(3)} &= \frac{1}{1+\nu_3} (\beta - \nu_3) \sigma_{zz}^{(3)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(3)} &= \frac{1}{1+\nu_3} (\beta + 1) \sigma_{zz}^{(3)} \end{aligned} \quad (4.79)$$

Ce qui permet de classer les contraintes principales comme suit :

$$\sigma_{rr}^{(3)} \leq \sigma_{\theta\theta}^{(3)} \leq \sigma_{zz}^{(3)}$$

Et le critère de Tresca s'écrit

$$\tau_{max}^{(collé)} = \frac{\sigma_{zz}^{(3)} - \sigma_{rr}^{(3)}}{2} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\nu_3}{1+\nu_3} \left(1 - \frac{\beta}{\nu_3} \right) \right] \sigma_{zz}^{(3)} \leq \frac{R_{e3}}{2} \quad (4.80)$$

Le domaine de validité de la solution calculée en élasticité pour une interface collée est donc borné par

$$\left\{ \sigma_{zz}^{(3)}(r), \text{modèle collé, tel que } \sigma_{zz}^{(3)}(r) \leq \frac{R_{e3}}{1 + \frac{\nu_3}{1 + \nu_3} \left(1 - \frac{2}{\nu_3} \frac{\frac{\nu_2}{E_{I2}} - \frac{\nu_3}{E_{I3}}}{\frac{1 - \nu_2}{E_{I2}} - \frac{1 - \nu_3}{E_{I3}}} \right)} \right\} \quad (4.81)$$

De même que précédemment, on note R_{ee} la limite d'élasticité équivalente du modèle en élasticité. On résume donc les résultats précédents comme suit :

La solution en élasticité pure s'applique tant que, pour tout $r \leq a$ on vérifie $\sigma_{zz}^{(3)}(r) \leq R_{ee}$, avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{modèle libre} \\ \text{modèle collé} \end{array} \right. \quad R_{ee} = \frac{R_{e3}}{1 + \frac{\nu_3}{1 + \nu_3} \left(1 - \frac{2}{\nu_3} \frac{\frac{\nu_2}{E_{I2}} - \frac{\nu_3}{E_{I3}}}{\frac{1 - \nu_2}{E_{I2}} - \frac{1 - \nu_3}{E_{I3}}} \right)} \quad (4.82)$$

Au-delà d'un certain effort, correspondant à un rayon de contact limite, le critère de Tresca est violé, marquant la limite de validité du modèle en élasticité pure. Localement, cela signifie que la pression atteint la limite d'élasticité équivalente, R_{ee} . Étant donné la répartition de pression, ceci se produira en premier lieu au centre du contact, en $r = 0$ ($\bar{r} = 0$). On montre que le rayon de contact limite normé, \bar{a}_{lim} , et l'effort normé, $\bar{W}_{lim}^{(el)}$, correspondants sont définis par

$$\bar{a}_{lim} = \frac{\bar{R}_{ee}}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\bar{R}_{ee}}} \right) \quad \text{avec} \quad \bar{R}_{ee} = \frac{2R_c h R_{ee}}{a_0^2 E_{Ie}} \quad (4.83)$$

$$\bar{W}_{lim} = \frac{\bar{a}_{lim}^4}{1 + \bar{a}_{lim}} \quad (4.84)$$

5. Résolution en élastoplasticité

Dans le cas où le rayon de contact, a , dépasse le seuil défini par l'expression (4.83) la pression au centre du contact dépasse la limite d'élasticité et le comportement devient élastoplastique alors que plus près du bord le contact reste élastique. On définit donc la limite, à l'intérieur du contact, entre les régimes élastique et élastoplastique. Cette limite est notée r_1 .

Quel que soit l'effort appliqué supérieur à la limite définie dans l'expression (4.84) (i.e ; Provoquant un comportement élastoplastique), la répartition de pression est monotone, décroissante, du centre vers le bord du contact. Ainsi, il existe une valeur

unique de $r \in [0, a]$, notée r_1 , telle que pour $|r| \leq r_1$ le comportement est élastoplastique et pour $|r| \geq r_1$ le comportement est élastique pur. On établit que

$$\bar{r}_1 = \sqrt{1 - \frac{1 + \bar{a}}{\bar{a}^2} \bar{R}_{ee}} \quad (4.85)$$

On adopte le même comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire présenté dans le paragraphe 2.1.1.2 défini de manière identique par le rapport des modules équivalents, λ . Selon les conditions d'interface, ce rapport s'exprime de la manière suivante :

$$\lambda^{(libre)} = \frac{E_{II3}}{E_{I3}} = \lambda_0 \quad (4.86)$$

$$\lambda^{(collé)} = \lambda_0 \frac{\begin{bmatrix} \frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}} \\ 1 - 2\nu_3 \frac{1 - \nu_3}{E_{I3}} - \frac{1 - \nu_2}{E_{I2}} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \frac{\nu_3}{E_{II3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}} \\ 1 - 2\nu_3 \frac{1 - \nu_3}{E_{II3}} - \frac{1 - \nu_2}{E_{I2}} \end{bmatrix}} \quad (4.87)$$

Et le champ de pression se décompose de la manière suivante :

$$\begin{cases} \|\bar{r}_1\| \leq \|\bar{r}\| \leq 1 \text{ alors } \bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(\bar{r}) = \bar{\sigma}_{zz}^{el}(\bar{r}) = \frac{1}{1 + \bar{a}}(1 - \bar{r}^2) \\ \|\bar{r}\| \leq \|\bar{r}_1\| \text{ alors } \bar{\sigma}_{zz}^{(3)}(\bar{r}) = \bar{\sigma}_{zz}^{ep}(\bar{r}) = \lambda \bar{\sigma}_{zz}^{el}(\bar{r}) + (1 - \lambda) \frac{R_{ee}}{p_0} \end{cases} \quad (4.88)$$

L'effort résultant de cette répartition de pression élastoplastique est déterminé par

$$\begin{aligned} W_N^{(ep)} &= \int_0^{r_1} \int_0^a \sigma_{zz}(r, \theta) r dr d\theta = 2\pi \left[\int_0^{r_1} \sigma_{zz}^{(ep)}(r) r dr + \int_{r_1}^a \sigma_{zz}^{(el)}(r) r dr \right] \\ W_N^{(ep)} &= 2\pi p_0 \left[\int_0^{r_1} \bar{\sigma}_{zz}^{(ep)}(\bar{r}) \bar{r} d\bar{r} + \int_{r_1}^a \bar{\sigma}_{zz}^{(el)}(\bar{r}) \bar{r} d\bar{r} \right] = 2\pi p_0 a^2 \left[\int_0^{\bar{r}_1} \bar{\sigma}_{zz}^{(ep)}(\bar{r}) \bar{r} d\bar{r} + \int_{\bar{r}_1}^1 \bar{\sigma}_{zz}^{(el)}(\bar{r}) \bar{r} d\bar{r} \right] \\ W_N^{(ep)} &= 2\pi p_0 a^2 \left[\int_0^{\bar{r}_1} \left(\frac{\lambda}{1 + \bar{a}} (1 - \bar{r}^2) + (1 - \lambda) \frac{R_{ee}}{p_0} \right) \bar{r} d\bar{r} + \int_{\bar{r}_1}^1 \frac{1}{1 + \bar{a}} (1 - \bar{r}^2) \bar{r} d\bar{r} \right] \\ W_N^{(ep)} &= 2\pi p_0 a^2 \left[\frac{\lambda}{1 + \bar{a}} \left(\frac{\bar{r}_1^2}{2} - \frac{\bar{r}_1^4}{4} \right) + (1 - \lambda) \frac{R_{ee}}{p_0} \frac{\bar{r}_1^2}{2} + \frac{1}{1 + \bar{a}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{\bar{r}_1^2}{2} + \frac{\bar{r}_1^4}{4} \right) \right] \\ W_N^{(ep)} &= \frac{2\pi p_0 a^2}{1 + \bar{a}} \left[\frac{1}{4} - (1 - \lambda) \left(\frac{\bar{r}_1^2}{2} - \frac{\bar{r}_1^4}{4} \right) + (1 - \lambda)(1 + \bar{a}) \frac{R_{ee}}{p_0} \frac{\bar{r}_1^2}{2} \right] \end{aligned}$$

Or d'après la relation (4.85) on a $(1 + \bar{a}) \frac{R_{ee}}{p_0} = 1 - \bar{r}_1^2$. On en déduit

$$W_N^{(ep)} = \frac{2\pi p_0 a^2}{1 + \bar{a}} \left[\frac{1}{4} - (1 - \lambda) \left(\frac{\bar{r}_1^2}{2} - \frac{\bar{r}_1^4}{4} \right) + (1 - \lambda)(1 - \bar{r}_1^2) \frac{\bar{r}_1^2}{2} \right]$$

$$W_N^{(ep)} = \frac{\pi p_0 a^2}{2(1+\bar{a})} \left[1 - (1-\lambda) \bar{r}_1^4 \right] = \frac{\pi p_0 a^2}{2(1+\bar{a})} \left[1 - (1-\lambda) \left(1 - (1+\bar{a}) \frac{R_{ee}}{p_0} \right)^2 \right]$$

Soit encore

$$W_N^{(ep)} = W_{N0} \frac{\bar{a}^4}{1+\bar{a}} \left[1 - (1-\lambda) \left(1 - \frac{1+\bar{a}}{\bar{a}^2} \bar{R}_{ee} \right)^2 \right] \quad (4.89)$$

ANNEXE V : RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA CAMPAGNE D'INDENTATION SPHERIQUE

Les mesures de rayons de contact en fonction de la charge appliquée correspondant aux essais d'indentation sphérique sur des revêtements d'argent sont reproduits ci-dessous.

| R=1mm; h=500 μ m; Interface libre | | | | | |
|---------------------------------------|----------|----------|----------|----------|---------|
| | 2a | | | | a (mm) |
| Charge (N) | Mesure 1 | Mesure 2 | Mesure 3 | Mesure 4 | Moyenne |
| 1,962 | 0,11 | 0,07 | 0,09 | 0,10 | 0,046 |
| 3,924 | 0,13 | 0,09 | 0,13 | 0,14 | 0,061 |
| 5,886 | 0,16 | 0,11 | 0,17 | 0,16 | 0,075 |
| 7,848 | 0,18 | 0,21 | | | 0,098 |
| 9,81 | 0,19 | 0,25 | | | 0,109 |
| 14,715 | 0,24 | 0,28 | | | 0,129 |
| 19,62 | 0,28 | 0,33 | | | 0,153 |
| 24,525 | 0,30 | 0,34 | | | 0,160 |
| 29,43 | 0,33 | 0,36 | | | 0,171 |
| 34,335 | 0,36 | 0,38 | | | 0,185 |
| 39,24 | 0,39 | 0,41 | | | 0,199 |

Tableau 26: Résultats expérimentaux d'indentation sphérique d'un revêtement d'argent de 500 μ m posé librement sur le substrat et indenté par une sphère de 1 mm de rayon.

| R=2,5mm; h=500 μ m; Interface libre | | |
|---|----------|---------|
| | 2a | a (mm) |
| Charge (N) | Mesure 1 | Moyenne |
| 1,962 | | 0 |
| 3,924 | 0,15 | 0,075 |
| 5,886 | 0,17 | 0,085 |
| 7,848 | 0,19 | 0,095 |
| 9,81 | 0,23 | 0,115 |
| 14,715 | 0,28 | 0,14 |
| 19,62 | 0,34 | 0,17 |
| 24,525 | 0,38 | 0,19 |
| 29,43 | 0,37 | 0,185 |
| 34,335 | 0,39 | 0,195 |
| 39,24 | 0,44 | 0,22 |

Tableau 27: Résultats expérimentaux d'indentation sphérique d'un revêtement d'argent de 500 μ m posé librement sur le substrat et indenté par une sphère de 2,5 mm de rayon.

| R=1mm; h=300µm; Interface libre | | | | | | |
|---------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| Charge (N) | 2a | | | | | a (mm) |
| | Mesure 1 | Mesure 2 | Mesure 3 | Mesure 4 | Mesure 5 | Moyenne |
| 1,962 | | 0,08 | 0,09 | 0,09 | 0,08 | 0,043 |
| 3,924 | 0,14 | 0,12 | 0,1 | 0,11 | 0,13 | 0,060 |
| 5,886 | 0,17 | 0,17 | | 0,17 | 0,18 | 0,086 |
| 7,848 | 0,18 | 0,18 | 0,19 | | 0,17 | 0,090 |
| 9,81 | 0,2 | 0,23 | 0,23 | | 0,25 | 0,114 |
| 14,715 | 0,26 | 0,28 | 0,29 | 0,28 | 0,29 | 0,140 |
| 19,62 | 0,29 | 0,29 | 0,32 | | | 0,150 |
| 24,525 | 0,32 | 0,32 | 0,36 | | | 0,167 |
| 29,43 | 0,34 | 0,33 | 0,37 | | | 0,173 |
| 34,335 | 0,37 | 0,37 | 0,38 | | | 0,187 |
| 39,24 | 0,41 | 0,38 | 0,39 | | | 0,197 |

Tableau 28: Résultats expérimentaux d'indentation sphérique d'un revêtement d'argent de 300 µm posé librement sur le substrat et indenté par une sphère de 1 mm de rayon.

| R=2,5mm; h=300µm; Interface libre | | |
|-----------------------------------|----------|---------|
| Charge (N) | 2a | a (mm) |
| | Mesure 1 | Moyenne |
| 1,962 | | 0 |
| 3,924 | 0,15 | 0,075 |
| 5,886 | 0,17 | 0,085 |
| 7,848 | 0,19 | 0,095 |
| 9,81 | 0,23 | 0,115 |
| 14,715 | 0,28 | 0,14 |
| 19,62 | 0,34 | 0,17 |
| 24,525 | 0,38 | 0,19 |
| 29,43 | 0,37 | 0,185 |
| 34,335 | 0,39 | 0,195 |
| 39,24 | 0,44 | 0,22 |

Tableau 29: Résultats expérimentaux d'indentation sphérique d'un revêtement d'argent de 300 µm posé librement sur le substrat et indenté par une sphère de 2,5 mm de rayon.

| R=0,5mm; h=20µm; Interface collée | | | | | | | | |
|-----------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| Charge (N) | 2a | | | | | | | a (mm) |
| | Mesure 1 | Mesure 2 | Mesure 3 | Mesure 4 | Mesure 5 | Mesure 6 | Mesure 7 | Moyenne |
| 1,962 | 0,08 | | | | | | | 0,038 |
| 3,924 | 0,08 | 0,08 | | | | | | 0,040 |
| 5,886 | 0,09 | 0,09 | | | | | | 0,044 |
| 7,848 | 0,10 | 0,10 | | | 0,14 | | | 0,058 |
| 9,81 | 0,12 | 0,13 | | | 0,12 | 0,14 | | 0,064 |
| 14,715 | 0,13 | 0,13 | | | 0,14 | 0,15 | | 0,070 |
| 19,62 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | | 0,16 | 0,16 | | 0,074 |
| 24,525 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | | 0,17 | 0,17 | | 0,083 |
| 29,43 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | | 0,19 | 0,18 | | 0,090 |
| 34,335 | 0,19 | | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,095 |
| 39,24 | | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,19 | 0,19 | 0,098 |

Tableau 30: Résultats expérimentaux d'indentation sphérique d'un revêtement d'argent de 20 µm déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une sphère de 0,5 mm de rayon.

| R=2,5mm; h=20µm; Interface collée | | | |
|-----------------------------------|----------|----------|---------|
| Charge (N) | 2a | | a (mm) |
| | Mesure 1 | Mesure 2 | Moyenne |
| 1,962 | | | 0 |
| 3,924 | | | 0 |
| 5,886 | | | 0 |
| 7,848 | | | 0 |
| 9,81 | 0,12 | 0,12 | 0,060 |
| 14,715 | 0,15 | 0,14 | 0,073 |
| 19,62 | 0,16 | 0,15 | 0,077 |
| 24,525 | 0,17 | 0,17 | 0,083 |
| 29,43 | 0,19 | 0,19 | 0,096 |
| 34,335 | 0,20 | 0,22 | 0,104 |
| 39,24 | 0,21 | 0,24 | 0,113 |

Tableau 31: Résultats expérimentaux d'indentation sphérique d'un revêtement d'argent de 20 µm déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une sphère de 2,5 mm de rayon.

| R=0,5mm; h=40µm; Interface collée | | | | | | | |
|-----------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| Charge (N) | 2a | | | | | | a (mm) |
| | Mesure 1 | Mesure 2 | Mesure 3 | Mesure 4 | Mesure 5 | Mesure 6 | Moyenne |
| 1,962 | | | | | | | 0,000 |
| 3,924 | | | | 0,09 | 0,09 | | 0,046 |
| 5,886 | | | | 0,10 | | | 0,049 |
| 7,848 | 0,09 | | | | | | 0,046 |
| 9,81 | 0,10 | | | 0,12 | | | 0,055 |
| 14,715 | 0,15 | | 0,16 | 0,13 | 0,13 | | 0,071 |
| 19,62 | 0,16 | 0,16 | | 0,16 | 0,16 | | 0,080 |
| 24,525 | | 0,17 | 0,17 | 0,17 | | 0,17 | 0,085 |
| 29,43 | 0,18 | 0,18 | | 0,18 | 0,18 | | 0,090 |
| 34,335 | 0,20 | 0,19 | | 0,19 | | 0,21 | 0,098 |
| 39,24 | 0,22 | 0,21 | | | 0,23 | 0,22 | 0,110 |

Tableau 32 : Résultats expérimentaux d'indentation sphérique d'un revêtement d'argent de 40 µm déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une sphère de 0,5 mm de rayon.

On présente une confrontation expérience / modèle du point de vue de la pression moyenne (Figure 117 à Figure 124).

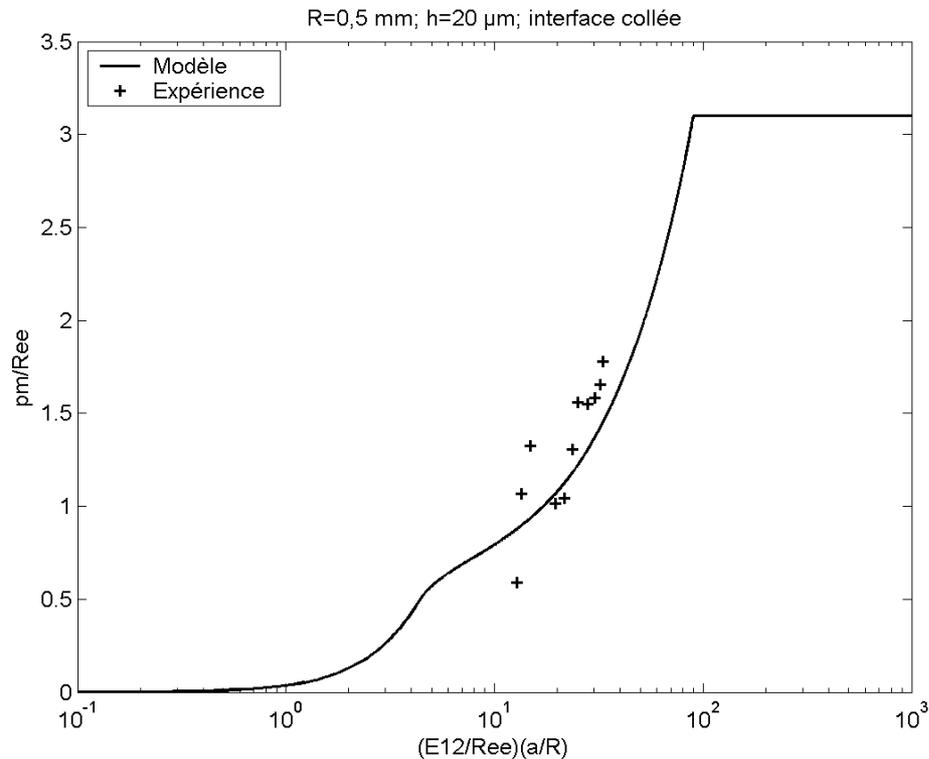


Figure 117 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 20 µm d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une sphère de 0,5 mm de rayon.

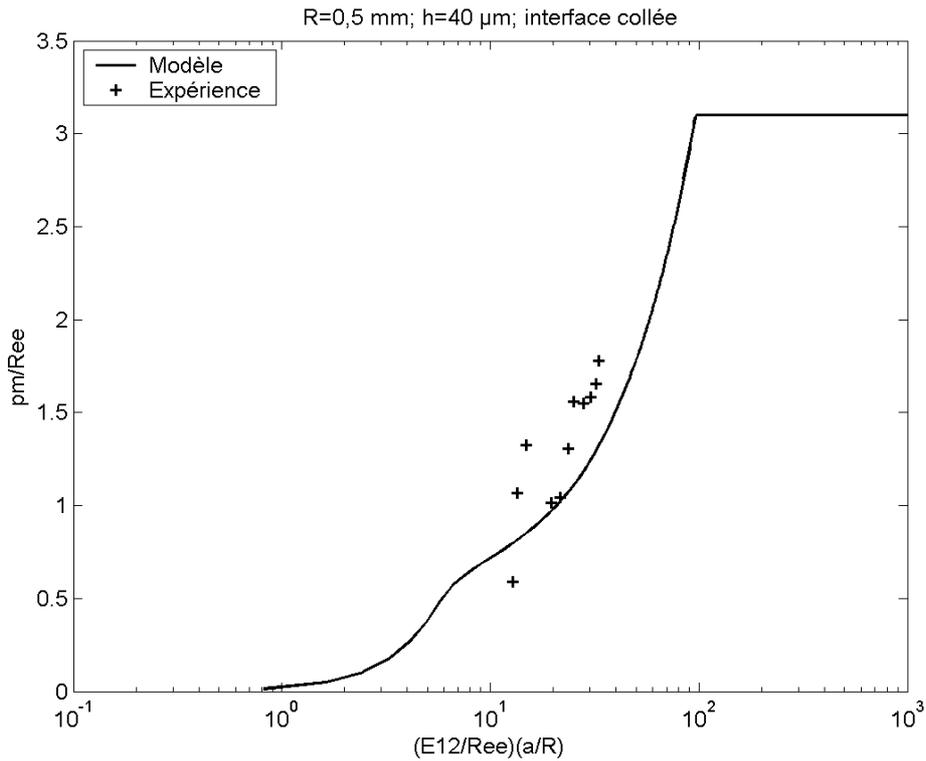


Figure 118 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 40 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une sphère de 0,5 mm de rayon.

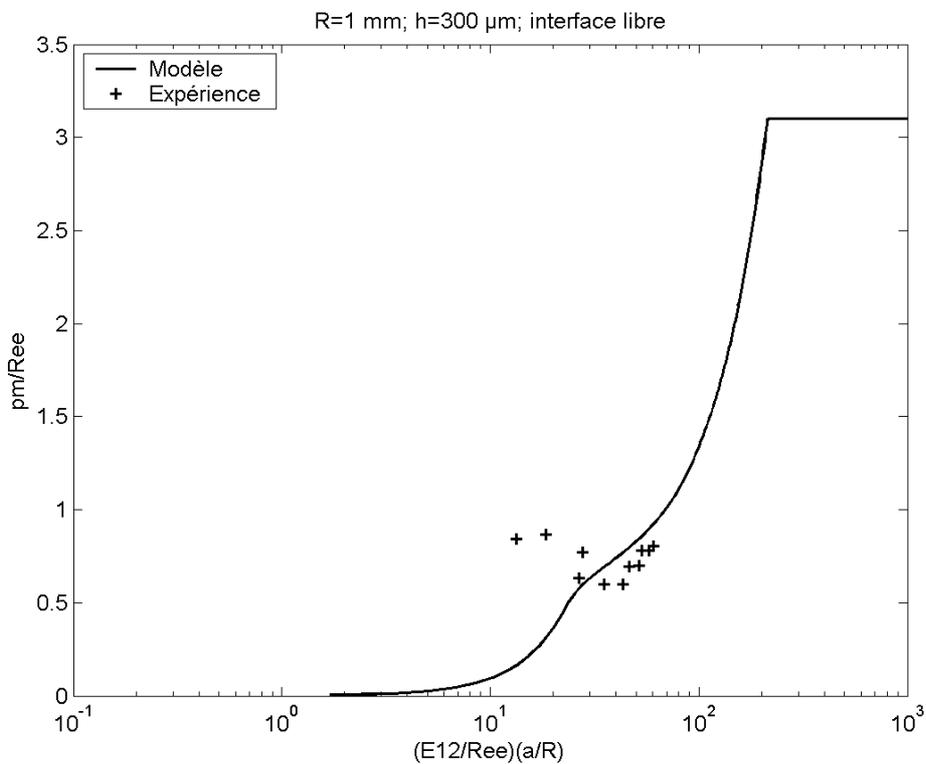


Figure 119 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par une sphère de 1 mm de rayon.

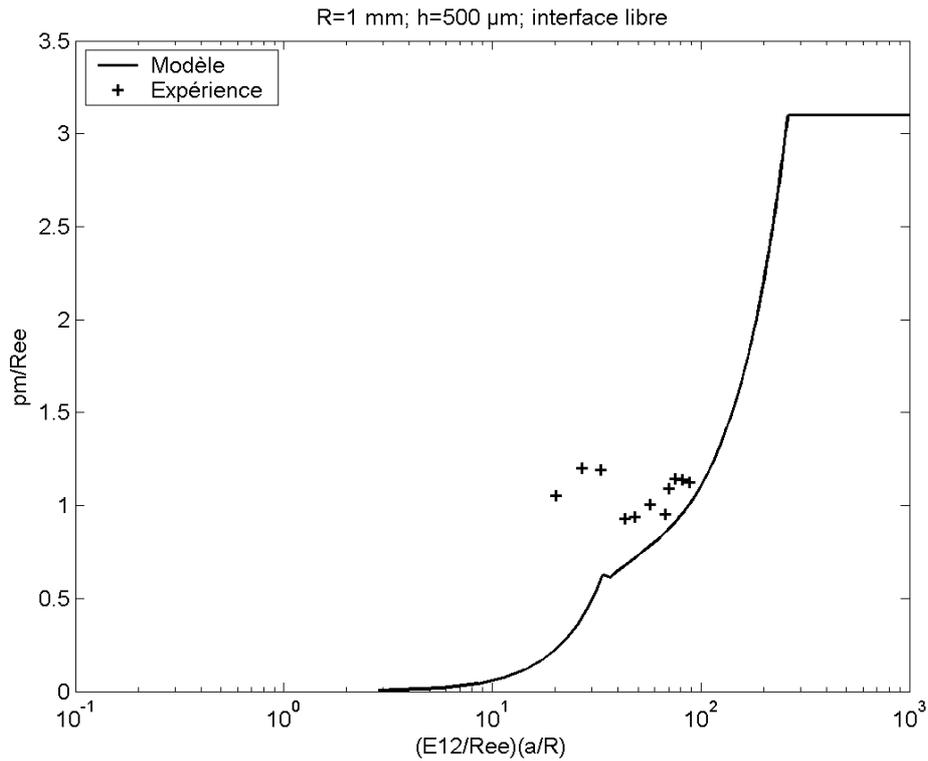


Figure 120 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par une sphère de 1 mm de rayon.

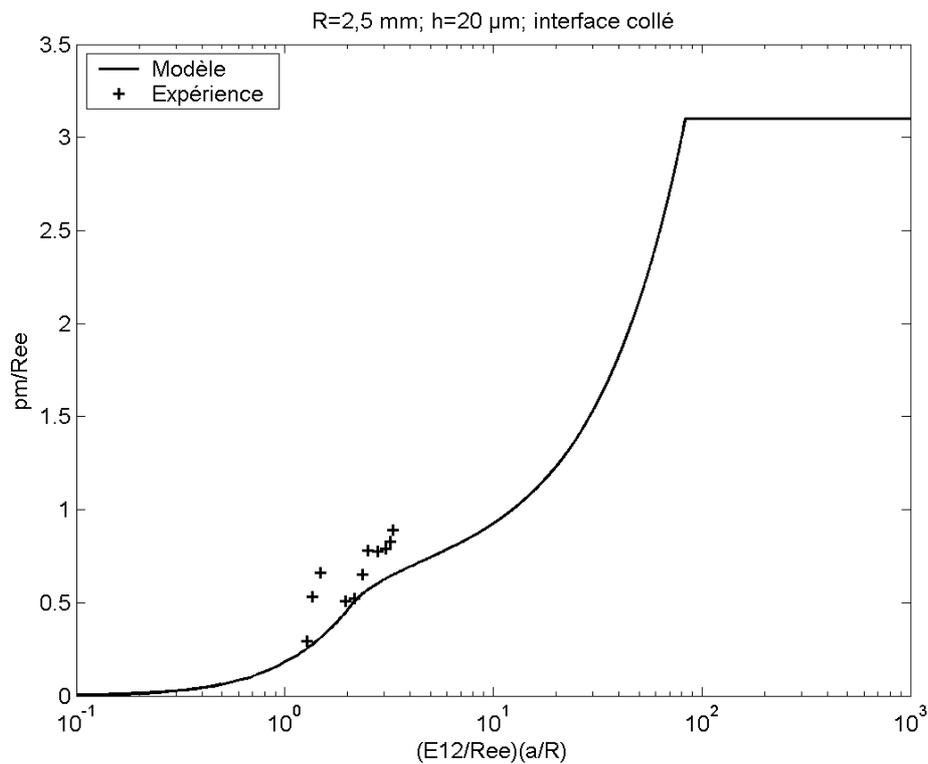


Figure 121 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 20 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une sphère de 2,5 mm de rayon.

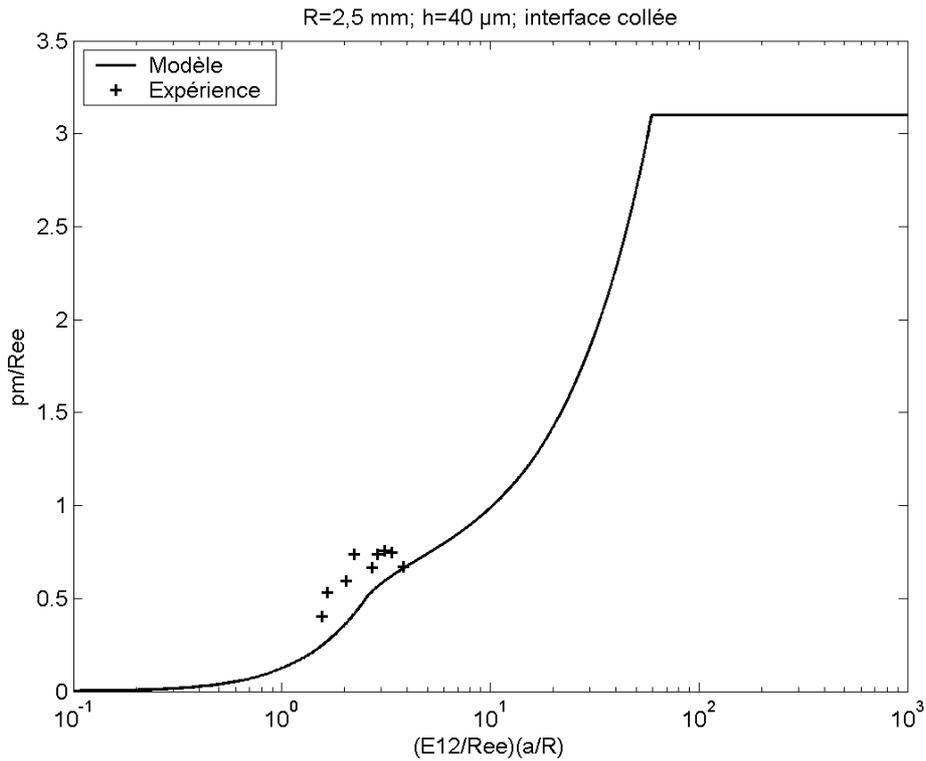


Figure 122 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 40 μ m d'épaisseur déposé électrolytiquement sur le substrat et indenté par une sphère de 2,5 mm de rayon.

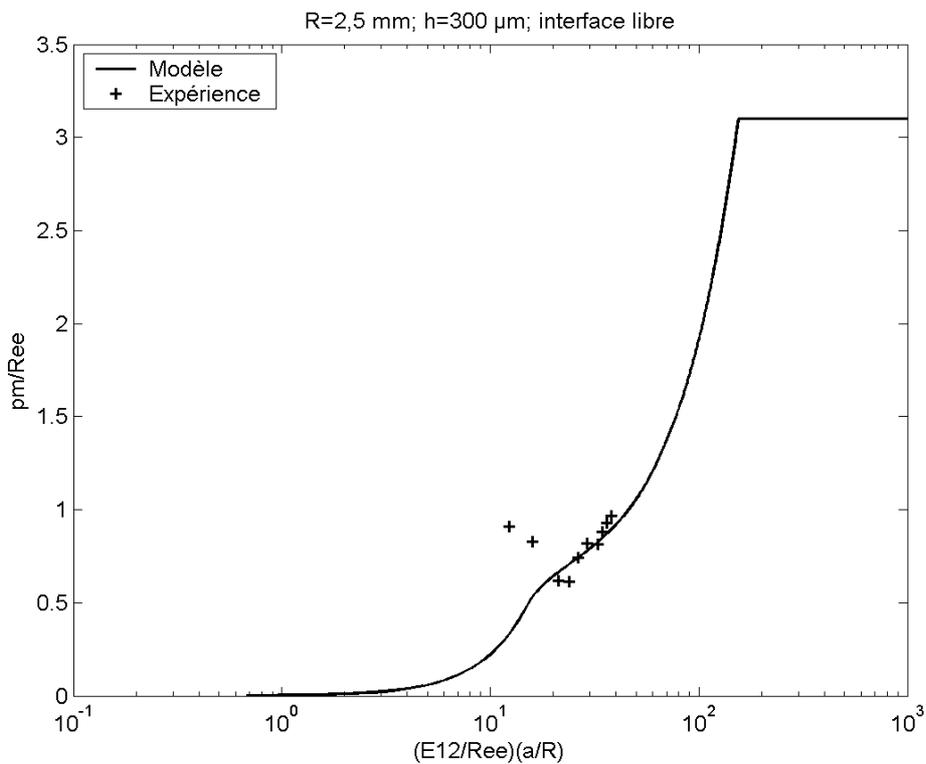


Figure 123 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 300 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par une sphère de 2,5 mm de rayon.

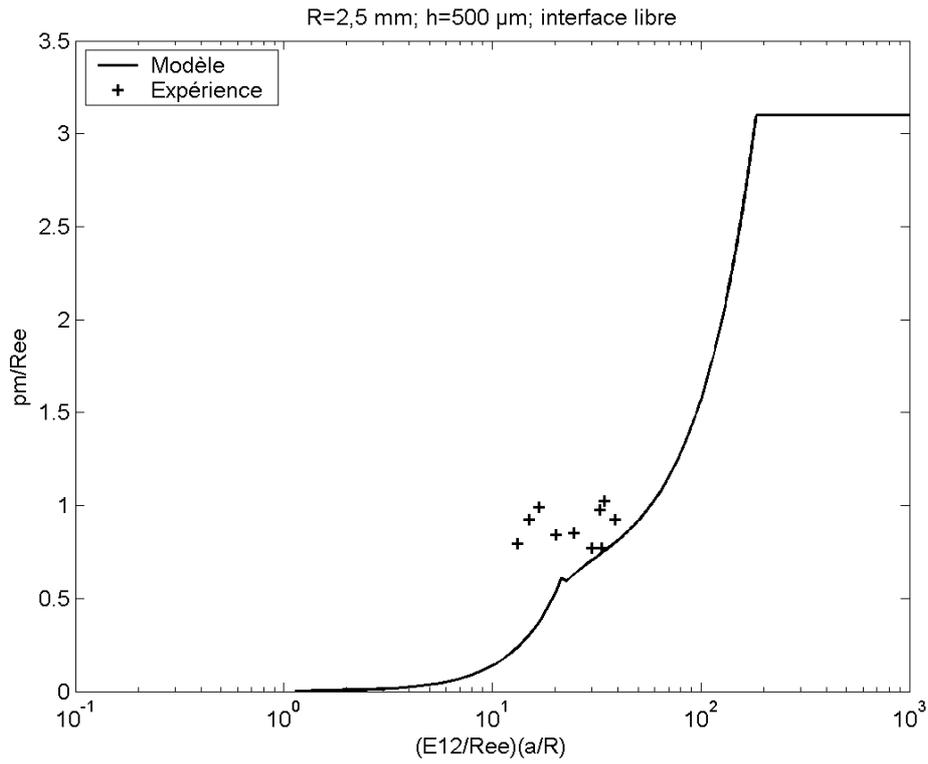


Figure 124 : Confrontation des pressions moyennes calculée et mesurée pour un revêtement d'argent de 500 μ m d'épaisseur posé librement sur le substrat et indenté par une sphère de 2,5 mm de rayon.

ANNEXE VI : RESULTATS EXPERIMENTAUX DE LA CAMPAGNE DE VISUALISATION DE L'AIRE REELLE DE CONTACT.

On synthétise sous forme de tableaux les résultats expérimentaux de la campagne d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact concernant les éprouvettes revêtues. Le revêtement est de l'argent déposé par électrolyse, de 20 μm d'épaisseur ; toutes les éprouvettes ont été revêtues dans le même bain électrolytique. Les tableaux indiquent, pour chaque niveau de pression moyenne apparente, l'aire réelle mesurée dans chacun des trous. On calcule alors la moyenne et l'écart-type pour chaque pression moyenne et on convertit la moyenne de l'aire réelle en fraction d'aire réelle de contact, rapport entre l'aire réelle et l'aire apparente de contact. Ces résultats sont présentés pour les configurations suivantes :

- Substrat en acier, usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$,
- Substrat en acier, usinage à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$,
- Substrat en laiton, usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$,
- Substrat en laiton, usinage à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$.

Pour chaque configuration on a effectué deux essais, correspondant aux deux faces d'une même éprouvette.

| Pression moyenne apparente (MPa) | Surface (μm^2) | | | | | | | | % aire réelle |
|--|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|------------|------------------|
| | trou 1 | trou 2 | trou 3 | trou 4 | trou 5 | trou 6 | moyenne | Ecart-Type | |
| 6 | | 26833 | | | 44600 | | 35717 | 8884 | 1,866 |
| 68 | | 53128 | | | 57186 | | 55157 | 2029 | 2,881 |
| 136 | | 81709 | | | 91823 | | 86766 | 5057 | 4,533 |
| 204 | | 104521 | | | 144514 | | 124518 | 19997 | 6,505 |

Tableau 33 : Résultats expérimentaux d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact sur surfaces revêtues. Substrat en acier, usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$, essai 1.

| Pression moyenne apparente (MPa) | Surface (μm^2) | | | | | | | | % aire réelle |
|--|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|------------|------------------|
| | trou 1 | trou 2 | trou 3 | trou 4 | trou 5 | trou 6 | moyenne | Ecart-Type | |
| 6 | | | | | 43914 | | 43914 | 0 | 2,294 |
| 23 | | | | | 52766 | | 52766 | 0 | 2,757 |
| 40 | | | | | 150920 | | 150920 | 0 | 7,884 |
| 108 | | | | | 200177 | | 200177 | 0 | 10,457 |
| 170 | | | | | 235962 | | 235962 | 0 | 12,327 |

Tableau 34 : Résultats expérimentaux d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact sur surfaces revêtues. Substrat en acier, usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$, essai 2.

Cet essai ne contient de mesures que dans un seul des cinq trous. Ceci exclut toute utilisation de ces résultats étant donné la forte variabilité constatée sur l'ensemble des résultats expérimentaux.

| Pression moyenne apparente (MPa) | Surface (μm^2) | | | | | | | | % aire réelle |
|----------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|------------|---------------|
| | trou 1 | trou 2 | trou 3 | trou 4 | trou 5 | trou 6 | moyenne | Ecart-Type | |
| 6 | 18442 | 61519 | 60832 | 25110 | 48658 | | 42912 | 9419 | 2,242 |
| 68 | 23374 | 102948 | 62880 | 56724 | 87453 | | 66676 | 14471 | 3,483 |
| 136 | 29055 | 125660 | 111214 | 99027 | 144939 | | 101979 | 21544 | 5,327 |
| 204 | 36784 | 176866 | 156376 | 131691 | 198404 | | 140024 | 30054 | 7,315 |

Tableau 35 : Résultats expérimentaux d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact sur surfaces revêtues. Substrat en acier, usinage à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$, essai 1.

| Pression moyenne apparente (MPa) | Surface (μm^2) | | | | | | | | % aire réelle |
|----------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|------------|---------------|
| | trou 1 | trou 2 | trou 3 | trou 4 | trou 5 | trou 6 | moyenne | Ecart-Type | |
| 8 | 87303 | 44101 | 38944 | 70172 | 55713 | 77127 | 62227 | 7124 | 3,251 |
| 68 | 89575 | 54102 | 52779 | 72844 | 68524 | 139245 | 79512 | 12013 | 4,154 |
| 136 | 120004 | 61057 | 68299 | 73169 | 101262 | 204048 | 104640 | 19958 | 5,466 |
| 204 | 159922 | 62967 | 68499 | 77738 | 330769 | 206907 | 151134 | 39245 | 7,895 |

Tableau 36 : Résultats expérimentaux d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact sur surfaces revêtues. Substrat en acier, usinage à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$, essai 2.

| Pression moyenne apparente (MPa) | Surface (μm^2) | | | | | | | | % aire réelle |
|----------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|------------|---------------|
| | trou 1 | trou 2 | trou 3 | trou 4 | trou 5 | trou 6 | moyenne | Ecart-Type | |
| 34 | | 103310 | 45924 | | 155102 | 15633 | 79992 | 30941 | 4,179 |
| 65 | | 104346 | 52092 | | 174281 | 15684 | 86601 | 34427 | 4,524 |
| 133 | | 130867 | 55725 | | 227946 | 23087 | 109406 | 45502 | 5,715 |
| 202 | | 145426 | 55929 | | 258462 | 25509 | 121332 | 52317 | 6,338 |

Tableau 37 : Résultats expérimentaux d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact sur surfaces revêtues. Substrat en laiton, usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$, essai 1.

| Pression moyenne apparente (MPa) | Surface (μm^2) | | | | | | | | % aire réelle |
|----------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|------------|---------------|
| | trou 1 | trou 2 | trou 3 | trou 4 | trou 5 | trou 6 | moyenne | Ecart-Type | |
| 6 | 24385 | 24947 | | 12249 | 5319 | | 16725 | 4799 | 0,874 |
| 65 | 41828 | 74342 | | 22100 | 78500 | | 54193 | 13477 | 2,831 |
| 136 | 47822 | 155065 | | 36734 | 167676 | | 101824 | 34549 | 5,319 |
| 204 | 53590 | 165116 | | 56874 | 203186 | | 119692 | 38024 | 6,253 |

Tableau 38 : Résultats expérimentaux d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact sur surfaces revêtues. Substrat en laiton, usinage à 150 $\mu\text{m}/\text{tr}$, essai 2.

| Pression moyenne apparente (MPa) | Surface (μm^2) | | | | | | | | % aire réelle |
|----------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|------------|---------------|
| | trou 1 | trou 2 | trou 3 | trou 4 | trou 5 | trou 6 | moyenne | Ecart-Type | |
| 6 | 7679 | 116558 | 35935 | 18966 | 113711 | 3246 | 49349 | 21311 | 2,578 |
| 68 | 36909 | 220767 | 37970 | | 215385 | 7604 | 103727 | 42912 | 5,419 |
| 113 | 41891 | 278453 | 45662 | 147573 | 246426 | 8765 | 128128 | 46710 | 6,693 |
| 170 | | | 67175 | 179850 | 314862 | 38507 | 150099 | 62823 | 7,841 |

Tableau 39 : Résultats expérimentaux d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact sur surfaces revêtues. Substrat en laiton, usinage à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$, essai 1.

| Pression moyenne apparente (MPa) | Surface (μm^2) | | | | | | | | % aire réelle |
|----------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|------------|---------------|
| | trou 1 | trou 2 | trou 3 | trou 4 | trou 5 | trou 6 | moyenne | Ecart-Type | |
| 8 | 89950 | 43939 | 26695 | 53317 | 35161 | 30042 | 46517 | 9544 | 2,430 |
| 74 | 111176 | 51393 | 34649 | 54802 | 75791 | 50831 | 63107 | 11013 | 3,297 |
| 142 | 140406 | 57224 | 36397 | 62668 | 254030 | 76640 | 104561 | 33190 | 5,462 |
| 210 | 174830 | 116620 | 47110 | 153067 | 305822 | 126110 | 153927 | 35159 | 8,041 |
| 244 | 211814 | 199578 | 54427 | 235575 | | | 175349 | 40994 | 9,160 |

Tableau 40 : Résultats expérimentaux d'essais de visualisation de l'aire réelle de contact sur surfaces revêtues. Substrat en laiton, usinage à 250 $\mu\text{m}/\text{tr}$, essai 2.

ANNEXE VII : A PROPOS DE L'ARGENT

[83], [84], [85], [86]

L'argent est l'un des métaux les plus anciennement connus. Dès 3500 ans avant J.C., en Égypte, il sert de monnaie d'échange et sa valeur est supérieure à celle de l'or. La *coupellation* est connue des chinois plusieurs siècles avant J.C. et les Phéniciens l'importent en Europe. Au XVI^e siècle, apparaît le procédé d'*amalgamation* et on découvre les importantes mines du Mexique. C'est au début du XX^e siècle qu'apparaît le procédé de *cyanuration*, le seul employé à l'heure actuelle.

L'argent est très disséminé, mais très rare dans la croûte terrestre. On le trouve encore parfois à l'état natif (Norvège, Chili) mais on exploite surtout les minerais sulfurés, tels l'*argentite* Ag₂S (Mexique, Pérou, Chili), la *pyrrargyrite* 3Ag₂S.Sb₂S₃ (U.S.A.), des minerais sélénisés ou tellurés et certains minerais hallogénés, comme la *cérargyrite* AgCl (Mexique, Pérou). On extrait maintenant autant l'argent comme sous-produit de la métallurgie du plomb et du cuivre que directement des minerais.

En 2002, 32 % de la production mondiale d'argent provient de mines de plomb-zinc, 25 % de mines de cuivre et 14 % de mines d'or. 27 % seulement de la production provient de mines extrayant exclusivement l'argent. 18 224 t d'argent ont été produits dans le monde en 2002 (Tableau 41) dont 1738 t en Europe.

| Pays | Mexique | Pérou | Australie | U.S.A | Chine | Canada | Pologne | Chili | Russie |
|----------------|---------|-------|-----------|-------|-------|--------|---------|-------|--------|
| Production (t) | 2851 | 2761 | 2077 | 1442 | 1396 | 1368 | 1210 | 1085 | 777 |

Tableau 41 : Principaux producteurs d'argent dans le monde en 2002.

L'argent est utilisé dans six grands domaines industriels, récapitulés sur la Figure 125.

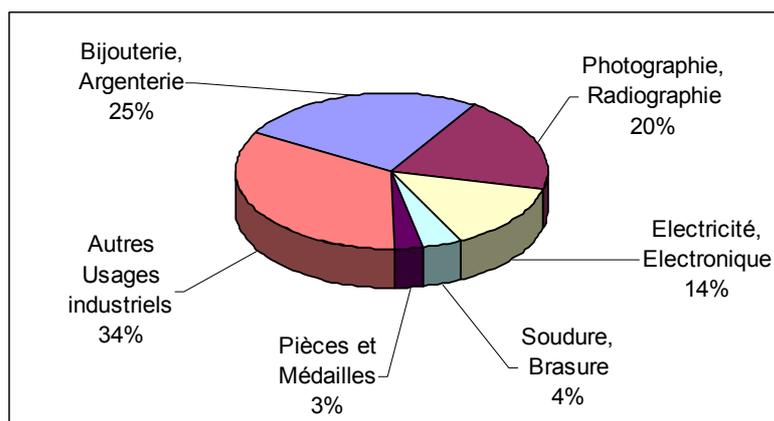
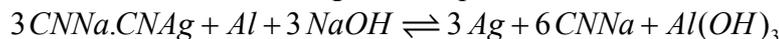


Figure 125 : Utilisation de l'argent dans le monde en 2002

➤ Extraction du minerai par cyanuration

Le minerai finement broyé, et éventuellement enrichi par flottaison différentielle, est traité par une solution à 0,4% CNNa, dans des cuves en bois à fond perforé par où l'on

injecte de l'air qui assure le brassage. Ag et Ag₂S sont dissous lentement, AgCl rapidement, sous la forme de cyanure double CNNa.CNAg. La solution filtrée est additionnée de soude et d'aluminium en grenaille, pour obtenir la réaction :



L'argent en poudre obtenu est séparé par filtration, puis fondu et coulé en barres d'argent doré, qui sera ensuite affiné.

➤ Argent sous-produit du plomb

Le plomb contient presque toujours de l'argent, qui est séparé par le zinc. L'alliage Pb-Zn-Ag est chauffé à 1250°C pour distiller Zn et il reste un plomb à 4% Ag impur. Ce plomb est soumis à la coupellation, qui consiste à oxyder le plomb fondu par injection d'air dans une « coupelle », sorte de four à réverbère à revêtement poreux : la litharge, qui entraîne As, Sb et Zn, s'élimine par des rigoles supérieures, puis par imprégnation de la coupelle. ; après traitement, à NO₃Na pour éliminer Te, on obtient l'« argent doré » fondu.

➤ Argent sous-produit du cuivre

Les boues déposées dans le fond des cuves de raffinage électrolytique du cuivre contiennent 10 à 50% Ag avec 10 à 40% Cu, 1% Au et diverses impuretés. Un grillage oxydant, suivi d'un épuisement à So₄H₂, élimine Cu ; une coupellation donnant alors l'argent doré.

➤ Raffinage électrolytique de l'argent

L'argent doré est purifié par raffinage électrolytique dans un bain de nitrates d'argent et de cuivre (60g/L Ag + 40g/L Cu pour accroître la conductibilité de l'électrolyte). On travaille en bacs de grès à 2,5V et 4 A/dm², des plaques d'argent doré servant d'anodes et l'argent à plus de 99,9% se déposant en gros cristaux, faciles à détacher, sur des cathodes en acier inoxydable. Or et platine tombent en boue au fond de la cuve. On peut encore avoir une cathode en graphite au fond de la cuve ; dans ce cas, l'anode est enfermée dans un panier de bois garni de toile, qui retient les boues aurifères.

➤ Caractéristiques atomiques et cristallines

Numéro atomique : 47.

Poids atomique : 107,9.

Densité : 10,50 à 20°C.

Structure cristalline : cubique à faces centrées.

Température de recristallisation : probablement à l'ambiante.

➤ Caractéristiques électriques et magnétiques

Résistivité : 1,59 μΩ.cm à 20°C, avec coefficient de température de +0,0041,

Susceptibilité magnétique : 2.10⁻⁷.

➤ Caractéristiques thermiques

Chaleur de fusion : 105 J/g.

Capacité calorifique : 0,234 Jg⁻¹K

Point de fusion : 960,5°C.

Point d'ébullition : 2 212°C.

Coefficient de dilatation linéaire : $19,7 \cdot 10^{-6}$ de 0 à 1000°C.

Conductivité thermique : $4,18 \text{ Wcm}^{-1}\text{K}^{-1}$ à 18°C.

➤ **Propriétés mécaniques**

Module d'élasticité : 70-75 GPa.

Coefficient de Poisson : 0,37 à l'état recuit ; 0,39 si durci,

Module de Coulomb : 32 GPa,

Une barre d'argent à 99,9% recuite présente les caractéristiques moyennes suivantes :

R_m=125-140 MPa,

R_e=55 MPa,

A=50%,

HB=20 si Ag pur,

Hv= 100 pour un dépôt électrolytique

➤ **Propriétés optiques**

Emissivité (0-1) : 0,055 à 700°C

Coefficient de réflexion (visible, 0-1) : 0,9

➤ **Propriétés chimiques**

L'argent ne s'oxyde pas à l'air, même à chaud, sauf si l'on fait intervenir la pression ; à 300°C, l'oxydation peut être totale sous 20 atmosphères, pression supérieure à la pression de dissociation d'Ag₂O₃. Ag peut encore s'oxyder, sans pression, en présence d'oxydes tels que Cr₂O₃, Mn₂O₃ ou V₂O₃, qui donnent avec Ag₂O des oxydes doubles stables. L'argent fondu absorbe jusqu'à 25 fois son volume d'oxygène, qui ressort brusquement à la solidification, en boursouflant le métal : c'est le rochage. L'argent est attaqué par les halogènes et par le soufre. Le noircissement par l'acide sulfurique (H₂S) humide constitue le principal ennui dans les emplois de l'argent. L'argent est dissout rapidement par l'acide nitrique (NO₃H) à toutes concentrations ; il l'est aussi par l'acide sulfurique (SO₄H₂) concentré à l'ébullition. Il résiste à la soude (NaOH) en solution ou fondue.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Dowson D., History of Tribology, Longmans, 1979.
- [2] J. Frêne, La tribologie de l'antiquité à nos jours, Mécanique et Industrie, 2001, Vol.2, pp263-282.
- [3] M. Cianchi, Les machines de Léonard de Vinci, Becocci, Italie, 1984.
- [4] G. Amontons, Remarques et expériences physiques sur la construction d'une nouvelle clepsidre, sur les baromètres, thermomètres et hygromètres, Paris, Jombert, 1695.
- [5] B. F. de Bélidor, Architecture hydraulique ou l'art de construire, d'élever et de ménager les eaux pour les différents besoins de la vie. Paris, Jombert, 1737-1739.
- [6] A. Coulomb, Théorie des machines simples en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages. Imprimerie du Moutard, Paris, 1782.
- [7] Surfascan 3S, manuel d'utilisation, Somicronic.
- [8] Norme Française (NF) NFE 05-015 (1986), Etats de surface des produits – Prescriptions.
- [9] Norme Française (NF) NFE 05-052 (1986) Etats de surface des produits – Profilomètres d'états de surface à contact.
- [10] International Organization for Standardization (ISO) NF EN ISO 12085 (1998), Spécifications géométriques des produits – Méthode du profil – Paramètres liés au motif.
- [11] F. Robbe-Valloire, Modélisations des microgéométries de surface. Application à la modélisation du comportement tribologique, 2000, Habilitation à Diriger des Recherches, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI).
- [12] Tsukaba T., Kanado T., Evaluation of two and three dimensional surface roughness profiles and their confidence, Wear 109 (1986), pp 69-79.
- [13] Greenwood J.A., Williamson J.B.P., Contact of nominally flat surfaces, Proceedings of The Royal Society of London (1966), A295, p300.
- [14] Whitehouse D.J., Archard A.F., The properties of random surfaces of significance in their contact, Proceeding of the Royal Society of London (1970) A316, p97-121.
- [15] Nayak P.R., Random process model of rough surfaces, ASME Journal of Lubrication Technology, 93 (1971), pp 398-407.
- [16] Robbe-Valloire F., Statistical analysis of asperities on rough surface, Wear 249 (2001), pp 401-408).

- [17] Greenwood J.A., Tripp J.H., The contact of two nominally flat rough surfaces, Proc. Inst. Mech. Engrs, 1970-71, Vol. 185, pp48-71.
- [18] Francis H.A., Application of spherical indentation mechanics to reversible and irreversible contact between rough surfaces, Wear 45 (1977), pp221-269.
- [19] McCool J.I., Comparison of models for the contact of rough surfaces, Wear 107 (1986), pp37-60.
- [20] O'Callaghan P.W., Probert S.D., Prediction and measurement of true areas of contact between solids, Wear 120 (1987), pp29-46.
- [21] G. Thoquenne, Prévision des durées de vie en fatigue des roulements, Thèse de Doctorat , Ecole Polytechnique, avril 2004.
- [22] Onions R.A., Archard A.F., The contact of surfaces having a random structure, J. Phys. D. (1973), Vol 6, pp289-304.
- [23] Bush A.W., Gibson R.D., Thomas T.R., The elastic contact of a rough surface, Wear 35 (1975), pp87-111.
- [24] Nayak P.R., Random process model of rough surfaces in plastic contact, Wear, 20 (1973), pp 305-333.
- [25] Nayak P.R., Some aspects of roughness measurements, Wear, 26 (1973), pp165-174.
- [26] Hisakado T., Effect of surface roughness on contact between solid surfaces, Wear 28 (1974), pp217-234.
- [27] Hisakado T., Tsukizoe T., Effects of distribution of surface slopes and flow pressures of contact asperities on contact between solid surfaces, Wear 30 (1974), pp 213-227.
- [28] Pullen J., Williamson J.B.P., On the plastic contact of rough surfaces, Proceedings of the Royal Society of London, A327 (1972), pp159-173.
- [29] Williamson J.B.P., Hunt R.T., 1968, J. Scient. Instrum. (Séries 2) 1, p.749
- [30] Francis H.A., Application of spherical indentation mechanics to reversible and irreversible contact between rough surfaces, Wear 45 (1977), pp221-269.
- [31] Chang W.R., Etsion I., Bogy D.B., An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces, ASME Journal of Tribology, Vol. 109 (1987), pp257-263.
- [32] Robbe-Valloire F., Paffoni B., Progri R., Load transmission by elastic, elasto-plastic or fully plastic deformation of rough interface asperities, Mechanics of Materials 33(2001), pp617-633.
- [33] Johnson K.L., Contact Mechanics, 1985, Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

- [34] Burmister D. M., The general theory of stresses and displacements in layered systems, *Journal of Applied Physics* D. 16 (1945) 89-94.
- [35] Chen W. T., Computation of stresses and displacements in a layered elastic medium, *International Journal of Engineering Science* 9 (1971) 775-800.
- [36] Lur e A.I., Three dimensional Problems in The Theory of Elasticity, English Edition. Interscience, New-York, Chapter 3 (1964).
- [37] Chang W. -R., An elastic-plastic contact model for a rough surface with an ion-plated soft metallic coating, *Wear* 212 (1997), pp229-237.
- [38] Chen W.T., Engel P., Impact and contact stress analysis in multilayered media, *International Journal of Solids Structures* 8 (1972) 1257-1281.
- [39] Gupta P.K., Walowit J.A., Contact stresses between an elastic cylinder and a layered elastic solid, *ASME Journal of Lubrication Technology* 96 (1974) 250-257.
- [40] King R.B., O'Sullivan T.C., Sliding contact stresses in a two-dimensional layered elastic half-space, *International Journal of Solids Structures* 23 (1987) 581-597.
- [41] O'Sullivan T.C., King R.B., Sliding contact stress field due to a spherical indenter on a layered elastic half-space, *ASME Journal of Tribology* 110 (1988) 235-240.
- [42] Kuo C.H., Keer L.M., Contact stress analysis of a layered transversely isotropic half-space, *ASME Journal of Tribology* 114 (1992) 253-262.
- [43] Nogi T., Kato T., Influence of hard surface layer on the limit of elastic contact - Part I: Analysis using a real surface model, *ASME Journal of Tribology* 119(1997) 493-500.
- [44] Polonski I. A., Keer L.M., A fast and accurate method for numerical analysis of elastic layered contacts, *ASME Journal of Tribology* 122 (2000) 30-35.
- [45] Polonski I. A., Keer L.M., Fast Methods for solving rough contact problems : a comparative study, *ASME Journal of Tribology*, 122 (2000), pp36-41.
- [46] Tangena A.G., Hurkx G.A.M., Calculations of mechanical stresses in electrical contact situations, *IEEE Transactions Comp. Hybr. and Manuf. Tech. Vol.CHMT-8* (1985) 13-20.
- [47] Komvopoulos K., Finite element analysis of a layered elastic solid in normal contact with a rigid surface, *ASME Journal of Tribology* 110 (1988) 477-484.
- [48] Komvopoulos K., Elastic-plastic finite element analysis of indented layered media, *ASME Journal of Tribology* 111 (1989) 430-439.
- [49] Pao Y.C., Wu T.-S., Chiu Y.P., Bounds of the maximum contact stress of an indented elastic layer, *ASME Journal of Applied Mechanics* 38 (1971) 608-614.
- [50] Ratwani M., Erdogan F., On the plane contact problem for a frictionless elastic layer, *International Journal of Solids Structures* 9 (1973) 921-936.

- [51] Civelek M.B., Erdogan F., Cakiroglu A.O., Interface separation for an elastic layer loaded by a rigid stamp, *International Journal of Engineering Science* 16 (1978) 669-679.
- [52] Kennedy F.E., Ling F.F., Elasto-plastic indentation of a layered medium, *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 96 (april 1974), pp97-103.
- [53] Zienkiewicz O. C., Valliappan S., King I.P., Elasto-plastic solutions of engineering problems, "Initial stress", finite element approach, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.1 (1969), pp75-100.
- [54] David D., Caplain R., Méthodes usuelles de caractérisation des surfaces, Société Tribologique de France (1988), Eyrolles.
- [55] Chang W.R., Etsion T., Bogy D.B., An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces, 1987, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 109., p.257.
- [56] Nuri K.A., Halling J., The normal approach between rough flat surfaces in contact, 1975, *Wear*, 32, p.81-93.
- [57] Baduel D., Rit J.-F., Étude numérique de l'écrasement d'une surface rugueuse par un plan, Note Technique EDF R&D, Département MMC, n° HT-21/02/036/A, 2003.
- [58] Kragelskii J.V., Dobychin M.N., Kombalov V.S., *Friction and Wear*, 1982, Pergamon Press, Oxford.
- [59] Holm R., *Electric Contacts*, 1946, Almquist & Wiksells Akademiska Handböcker, Stockholm.
- [60] Bowden F.P., Tabor D., *The friction and lubrication of solids*, Part 1, 1950, Oxford University Press.
- [61] Kragelskii I.V., Effect of pressure and surface dimensions of contacting bodies on the magnitude of the sliding friction force. In *Investigations in the field of machine science*. Acad. Sci. USSR, Moscow-Leningrad, 1944, p.130-145
- [62] Tarasenko V.S., Methods and equipment for determining true contact area. *Organisation and Control of Production Quality*, Vol 10, Issue N°17, N°M-61-207/17, TSITEIN, Moscow, 1961, 32p.
- [63] Demkin N.B., Elastic contact between rough surfaces, *Izvestiya vysshikh uchebn. Zavedeniy. Mashinostroenie Press*, N°6, 1959, p.44-51; Demkin N.B., Lankov A.A., *Zavod. Lab.*, N°6, 1965, p.739-740
- [64] Hisakado T., On the mechanism of contact between solid surfaces, 2nd Report, The real area of contact, the separation and the penetration depth, *JSME* (1969), Vol. 12, N°54, 1528-1536
- [65] Williamson J.B.P., Hunt R.T., Relocation profilometry, 1968, *J. Inst Phys. Series E, Scientific Instruments* 2, Vol 1, p749

- [66] Mechau – 1934, see Dreyhaupt W., 1939, Werkstattstechnik, 33, 321.
- [67] Dyson J., Hirst W., The true contact area between solids, 1954, Proc. Phys. Soc. London, Series 67B, 309-312.
- [68] Uppal A.H., Probert S.D., Thomas T.R., The real area of contact between a rough and a flat surface, 1972, Wear 22, p.163.
- [69] Hisakado T., Surface roughness and deformation of contact asperities between a rough and a flat surface, 1975, Wear, 35, p.53.
- [70] Hisakado T., On the mechanism of contact between solid surfaces, 4th Rept., 1969, Bull. Jap. Soc. Mech. Engrs., Vol. 12 N°54, p.1528-1536.
- [71] Hisakado T., On the mechanism of contact between solid surfaces, 1st Rept., 1969, Bull. Jap. Soc. Mech. Engrs., 12, p.1528-1536.
- [72] Da Silva Botelho T., Proгри R., Inglebert G., Robbe-Valloire F., Elastoplastic indentation of a layered half-space with an infinite-length cylinder, Mechanics of Materials, 2004 Accepté, In press.
- [73] Inglebert G., Proгри R., Robbe-Valloire F., GDR 0518 Etanchéité statique en milieux extrêmes, Rapport d'activités 1998, Réf 142/99 GI RP, Document interne du GDR.
- [74] Inglebert G., Proгри R., Robbe-Valloire F., GDR 0518 Etanchéité statique en milieux extrêmes, Rapport d'avancement 1999, Réf 155/99 GI RP FRV, Document interne du GDR.
- [75] Proгри R., Ducatillon B., Robbe-Valloire F., Mesures, sous différentes charges, des largeurs de contact de joints à listel ou de type USEP, 1995, Réf 72.95/CP FRV, Document interne du GDR.
- [76] Proгри R., Robbe-Valloire F., Mesure des largeurs de contact et de dureté sur des joints à listel ou USEP, 1996, Réf 81.96/GK FRV, Document interne du GDR.
- [77] LISMMA – Groupe Tribologie, Résultats expérimentaux de l'indentation d'un massif revêtu électrolytiquement, 2004, Réf 24.04/TDSB, Document interne du GDR.
- [78] LISMMA – Groupe Tribologie, Résultats expérimentaux de l'indentation par une sphère d'un massif revêtu électrolytiquement, 2004, Réf 32.04/TDSB, Document interne du GDR.
- [79] Pérez J.-P., Optique, Fondements et Applications, 6^{ème} Edition, 2000, Dunod.
- [80] Picinbono B., Signaux aléatoires 1, probabilités et variables aléatoires, 1995, DUNOD, ISBN : 2 10 003709 9.
- [81] Francis H.A., Phenomenological analysis of Plastic spherical indentation, Journal of Engineering Materials and Technology, 98 (1976), pp272-281.

- [82] Gadeau R., Métaux nouveaux et métaux rares, Collection Armand Colin, n°346, Section de Chimie, 1960.
- [83] Annuaire statistique Metaleurop :
<http://www.sfc.fr/Donnees/metaux/pb/cadpb.htm#Metaleurop>
- [84] Annales des mines, février 1990.
- [85] Techniques de l'Ingénieur, 1992.
- [86] The Silver Institute, World Silver Survey 2003, 1112 Sixteenth Street, N.W., Suite 240, Washington D.C., 20036, U.S.A, <http://www.silverinstitute.org>

Résumé :

Pour réaliser l'étanchéité statique en conditions sévères, il est parfois nécessaire d'utiliser des joints métalliques revêtus d'un métal de faible dureté serré entre deux brides métalliques usinées par tournage. Le revêtement permet aux surfaces respectives du joint et de la bride de "s'adapter" l'une à l'autre et ainsi d'obstruer les chemins de fuite potentiels. Pour une meilleure maîtrise des étanchéités statiques, il est nécessaire d'améliorer la connaissance des mécanismes qui en sont à l'origine. Cette thèse propose une description analytique de ces phénomènes du point de vue de la mécanique des solides.

Le problème est abordé en deux étapes. Dans la première, on propose une modélisation analytique du comportement élastoplastique du contact linéique avec revêtement, renforcé par la description du contact ponctuel avec revêtement également. Le revêtement peut être solidaire du substrat (revêtement électrolytique) ou librement posé dessus (feuillet intercalaire laminé). Chaque modèle est validé expérimentalement.

Dans la deuxième étape, les résultats précédents sont utilisés pour proposer un modèle de comportement de surfaces rugueuses orientées et revêtues sous chargement. La validation expérimentale de la modélisation utilise un montage de visualisation de l'aire réelle de contact sous charge.

Abstract :

To ensure tight sealing in severe environments, static seals are sometimes made of a soft-coated metal pressed against turned metallic flanges. The coating allows both surfaces of the seal and of the flange to "conform" to each other, thus ensuring an adequate sealing. To enhance static seals requires a better knowledge of the mechanical phenomena involved. The present thesis proposes an analytical model for the description of static sealing mechanics.

The subject is divided into two successive parts. First, we develop an analytical model for the elastoplastic indentation of a layered half-space with a cylinder of infinite length. This model is reinforced with a model for the elastoplastic spherical indentation of a layered half-space. Both models support a bounded layer (electrolytic deposition) or a freely laid layer (laminated). In addition, both models were experimentally validated.

In the second part, the previous results are incorporated into a model for the description of rough layered and oriented surfaces under load. The experimental validation of that description was based on a specific apparatus for viewing the real contact surface under load.

Mots-clés:

Mécanique du contact -- Thèses et écrits académiques -- Joints d'étanchéité -- Thèses et écrits académiques -- Revêtement métallique -- Thèses et écrits académiques -- Elastoplasticité -- Thèses et écrits académiques.