

---

## Conseils généraux d'utilisation de l'opérateur DYNA\_NON\_LINE

---

### Résumé :

Ce document présente l'utilisation de méthodes de résolution transitoires (implicites ou explicites) pour la simulation numérique de problèmes dynamiques non linéaires.

L'opérateur de référence pour ce type de calculs se nomme `DYNA_NON_LINE` et son usage correct sera facilité par le respect de quelques règles de bonne pratique décrites dans ce document.

Ces conseils d'utilisation couvrent :

- la définition correcte du modèle au sens dynamique (dont les conditions initiales et aux limites),
- la définition de la discrétisation dont le choix du schéma en temps ([R5.05.05], voir bibliographie),
- le choix des modèles d'amortissement,
- quelques conseils de post-traitement.

Étant donnée la grande diversité des problèmes non linéaires, l'utilisateur pourra très utilement compléter sa lecture avec d'autres références plus spécifiques :

- [U2.06.03] : sur l'amortissement,
- [U2.06.09] : pour le mono et multi-appuis en calcul sismique,
- [U2.06.10] : sur les spécificités des études de type génie civil sous chargement sismique,
- [U2.06.11] : pour l'utilisation de modèles fluide-structure couplés avec `DYNA_NON_LINE`,
- [U2.04.07] : usage de `DYNA_NON_LINE` pour résoudre des problèmes en évolution lente mais fortement non linéaires et qui ont du mal à converger avec `STAT_NON_LINE` (voir bibliographie).

## Table de matières

---

### Table des Matières

---

1 Introduction.....	3
2 Définition d'un problème adapté à la dynamique transitoire.....	4
2.1 Modèle.....	4
2.2 Conditions aux limites.....	5
2.2.1 Multi-appuis.....	5
2.2.2 Contact.....	6
2.3 Conditions initiales.....	6
3 Discrétisation du problème continu.....	7
3.1 Maillage.....	7
3.2 Schéma en temps (R5.05.05, [bib 0 ] ).....	8
3.3 Modèles d'amortissement.....	10
3.3.1 Amortissement de Rayleigh.....	11
3.3.2 Amortissement dû au schéma en temps [bib 0 ].....	13
3.4 Instabilité et analyse modale réactualisée.....	16
3.5 Archivage et post-traitement.....	17
3.6 Fonctionnalités disponibles dans STAT_NON_LINE et pas dans DYNA_NON_LINE.....	17
4 Spécificités des problèmes fluide-structure couplés.....	17
5 Optimisation des performances.....	18
6 Bibliographie.....	19

## 1 Introduction

---

Afin d'avoir une évaluation la plus fine possible de la réponse d'un système mécanique à un ensemble de sollicitations donné, il peut s'avérer indispensable de tenir compte des non-linéarités et des phénomènes dynamiques.

Habituellement, on peut distinguer deux évolutions des méthodes numériques pour aboutir à cela :

- d'une part les calculs dynamiques linéaires classiques (souvent sur base modale) sont remis en cause par l'apparition possible de non-linéarités (matériau, ou chocs ou grandes transformations) qui nécessitent l'emploi de l'opérateur `DYNA_NON_LINE` (l'opérateur `DYNA_TRAN_MODAL` n'accepte que des non-linéarités locales de type nœuds de chocs),
- d'autre part, on peut se poser la question de la validité et des limites d'applications des approches quasi-statiques non linéaires (opérateur `STAT_NON_LINE`), lorsque l'évolution de la solution peut être soumise à des phénomènes transitoires dont l'échelle de temps devient petite par rapport aux caractéristiques propres de la structure.

Dans le premier cas, l'utilisateur part donc d'un modèle pertinent pour la dynamique linéaire et qu'il faut enrichir correctement pour la prise en compte des non-linéarités.

Dans le deuxième cas, c'est un peu l'inverse : l'utilisateur part d'un modèle pertinent en non-linéaire quasi-statique et qu'il convient d'adapter à la dynamique.

Cette documentation va tenter de guider les utilisateurs qui sont potentiellement confrontés à ces deux situations.

Étant donné la très grande variété des problèmes susceptibles d'être abordée, les règles proposées ici sont forcément assez générales et il est fortement probable que des aménagements au cas par cas pour des problèmes spécifiques soient indispensables. Il est totalement illusoire de penser que même en respectant toutes les spécifications de ce document, le calcul non linéaire se déroulera sans aucune surprise... Le travail d'expertise reste incontournable !

En préalable à la lecture de cette documentation il est fortement recommandée d'avoir lu les documentations de référence des opérateurs `STAT_NON_LINE` et `DYNA_NON_LINE` : [R5.03.01] et [R5.05.05]. En effet, les aspects théoriques seront ici peu détaillés car ils sont déjà abordés dans ces deux documents de référence.

Cette documentation est complétée par d'autres références plus spécifiques :

- 1.U2.06.03 : sur l'amortissement,
- 2.U2.06.09 : pour le mono et multi-appuis en calcul sismique,
- 3.U2.06.10 : sur les spécificités des études de type génie civil sous chargement sismique,
- 4.U2.06.11 : pour l'utilisation de modèles fluide-structures couplés avec `DYNA_NON_LINE`,
- 5.U2.04.07 : usage de `DYNA_NON_LINE` pour résoudre des problèmes en évolution lente mais fortement non linéaires et qui ont du mal à converger avec `STAT_NON_LINE` (voir bibliographie).

## 2 Définition d'un problème adapté à la dynamique transitoire

Dans ce chapitre, nous allons proposer des conseils pour la mise au point de la modélisation d'un problème de mécanique dont on souhaite faire la simulation numérique transitoire (non-linéaire) avec *Code\_Aster*. Le chapitre suivant traitera de la discrétisation en espace et en temps, alors que dans ce chapitre seul le modèle continu sera abordé.

### 2.1 Modèle

La première étape est la définition d'un modèle cohérent avec l'hypothèse d'évolution transitoire.

Ainsi, tout système mécanique ne devant pas avoir de mode à énergie cinétique nulle, il convient de s'assurer que la masse volumique est définie en tout point du modèle continu. De même, si l'on veut introduire des éléments discrets pour simuler des corps solides, il faut leur associer une masse.

De même, pour les éléments finis de type coques ou plaques, l'utilisateur peut avoir à s'assurer que tous les degrés de liberté, en particulier les rotations, ont un terme de masse associé. Pour vérifier cette condition, on conseille de spécifier l'option `INER_ROTA='OUI'` lors de l'appel à `AFFE_CARA_ELEM` pour tous les modèles `COQUE`.

Certaines modélisations n'ayant pas de masse (ce calcul n'a pas été programmé) ne peuvent être utilisées directement avec `DYNA_NON_LINE`, comme la THM, les modèles non locaux ... Cette difficulté peut être contournée en leur superposant un modèle classique permettant de représenter l'énergie cinétique (masse) : les deux modèles s'appuyant sur les mêmes nœuds.

L'usage de certains artifices courants en quasi-statiques, comme des zones très raides (matériau fictif ayant un très grand module d'Young) pour tenir compte de renforts que l'on ne souhaite pas représenter finement géométriquement, par exemple, peut engendrer des perturbations en dynamique. En effet, ce matériau très raide peut générer des oscillations hautes fréquences et des propagations d'ondes dont la célérité est non physique. De plus, avec un schéma en temps explicite, ces zones très raides risquent de faire chuter la valeur du pas de temps critique (condition CFL, cf. [R5.05.05]).

En plus de la contribution inertielle, le système aura une contribution dissipative, donc amortissante. En non linéaire, de la dissipation peut être due à la relation de comportement (plasticité...), au frottement dans les liaisons ...

Habituellement, la méconnaissance détaillée de tous les mécanismes dissipatifs dans le système est compensée par une représentation simplifiée qui permet de définir un amortissement global. Dans *Code\_Aster*, on dispose de deux modèles d'amortissement visqueux globaux (que l'on peut coupler à des amortisseurs discrets type dashpot) : le modèle de Rayleigh et l'amortissement modal.

En pratique, dans les deux cas, il est indispensable d'avoir effectué un calcul modal préalable. En effet, l'amortissement modal est défini sur les modes qui sont alors des arguments de `DYNA_NON_LINE`. Pour l'amortissement de Rayleigh, la seule manière d'appréhender simplement son sens physique, c'est de le recalculer sur des valeurs d'amortissement modal (qui peuvent venir de résultats expérimentaux). Nous reviendrons plus en détail sur l'amortissement de Rayleigh dans le chapitre suivant sur la discrétisation.

D'une manière générale, il faut garder à l'esprit que tous les modèles d'amortissement global ont été créés pour les cas linéaires et qu'ils servent alors à prendre en compte certains phénomènes dissipatifs comme le frottement ou des liaisons imparfaites. Donc, si on rajoute au modèle la prise en compte de ces non-linéarités, alors qu'on garde les valeurs d'amortissement global recalculées sur une approche linéaire, cela peut conduire à avoir trop de dissipation dans le système non linéaire.

Idéalement, la prise en compte de toutes les non-linéarités, associée à une discrétisation fine du système, devrait permettre de ne pas avoir à utiliser en plus un amortissement global forfaitaire. Dans la réalité, on est obligé de négliger certains aspects non-linéaires pour des raisons de coût CPU et/ou

de méconnaissance sur les mécanismes mis en œuvre, et dans ce cas, l'amortissement global a son rôle à jouer. La documentation [U2.06.03] présente plus en détails son usage.

## 2.2 Conditions aux limites

En quasi-statique, il est courant d'imposer des conditions aux limites dont les évolutions en temps sont des fonctions simples à définir, comme des rampes ou des fonctions continues affines par morceaux.

En dynamique, si l'on veut éviter les oscillations parasites de la solution, il faut absolument imposer des quantités suffisamment régulières en temps : donc au moins continûment dérivables, ou mieux  $C^2$ . Pour arriver à cela simplement, on peut choisir de se définir des fonctions du temps polynomiales à la place des fonctions affines. D'éventuelles irrégularités dans les chargements imposés peuvent être partiellement compensées par l'utilisation d'un modèle d'amortissement adapté (en particulier grâce à un schéma d'intégration en temps de type HHT, voir bibliographie). Néanmoins, des oscillations excessives en non linéaire peuvent compromettre irrémédiablement la suite des calculs car la solution (dont les variables internes) dépend de son historique.

Sur le schéma ci-dessous on montre une régularisation possible d'une courbe affine (en pointillés) par une courbe adaptée au calcul dynamique. On peut noter la nécessité, sur cet exemple, de devoir faire commencer l'évolution dynamique en un temps négatif, si l'on veut garder des valeurs comparables pour les instants positifs (en dehors des zones de régularisation).

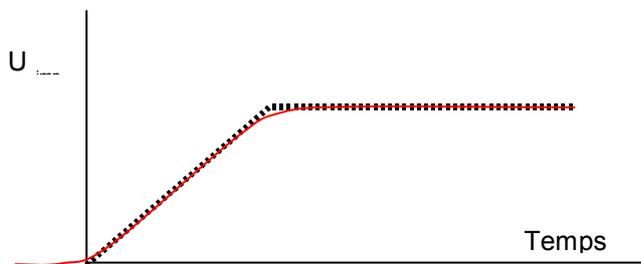


Figure 2.2-a : lissage d'une évolution imposée pour l'adapter à un calcul transitoire.

Dans tous les cas où l'on peut calculer le spectre des signaux imposés, la règle de Shannon pour définir l'échantillonnage n'est pas assez stricte pour les calculs non-linéaires. En pratique, on conseille d'avoir entre 4 et 10 pas de temps sur la période la plus courte de tous les signaux imposés.

Toute discrétisation insuffisante en temps risque de se traduire par des sur-oscillations hautes fréquences de la solution. Il existe alors un palliatif à cela en choisissant certains schémas en temps, mais au risque d'introduire trop d'amortissement dans le système.

### 2.2.1 Multi-appuis

Parmi les types de chargements qui peuvent demander une adaptation à `DYNA_NON_LINE`, on peut évoquer le cas du multi-appuis (en accélération imposée) pour les études sismiques.

Cette méthode, originellement développée pour les calculs transitoires linéaires, repose sur la définition de modes statiques aux appuis. En non-linéaire, tant que ses modes restent pertinents, c'est-à-dire que les non-linéarités sont suffisamment faibles pour ne pas demander leur réactualisation, l'approche multi-appuis classique reste valide.

En revanche, dans le cas général, on peut remettre en cause l'utilisation de modes statiques calculés initialement. Dans ce cas, pour éviter leur usage, la sollicitation multi-appuis peut être prise en compte en imposant aux appuis les déplacements correspondants à l'intégration des accélérogrammes qui sont des données d'entrée de la méthode multi-appuis linéaire.

La méthode est alors rigoureuse, quel que soit le type de non-linéarité, mais l'intégration des accélérogrammes doit être menée avec précaution, pour ne pas aboutir à des signaux incorrects. En dehors de l'échantillonnage, il est indispensable, entre autres, de vérifier l'absence de dérive du signal (une correction peut être faite avec l'option `CORR_ACCE` de `CALC_FONCTION`). Dans `Code_Aster`, on peut effectuer cette intégration facilement en se servant de la FFT qui est disponible

dans `CALC_FONCTION`. C'est aussi l'occasion d'analyser le contenu fréquentiel du signal. On a alors la relation, dans le domaine fréquentiel :  $U = -A/\omega^2$ .

On peut aussi se servir de l'option `INTEGRE` de `CALC_FONCTION`. Pour plus d'informations sur la mise en œuvre des sollicitations de type mono ou multi-appuis, la lecture de la documentation [U2.06.09] est toute indiquée.

## 2.2.2 Contact

Pour finir, les chargements issus du contact par pénalisation peuvent aussi perturber la solution par des oscillations hautes fréquences, qui sont liées à la valeur du coefficient de pénalisation. De même, si l'on veut utiliser un algorithme en temps explicite, un coefficient de pénalisation trop grand va entraîner une chute du pas de temps critique. Comparé à la statique, il peut s'avérer obligatoire de baisser le coefficient de pénalisation, avec l'inconvénient d'augmenter l'interpénétration lors du contact.

### Remarque importante pour les schémas en temps explicites :

*si l'on impose des conditions aux limites en déplacement qui évoluent au cours du temps, il faut tenir compte du fait que ces conditions sont en fait imposées en accélération en explicite (car c'est l'inconnue primale). Cela signifie que l'on doit entrer dans `DYNA_NON_LINE` la dérivée seconde du signal en déplacement que l'on veut imposer. Cette évolution du déplacement imposé doit donc être dérivable au moins deux fois en temps...*

## 2.3 Conditions initiales

Dans la même logique que pour les conditions aux limites, on recommande d'éviter les conditions initiales singulières, comme ce que peuvent générer des chargements imposés ayant des évolutions en temps de type Dirac ou Heaviside.

On privilégiera les conditions régulières donc avec des dérivées (première et si possible seconde) en temps en  $t_0$  nulles.

Si l'on veut partir d'un état précontraint (non vierge), il est tout à fait possible et recommandé d'enchaîner un calcul dynamique à un calcul quasi-statique. Dans ce cas, l'état initial est alors parfaitement équilibré et, sous réserve de régularité dans les conditions imposées au moment de la bascule, la solution transitoire ne devra pas présenter d'oscillations non physiques. Cette méthode d'enchaînement quasi-statique-dynamique permet la prise en compte aisée de toutes les précharges, comme la pesanteur. Si l'on avait voulu prendre en compte cet état initial précontraint avec uniquement une résolution dynamique, il aurait fallu introduire un fort amortissement initial et attendre que les oscillations se soient dissipées pour avoir l'état statique précontraint. Ensuite, on peut continuer le calcul avec l'amortissement physique. On est obligé de procéder ainsi lorsqu'on utilise un code de calcul qui ne traite pas la quasi-statique non-linéaire (cf. EUROPLEXUS, voir bibliographie).

Lors de l'initialisation du schéma d'intégration pour le calcul transitoire non linéaire, on cherche donc à inverser la matrice de masse. Si elle est singulière, alors un message avertit l'utilisateur et on met arbitrairement l'accélération initiale à zéro. D'une manière générale la non-inversibilité de la matrice de masse doit amener l'utilisateur à vérifier son modèle, sauf si c'est volontaire.

Lors de poursuites, deux aspects sont sensibles.

D'une part, il vaut mieux éviter d'avoir de trop brusques variations de pas de temps : la cohérence de la solution au passage de la poursuite en serait affectée. Un fort changement de pas de temps peut être vu comme un filtre. Un grand pas de temps constitue un filtre passe-bas d'une solution initialement calculée avec un pas fin.

D'autre part, si l'on veut changer de type de schéma en temps, certaines règles sont à respecter. Si l'on veut passer d'une méthode implicite (quasi-statique ou dynamique) à un schéma explicite, la poursuite sera mathématiquement valide car l'état initial sera équilibré (au résidu près). En revanche, la bascule inverse directe introduit une erreur car l'état initial, venant d'un calcul explicite, ne respectera pas l'équilibre au sens implicite. En effet, cet opérateur va chercher à révéifier l'équilibre : on résout l'équilibre en inversant la matrice de masse, ce qui donne l'accélération initiale. Si ce champ

est non nul, cela traduit la non-vérification, au sens statique, de l'équilibre, à l'instant initial. En pratique, cette imprécision peut engendrer des oscillations de la solution. D'une manière plus subtile, la bascule du  $\theta$ -schéma vers un schéma du second ordre comme l'accélération moyenne ou HHT complet va introduire une petite erreur sur les termes d'accélération, ce qui peut perturber la solution numérique. Si, malgré tout, on veut faire ces bascules qui induisent des erreurs, on peut minimiser les imprécisions en choisissant de faire ces bascules lors de phases où la solution évolue peu.

## 3 Discrétisation du problème continu

En complément des conseils précédemment donnés pour le modèle continu, ce chapitre va lister les aspects les plus importants à respecter pour obtenir un modèle discrétisé adapté à `DYNA_NON_LINE`.

### 3.1 Maillage

Comme préalable au calcul transitoire, il est fortement recommandé de mener un calcul modal (par exemple avec `MODE_ITER_SIMULT`), afin d'obtenir des informations modales qui vont permettre de qualifier la qualité du modèle en dynamique et d'ajuster certains paramètres. L'objectif n'étant pas de rentrer dans les détails de l'analyse modale, on peut néanmoins rappeler quelques règles.

En général, on peut se définir une fréquence de coupure pour le problème à étudier, et donc une troncature modale associée. La bonne représentation de tous les modes de cette base tronquée peut donner des indications sur les tailles de mailles à employer, en plus des considérations déjà prises en compte pour les calculs quasi-statiques. En gros, une dizaine de mailles par longueur d'onde la plus petite est suffisante (à ajuster suivant la richesse des éléments, bien sûr).

L'analyse modale va aussi permettre de vérifier que le modèle est exempt de problèmes comme des contributions non définies à l'inertie ou à la raideur.

Enfin, elle est indispensable pour l'utilisation de l'amortissement modal dans `DYNA_NON_LINE` ou pour recalculer l'amortissement de Rayleigh, comme on va le voir dans ce qui suit (cf. § 3.3).

D'une manière bien plus marquée que pour les calculs quasi-statiques, la résolution dynamique s'accommodera assez mal de maillages présentant de brutales variations de tailles d'éléments. En effet, ces zones peuvent s'assimiler à des interfaces qui vont perturber la propagation des ondes. On peut alors voir apparaître des ondes réfléchies qui se superposent aux trains d'ondes « physiques ». De même, si l'on veut une bonne représentation des ondes, le maillage doit être fin sur tout le trajet des ondes : on ne peut se contenter de raffiner que dans certaines zones non-linéaires. Si une onde part d'une zone maillée finement pour aller vers une zone maillée plus grossièrement, elle va subir un filtre et l'onde réfléchie par le bord opposé risque d'être fortement perturbée, voire de disparaître. Si l'on ne s'intéresse qu'à des durées courtes, donc avant tout retour d'onde sur la zone maillée finement, alors cette erreur sur l'onde réfléchie n'est pas pénalisante. En revanche, si l'on veut calculer des solutions sur des durées plus longues, l'erreur commise pourra être non négligeable.

Enfin, contrairement au cas quasi-statique, le temps a un sens physique et les échelles de temps que l'on veut analyser sont fortement couplées aux échelles en espace du problème discrétisé. Ainsi, le pas de temps est lié à la taille de maille, ce que l'on peut percevoir immédiatement avec la notion de condition CFL pour les schémas explicites.

## 3.2 Schéma en temps (R5.05.05)

Le temps ayant un sens physique en dynamique, la qualité de sa discrétisation en est d'autant plus sensible.

On peut énoncer quelques règles :

- l'évolution des chargements imposés doit être échantillonnée de manière suffisamment fine (entre 5 à 10 pas de temps par période la plus courte des signaux considérés),
- le comportement modal de la structure doit être bien représenté (comme ci-dessus, on doit avoir entre 5 et 10 pas de temps par période la plus faible des modes considérés).

Étant donné le caractère basse fréquence, au mieux moyenne fréquence, de la plupart des problèmes que l'on peut aborder ici, ces deux règles ne sont, en général, pas très pénalisantes.

En explicite, il faut en plus respecter la condition de Courant (CFL cf. [R5.05.05] et bibliographie) sous peine de divergence numérique (« explosion » de l'énergie cinétique). Pour un schéma d'intégration de type différences centrées, le pas de temps critique vaut  $2/\omega$  avec  $\omega$  qui est la plus haute pulsation propre du système.

On peut calculer cette pulsation avec `MODE_ITER_SIMULT` en choisissant l'option '`PLUS_PETITE`' et en inversant les rôles de la matrice de masse et de raideur. En effet les opérateurs modaux de *Code Aster* n'offrent pas directement d'option de calcul de la plus haute fréquence, ce qui est effectivement d'un usage restreint pour les calculs de structures courants.

Pour le schéma de Tchamwa-Wielgosz (voir bibliographie), le pas de temps critique est légèrement plus faible et décroît quand on augmente l'amortissement lié au schéma (paramètre `PHI`).

La condition de Courant peut aussi être approchée, tout au moins sur des modèles massifs, par  $\Delta t = l_{min}/c$  avec  $l_{min}$  qui est la plus petite longueur du modèle discret et  $c$  la célérité des ondes de traction au point considéré. L'opérateur `DYNA_NON_LINE` se sert de cette formule pour donner une approximation de la condition de Courant. Il existe cependant certaines limitations :

1. on ne sait pas calculer automatiquement la condition de Courant associée à la présence de ressorts discrets (ce n'est pas programmé),
2. on ne corrige pas la formule pour les éléments de structures (coques, plaques et poutres).

Il peut donc exister des cas où la valeur renvoyée par *Code Aster* n'est pas un minorant de la vraie condition de Courant. Donc, en cas de divergence, il convient de diminuer le pas de temps.

De plus, le calcul de la condition de Courant n'est pas réactualisé et ne se fait qu'au début du calcul, se basant sur la célérité des ondes élastiques pour l'état initial. Si le module élastique baisse (endommagement), la condition de Courant initiale peut devenir trop sévère. Il n'y a pas de risque de divergence (sauf pour des matériaux dont le module élastique pourrait augmenter), mais le temps CPU pourrait être un peu diminué en réactualisant la condition de Courant (comme c'est fait dans les codes dédiés à la dynamique rapide, voir bibliographie).

Pour la plupart des structures, la condition de Courant est très pénalisante : la célérité des ondes étant souvent de l'ordre de quelques milliers de  $m/s$ , on arrive à des pas de temps de moins de  $10^{-5} s$ , pour des tailles de structures habituelles.

On peut classer les schémas implicites en trois catégories (on met de côté, volontairement, les schémas d'ordre 1 et  $l$  ou en vitesse qui sont plus spécifiquement adaptés aux problèmes très irréguliers) :

- accélération moyenne (`NEWMARK`) d'ordre 2 et qui n'apporte pas de dissipation numérique : à utiliser en premier,
- $\theta$ -schéma (`THETA_SCHEMA`) qui est d'ordre 1 et dissipatif : on le recommande pour les problèmes irréguliers comme les chocs,
- HHT complet (`MODI_EQUI = 'OUI'`) qui reste d'ordre 2, contrairement au cas de l'accélération moyenne modifiée (`MODI_EQUI = 'NON'`, option par défaut). Ce schéma est spécifiquement développé pour introduire un amortissement numérique haute fréquence et

donc ne pas perturber la réponse physique basse fréquence. L'amortissement est directement piloté par le paramètre ALPHA du schéma.

Si l'on observe des oscillations hautes fréquences dans la solution numérique (en gros, des oscillations dont la période est de l'ordre de quelques pas de temps), on peut choisir le schéma HHT complet, pour commencer avec une valeur de l'ordre de  $-0,1$  pour le paramètre ALPHA. Une valeur de  $-0,3$  constitue une limite haute encore utilisable.

Si l'on désire plus d'amortissement en moyenne fréquence, alors le schéma d'accélération moyenne modifié peut être employé.

Les schémas implicites sont à utiliser, prioritairement, avec une formulation en déplacements :  
FORMULATION = 'DEPLACEMENT'.

En explicite, on dispose de deux schémas :

- différences centrées (DIFF\_CENT) qui est non dissipatif,
- Tchamwa-Wielgosz (TCHAMWA) qui est dissipatif, d'une manière comparable à HHT.

Ici encore, on préconise de commencer par utiliser un schéma non dissipatif.

Enfin, en explicite, il est recommandé d'utiliser une matrice de masse diagonale (lumpée), ce qui s'obtient par le mot-clé MASS\_DIAG = 'OUI' de DYNA\_NON\_LINE. Cette option n'étant pas disponible pour tous les éléments finis, l'utilisateur peut être contraint d'utiliser la masse consistante, comme en implicite. La masse lumpée permet de corriger une part de la dérive fréquentielle sur de longues durées provenant de l'erreur en temps induite par le schéma d'intégration.

Si l'on résout le problème sur base modale, alors l'inconvénient du très faible pas de temps critique pour un schéma explicite disparaît. En effet, le pas de temps limite sera directement proportionnel à la plus petite période propre de la base modale tronquée. On a la relation :  $\Delta t = 2/\omega$  avec  $\omega$  qui est la plus haute pulsation propre du système. Plus la base modale sera tronquée, plus le pas de temps critique associé sera grand.

De plus, le calcul de la condition de Courant est alors immédiat car on connaît explicitement toutes les pulsations de la base, donc la plus haute en particulier. Dans Code\_Aster, le calcul automatique de la condition de Courant sur base modal est exact et sera toujours valable quelque soit le type d'élément fini utilisé.

Les schémas explicites sont associés à une formulation en accélération (on veut résoudre en inversant la masse) : FORMULATION = 'ACCELERATION'.

### Remarque importante pour les schémas explicites (rappel) :

*si l'on impose des conditions aux limites en déplacement qui évoluent au cours du temps, il faut tenir compte du fait que ces conditions sont en fait imposées en accélération en explicite (car c'est l'inconnue primale). Cela signifie que l'on doit entrer dans DYNA\_NON\_LINE la dérivée seconde du signal en déplacement que l'on veut imposer. Cette évolution du déplacement imposé doit donc être dérivable au moins deux fois en temps...*

Pour finir, il convient de signaler que les résultats analytiques sur les caractéristiques (convergence, erreur...) des schémas en temps sont obtenus pour un cadre linéaire. Les démonstrations en régime non-linéaire sont très rares et se cantonnent à des cas particuliers. En pratique, certaines caractéristiques des schémas peuvent se dégrader en non-linéaire. Cela peut expliquer pourquoi il n'est pas forcément indispensable d'utiliser le schéma qui, en linéaire aura des performances exceptionnelles (ordre 4...), mais qu'il vaut mieux privilégier des schémas plus simples et plus robustes, en particulier avec de la dissipation numérique haute fréquence. Par exemple, sur des problèmes irréguliers, comme les chocs, des schémas d'ordre 1 dissipatifs sont conseillés (comme le  $\theta$ -schéma).

De même, en non-linéaire, l'évaluation précise de la condition de Courant demande une réactualisation de son calcul. En effet, la condition de Courant calculée initialement peut ne pas être conservative (par exemple si certains éléments voient leur taille diminuer, ou si des chocs se produisent, avec une modélisation par pénalisation). Code\_Aster ne réactualise pas ce calcul et en cas de divergence, il est recommandé de diminuer le pas de temps pour relancer le calcul.

Les résultats d'analyse linéaire sur les schémas constituent cependant une solide base pour leur analyse (cf. [R5.05.05] et bibliographie), tout en sachant que les non-linéarités peuvent perturber le comportement des schémas.

Concernant le choix du schéma en temps, l'utilisateur doit porter attention à la définition du pas de temps de calcul. En explicite, on préconise de se placer légèrement en dessous de la condition de

Courant : entre 0,5 et 0,7 fois la condition de Courant. En explicite, il n'y aura pas de sous-division du pas de temps pour cause de non convergence : l'utilisateur reste seul maître du pas de temps tout le long du calcul.

En implicite, les schémas classiques sont inconditionnellement stables, mais cela ne signifie pas qu'on peut prendre un pas de temps quelconque ! Un pas trop grand n'amènera pas une divergence, mais l'erreur sur la solution sera évidemment importante.

Le pas de temps à imposer pourra être judicieusement borné :

- en valeur supérieure, par le pas de temps à respecter pour bien discrétiser les évolutions des chargement imposés et pour bien représenter la plus haute fréquence propre du système dont on veut tenir compte,
- en valeur inférieure, par la condition de Courant, au sens qu'elle a de plus court temps pour lequel une information peut passer d'un nœud de la maille à un autre.

Entre ces bornes, il est indispensable de mener une étude paramétrique pour s'assurer de la bonne convergence de la solution numérique.

La borne inférieure donne une information cruciale quant aux sous-divisions maximales du pas de temps qu'il faut autoriser lorsque l'algorithme ne converge pas. Laisser le pas de temps se sous-diviser jusqu'à aller nettement sous la condition de Courant peut ne servir à rien car la solution calculée risque alors de subir une pollution numérique qui ne facilitera pas la convergence.

Toujours en lien avec les itérations pour la vérification de l'équilibre à chaque pas, on peut remarquer que, dans la plupart des cas, si le pas de temps est suffisamment fin, le nombre maximal d'itérations à convergence reste modéré : souvent de l'ordre de 10, alors qu'en quasi-statique, on peut couramment dépasser ces valeurs.

Donc, l'idée consiste à dire que le pas de temps est d'un bon ordre de grandeur si le nombre d'itérations à convergence reste modéré. Si ce nombre augmente, on peut tenter de réduire légèrement le pas, en respectant toujours les bornes définies ci-dessus. Il existe néanmoins des cas où l'on peut avoir, ponctuellement, besoin d'autoriser plus d'itérations lors de quelques pas.

Pour finir, si l'on est obligé de changer de schéma en temps pour utiliser un schéma dissipatif, comme HHT, il est indispensable de mener une étude paramétrique sur cet amortissement. En effet, le risque d'introduire une dissipation trop grande n'est pas négligeable, surtout avec le schéma d'accélération moyenne modifiée. Le paragraphe suivant reviendra sur ce point.

## 3.3 Modèles d'amortissement

L'ordre d'introduction et d'utilisation de la dissipation dans le modèle discrétisé est le suivant :

1. dissipation intrinsèque liée aux relations de comportement non linéaire, aux liaisons (frottement),
2. dissipation globale de type amortissement structurale (Rayleigh ou modal),
3. dissipation numérique du schéma en temps.

Idéalement, la première catégorie devrait être suffisante, mais en pratique, pour des raisons de simplification du modèle, il est souvent indispensable d'ajouter de l'amortissement structural, l'amortissement apporté par le schéma étant le dernier recours.

Nous n'aborderons ici que l'usage de l'amortissement structural, au sens de Rayleigh, et celui lié au schéma (pour plus d'informations, le lecteur pourra se reporter à la documentation [U2.06.03]).

Rappelons juste que plus on va multiplier les sources de dissipation, plus leur maîtrise et leur interprétation physique seront ardues.

### 3.3.1 Amortissement de Rayleigh

Ce modèle permet de définir la matrice globale d'amortissement  $C$  comme étant une combinaison linéaire des matrices de rigidité et de masse (pour avoir une matrice d'amortissement diagonale sur la base des modes dynamiques habituels) :

$$C = \alpha K + \beta M$$

Trois cas d'identification simples sont présentés ici pour illustrer les effets induits par cette modélisation :

- amortissement proportionnel aux caractéristiques d'inertie :  $\alpha=0 \quad \beta=\beta_i$ .

Ce cas a été très utilisé en résolution transitoire directe : si la matrice de masse est diagonale, celle d'amortissement l'est encore et le gain en place mémoire est évident. Le coefficient  $\beta$  peut être identifié à l'amortissement réduit expérimental  $\xi_i$  du mode propre  $(\rho_i, \omega_i)$  qui participe le plus à la réponse d'où  $\beta_i=2\xi_i\omega_i$ . Pour toute autre pulsation on obtient un amortissement modal réduit  $\xi=\beta_i\frac{\omega_i}{\omega}$ . Les modes d'ordre élevé  $\omega \gg \omega_i$  seront très peu amortis et les modes basses fréquences  $\omega < \omega_i$  trop amortis.

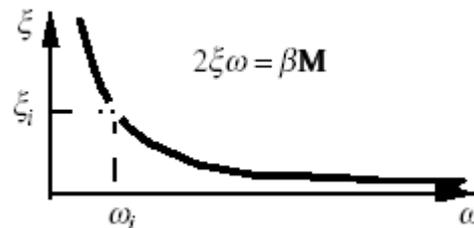


Figure 3.3.1-a : allure de l'amortissement proportionnel à la masse.

Cet amortissement proportionnel à la masse est le seul amortissement de Rayleigh qui soit facilement utilisable avec un schéma explicite. En effet, on peut montrer que l'introduction d'un terme proportionnel à la raideur entraîne une baisse du pas de temps critique (condition CFL).

- amortissement proportionnel aux caractéristiques de rigidité.:  $\alpha=\alpha_j \quad \beta=0$ .

Le coefficient peut être identifié, comme précédemment à partir de l'amortissement modal  $\xi_j$  associé au mode  $(\rho_j, \omega_j)$ , d'où  $\alpha_j=2\frac{\xi_j}{\omega_j}$ . Pour toute autre pulsation on obtient un amortissement modal réduit

$\xi=\alpha_j\frac{\omega}{\omega_j}$ . Les modes élevés  $\omega \gg \omega_j$  sont donc très amortis.

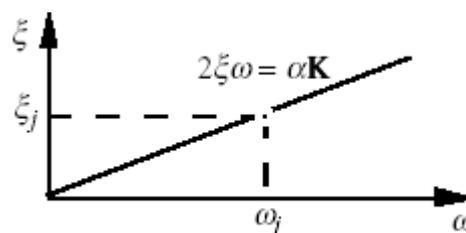


Figure 3.3.1-b : allure de l'amortissement proportionnel à la raideur.

- amortissement proportionnel complet.:  $\alpha=\alpha_j \quad \beta=\beta_i$ .

A partir d'une identification sur deux modes différents  $(\rho_i, \omega_i)$  et  $(\rho_j, \omega_j)$ , nous obtiendrons pour toute autre pulsation un amortissement modal réduit  $\xi=\alpha_j\frac{\omega}{\omega_j} + \beta_i\frac{\omega_i}{\omega}$ . Dans l'intervalle  $[\omega_i, \omega_j]$  la variation de l'amortissement réduit est faible et en dehors on retrouve la combinaison des inconvénients précédents : les modes extérieurs à l'intervalle sont trop amortis.

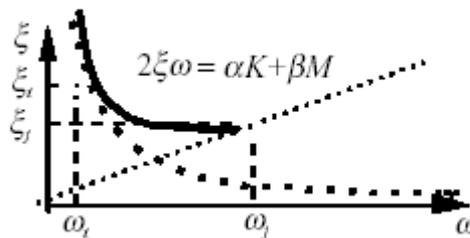


Figure 3.3.1-c : allure de l'amortissement de Rayleigh complet.

L'amortissement de Rayleigh complet permet d'avoir une valeur d'amortissement constante sur un plateau de fréquence donné, ce qui permet de contrôler son effet sur une plage fréquentielle définie en cohérence avec le problème considéré.

### Application à la structure

Les coefficients d'amortissement de Rayleigh sont définis, au niveau des caractéristiques du matériau (commande `DEFI_MATERIAU`), par les paramètres `AMOR_ALPHA` et `AMOR_BETA`. Les valeurs à imposer pour obtenir l'amortissement souhaité  $\xi$ , dans l'intervalle des fréquences propres  $f_1$  et  $f_2$  se déduisent des équations suivantes :

$$\text{Equation 1 : } \alpha = \frac{\xi}{\pi(f_1 + f_2)}$$

$$\text{Equation 2 : } \beta = \frac{4\pi\xi f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

Où  $f_1$  et  $f_2$  sont les deux fréquences propres bornant l'intervalle d'étude considéré. Dans le cadre de ce document, on cherche des solutions basses fréquences, donc les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  seront associées aux premières fréquences du modèle, dont les modes sont cohérents avec le chargement imposé.

Pour donner des ordres de grandeurs, l'amortissement modal pour les structures en acier et généralement de l'ordre de quelques %, alors que pour des structures en béton, de type génie civil, on peut monter jusqu'à 5, voire 7 % d'amortissement, pour des calculs globalement linéaires.

### Remarque importante :

*la matrice d'amortissement globale (on ne traite pas ici le cas de l'amortissement modal) est assemblée et utilisée dans `DYNA_NON_LINE` si et seulement si on détecte l'occurrence des mots-clés `AMOR_ALPHA` ou `AMOR_BETA` dans la définition du matériau par `DEFI_MATERIAU`. Même si ces deux paramètres ont des valeurs nulles, on assemble la matrice d'amortissement. En revanche, si ces mots-clés sont absents, alors on ne l'assemble pas. Donc, si le modèle comprend des amortissements discrets (dashpot), ils ne seront pris en compte que si on a mis les mots-clés `AMOR_ALPHA` et `AMOR_BETA` (quitte à mettre des valeurs nulles si l'amortissement n'est pas dû à Rayleigh) dans les données matériaux.*

### 3.3.2 Amortissement dû au schéma en temps

La documentation [R05.05.05] et surtout la note ] présentent cet aspect. On va ici se borner à en rappeler les grandes tendances.

Sur un système à un degré de liberté linéaire (masse ressort, de pulsation propre  $\omega$ ), on peut obtenir la caractérisation suivante de l'amortissement induit par le schéma implicite (accélération moyenne, accélération moyenne modifiée et HHT complet), en fonction du pas de temps et pour différentes valeurs du paramètre ALPHA :

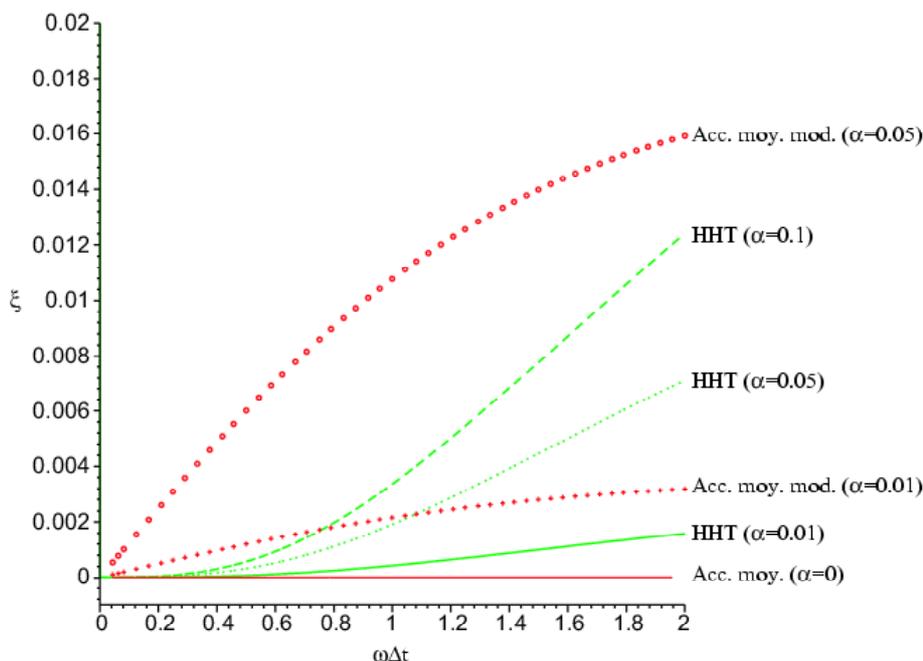


Figure 3.3.2-a : comparaison de l'amortissement dû au schéma en temps.

On retrouve bien que seul le schéma d'accélération moyenne ne dissipe pas.

Quand on compare les deux autres schémas, on peut remarquer que :

- seul le schéma HHT complet ne perturbe pas le domaine basse fréquence,
- pour une même valeur du paramètre ALPHA l'accélération moyenne modifiée introduit beaucoup plus de dissipation que le schéma HHT.

Enfin, il convient de remarquer que la valeur d'amortissement équivalente est dépendante de la pulsation  $\omega$ , et donc va dépendre de l'élément fini considéré. Sur un problème complexe, l'amortissement dû au schéma ne sera donc pas homogène : plus l'élément sera « raide », plus il verra d'amortissement.

De même, si l'on diminue le pas de temps, l'amortissement va baisser.

Afin de mettre en exergue l'influence de l'amortissement haute fréquence des schémas implicites, on va présenter quelques évolutions de l'accélération solution d'un problème linéaire simple de tuyauterie sous séisme.

Sur le graphe suivant, on a zoomé sur une partie de la réponse en accélération pour comparer différentes méthodes de résolution du problème transitoire. La solution de référence en pointillés verts est obtenue par calcul sur base modale (DYNA\_TRAN\_MODAL). La troncature de la base modale filtre naturellement toute perturbation haute fréquence.

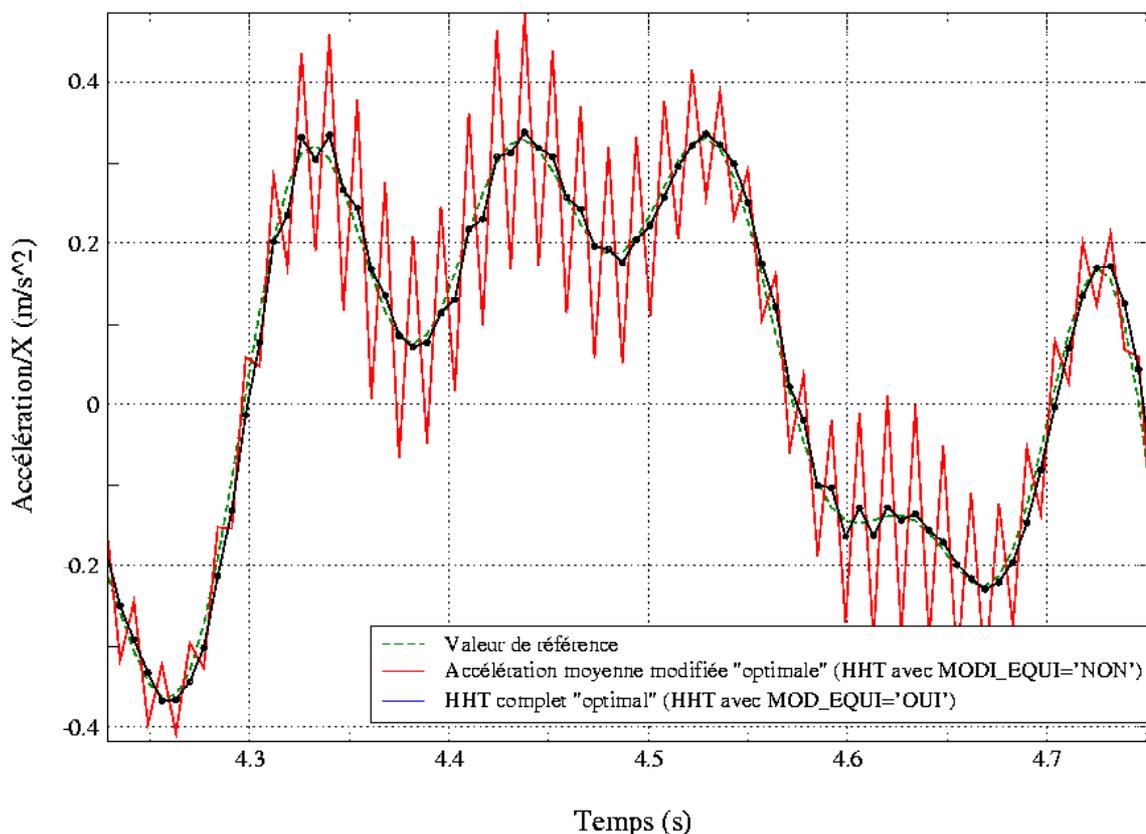


Figure 3.3.2-b : comparaison locale du comportement des schémas en temps.

On compare cette solution de référence à un calcul avec le schéma d'accélération moyenne modifié (courbe rouge) qui oscille fortement malgré l'ajustement du paramètre ALPHA.

Enfin, on trace la réponse obtenue avec un schéma HHT complet (courbe noire) qui donne un résultat très proche de la solution de référence : les perturbations hautes fréquences (liées au pas de temps) sont fortement atténuées.

Sur le graphe suivant, on observe les courbes de réponse sur un intervalle de temps plus grand. Cela permet de saisir l'influence du schéma sur la réponse « physique » : donc basse ou moyenne fréquence. Les différentes réponses correspondent à différents schémas d'intégration et valeurs du pas de temps. La solution de référence (le problème étant linéaire) est obtenue par superposition modale (courbe en traits mixtes épais marrons, nommée « modal coupure 100 Hz » et obtenue avec DYNA\_TRAN\_MODAL).

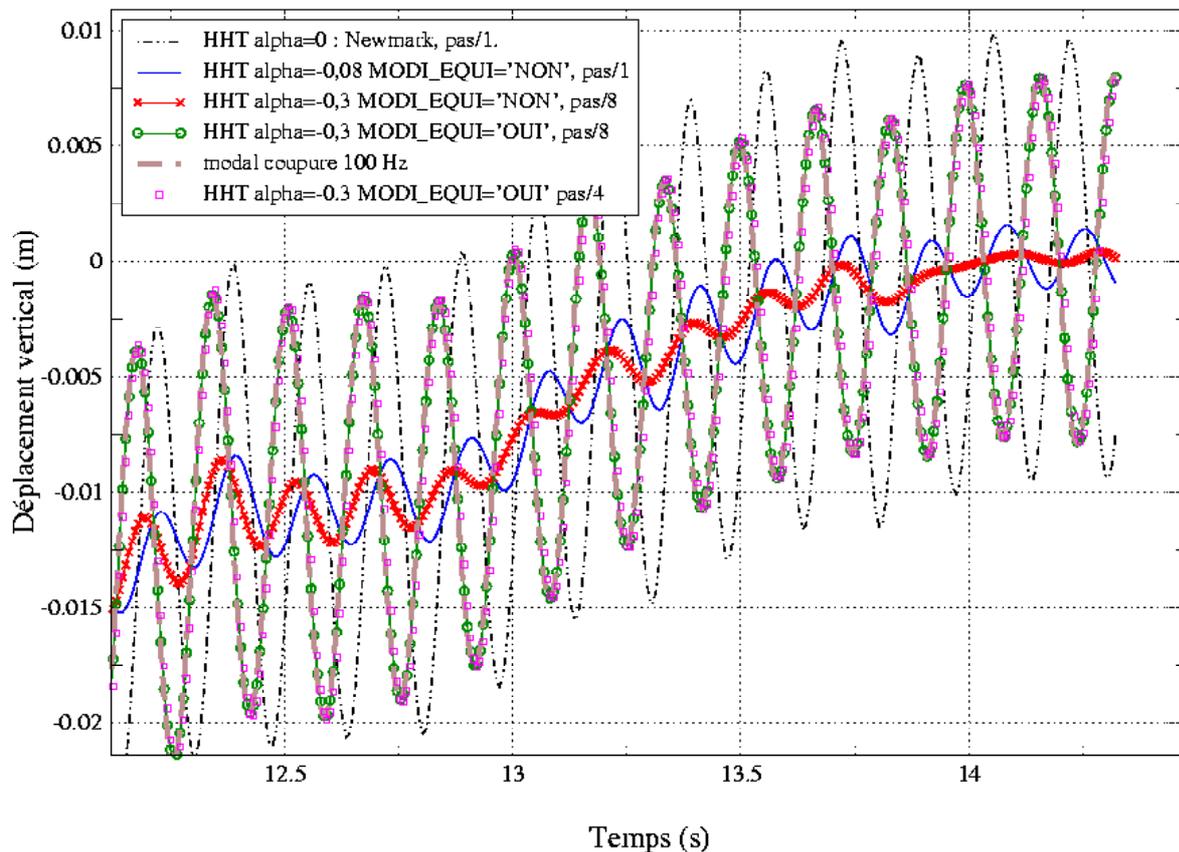


Figure 3.3.2-c : comparaison globale du comportement des schémas en temps.

On constate que :

- la solution non dissipative (HHT avec ALPHA=0, donc un schéma de type accélération moyenne) avec un pas de temps « grand » surévalue l'amplitude et introduit un déphasage,
- les solutions obtenues avec des schémas de type accélération moyenne modifiée (MODI\_EQUI='NON'), quel que soit le pas de temps, ont une trop forte dissipation,
- les solutions obtenues avec le schéma HHT complet (MODI\_EQUI='OUI') avec un pas de temps fin, permettent de bien retrouver la solution de référence.

Pour conclure sur cette partie, étant donné les allures de l'amortissement de Rayleigh, ainsi que celui dû au schéma, on peut construire un amortissement total relativement varié.

L'allure de l'amortissement apporté par le schéma de Tchamwa est qualitativement proche de celle de l'accélération moyenne modifiée.

## 3.4 Instabilité et analyse modale réactualisée

Au cours de la résolution du problème transitoire il est possible d'utiliser des outils d'analyse aux valeurs propres sur les opérateurs globaux réactualisés. On peut mener deux types d'analyse.

D'une part, le calcul des fréquences propres et modes vibratoires avec la matrice de raideur réactualisée. Cela correspond au mot-clé `MODE_VIBR` (cette option ayant besoin implicitement de la matrice de masse, elle n'est pas disponible dans `STAT_NON_LINE`). La matrice de raideur peut alors être la raideur élastique, sécante ou tangente. Grâce à ce mot-clé on peut suivre l'influence des non-linéarités sur le comportement vibratoire d'une structure. Un exemple d'application serait le cas de structures en béton armé pour lesquelles l'endommagement fait varier les fréquences propres.

Le graphe ci-dessous présente les choix possibles pour la matrice de raideur (pour un matériau endommageant) :

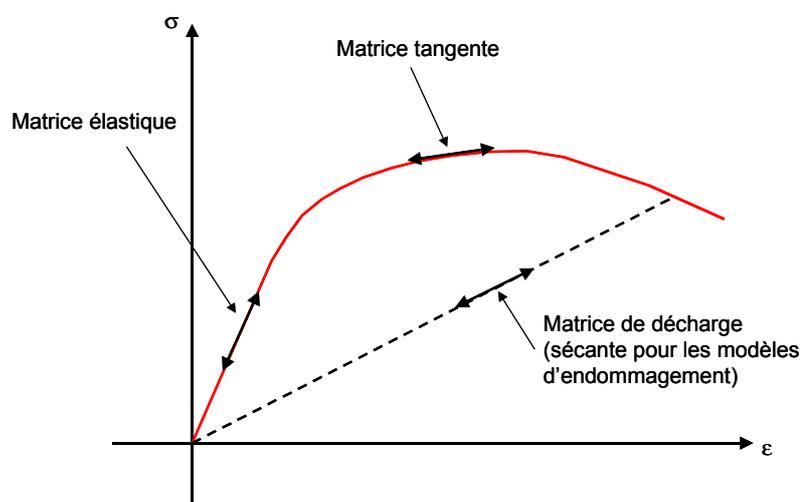


Figure 3.4-a : Représentation schématique des opérateurs de raideur dans `Code_Aster`.

D'autre part, on peut, grâce au mot-clé `CRIT_FLAMB`, mener une analyse de stabilité de l'opérateur de raideur. Dans le cas des petites perturbations et où l'on sait calculer la raideur géométrique, alors cette option s'assimile à une analyse de flambement au sens d'Euler sur la matrice de raideur actualisée. Dans les autres cas, quand on ne sait pas calculer la raideur géométrique, alors on bascule sur la recherche de singularité de l'opérateur de raideur seul. Dans tous les cas on obtient des valeurs propres qui vont évoluer au cours du calcul.

Dans le cas du flambement d'Euler, la valeur propre est directement le coefficient multiplicateur du chargement qui permet d'obtenir la charge critique.

Dans le deuxième cas, l'interprétation est moins aisée (les valeurs propres ne sont pas adimensionnelles). Si l'on constate qu'une valeur propre change de signe, cela signifie que la solution calculée a passé une bifurcation et donc que l'on a perdu l'unicité de la solution.

Dans tous les cas, il s'agit d'analyse de stabilité au sens « statique » et, d'ailleurs, cette option est disponible dans `STAT_NON_LINE`. Actuellement, il n'existe pas dans `Code_Aster` d'opérateur permettant de mener une analyse de stabilité au sens dynamique : donc, par exemple, en calculant l'amortissement du système pour détecter quand il devient négatif.

Comme ces opérations demandent un certain coût CPU (comparable à un `MODE_ITER_SIMULT` sur quelques fréquences, à chaque pas), on a introduit la possibilité de ne calculer ces valeurs propres que pour la liste d'instant d'archivage si elle existe. Pour réduire encore le temps CPU, il est aussi possible de faire plusieurs poursuites et de ne demander le calcul des valeurs propres que sur certains intervalles de temps.

## 3.5 Archivage et post-traitement

Le nombre de pas de temps pouvant être très grand, il est fortement recommandé d'utiliser les fonctionnalités d'archivage (mot-clé ARCHIVAGE de DYNA\_NON\_LINE) sous peine d'avoir des bases et fichiers de sorties énormes. Le pas d'archivage peut aller de quelques pas en implicites à 10 à 100 pas en explicite.

En complément, si l'on a besoin de suivre précisément au cours du temps l'évolution de quelques paramètres en quelques points, il existe l'observation (mot-clé OBSERVATION de DYNA\_NON\_LINE) qui vient compléter l'archivage.

Comme on a pu le voir au paragraphe 3.3.2, si l'on veut analyser les réponses en vitesse ou accélérations au cours du temps, on peut obtenir des courbes assez chahutées. Ces oscillations hautes fréquences peuvent être le signe d'une discrétisation en temps insuffisante (ou d'une irrégularité en temps trop grande) du problème. Il est aussi possible, en utilisant un schéma en temps dissipatif type HHT complet de lisser ces perturbations. Un compromis reste à trouver entre ce lissage et une trop forte dissipation de la réponse. D'une manière générale, il faut bien intégrer que les valeurs instantanées des quantités les moins lissées comme l'accélération sont à manipuler avec précaution. Il vaut mieux chercher à mener son analyse sur des quantités intégrées plus physiquement pertinentes en dynamique comme l'énergie.

En complément, toutes les méthodes d'analyse venant de la quasi-statique pour quantifier la qualité d'un résultat (dont les différentes normes résidu en équilibre) sont disponibles et pertinentes avec DYNA\_NON\_LINE.

## 3.6 Fonctionnalités disponibles dans STAT\_NON\_LINE et pas dans DYNA\_NON\_LINE

En version 9, les approches non locales (pour l'endommagement), comme GRAD\_VARI ou GRAD\_EPSI ne sont pas disponibles en dynamique. Il conviendra donc de faire particulièrement attention à se définir une taille de maille minimale adaptée pour ne pas observer de phénomènes de localisation excessifs.

Ensuite, les méthodes de type recherche linéaire (mixte ou pas) ne sont pas autorisées en dynamique. Pour l'instant, ce manque est à relativiser, sachant que les tentatives d'applications de ces méthodes sur des études de structures en béton armé en dynamique n'ont pas mis en avant d'apport significatif sur la convergence, contrairement à ce que l'on observe en quasi-statique. Signalons, néanmoins, qu'aucun argument théorique n'interdirait l'usage de ces méthodes en dynamique.

Enfin, les techniques de pilotage disponibles dans STAT\_NON\_LINE (longueur d'arc, par exemple) sont interdites en dynamique car elles n'ont alors pas de sens : le temps  $a$ , en dynamique, un sens physique.

## 4 Spécificités des problèmes fluide-structure couplés

Il est possible d'utiliser un modèle vibro-acoustique couplé dans DYNA\_NON\_LINE. Ce modèle se base sur une approche  $(u, p, \varphi)$  avec les hypothèses suivantes :

- le fluide est de type acoustique linéaire,
- la structure doit être considérée comme étant en petites perturbations ou en lagrangien réactualisé.

On peut aussi prendre en compte les surfaces libres.

La documentation [U2.06.11] présente en détail la mise en œuvre d'un modèle fluide-structure non linéaire couplé pour un calcul de réservoir. La note ] analyse le domaine d'application du modèle fluide-structure couplé dans Code\_Aster.

## 5 Optimisation des performances

---

En quasi-statique, il n'est pas rare de devoir effectuer plus de 10 itérations pour avoir la convergence au sens du résidu en équilibre. En dynamique implicite cette valeur de 10 itérations constitue, en général, une bonne valeur de départ pour le paramètre `ITER_GLOB_MAXI` de `CONVERGENCE`. Si l'on ne peut converger en moins de 10 à 20 itérations, il est alors préférable de diminuer le pas de temps plutôt que d'augmenter le nombre maximal d'itérations autorisé.

En explicite, il n'y a pas d'itérations pour l'équilibre, le coût de calcul de chaque pas de temps sera donc constant, quel que soit le niveau de non-linéarité (hormis, éventuellement, la vérification locale du comportement).

L'utilisation, même courante, des méthodes explicites semble donc très séduisante au vu du temps CPU qui reste maîtrisé. Il faut cependant tempérer cet optimisme en gardant bien à l'esprit que l'on se prive du garde-fou qu'est la vérification précise de l'équilibre et que, par conséquent, la qualité de la solution explicite obtenue doit être analysée avec plus de précautions. L'algorithme explicite ne divergera pas (si l'on respecte la condition de Courant), mais la solution obtenue n'est pas garantie par un critère de vérification de l'équilibre. En particulier une étude paramétrique sur le pas de temps est indispensable car l'allure de la solution peut varier fortement lorsque ce pas devient trop grand.

De plus, `Code_Aster` n'est pas un code optimisé pour les calculs explicites et ses performances en explicite sont modestes, comparées aux codes spécialisés ].

Une solution pour diminuer le temps de calcul est de projeter le problème sur une base réduite (base modale ou base de Ritz). On diminue alors grandement le nombre de degrés de liberté et ce type d'approches est disponible dans `DYNA_NON_LINE` (la résolution gagne aussi à être explicite car la condition de Courant sur base modale est peu pénalisante). Pour résumer, ce type d'approche est particulièrement adaptés aux problèmes où les non-linéarités restent modérées et localisées. Dès que les non-linéarités deviennent fortes, on peut se poser la question de la réactualisation de la base réduite initiale qui perd de sa cohérence avec la solution courante. Le surcoût de calcul dû au recalcul de la base et aux projections vient alors diminuer l'intérêt de ces méthodes.

## Conclusion

---

Ce document présente quelques règles générales pour faciliter l'utilisation de méthodes dynamiques transitoires pour la simulation de systèmes non linéaires [bib1].

La première étape est l'adaptation du modèle aux méthodes dynamiques. Il s'agit principalement de s'assurer de la bonne régularité des conditions imposées, de la définition correcte de la masse volumique et de l'amortissement global (Rayleigh).

Ensuite, il est recommandé de commencer par utiliser une méthode transitoire implicite (`DYNA_NON_LINE` avec un schéma en temps de type `NEWMARK` pour les problèmes relativement réguliers ou `THETA_SCHEMA` pour les problèmes avec chocs, puis, si besoin est, `HHT`). En effet, les méthodes implicites sont les plus développées et les plus généralistes dans `Code_Aster`.

Enfin, pour certaines applications comme la dynamique rapide, le calcul sur base modale ou certains cas de calculs en évolution lente (cf. U2.04.07), l'utilisateur a la possibilité d'utiliser des schémas en temps explicites. Les performances en temps CPU de `Code_Aster` en explicite sont assez faibles, si l'on compare à un code dédié comme `EUROPLEXUS` ]. De plus, toutes les fonctionnalités disponibles en implicite ne le sont pas en explicite (comme, par exemple, pour le contact où seule la pénalisation est autorisée).

Afin de qualifier la qualité de la solution numérique obtenue, il est indispensable de mener certaines études paramétriques :

- comme pour les calculs quasi-statiques, en jouant sur la discrétisation spatiale,
- en testant différents pas de temps,
- en testant différents schémas en temps.

## 6 Bibliographie

---

- 1 R. Courant, K. Friedrichs & H. Lewy, *Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik*, Mathematische Annalen, Vol. 100, No. 1, 32–74, 1928.
- 2 EUROPLEXUS, Code de calcul par éléments finis en dynamique rapide. Manuel de Référence, CCR/CEA/EDF R&D (<http://europlexus.jrc.it/>).
- 3 M. Géradin, M. Hogge & G. Robert, *Time Integration of Linear and Nonlinear Dynamic Problems*, Finite Element Handbook, Part 4, 1, 4, ED. W. Pilkey, Mc Graw-Hill, 1987.
- 4 N. Greffet, *Simulation couplée fluide-structure appliquée aux problèmes d'instabilité non linéaire sous écoulement*, Thèse de doctorat, LMT, ENS-Cachan, 2001.
- 5 N. Greffet, *Voies d'amélioration de la formulation couplée fluide-structure dans Code\_Aster*, Note EDF R&D HT-62/02/023/A, 2002.
- 6 N. Greffet, *Vers de nouvelles méthodes numériques pour l'intégration temporelle dans le Code\_Aster*,. Note EDF R&D HT-62/04/016/A, 2004.
- 7 N. Greffet, *Evaluation des méthodes transitoires pour les calculs d'excavation*, Note EDF R&D H-T62-2007-02878-FR, 2008.
- 8 H.M. Hilber, T.J.R. Hughes & R.M. Taylor, *Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics*, Earthquake Eng. Struct. Dyn., Vol. 5, 283-292, 1977.
- 9 T.J.R. Hughes & T. Belytschko, *Nonlinear finite element analysis*, Zace Services ltd – ICE Division, 2000.
- 10 M.N. Newmark, *A Method of Computation for Structural Dynamics*, Proc. ASCE 85, EM3, 1959.
- 11 B. Tchamwa, C. Wielgosz, *Une nouvelle méthode explicite d'intégration directe précise et à dissipation numérique contrôlable*, Actes du 13e Congrès Français de Mécanique, VOL 1, Poitiers, pp 251-254, septembre 1997.