

**Hydraulique fluviale et torrentielle
avec présentation et prise en mains des logiciels
Hec-Ras, Arc-Gis et HecGeo-Ras**

Par Khaled Deblane, Rhéohydro, 3BIS SCOP

Résumé

Les inondations d'un fleuve ou d'un torrent peuvent avoir des effets dévastateurs en son voisinage et créent actuellement un sujet de discussion entre chercheurs, agents publics et bureaux d'études dans différents pays. Leurs préoccupations actuelles incitent à savoir dans quelle mesure les modèles numériques traditionnels 1D des écoulements à surface libre (démontrer dans cette étude pour des canaux prismatiques de sections rectangulaires de faibles pentes), comme le logiciel Hec-Ras qui a été développé pour l'US Army sur la base du modèle de Saint-Venant, peuvent modéliser les inondations. L'objectif de départ de cette étude était de répondre à cette question. Nous présenterons finalement une formulation d'un modèle différent unidirectionnel qui tient compte de la pente et des variations des sections suivant l'axe de l'écoulement. Le modèle est validé d'après les expériences de la littérature pour un écoulement dans un canal divergent. Nous montrerons également la faisabilité, à l'heure actuelle, de tracer les zones inondables avec les nouvelles technologies, comme les systèmes d'informations géographiques associés à un logiciel hydraulique différent de ceux qui existent actuellement, tous basés sur le modèle de Saint-Venant. Nous présenterons à la fin une introduction à notre logiciel Rhéohydro des écoulements unidirectionnels à surface libre, basé sur notre modèle d'écoulement le plus général.

TABLE DES MATIERES

1	INTRODUCTION	7
2	RAPPEL DES BASES THEORIQUES RELATIVES A L'HYDRAULIQUE DES ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE POUR UN CANAL PRISMATIQUE.....	9
2.1	Formules de perte de charge linéaire	9
2.1.1	Écoulement turbulent rugueux	9
2.1.2	Écoulement laminaire	15
2.1.3	Diagramme universel	17
2.2	Modèle de Saint Venant (1871).....	19
2.2.1	Equation dynamique	19
2.2.2	Equation de continuité	22
2.3	Écoulement graduellement varié.....	23
2.3.1	Equation énergétique de Bernoulli à grand nombre de Reynolds	24
2.3.2	Méthode de résolution de l'équation du mouvement graduellement varié :	24
2.3.3	Autre forme de l'équation de l'écoulement graduellement varié.....	24
2.3.4	Classification de l'écoulement graduellement varié turbulent rugueux	25
2.4	Écoulement rapidement varié.....	26
2.4.1	Passage d'un seuil ou d'un déversoir suffisamment épais	26
2.4.2	Passage d'un déversoir à mince paroi :	28
2.4.3	Passage d'une vanne de profondeur	31
2.4.4	Passage d'un ressaut hydraulique.....	32
2.5	Écoulement non permanent	33
2.5.1	Equations du mouvement.....	33
2.5.2	Forme canonique pour un écoulement sans frottement et un canal horizontal.....	34
2.5.3	Ondes de choc	35
2.5.4	Ondes de détente ou de rupture de barrage	36
2.5.5	Propagation des petites intumescences	41
3	MODELE DE SAINT VENANT POUR UNE SECTION TRANSVERSALE PLANE ET UN CANAL DE PENTE QUELCONQUE.....	46
3.1.1	Equation différentielle du mouvement graduellement varié	50
3.1.2	Hauteurs caractéristiques pour un écoulement laminaire	51

3.1.3	Formes possibles des profils de la surface libre pour un écoulement laminaire.....	52
-------	--	----

4 PROBLEME DE RUPTURE DE BARRAGE POUR UN ECOULEMENT LAMINAIRE ET UNE SECTION PLANE..... 57

4.1	Solution inertielle de Ritter	57
4.2	Théorie visqueuse pour un canal horizontal.....	59
4.2.1	Conditions initiales et conditions aux bords	60
4.2.2	Solutions semblables.....	60
4.2.3	Cas d'un réservoir limité sans tenir compte des contions initiales	61
4.2.4	Cas d'un réservoir infiniment long	63
4.3	Etude de la transition Inertie/Visqueux pour un canal horizontal.....	68
4.3.1	Etude de la région supérieure.....	68
4.3.2	Etude de la région frontale.....	71
4.3.3	Evaluation de la vitesse du front	72
4.4	Solution approchée globale pour un canal horizontal	74
4.4.1	Passage au premier régime visqueux	75
4.4.2	Passage au deuxième régime visqueux	76
4.4.3	La forme globale de la solution approchée	76
4.5	Relations déduites	76
4.6	Effets de la pente.....	77
4.6.1	Solution approchée aux temps petits.....	77
4.6.2	Résolution du problème dans la région supérieure	78
4.6.3	Résolution du problème dans la région frontale.....	80
4.7	Modèle visqueux : Canal incliné.....	83
4.7.1	Conditions initiales et conditions aux bords	84
4.7.2	Normalisation et forme globale de la solution	85
4.7.3	Approximation d'onde cinématique, solution interne.....	85
4.7.4	Solution près du front : Solution externe	86
4.7.5	Solution composite.....	88

5 MODELE UNIDIRECTIONNEL POUR UN CANAL NON PRISMATIQUE ET UNE SECTION TRANSVERSALE DE FORME QUELCONQUE 89

5.1	Equations globales du mouvement.....	89
------------	---	-----------

5.2	Approche d'un canal de section rectangulaire	93
5.3	Conditions aux limites et conditions initiales	95
5.4	Modèle unidirectionnel pour un canal convergent ou divergent de faible pente.....	98
5.5	Modèles 1D général pour un écoulement permanent dans le lit mineur	103
5.6	Débordement de l'écoulement du lit mineur dans les lits majeurs	104
5.6.1	L'équation de conservation de la masse.....	105
5.6.2	L'équation dynamique	105
5.6.3	Résultat de cette analyse avec notre modèle d'écoulement.....	107
6	PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE HEC-RAS ET LES PRINCIPAUX MENUS DU LOGICIEL.....	111
6.1	Etapes de la modélisation	112
6.1.1	Projet.....	112
6.1.2	Géométrie des sections.....	113
6.1.3	Débit et conditions aux limites.....	116
6.1.4	Simulation hydraulique	118
6.1.5	Visualisation des résultats.....	119
7	PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'ARCGIS ET LES PRINCIPAUX MENUS DU LOGICIEL	120
7.1	Quelques concepts importants de la cartographie	120
7.1.1	Les systèmes de projection et systèmes de coordonnées.....	120
7.1.2	La sémiologie graphique	120
7.1.3	Les Systèmes d'Information Géographique	120
7.2	Utilisation d'ArcGIS.....	122
7.2.1	Organisation des données.....	122
7.2.2	Les 2 modules complémentaires d'ArcMap :.....	122
7.2.3	Arc catalogue	122
7.2.4	Arc toolbox	123
7.2.5	Le module ArcMap.....	123
8	CONCLUSION	160

Annexe A : Manuel d'utilisation d'ArcGis

Annexe B : Tutorial pour l'utilisation d'HEC-GeoRAS avec ArcGIS 9.3

1 Introduction

L'une des hypothèses simplificatrices de base de la modélisation mathématique des écoulements unidirectionnels à surface libre équivaut à supposer que le mouvement se fait par tranches de fluide, que la répartition de la pression le long de la section transversale est hydrostatique et que la composante de vitesse locale, suivant la direction de l'écoulement, est uniforme sur toute la section transversale. Chaque tranche est représentée par un équilibre entre l'inertie d'une part, les forces d'Archimède d'autre part, et le frottement qui s'exerce le long des parois mouillées de l'ouvrage considéré. Ce sont aussi là, les hypothèses de l'approximation de l'eau peu profonde, désignée également en hydraulique par le modèle de Saint-Venant, valable pour de grandes longueurs d'ondes, mais de plus, vu le nombre important d'hypothèses simplificatrices utilisées, nous retenons de cette étude sa réalité pour un canal prismatique de section rectangulaire de faible pente seulement.

Pour terminer la formulation mathématique, on est amené à faire le choix d'une loi de frottement. Une loi a priori simple consiste à considérer que le comportement de chaque tranche du fluide dans un écoulement graduellement varié (qui varie en temps et/ou en espace) est similaire au comportement de la même tranche dans un écoulement uniforme. Il convient ainsi de remplacer les frottements aux parois par les pertes de charge linéaires établies dans les conduites en régime établi ou dans le canal en régime uniforme pour définir complètement le problème.

Ce travail fournira d'abord un rappel des bases théoriques de l'hydraulique des écoulements à surface libre pour un canal prismatique de faible pente, avec ou sans structures hydrauliques, en régime permanent et non permanent. Nous présenterons par la suite la formulation du modèle de Saint-Venant pour une section transversale plane et un canal de pente quelconque. Nous montrerons après les différentes solutions analytiques du problème de rupture de barrage pour un écoulement laminaire et une section plane. Nous présenterons dans le chapitre cinq la formulation d'un nouveau modèle unidirectionnel des écoulements à surface libre qui tient compte des variations de la section et de la pente le long de l'écoulement. Nous illustrerons l'application du modèle aux cas des écoulements dans les convergents et divergents pour un canal de section rectangulaire, nous validerons le modèle par des expériences de la littérature et nous montrerons la différence apportée par rapport aux modèles 1D proposés dans la littérature.

Les autres chapitres de ce travail seront consacrés à la présentation du programme Hec-Ras et ses défauts, c'est le logiciel à l'heure actuelle le plus utilisé dans le monde et qui permet de

tracer les zones inondables, en temps réel, sur les bases de l'écoulement de l'eau dans les rivières. Il a été développé pour l'US Army sur la base du modèle d'écoulement traditionnel de Saint-Venant. Mais, nous constatons que les défauts et les imperfections du programme Hec-Ras sont nombreux. D'abord, il est basé sur le modèle de Saint-Venant qui ne tient pas compte de la pente et des variations des sections le long de l'axe de l'écoulement (valable dans le cas théorique d'une section plane ou lorsque le nombre de Reynolds prend des valeurs infinies). Plusieurs autres défauts sont constatés, comme pour l'écoulement sous vanne de profondeur et quelques types d'écoulements non permanents.

Le but de la partie finale de ce travail est d'examiner la faisabilité de tracer, en temps réel, les zones inondables avec les nouvelles technologies, comme l'utilisation des logiciels Hec-Ras et ArcGis associés à l'interface de gestion de données Hec-GeoRas. Pour cela, nous présenterons d'abord les principes de fonctionnement de chaque logiciel et ces principaux menus. En utilisant des données LIDAR, nous confirmerons après cette faisabilité. Mais compte tenu de l'ensemble de cette étude, il faut commencer à penser à un autre logiciel hydraulique, différent de ceux qui existent actuellement.

Pour finir, dans les annexes A et B, nous présenterons respectivement le manuel d'utilisation d'ArcGis et un tutorial pour l'utilisation d'Hec-GeoRas avec ArcGis 9.3. Nous terminerons l'étude par notre conclusion générale.

2 Rappel des bases théoriques relatives à l'hydraulique des écoulements à surface libre pour un canal prismatique

2.1 Formules de perte de charge linéaire

2.1.1 Ecoulement turbulent rugueux

Depuis Chézy (1775), les ingénieurs ont cherché à établir une formule pratique qui donnerait la relation entre la perte de charge (qui représente le frottement), le débit et les autres éléments intervenant dans le mouvement de l'eau. C'est le succès de la similitude qui a permis d'établir la forme générale de la loi de frottement à travers le coefficient de perte de charge Λ . Ainsi, dans un ouvrage quelconque (canalisation en charge, écoulement à surface libre), la pente de frottement (J est désignée également dans la littérature par S_f), s'écrit :

$$(1) \quad J = \frac{\Lambda}{D_H} \frac{U^2}{2g}$$

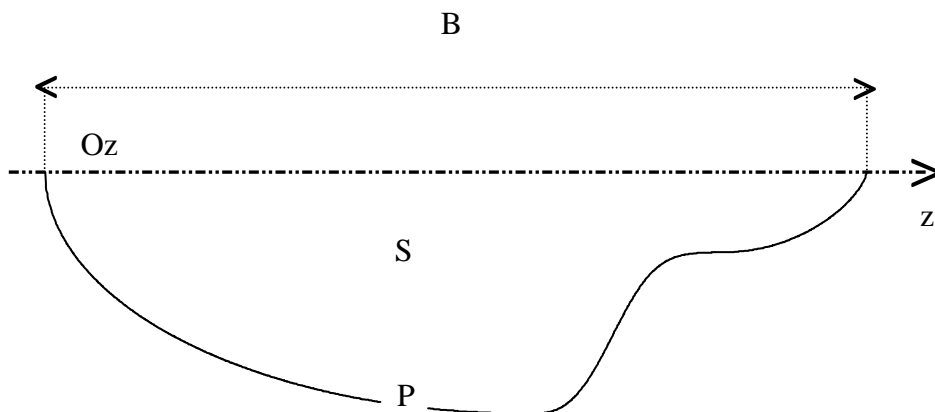


Figure 1 : Représentation d'une section transversale

D_H est le diamètre hydraulique, dimension linéaire caractéristique d'une section transversale de l'ouvrage considéré (diamètre d'une canalisation, diamètre hydraulique de la section mouillée d'un écoulement à surface libre, etc.). g est l'accélération de la pesanteur. U (désignée également dans la littérature par V) représente la vitesse moyenne débitante dans la dite section transversale. Λ est le coefficient adimensionnel de perte de charge (dans la littérature on introduit aussi le coefficient de frottement désigné par la lettre f ou par $C_f = \Lambda/4$) qui est fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement Re , et de ε/D_H , la

rugosité relative des parois de l'ouvrage (ε est la hauteur équivalente des rugosités des parois), soit :

$$(2) \quad \Lambda = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{D_H}\right)$$

Dans le cas d'un écoulement à surface libre, la pente du canal I est l'homologue de J, et on peut s'attendre à un effet de pesanteur supplémentaire comme le nombre de Froude et l'effet de la tension superficielle.

On définit dans ce cas le diamètre hydraulique, comme suit :

$$(3) \quad D_H = \frac{2S}{P} \quad \text{et} \quad R_H = \frac{D_H}{2}$$

Où S (désigné également par A dans la littérature) et P sont respectivement la section et le périmètre mouillés. Attention, dans le calcul des périmètres mouillés, seuls les contacts terre-eau sont à considérer.

Le point de distinction entre toutes les formules empiriques, semi-empiriques ou analytiques proposées dans la littérature porte sur l'expression du coefficient de résistance Λ . Comme signalé plus haut, la première formule empirique a été obtenue par Chézy correspondant à $\Lambda = C^2/(8g)$ où C est une constante appelée coefficient de Chézy. C'est depuis les expériences de Coulomb, en 1800, qu'on a su que la rugosité de la paroi a également une influence. A la suite, plusieurs autres formules différentes (établies dans les canaux ou dans les conduites en charge) ont été proposées. On peut citer par exemple les formules de Prony, Tadini, Ganguillet & Kutter, Darcy, Bazin, Blasius ($\Lambda = 0.316 Re^{0.25}$), Manning correspondant à $C = Re^{1/6}/n$ où n est le coefficient de Manning, Strickler correspondant à $n = 1/k$ où k est le coefficient de Strickler.

Dans le cas des écoulements dans les conduites en régime établi, le problème a été allégé par Reynolds, en 1883, qui fut le premier à définir le nombre adimensionnel Re portant son nom par la suite :

$$(4) \quad Re = \frac{\rho U D_H}{\mu}$$

où ρ et μ représente respectivement la masse volumique et la viscosité du fluide.

$D_H = 4S/P$ dans ce cas.

Les observations de Reynolds indiquent suivant la valeur du nombre Re la nature du régime d'écoulement : pour de faibles valeurs de Re, les faibles rugosités de la paroi n'ont pas

d'influence et l'écoulement est laminaire ; pour Re assez grand, un mouvement aléatoire des particules se produit donnant naissance à un écoulement turbulent.

Dans les années trente, une contribution de plusieurs chercheurs (Prandtl, Nikuradse, Karman, Millikan...) a permis d'aboutir à une solution semi-empirique donnant, d'une part la répartition des vitesses locales (moyennes temporelles puisque celles-ci sont fluctuantes), d'autre part l'expression du coefficient de résistance Λ . Ces solutions font appel aux résultats de la similitude et à un certain nombre de raisonnements semi-théoriques faisant intervenir un grand nombre de constantes. C'est grâce à l'expérience que ces constantes ont été évaluées. Ainsi, Λ a été caractérisée selon différents régimes d'écoulement, en passant du régime laminaire (écoulement de Poiseuille) à l'écoulement turbulent hydrauliquement lisse (loi logarithmique ou Karman-Prandtl), et enfin à l'écoulement hydrauliquement rugueux (Nikuradse). Dans le cas des rugosités aléatoires, Colebrook propose pour le régime intermédiaire (Hydrauliquement lisse/Hydrauliquement rugueux) une relation composite (implicite) de telle sorte, pour Re petit, on tombe sur la loi logarithmique et pour Re grand, on a la formule de Nikuradse. Moody et Rouse récapitulent par la suite ces formules dans un diagramme appelé usuellement diagramme de Moody qui représente le coefficient de résistance Λ en fonction du nombre de Reynolds et la rugosité relative ε/D_H . Notons que même si d'autres formules ont été proposées dans la suite, les ingénieurs préfèrent toujours utiliser le diagramme de Moody. Ainsi, après un siècle et demi de recherches, le problème de l'écoulement de l'eau dans les conduites en régime établi a été maîtrisé.

Il faut noter cependant que ces relations ont souvent été établies dans des géométries circulaires ($D_H = D$). Si la section de la conduite est quelconque, on fait appel au concept du diamètre hydraulique qui suppose que les lois établies dans les géométries circulaires restent valables en utilisant D_H en place de D . L'erreur commise par cette approximation est environ 40% dans le régime laminaire, et de 15% dans le régime turbulent (cf. White 1986 pp. 322). Une autre approximation, qui donne des résultats meilleurs que la première, a été proposée par Jones (1976). Il s'agit de l'approximation du diamètre laminaire qui revient à remplacer $D = \lambda D_H$ où λ est un coefficient correcteur de non-circularité. Le coefficient λ peut être déterminé dans des conduites diverses à partir des solutions exactes relatives au cas laminaire : solutions analytiques de Boussinesq (1868) pour des sections planes et elliptiques, et beaucoup d'autres solutions données sous forme de séries par Berker (1963), White (1974), Zarling (1976), Burgess et Mahajerin (1987)...

Notons également que le passage du régime laminaire au régime turbulent est un problème qui n'est pas encore tout à fait résolu. Dans le diagramme de Moody, la transition se situe vers $Re = 2400$ car on considère le cas des écoulements perturbés.

D'autre part, un nombre considérable d'études a été consacré aux pertes de charge dans les canalisations, qui devrait avoir pour conséquence de chercher dans quelle mesure ces formules universelles (Prandtl, Nikuradse, Colebrook...) pourraient s'appliquer aux écoulements à surface libre (Thijsse 1949, Powell 1950, Crump 1956 cités par Carlier 1980). La formule de Crump se déduit immédiatement de la formule de Colebrook en y introduisant le coefficient de Chézy C à la place du coefficient de résistance $\Lambda = C^2 / (8g)$. Donc cette formule de Crump s'applique aussi bien aux canalisations en charge, qu'aux écoulements à surface libre.

Mais d'une manière générale, l'utilisation de ces formules universelles rencontre bien des oppositions de la part de nombreux hydrauliciens qui préfèrent pour le moment les formules classiques de Bazin, Manning, Strickler, etc. Selon un extrait de l'article de Vadot (1954), les formules établies pour les conduites ne peuvent pas être appliquées brutalement aux canaux. Des expériences effectuées par Varwick dans des canaux, dont les parois, comme Nikuradse, étaient recouvertes de rugosités artificielles, montrent la même allure que celles des courbes de Nikuradse. Toutefois, il se situe nettement au-dessus de la courbe de l'écoulement lisse. En outre, la transition et le passage au régime rugueux se produisent pour des nombres de Reynolds plus grand en canal qu'en conduite. Vadot explique cela par les déformations de la surface libre et par l'influence de l'encombrement des rugosités qui conduit à sous-estimer le périmètre mouillé. D'autres auteurs font observer que les écarts ont pour cause l'existence d'une surface libre qui a, sur l'écoulement, un effet de tranquillisant provoqué par le frottement entre l'air et le liquide (Carlier 1980) et d'autre introduit l'effet de la tension superficielle (cf. Bartolini 1977).

Ainsi, la formule de pertes de charges linéaires utilisée dans le programme HEC-RAS et par la plus part des hydrauliciens est actuellement celle de la formule de Manning-Strickler. Elle s'exprime sous la forme:

$$(5) \quad \Lambda = \frac{Re^{1/3}}{8g n^2}$$

où n est le coefficient de Manning, c'est un coefficient caractéristique de la nature des parois. La formule de Strickler correspondant à $n = 1/K$ où K est le coefficient de Strickler. On

représente dans le tableau 1 quelques valeurs estimées pour le coefficient de Manning en fonction de la nature des parois.

Dans le cas d'une rivière à lit de gravier et à berges non végétalisées $K = 21d_{50}^{1/6}$, où d_{50} désigne le diamètre (en mètre) des grains du lit tel que 50% en poids aient un diamètre inférieur.

Tableau 1: Valeurs estimées pour le coefficient de Manning en fonction de la nature des parois

Nature des parois	n (Manning) ($s/m^{1/3}$)	K (Strickler) ($m^{1/3}/s$)
Béton lisse	0.011 à 0.013	77 à 91
Béton brut	0.013 à 0.016	62 à 77
Canal en terre, non enherbé	0.017	60
Canal en terre, enherbé	0.02	50
Rivière de plaine, sans végétation arbustive	0.025 à 0.029	35 à 40
Rivière de plaine, large, végétation peu dense	0.033	30
Rivière à berges étroites très végétalisées	0.067 à 0.1	10 à 15
Lit majeur en prairie	0.033 à 0.05	20 à 30
Lit majeur en vigne ou taillis	0.067 à 0.1	10 à 15
Lit majeur urbanisé	0.067 à 0.1	10 à 15
Lit majeur en forêt	>0.1	<10

2.1.2 Ecoulement laminaire

Quelle que soit la forme de la section, l'expression de Λ est la suivante :

$$(6) \quad \Lambda = \frac{64}{\text{Re}} \frac{1}{U_+ (\text{forme de } S)}$$

Dans la littérature cette expression est généralement écrite comme suit

$$(7) \quad \Lambda = \frac{\alpha_f}{\text{Re}}$$

A partir des résultats présentés dans la littérature (cf. Berker 1963, White 1974, Zarling 1976) pour les écoulements dans les conduites diverses, un certain nombre de valeur de α_f sont répertoriées dans le tableau 2.

(*) Pour une section rectangulaire de largeur finie b et d'épaisseur $2e$, la forme de la section est représentée par le rapport \hat{x} tel que $\hat{x} = b/(2e)$. Dans ce cas, l'expression de α_f est déduite de Berker :

$$(8) \quad \alpha_f = \frac{512}{\left(1 + \frac{1}{\hat{x}}\right)^2 f(\hat{x})}$$

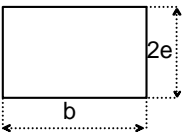
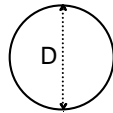
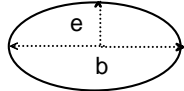
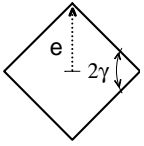
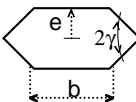
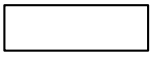
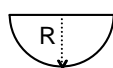
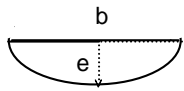
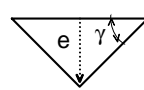
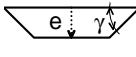
où $f(\hat{x})$ est une fonction dont les valeurs sont données par l'auteur sous forme d'un tableau ou en forme de série :

$$(9) \quad \alpha_f = \frac{96}{\left(1 + \frac{1}{\hat{x}}\right)^2} \frac{1}{1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{1}{\hat{x}} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(2p+1)^5} \tanh\left(\frac{2p+1}{2} \pi \hat{x}\right)}$$

Il est possible de vérifier que $\alpha_f = 96$ pour $\hat{x} \rightarrow \infty$ (section plane) et que $\alpha_f \approx 56.91$ pour $\hat{x} = 1$ (section carrée). Notons également qu'une section rectangulaire devient, à 5% près, similaire à une section plane lorsque $\hat{x} > 13.3$.

Tableau 2: Quelques valeurs de α_f reportées dans la littérature

	D_H	α_f
Plan	$4e$	96
Rectangle $\hat{x} = b/2e$	$\left(\frac{\hat{x}}{\hat{x}+1}\right)4e$	Equation 13 (*) $\approx \frac{16}{3}\left(1 - \frac{0.642}{\hat{x}}\right)$ if $x \geq 3$
Cercle	D	64
Ellipse $\hat{x} = b/2e$ $\hat{y} = \int_0^1 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{1}{\hat{x}^2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}\zeta\right)} d\zeta$	$\frac{2e}{\hat{y}}$	$= 32\left(1 + \frac{1}{\hat{x}^2}\right)\left(\frac{1}{\hat{y}}\right)^2$ $\hat{x} \rightarrow \infty \quad \alpha = 8\pi^2 \approx 78.9$
Parallélogramme	$2\cos(\gamma)e$	≈ 56.6 if $\gamma = 30^\circ$
Hexagone $\hat{x} = \sin(\gamma)b/2e$	$\left(\frac{\hat{x} + \frac{1}{2\cos(\gamma)}}{\hat{x} + 1}\right)4e$	≈ 60

	Rectangle	Cercle	Ellipse	Parallelogramme	Hexagone
Dans la conduite					
Dans le canal					
	Rectangle	Demi-cercle	Demi-ellipse	Triangle	Trapèze

2.1.3 Diagramme universel

Comme dit précédemment, dans le cas des rugosités aléatoires, Colebrook propose pour le régime intermédiaire (Hydrauliquement lisse/Hydrauliquement rugueux) une relation composite (implicite) de telle sorte, pour Re petit, on tombe sur la loi logarithmique et pour Re grand, on a la formule de Nikuradse. Moody et Rouse récapitulent ces formules dans un diagramme appelé usuellement diagramme de Moody qui représente le coefficient de résistance Λ en fonction du nombre de Reynolds et la rugosité relative $\varepsilon^* = \varepsilon/D_H$ (Figure 2).

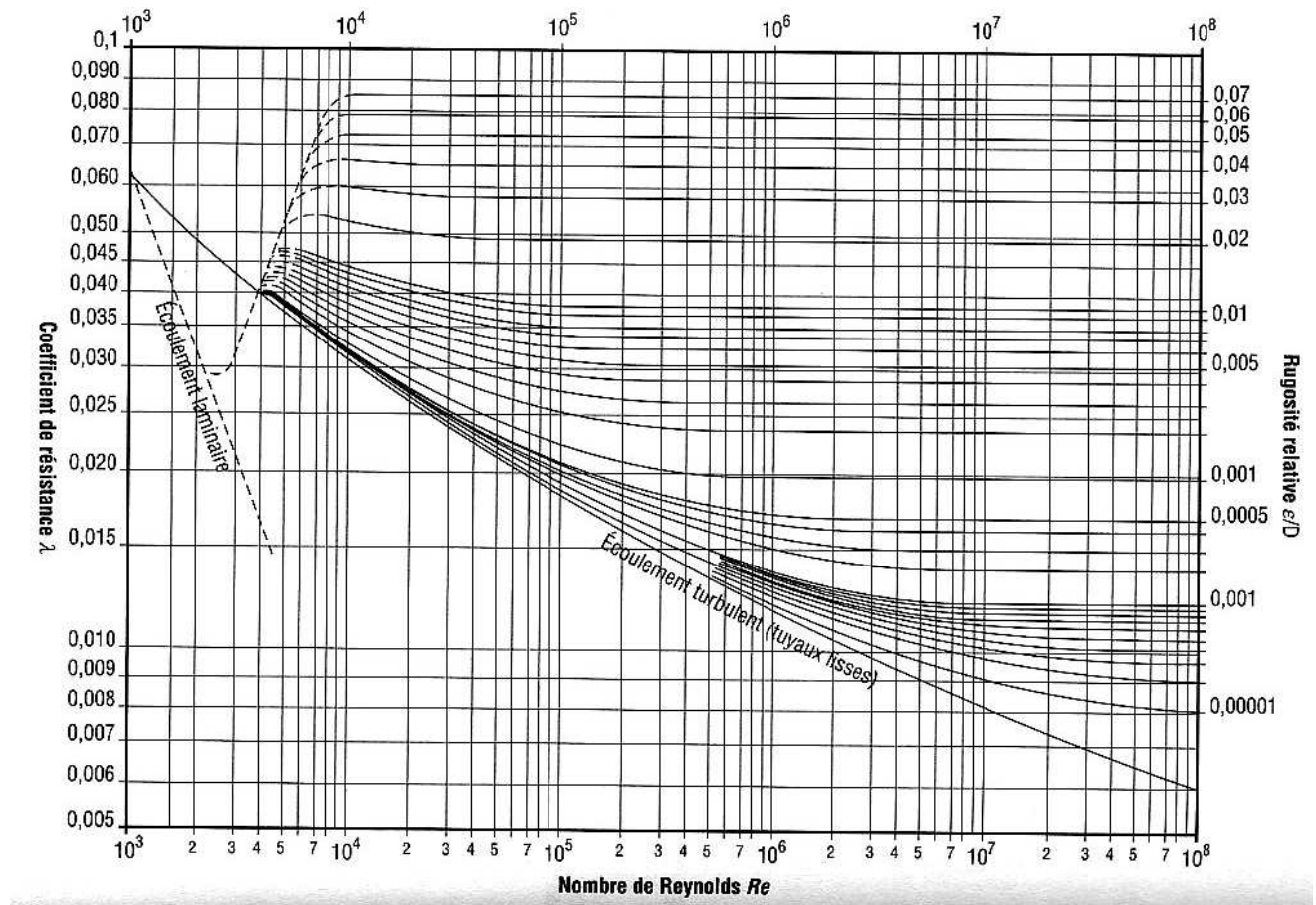


Figure 2 : Diagramme universel de perte de charge linéaire
La formule universelle de Colebrook-White (1939) est la suivante :

$$(10) \quad \Lambda = f\left(\text{Re}, \varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{D_H}\right) = \left[-2 \log \left(\frac{\varepsilon^*}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \right]^{-2} \quad \text{Re} > 2400$$

Ecoulement turbulent rugueux (Re grand) :

La formule de Colebrook-White se simplifie dans ce cas comme suit

$$(11) \quad \Lambda = f = \left[-2 \log \left(\frac{\varepsilon^*}{3.7} \right) \right]^{-2} \quad \text{ou bien } C^* = \frac{C}{\sqrt{g}} = -4 \log \left(\frac{\varepsilon^*}{3.7} \right)$$

Les expériences de Chézy montre que $C^* \approx 16$, ce qui donne :

$$(12) \quad \varepsilon^* \approx 3.7 \times 10^{-4} \text{ et } f \approx \frac{1}{64}$$

D'après les expériences de Manning (1891)

$$(13) \quad J = \frac{n^2 2^{4/3} \left(\frac{U^2}{D_H} \right)}{D_H^{1/3}}$$

Avec

$$(14) \quad f = \frac{2^{7/3} g n^2}{D_H^{1/3}}$$

D'après les expériences de Strickler (1923) sur des rivières à lit de gravier et à berges non végétalisées, on a :

$$(15) \quad k = \frac{1}{n} = 21 d_{50}^{-1/6} \quad \text{ou} \quad k = a \times d_{90}^{-1/6} \quad (\text{Jaggi 1984, } a = 23.2 m^{1/2} / s)$$

d_n désigne le diamètre des grains du lit tel que n% en poids aient un diamètre inférieur

En remplaçant, il vient :

$$(16) \quad f = \frac{2^{7/3} g}{a^2} d^{*1/3} \quad \text{avec } d^* = \frac{d_{90}}{D_H}$$

Pour les rivières de Chézy, on a

$$(17) \quad f = \frac{1}{64} \quad \text{d'où } d^* = 4.92 \times 10^{-3}$$

Ainsi, d'après les résultats des équations (12) et (17), on montre que les formules d'hydraulique fluviale peuvent être déduites de la formule de Colebrook avec des rugosités relatives plus importantes dans le canal que dans les conduites en charge.

Écoulement turbulent lisse $\varepsilon^* \rightarrow 0$

La formule de Colebrook-White donne dans ce cas :

$$(18) \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad \text{ou bien } f \approx \frac{0.3164}{\text{Re}^{1/4}} \quad (\text{formule Blasius}) \text{ pour } 2400 < \text{Re} < 10^5$$

Formule approchée

Afin de donner une formule approchée et simple à utiliser, nous négligerons dans la suite le régime turbulent lisse et la transition qui suit. Nous considérons alors :

$$(19) \quad f \approx \begin{cases} \frac{\alpha_f}{\text{Re}} & \text{si } \text{Re} < 2400 \quad (\text{écoulement laminaire}) \\ 0.0919 \times d^{*1/3} & \text{Re} > \text{Re}_1 \quad (\text{écoulement turbulent rugueux}) \end{cases}$$

Avec

$$(20) \quad \text{Re}_1 = 140.5 \times d^{*-4/3}$$

2.2 Modèle de Saint Venant (1871)

2.2.1 Equation dynamique

Dans l'application de deuxième principe de Newtonien pour les problèmes de base de l'hydraulique à surface libre, on a besoin dans ce qui suit de définir un volume de contrôle, Figure 3.

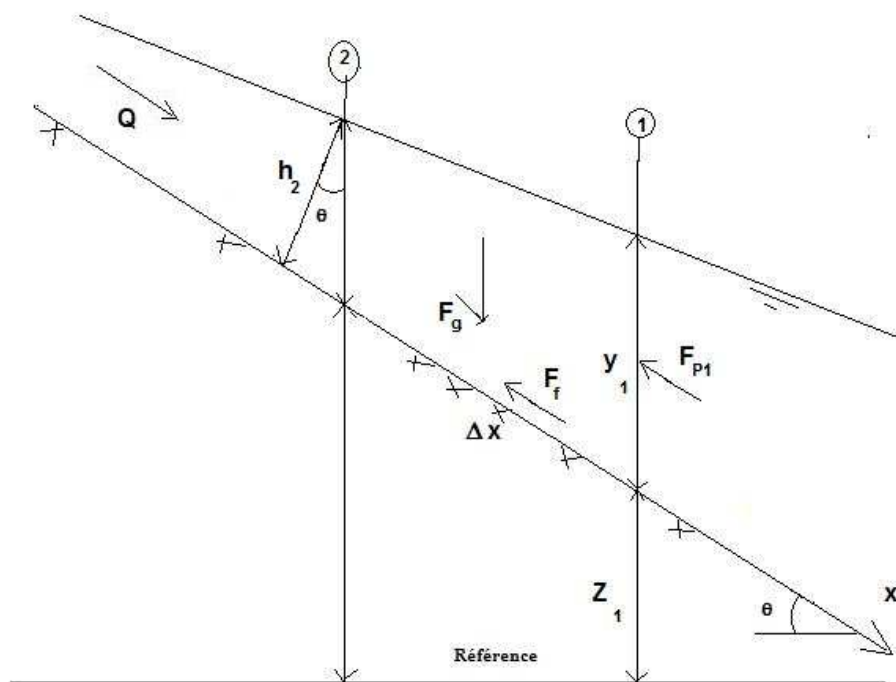


Figure 3 : Volume de contrôle et notations

Le volume de contrôle ainsi défini, est un inconnu de perte d'énergie et / ou une force qui agit sur la circulation entre les sections 1 et 2, le résultat est un changement dans la dynamique linéaire de l'écoulement. Dans de nombreux cas, ce changement est accompagné par un changement dans la profondeur de l'écoulement.

La conservation de la quantité de mouvement est exprimée par la deuxième loi de Newton en tant que:

$$(21) \quad \sum F_x = \frac{d\vec{M}}{dt}$$

Trois types de forces seront considérées : (1) les forces de pression, (2) forces de gravité et (3) forces de frottements qui s'exercent sur les parois

Forces de pression

La répartition de la pression est supposée hydrostatique (pression varie linéairement avec la profondeur) et la force de pression totale égale à l'intégrale de la pression sur la section transversale, soit :

$$(22) \quad F_p = \int_0^h \rho g (h - y) T(y) dy$$

Où h est la profondeur, y est la distance au-dessus du fond de canal et T(y) est la largeur à la cote y de la section transversale.

Si F_p est la force de pression suivant la direction x à mi-parcours du volume de contrôle, la force à l'extrémité amont du volume de contrôle peut être écrite comme suit:

$$(23) \quad F_p - \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

Et à l'extrémité aval :

$$(24) \quad F_p + \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

La somme des forces de pression pour le volume de contrôle peut être donc écrite :

$$(25) \quad F_{pn} = \left| F_p - \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right| - \left| F_p + \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right| + F_B$$

Où F_{pn} est la force de pression nette pour le volume de contrôle, et F_B est la force suivant la direction x exercée par les parois sur le fluide. L'équation (25) devient :

$$(26) \quad F_{pn} = -\frac{\partial F_p}{\partial x} \Delta x + F_B$$

En dérivant l'équation (26) et utilisant la règle de Leibnitz, il résulte :

$$(27) \quad F_{pn} = -\rho g \Delta x \left[\frac{\partial h}{\partial x} \int_0^h T(y) dy + \int_0^h (h - y) \frac{\partial T(y)}{\partial x} dy \right] + F_B$$

Le premier intégral dans l'équation (27) représente l'air de la section transversale A. Le deuxième intégral (multiplié par $\rho g \Delta x$) est la force de pression exercée par le fluide sur les

parois qui reste exactement égale, en négligeant l'effet de la tension superficielle, en valeur absolue à F_B , mais de sens opposée.

Ainsi, les forces de pression peuvent être écrites, comme suit

$$(28) \quad F_{Pn} = -\rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x$$

Où h représente la profondeur de l'eau

Forces de gravité

La force due à la gravité sur le volume de contrôle suivant la direction x est :

$$(29) \quad F_g = -\rho g A \sin(\theta) \Delta x$$

Où θ est l'angle qui fait le fond du canal avec l'horizontal. Pour θ petit, $\sin(\theta) = \tan(\theta) = -\partial Z_0 / \partial x$, où Z_0 est l'élévation du fond de canal. Donc la force de gravité peut être écrite dans ce cas :

$$(30) \quad F_{Pn} = -\rho g A \frac{\partial Z_0}{\partial x} \Delta x$$

qui sera positive ou négative suivant la pente du fond du canal

Forces de frottement

La force de frottement entre les parois du canal est le fluide peut être écrite, comme suit :

$$(31) \quad F_f = -\tau_0 P \Delta x$$

Où P est le périmètre mouillé et τ_0 est la moyenne des contraintes tangentielles qui s'exercent le long des parois du volume de contrôle. Le signe négatif indique que l'écoulement est ralenti par les forces de frottement.

L'analyse dimensionnelle permet d'exprimer τ_0 en fonction du coefficient de trainé C_D :

$$(32) \quad \tau_0 = \rho C_D V^2$$

Le coefficient de trainé C_D est liée au coefficient de Chézy par l'expression suivante :

$$(33) \quad C_D = \frac{g}{C^2}$$

En outre, dans l'hypothèse de l'équivalence en régime uniforme, l'équation de Chézy peut être écrite :

$$(34) \quad V = C \sqrt{R_H S_f}$$

En remplaçant les équations (32), (33) et (34) dans (31) et après simplifications, on obtient :

$$(35) \quad F_f = -\rho g A S_f \Delta x$$

A désigne ici la surface transversale de l'écoulement et S_f est la pente de frottement qui peut être exprimée, pour un écoulement turbulent rugueux, avec la formule de Manning, soit :

$$(36) \quad S_f = \frac{n^2 Q |Q|}{R_H^{4/3} A^2}$$

Où R_H est le rayon hydraulique et n est le coefficient de Manning.

Quantités de mouvement

On suppose que la composante de vitesse locale suivant la direction x est uniforme dans toute la section transversale.

Ainsi, le flux entrant dans le volume de contrôle peut être exprimé comme suit :

$$(37) \quad \rho \left[QV - \frac{\partial QV}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right]$$

Et le flux sortant du volume, s'exprime :

$$(38) \quad \rho \left[QV + \frac{\partial QV}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right]$$

Par conséquent, le taux net des quantités de mouvement dans le volume de contrôle est:

$$(39) \quad \rho \frac{\partial QV}{\partial x} \Delta x$$

D'autre part, le taux d'accumulation du moment peut être écrit, comme suit :

$$(40) \quad \frac{\partial(\rho Q \Delta x)}{\partial t} = \rho \Delta x \frac{\partial Q}{\partial t}$$

Puisque l'élévation de la surface libre Z est égale à $z_0 + h$, il résulte :

$$(41) \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(vQ)}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial Z}{\partial x} + S_f \right) = 0$$

2.2.2 Equation de continuité

L'équation de continuité peut être obtenue, en appliquant le principe de conservation de la masse au volume de contrôle sélectionné. Le débit entrant dans le volume s'écrit comme suit :

$$(42) \quad Q - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

Et le débit sortant :

$$(43) \quad Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

D'autre part, le changement de volume peut être écrit :

$$(44) \quad \frac{\partial A}{\partial t} \Delta x$$

Supposant que Δx est petit, le changement de la masse dans le volume de contrôle s'écrit :

$$(45) \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_l$$

Où q_l est le débit latéral par unité de longueur

Cette dernière équation associée à l'équation dynamique (41) représente le modèle d'écoulement unidirectionnel de Saint Venant. Les hypothèses sont :

- Répartition hydrostatique de la pression
- Effets de la tension superficielle et du frottement entre l'air et le liquide sont négligeables
- Pente faible ($\cos(\theta) \sim 1$)
- Vitesse uniforme sur toute la section transversale, c'est une hypothèse très faible vue la condition d'adhérence à la paroi

2.3 Ecoulement graduellement varié

Il se déduit du modèle de Saint-Venant en utilisant les hypothèses suivantes :

- Ecoulement permanent
- Section rectangulaire et canal prismatique
- Le débit latéral est nul
- On tient compte de non répartition uniforme de la vitesse à travers le coefficient de pondération β supposé indépendant de x

$$(46) \quad \beta \frac{V^2}{2g} + h + z_0 = \text{constante}$$

Il résulte

$$(47) \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad q = \frac{Q}{B} = \text{constante}, \quad V = \frac{q}{h}, \quad A = B \times h$$

Et

$$(48) \quad \frac{d}{dx} \left[\beta \frac{V^2}{2g} + y + z_0 \right] = -S_f$$

Où $y+z_0$ représente la cote de la surface de l'eau

2.3.1 Equation énergétique de Bernoulli à grand nombre de Reynolds

Pour un fluide parfait ($S_f = 0$ ou $Re \rightarrow \infty$), on a :

$$(49) \quad \beta \frac{V^2}{2g} + y + z_0 = \text{constante}$$

Dans ces conditions l'énergie mécanique est conservée, comme pour un écoulement potentiel

On définit alors la charge hydraulique, comme suit :

$$(50) \quad H = \beta \frac{V^2}{2g} + y + z_0$$

2.3.2 Méthode de résolution de l'équation du mouvement graduellement varié :

Si $S_f \neq 0$, on utilise souvent pour la résolution l'approximation des différences finies entre deux sections de l'écoulement 1 et 2 distantes de Δx

$$(51) \quad H_1 - H_2 = -S_f \Delta x$$

C'est le modèle utilisé également dans Hec-Ras pour l'étude des écoulements graduellement variés.

2.3.3 Autre forme de l'équation de l'écoulement graduellement varié

Si la pente du canal est constante, alors :

$$(52) \quad \frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \beta Fr^2} \quad \text{avec} \quad Fr^2 = \frac{q^2}{gh^3}$$



Pente de la surface libre

Peut être discuté suivant les valeurs de S_0 et Fr

On distingue :

- Ecoulement uniforme, $S_0 = S_f$ ($dh/dx=0$)

- Ecoulement critique, $Fr = 1$ ($dh/dx \rightarrow \infty$)

- Ecoulement fluvial, $Fr < 1$

- Ecoulement torrentiel, $Fr > 1$

Hauteur critique : indépendante de la pente du canal et de la rugosité

$$(53) \quad Fr = 1/\beta \Rightarrow h = h_c = \left(\frac{\beta q^2}{g} \right)^{1/3}$$

On distingue :

- Ecoulement critique, $h = h_c$

- Ecoulement fluvial, $h < h_c$
- Ecoulement torrentiel, $h > h_c$

Hauteur normale : dépend de tous les paramètres de l'écoulement.

D'après la formule de Manning, on est dans ce cas lorsque :

$$(54) \quad Q = K \sqrt{S_0} \quad \text{avec} \quad K = \frac{S R_H^{2/3}}{n}$$

Où S_0 est la pente du canal

Pour une section plane $R_H = h$, on a :

$$(55) \quad h_n = \left[\frac{nq}{\sqrt{S_0}} \right]^{3/5}$$

Pente critique : définit comme la pente pour laquelle le régime d'écoulement est à la fois critique et la hauteur est normale ($h = h_c$ et $h = h_n$). Pour une section plane, on a :

$$(56) \quad S_c = \left[nq \left(\frac{g}{\beta q^2} \right)^{5/9} \right]^2$$

2.3.4 Classification de l'écoulement graduellement varié turbulent rugueux

Il existe plusieurs formes possibles du profil de la surface libre suivant les valeurs de S_0 et Fr . Elles sont représentées sur la figure ci-dessous.

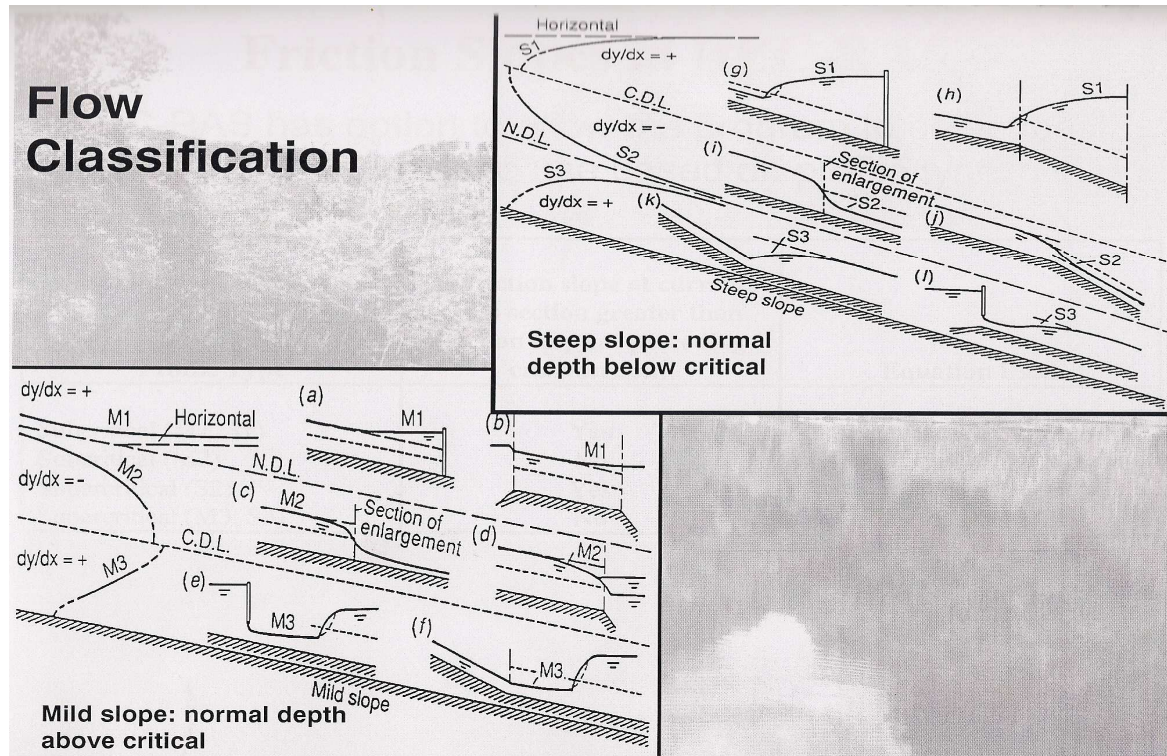


Figure 4 : Classification de l'écoulement graduellement varié pour le régime turbulent rugueux, Ref.

2.4 Ecoulement rapidement varié

Lorsque la hauteur d'eau atteint la hauteur critique, près des structures hydrauliques par exemple, l'écoulement devient rapidement varié. On utilise dans ce cas, par défaut, des lois semi théoriques. D'une manière générale, le débit qui traverse la structure s'exprime comme suit :

$$(57) \quad Q = f(H_{am}, H_{av})$$

Où H_{am} est la charge hydraulique à l'amont de la structure et H_{av} est la charge à l'aval.

Le seuil peut être dénoyé lorsque l'écoulement aval, donc H_{av} , n'influence pas l'écoulement amont, autrement il est noyé.

2.4.1 Passage d'un seuil ou d'un déversoir suffisamment épais

Si le seuil est suffisamment épais, la hauteur d'écoulement au niveau de la crête du seuil est nécessairement égale à la hauteur critique.

D'après l'équation du mouvement, on a pour $\beta=1$:

$$(58) \quad (1 - Fr^2) \frac{dh}{dx} = S_0 - S_f \quad \text{avec} \quad Fr^2 = \frac{q^2}{gh^3}$$

Pour un canal horizontal et en négligeant les pertes par frottement au niveau du seuil, il résulte :

$$(59) \quad (1 - Fr^2) \frac{dh}{dx} = 0$$

Puisque l'écoulement est dans ce cas non uniforme, on doit avoir $Fr=1$ (écoulement critique), soit :

$$(60) \quad h_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}}$$

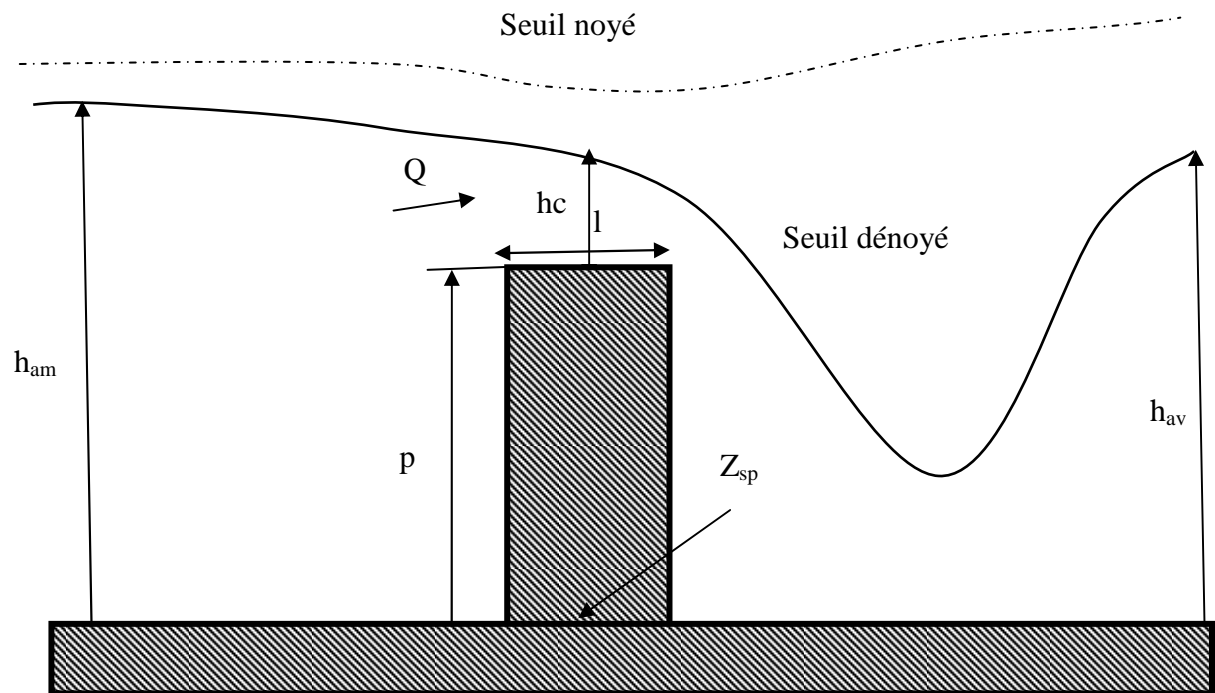


Figure 5 : Passage d'un seuil ou d'un déversoir épais

La charge totale au niveau du seuil vaut donc :

$$(61) \quad H_s = \frac{3}{2} h_c + p + Z_{sp}$$

Avec p la « pelle » (hauteur du seuil)

En négligeant les pertes par frottement et en supposant que l'écoulement est dénoyé, la charge au niveau du seuil est nécessairement égale à la charge calculée à l'amont, soit

$$(62) \quad H_s = H_{am} = h_{am} + \frac{1}{2} \frac{q^2}{g h_{am}^2} + Z_{am}$$

Il résulte

$$(63) \quad q = C (H_{am} - Z_{sp} - p)^{3/2} \quad \text{avec} \quad C \approx \sqrt{g} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \approx 1.7$$

Remarques

Dans la pratique l'écoulement au niveau de la crête est brusquement varié on emploie à la place de la valeur théorique de C une autre valeur empirique dépendant de la géométrie du seuil (épais, à paroi mince), de sa largeur, et de la géométrie d'écoulement (contraction ou non de la lame).

D'autre part, pour un écoulement noyé, il est généralement admis que la loi établie pour un écoulement dénoyé reste valable en remplaçant $Z_{sp} + p$ par la charge hydraulique à l'aval H_{av} et en remplaçant C par $K \times C$ où K est un coefficient dépendant du taux de submersion T_u qui sera défini dans la suite. La variation de K avec T_u est donnée dans Hec-Ras dans une figure que nous la présenterons dans la suite.

2.4.2 Passage d'un déversoir à mince paroi :

L'expression du débit dans le cas d'un déversoir dénoyé à mince paroi est donnée par la formule de Rehbock (Ref. [6])

$$(64) \quad q = m H_e \sqrt{2 g H_e} \quad \text{avec} \quad m = \frac{C}{\sqrt{2g}}$$

Avec

$$(65) \quad m \approx 0.4023 + 0.0542 \frac{H_e}{p} \quad \text{et} \quad h_0 > 0.05 m$$

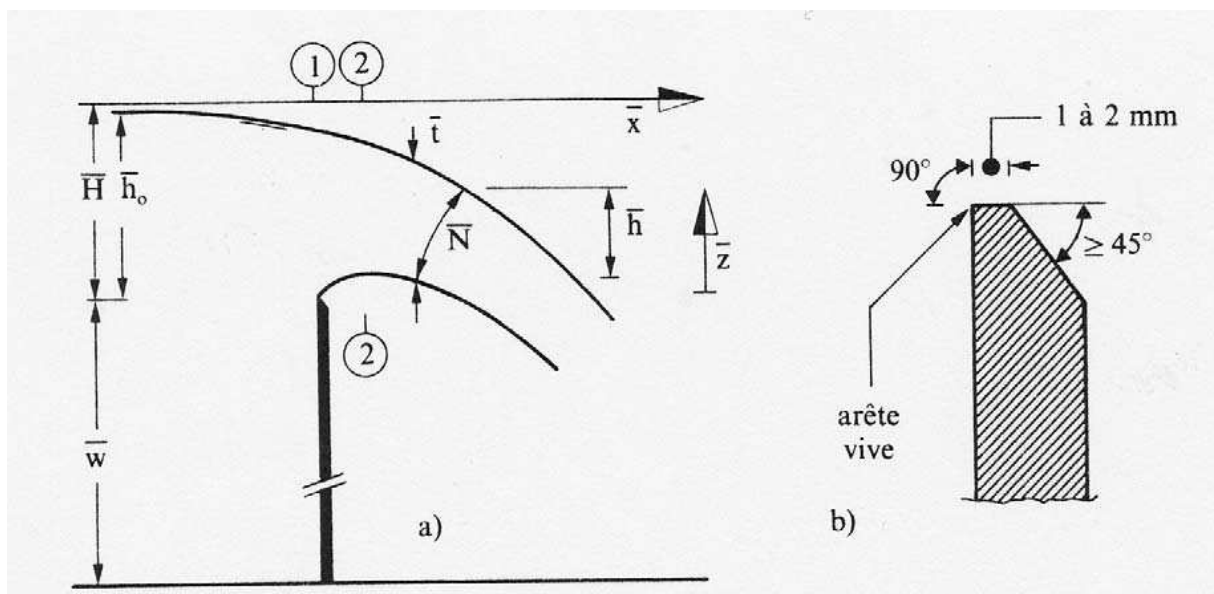


Figure 6 : Passage d'un déversoir à mince paroi dénoyé: déversoir de Rehbock

On définit dans ce cas le taux de submersion T_u (se référer à la Figure 7) comme suit :

$$(66) \quad T_u = \frac{|H_{av} - Z_{sp} - p|}{H_{am} - Z_{sp} - p} = \frac{h_{av}}{h_0}$$

Un écoulement dénoyé (Ref. [6]) se produit lorsque $T_u > 0.82$, autrement il est noyé.

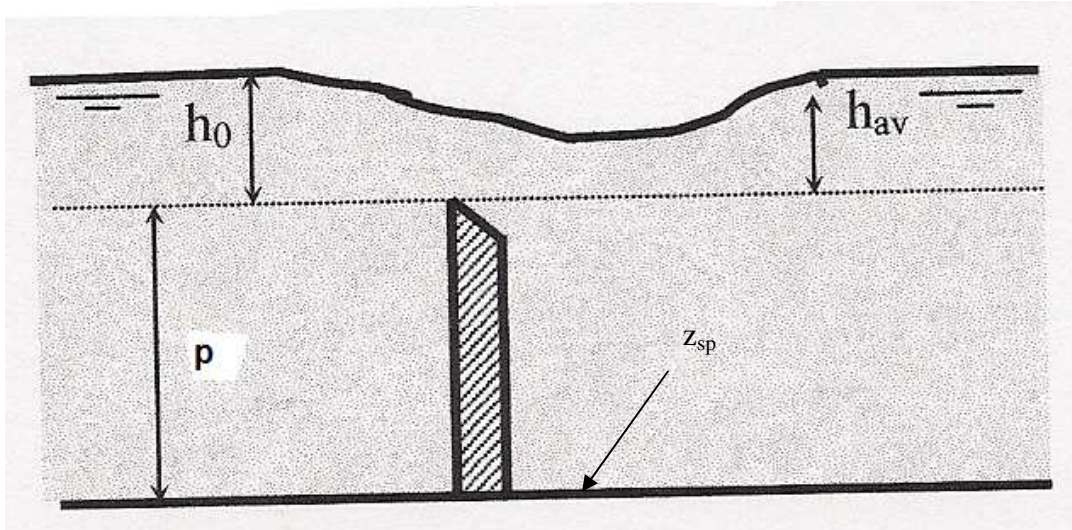


Figure 7 : Passage d'un déversoir à mince paroi noyé

On suppose dans ce dernier cas que la formule établie pour un écoulement dénoyé reste valable en la multipliant par un coefficient correcteur K .

$$(67) \quad q = K m H_0 \sqrt{2 g H_0} \quad \text{avec} \quad H_0 = h_{am} - h_{av}$$

On distingue dans ce cas trois types d'écoulements :

- Nappe ondulée (Figure 8) : Elle se produit lorsque $H_{av} > p + Z_{sp}$

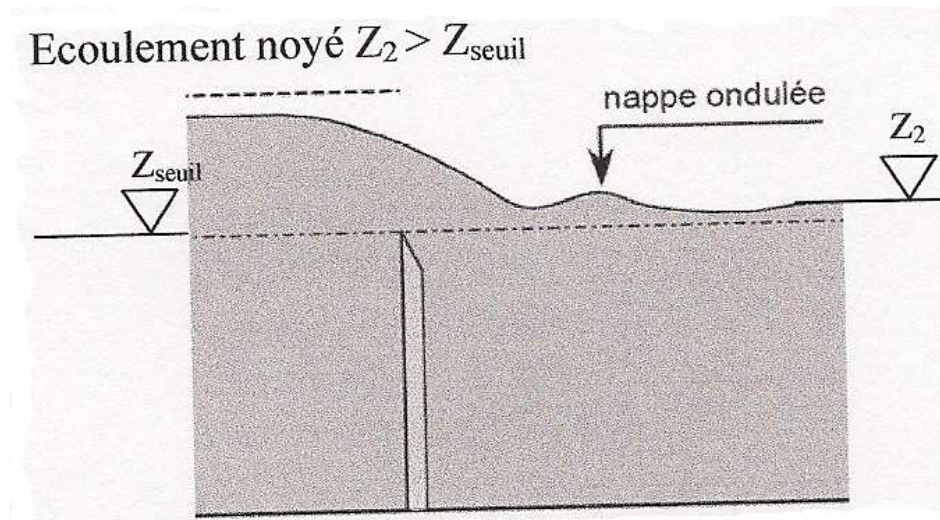


Figure 8 : Ecoulement noyé avec nappe ondulée

On a dans ce cas :

$$(68) \quad K = [1 - T_u^{1.5}]^{0.385}$$

- Ecoulement sans ressaut ou avec ressaut éloigné (Figure 9)

Il se produit lorsque $H_{av} < p + Z_{sp}$ et

$$(69) \quad T_u < 1 - 0.75 \frac{p}{h_0}$$

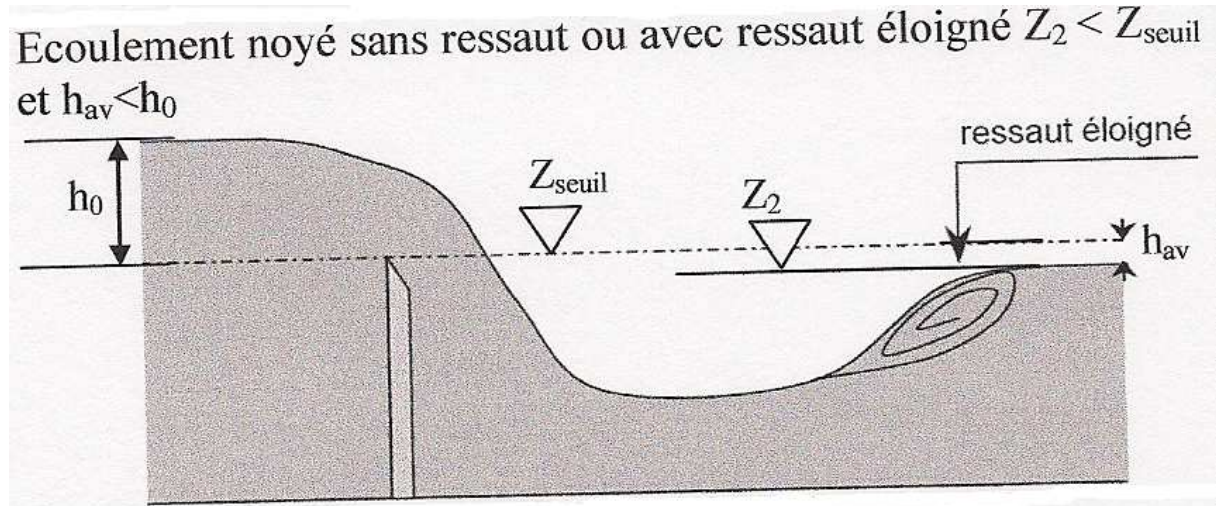


Figure 9 : Ecoulement noyé sans ressaut ou avec ressaut éloigné

On a dans ce cas :

$$(70) \quad K = 0.878 + 0.128 \frac{p}{h_0}$$

- Ecoulement avec ressaut (Figure 10)

Lorsque :

$$(71) \quad T_u > 1 - 0.75 \frac{p}{h_0}$$

On a :

$$(72) \quad K = 1.05 + 0.15 T_u$$

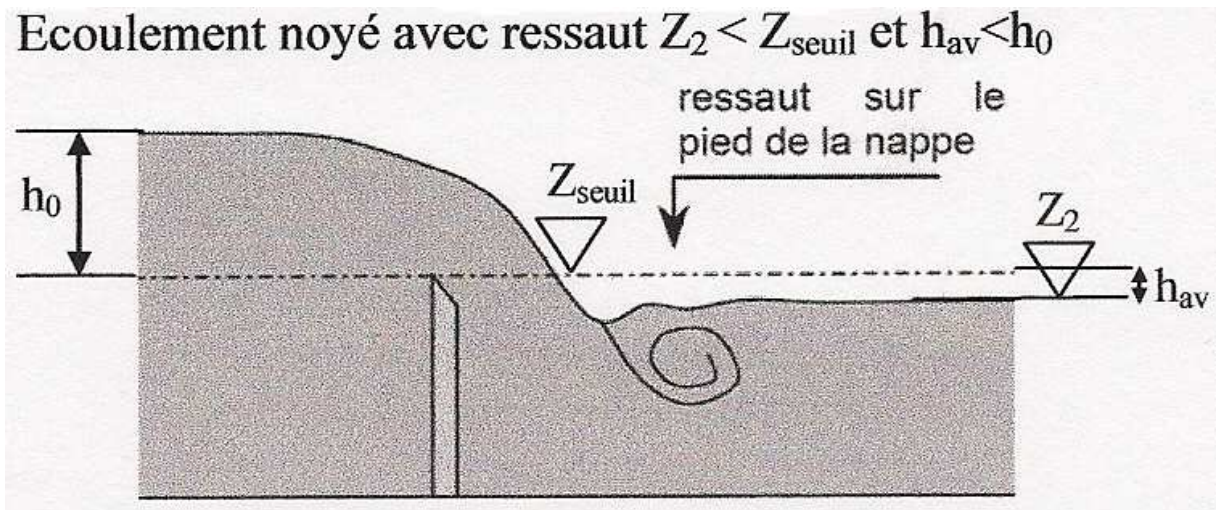


Figure 10 : Écoulement noyé avec ressaut

2.4.3 Passage d'une vanne de profondeur

On suppose que l'écoulement en amont dérive d'un potentiel, la charge au niveau de la section contractée est égale à la charge calculée à l'amont, soit

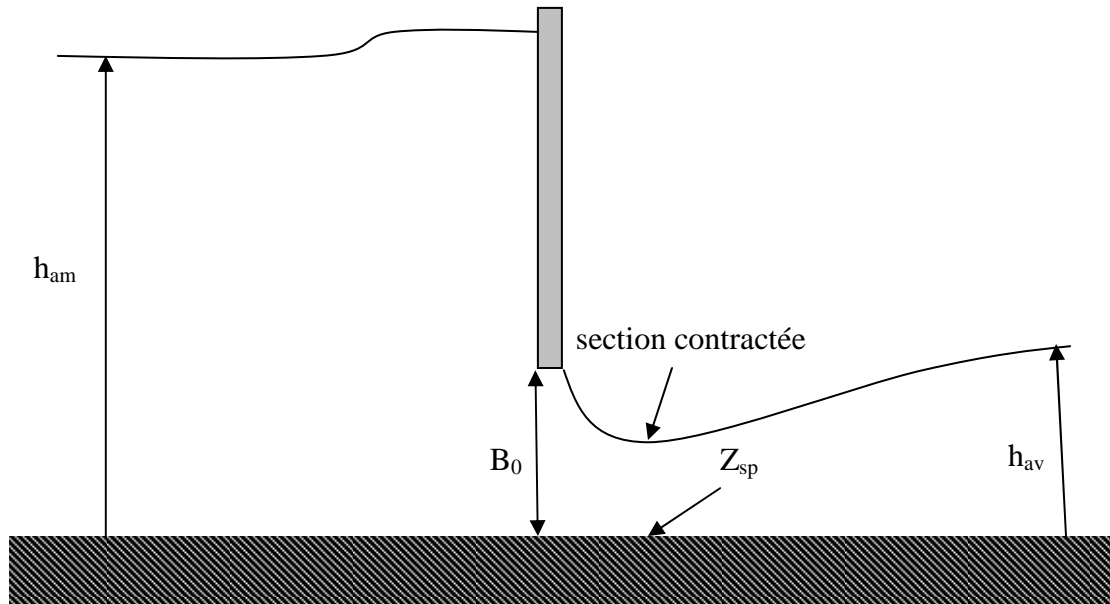


Figure 11 : Passage d'une vanne de profondeur : Seuil dénoyé

Charge à l'amont

$$(73) \quad H_{\text{am}} = Z_{\text{am}} + h_{\text{am}} + \frac{q^2}{2gh_{\text{am}}^2}$$

Charge au niveau de la section contractée

$$(74) \quad H_v = Z_{sp} + m B_0 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{g (m B_0)^2}$$

D'où :

$$(75) \quad q = m B_0 \sqrt{2g(H_{am} - Z_{sp} - m B_0)} \quad \text{avec } m \approx 0.6$$

On admet pour un écoulement noyé que la loi de l'écoulement dénoyé reste valable en remplaçant $H_{am} - Z_{sp} - m B_0$ par la charge $H_{am} - H_{av}$.

Pour déterminer si l'écoulement est noyé ou dénoyé, on calcul le nombre de Froude et la hauteur conjuguée (voir équation (78)) pour la section contactée :

$$(76) \quad Fr_c = \frac{q}{m B_0 \sqrt{g m B_0}} \quad ; \quad h_{cj} = \frac{1}{2} m B_0 \left(\sqrt{1 + 8 Fr_c^2} - 1 \right)$$

- L'écoulement est dénoyé si $h_{av} < h_{cj}$
- L'écoulement est noyé si $h_{av} > h_{cj}$
- La vanne n'a aucune influence sur l'écoulement si $h_{am} < B_0$

2.4.4 Passage d'un ressaut hydraulique

Le ressaut hydraulique se produit :

- Changement de la pente du canal,
- Sous une vanne de profondeur,
- Ecoulement déversoir... Etc.

D'une manière générale dans le passage d'un régime d'écoulement à l'autre, lorsque les hauteurs d'écoulement passent par la hauteur critique.

Pour le calcul des profondeurs conjuguées, on définit d'abord un volume de contrôle. On applique la conservation des quantités de mouvement au volume de contrôle, en négligeant la pente du canal et les frottements, et on considérant que la vitesse locale est constante dans les deux sections de contrôles, il résulte :

$$(77) \quad \frac{1}{2} g (h_1^2 - h_2^2) = q^2 \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right)$$

Soit :

$$(78) \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8 Fr_1^2} - 1 \right)$$

Avec

$$(79) \quad Fr_1 = \frac{q}{h_1 \sqrt{g h_1}}$$

2.5 Ecoulement non permanent

2.5.1 Equations du mouvement

Hypothèses admises : $\beta=1$ et canal prismatique de section rectangulaire de pente très faible

Il résulte :

$$(80) \quad \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \left(\frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f \right) = 0$$

Et

$$(81) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

En régime laminaire et pour une section plane

$$(82) \quad q = \frac{\rho g}{3\mu} h^3 S_f \quad \text{si} \quad \frac{2\rho q}{\mu} < 2400$$

Et en régime turbulent (Manning)

$$(83) \quad q = \frac{h^{5/3}}{n} \sqrt{S_f} \quad \text{si} \quad \frac{2\rho q}{\mu} > Re_1$$

Supposons que l'écoulement est initialement uniforme : $q=q_0$, $h=H$ et $S_f=S_0$

La limite

$$(84) \quad \frac{2\rho q}{\mu} < 2400 \Rightarrow S_0 < S_D = \frac{3.6 \times 10^{-3}}{Re_D^2} \quad \text{avec} \quad Re_D = \frac{\rho \sqrt{g H H}}{\mu}$$

Le nombre de Reynolds Re_D a été introduit, pour la première fois, dans les problèmes des écoulements à surface libre par Debiante (2000). Dans ce cas, il définit une pente critique S_D au dessous de la quelle l'écoulement peut être étudié avec la loi laminaire. Comme nous allons voir dans le problème de rupture de barrage, ce nombre définit également une hauteur limite au dessous de la quelle l'écoulement résultant peut être considéré comme laminaire.

D'autre part, la limite

$$(85) \quad \frac{2\rho q}{\mu} > Re_1$$

Donne :

$$(86) \quad S_0 > S_T = 44.255 \times d^{*-7/3} \left(\frac{\mu}{\rho H \sqrt{H}} \right)^2$$

Il apparaît un nouveau nombre adimensionnel qui traduit le passage à l'écoulement turbulent rugueux, soit :

$$(87) \quad N = \frac{\mu}{\rho H \sqrt{H}} \quad d'où \quad S_T = 44.255 \times d^{*-7/3} N^2$$

On estime la valeur de d^* des cours d'eau naturels d'après la valeur du coefficient de Chézy :

$$(88) \quad d^* = 4.92 \times 10^{-3} \quad d'où \quad S_T = 1.075 \times 10^7 N^2$$

Prenons l'exemple de l'écoulement de l'eau dans un fleuve, la pente d'un fleuve dépasse rarement 6% , d'où :

$$(89) \quad N < 7.471 \times 10^{-4} \Rightarrow H > 1.5 \text{ mm}$$

On montre ainsi que l'écoulement de l'eau dans la nature peut être étudié parfaitement avec la loi du régime turbulente rugueux.

Ainsi, l'équation du mouvement peut être écrite comme suit :

$$(90) \quad q = \frac{h^{5/3}}{n} \left[\begin{array}{ccc} S_0 & - & \frac{\partial h}{\partial x} & - & \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} & - & \frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial x} \end{array} \right]^{1/2}$$

(1) (2) (3)

Le terme (1) représente la pente du canal, c'est un terme de convection qui devient dominant aux temps grands lorsque le canal est incliné, il donne naissance à une onde de convection (onde cinématique). (2) est un terme de diffusion dû à la dépression qui peut être négligé uniquement dans le cas d'un canal incliné et aux temps très grands. Dans le cas d'un canal horizontal, il donne naissance à une onde de diffusion. (3) est un Terme d'inertie qui donne un système d'équations hyperboliques qui accepte les discontinuités (Exp. Ondes de choc, ondes de translation, ondes de détente...), mais il peut être négligé aux temps relativement grands.

2.5.2 Forme canonique pour un écoulement sans frottement et un canal horizontal

Hypothèses :

- Canal horizontal et prismatique
- L'effet de la pente est nul
- Section rectangulaire

- Pas de frottements
- Le coefficient de forme β égal 1

Equation dynamique

$$(91) \quad \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

Equation de conservation de la masse

$$(92) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

Transformation à l'aide des courbes de caractéristiques

$$(93) \quad V \mp 2a = \text{Constante le long } \frac{dx}{dt} = V \mp a$$

avec $a = \sqrt{gh}$

2.5.3 Ondes de choc

Lorsque l'on passe de $h = h_0$ à $h = h_1 = h_0 + \Delta h$, le débit passe de q_0 à q_1 . Ce débit q_1 est inconnu. L'onde de choc se propage à une vitesse s également inconnue. Ces deux inconnues peuvent être déterminées à l'aide des relations de Rankine-Hugoniot, ou relations de saut, que l'on écrit pour les équations de continuité et de quantité de mouvement. Celle-ci s'écrivent, pour un canal rectangulaire :

$$(94) \quad \begin{cases} q_1 - q_0 = (h_1 - h_0)s \\ \frac{q_1^2}{h_1} + \frac{g}{2} h_1^2 - \frac{q_0^2}{h_0} - \frac{g}{2} h_0^2 = (q_1 - q_0)s \end{cases}$$

Qui donnent :

$$(95) \quad V_1 = V_0 \mp (h_1 - h_0) \sqrt{\frac{g}{2} \frac{h_1 + h_0}{h_1 h_0}}$$

Et

$$(96) \quad s = V_0 \mp \sqrt{\frac{g}{2} (h_1 + h_0) \frac{h_1}{h_0}}$$

On montre que pour $s=0$, l'écoulement est stationnaire et que le ressaut hydraulique correspondant est déjà établi précédemment.

Suivant les relations (95) et (96), on distingue quatre types d'onde de choc (Figure 12) : si l'intumescence est provoquée à l'amont/aval, on parle d'une onde d'**amont/aval** ; si il y a une augmentation/diminution du débit, on parle d'une onde **positive/négative**. Un exemple

typique des ondes de choc est celles qui se produisent dans le problème de rupture de barrage sur fond mouillé.

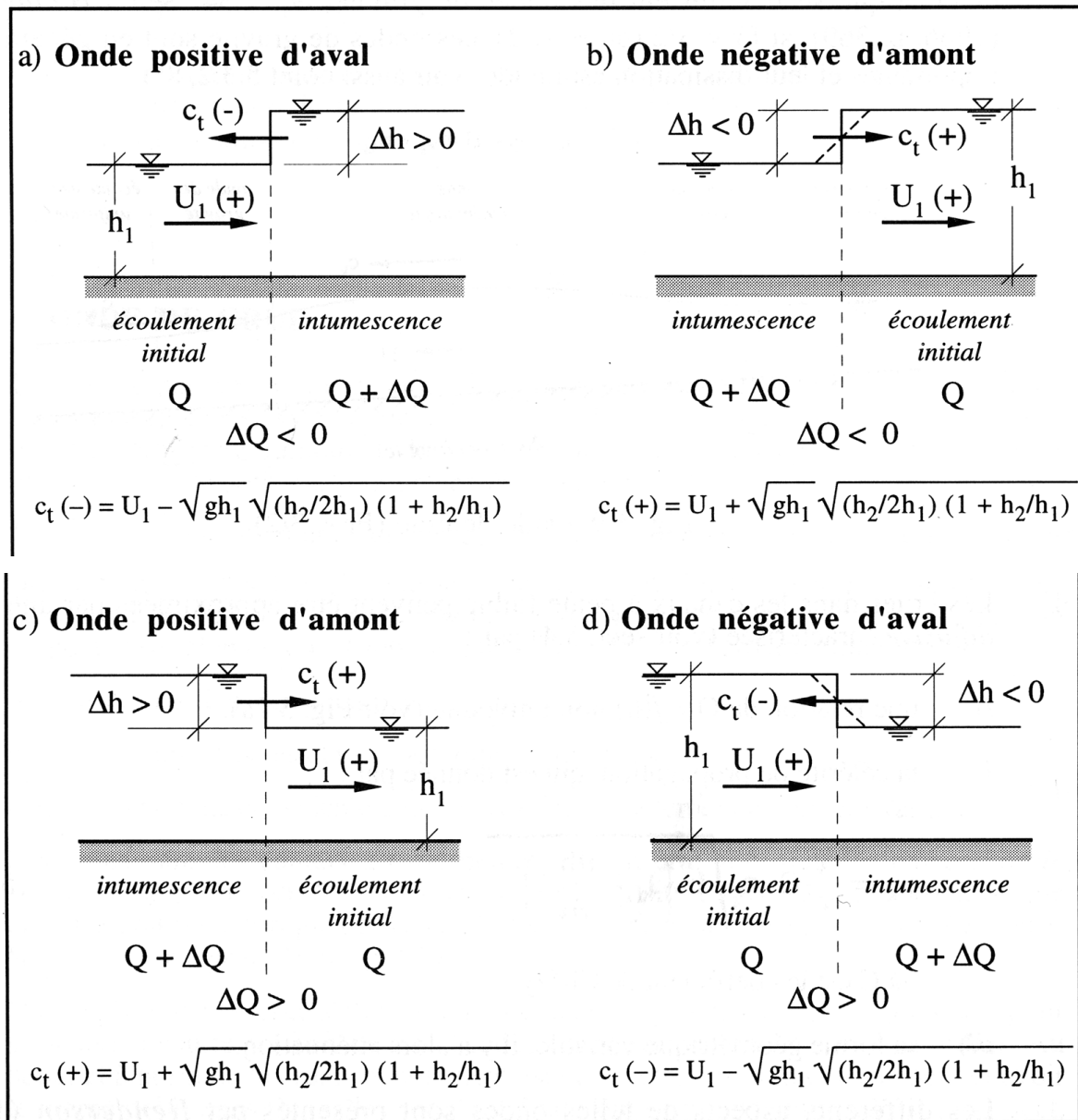


Figure 12 : sens de propagation des ondes de choc ($U=V$ et $c_t=s$) (Réf. [7])

2.5.4 Ondes de détente ou de rupture de barrage

On distingue les ondes de détente par la forme de leur solution suivante :

$$(97) \quad C^* = C^*(\eta) \quad \text{et} \quad V^* = V^*(\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{x^*}{t^*}$$

Avec :

$$(98) \quad (C^*, V^*, x^*, t^*) = \left(\frac{C}{\sqrt{gH_0}}, \frac{V}{\sqrt{gH_0}}, \frac{x}{H_0}, \frac{t}{\sqrt{H_0/g}} \right) \text{ avec } C = \sqrt{gh}$$

Où H_0 représente la profondeur de l'eau à l'amont du barrage à $t=0$

En remplaçant dans l'équation dynamique et l'équation de conservation de la masse, il résulte

$$(99) \quad \begin{cases} (C^*(\eta)^2 - (V^*(\eta) - \eta)^2) \frac{dC^*(\eta)}{d\eta} = 0 \\ \frac{dV^*(\eta)}{d\eta} = -2 \left(\frac{V^*(\eta) - \eta}{C^*(\eta)} \right) \frac{dC^*(\eta)}{d\eta} \end{cases}$$

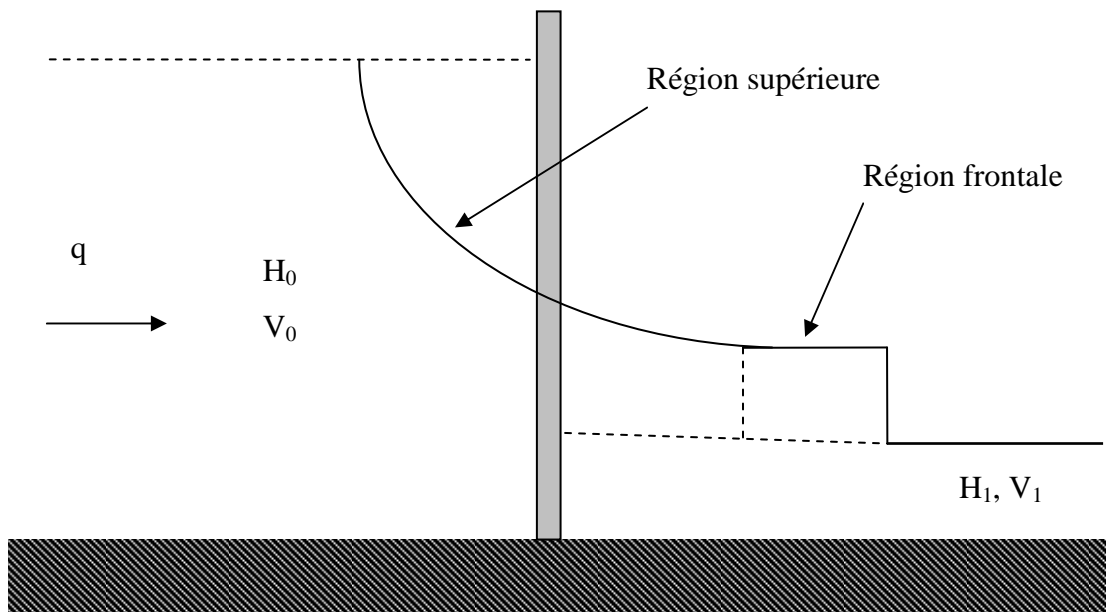


Figure 13 : Ondes de détente ou de rupture de barrage

Comme indiqué dans la Figure 13, nous considérons exclusivement le problème de rupture de barrage sur fond mouillé et un débit initialement non nul. Supposons que la profondeur d'eau à l'aval « H_1 » est connue ainsi que le débit q . Pour déterminer la profondeur H_0 , nous pouvons considérer les deux conditions initiales suivantes :

- Condition initiale où l'écoulement passe à travers une vanne de profondeur : Pour simplifier, on suppose que l'énergie cinétique à l'amont est négligeable par rapport à l'énergie potentielle, il résulte :

$$(100) \quad H_0 = \begin{cases} \frac{q^2}{2g m^2 B_0^2} + m B_0 & \text{écoulement dénoyé} \\ \frac{q^2}{2g m^2 B_0^2} + H_{av} & \text{écoulement noyé} \end{cases}$$

Où H_{av} est la charge hydraulique à l'aval et m est le coefficient du débit (d'environ 0.6)

- Condition où l'écoulement initial passe à travers un déversoir : Pour simplifier, on néglige également dans ce cas l'énergie cinétique à l'amont par rapport à l'énergie potentielle, il résulte :

$$(101) \quad H_0 = \begin{cases} p + \left(\frac{q}{C}\right)^{2/3} & \text{écoulement dénoyé} \\ H_{av} + \left(\frac{q}{KC}\right)^{2/3} & \text{écoulement noyé} \end{cases}$$

Où C est la coefficient du débit, sa valeur théorique est :

$$(102) \quad C = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \sqrt{g}$$

Nous supposons à $t=0$ une rupture totale est instantanée du barrage. Supposons également à un instant donnée l'existence de deux régions de l'écoulement

Région supérieure

On considère dans cette région que :

$$(103) \quad \frac{dC^*(\eta)}{d\eta} \neq 0$$

Il résulte :

$$(104) \quad C^*(\eta)^2 - (V^*(\eta) - \eta)^2 = 0 \quad d'où \quad C^*(\eta) = \mp (V^*(\eta) - \eta)$$

Et

$$(105) \quad V^*(\eta) \mp 2C^*(\eta) = \text{Cons tan te}$$

La constante d'intégration peut être obtenue en supposant l'existence d'une onde négative.

Les caractéristiques de cette onde sont :

$$(106) \quad V^*(\eta = \eta_b) = V_0^* = \frac{q}{H_0 \sqrt{gH_0}} = Fr_0 \quad , \quad C^*(\eta = \eta_b) = 1$$

D'où

$$(107) \quad \text{Cons tan te} = Fr_0 \mp 2$$

D'où la solution physique du problème :

$$(108) \quad C^*(\eta) = \frac{1}{3} [Fr_0^2 + 2 - \eta] \quad \text{et} \quad V = \frac{1}{3} [Fr_0^2 + 2 + 2\eta]$$

Puisque $C^*(\eta = \eta_b) = 1$

Il vient :

$$(109) \quad \eta_b = Fr_0 - 1$$

Suivant la valeur du nombre de Froude, on distingue deux types d'écoulement : Si le régime d'écoulement initial est torrentiel ou critique => pas d'ondes négatives. Si le régime d'écoulement initial est fluvial => Il existe deux ondes, une négative et l'autre positive.

Région frontale

- Ecoulement sur un aval mouillé

Le front d'onde entraîne dans ce cas l'apparition d'une onde de choc positive d'amont qui peut être calculée à partir des relations de Rakine-Hugoniot. La solution globale du problème s'écrit :

$$(110) \quad C^*(\eta) = \begin{cases} C_s^* = \text{constante} & \text{si } \eta_s^* \leq \eta^* \leq \eta_f^* \\ \frac{1}{3}(Fr_0 + 2 - \eta) & \text{si } \eta_b^* \leq \eta^* \leq \eta_s^* \end{cases}$$

Et

$$(111) \quad V^*(\eta) = \begin{cases} V_s^* = \text{constante} & \text{si } \eta_s^* \leq \eta^* \leq \eta_f^* \\ \frac{1}{3}[Fr_0 + 2 + 2\eta] & \text{si } \eta_b^* \leq \eta^* \leq \eta_s^* \end{cases}$$

en assurant la continuité, il vient

$$(112) \quad \eta_s = Fr_0 + 2 - 3C_s^*$$

Et

$$(113) \quad V_s^* = Fr_0 + 2 - 2C_s^*$$

V_s est déterminé avec la condition de l'onde de choc. On pose :

$$(114) \quad a = \sqrt{\frac{H_1}{H_0}}$$

On obtient :

$$(115) \quad V_s^* = a Fr_1 + \frac{C_s^*}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{C_s^*}{a}\right)^2}$$

C_s est déterminé en égalant les équations (113) et (115). La solution est numérique. La solution de Stoker (1957) correspond à $Fr_1=0$ et $Fr_0=0$

- Ecoulement sur un aval sec

On suppose que l'eau est initialement au repos à la profondeur H . Dans ces conditions, on peut vérifier que la solution d'onde de détente vérifie parfaitement toutes les conditions du problème avec $Fr=0$. Il vient :

$$(116) \quad U^*(\eta) = \frac{2}{3}(1+\eta) \quad \text{et} \quad C^*(\eta) = \frac{1}{3}(2-\eta)$$

Et

$$(117) \quad \frac{h}{H} = \frac{1}{9} \left[2 - \frac{x^*}{t^*} \right]^2$$

On obtient ainsi la solution de Ritter (1892)

La solution de Ritter décrit bien les résultats expérimentaux, hormis dans la zone du front d'onde où le frottement intervient. Pour corriger la solution, on suppose que les frottements dominant l'inertie dans la région frontale (Debiane (2000), Chanson (2006)), en plus on considère comme première approximation, que la répartition de la vitesse est uniforme et égale à la vitesse du front dans cette région, soit :

$$(118) \quad S_f = -\frac{\partial h}{\partial x}$$

Et

$$(119) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

Manning donne :

$$(120) \quad V = \frac{q}{h} = \frac{h^{2/3}}{n} \sqrt{-\frac{\partial h}{\partial x}}$$

D'où

$$(121) \quad h_f = \left[\frac{7}{3} n^2 V_0^2 \right]^{3/7} (x_f - x)^{3/7} \quad \text{ou bien} \quad h_f^* = \left[\frac{7}{3} a V_0^{*2} \right]^{3/7} (x_f^* - x^*)^{3/7} \quad \text{avec} \quad a = \frac{n^2 g}{H^{1/3}}$$

On considère l'existence de deux régions de l'écoulement:

$$(122) \quad h = \begin{cases} h_f & \text{si } x \geq x_0(t) \\ h_R & \text{si } x \leq x_0(t) \end{cases}$$

Où h_R représente la solution de Ritter et $x_0(t)$ le point de séparation. La continuité de la hauteur à $x_0(t)$, implique

$$(123) \quad \left[\frac{7}{3} a U_0^{*2} \right]^{3/7} (x_f^* - x_0^*)^{3/7} = \frac{1}{9} \left(2 - \frac{x_0^*}{t^*} \right)^2$$

La conservation de la masse est :

$$(124) \quad \int_{x_0^*}^{x_f^*} h_f^* dx^* = \int_{x_0^*}^{2t^*} h_R^* dx^*$$

Elle donne :

$$(125) \quad \frac{7}{10} \left[\frac{7}{3} a V_0^{*2} \right]^{3/7} (x_f^* - x_0^*)^{10/7} = \frac{t^*}{27} \left(2 - \frac{x_0^*}{t^*} \right)^3$$

Il vient :

$$(126) \quad (x_f^* - x_0^*) = \frac{10}{21} (2t^* - x_0^*)$$

et

$$(127) \quad \left(2 - \frac{x_0^*}{t^*} \right)^{-11/6} \sqrt{t^*} \frac{dx_0^*}{dt} = b = \frac{9^{5/3}}{\sqrt{10a}}$$

On pose

$$(128) \quad x_0^*(t^*) = 2t^* - F(t^*)$$

Après manipulation, on obtient :

$$(129) \quad F^{-11/6} \left(2 - \frac{dF}{dt^*} \right) = b t^{*-7/3}$$

Pour $t^* \ll 1$, cette dernière équation donne :

$$(130) \quad F \approx \left(\frac{b}{2} \right)^{-6/11} t^{*14/11} \Rightarrow x_f^*(t^*) \approx t^* \left(2 - \frac{11}{21} \left(\frac{b}{2} \right)^{-6/11} t^{*3/11} \right)$$

Ainsi, le problème est totalement défini

2.5.5 Propagation des petites intumescences

Hypothèses :

- Canal prismatique
- Section rectangulaire
- Le coefficient de forme β égal 1

Equation dynamique

$$(131) \quad \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = S_0 - n^2 \frac{V^2}{h^{4/3}}$$

Equation de conservation de la masse

$$(132) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

Nous supposons que les hauteurs d'ondes sont faibles et qu'on peut faire le développement de V et h en fonction d'un petit paramètre ε :

$$(133) \quad V = V_0(x) + \varepsilon V_1(x,t) + \varepsilon^2 V_2^2(x,t) + \dots$$

$$(134) \quad h = h_0(x) + \varepsilon h_1(x,t) + \varepsilon^2 h_2^2(x,t) + \dots$$

En remplaçant dans les équations du mouvement, il vient d'après l'équation dynamique :

$$(135) \quad \begin{cases} S_0 = n^2 \frac{V_0^2}{h_0^{4/3}} & \text{ordre 0} \\ \frac{1}{g} \frac{\partial V_1}{\partial t} + \frac{1}{g} V_0 \frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial h_1}{\partial x} = 2S_0 \left(\frac{2}{3} \frac{h_1}{h_0} - \frac{V_1}{V_0} \right) & \text{ordre 1} \end{cases}$$

Et l'équation de conservation de la masse donne :

$$(136) \quad \begin{cases} V_0 h_0 = \text{Constante} = q_0 & \text{ordre 0} \\ \frac{\partial h_1}{\partial t} + V_0 \frac{\partial h_1}{\partial x} + h_0 \frac{\partial V_1}{\partial x} = 0 & \text{ordre 1} \end{cases}$$

Le débit est :

$$(137) \quad q \approx q_0 + \varepsilon (h_0 V_1 - h_1 V_0)$$

Soit :

$$(138) \quad \begin{cases} h_0 = \left[\frac{nq_0}{\sqrt{S_0}} \right]^{3/5} \\ \frac{\partial V_1}{\partial t} + V_0 \frac{\partial V_1}{\partial x} + g \frac{\partial h_1}{\partial x} = g F(V_1, h_1) = 2gS_0 \left(\frac{2}{3} \frac{h_1}{h_0} - \frac{V_1}{V_0} \right) \\ \frac{\partial h_1}{\partial t} + V_0 \frac{\partial h_1}{\partial x} + h_0 \frac{\partial V_1}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

Nous obtenons ainsi les équations linéaires de Saint Venant

Posons :

$$(139) \quad (\hat{V}_1, \hat{h}_1, \hat{t}, \hat{x}, R_N, Fr) = \left(\frac{V_1}{V_0}, \frac{h_1}{h_0}, \frac{t}{h_0/V_0}, \frac{x}{h_0}, \frac{V_0}{gS_0 h_0}, \frac{V_0}{\sqrt{gh_0}} \right)$$

Il vient

$$(140) \quad \begin{cases} \frac{\partial \hat{h}_1}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \hat{h}_1}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{V}_1}{\partial \hat{x}} = 0 \\ \frac{\partial \hat{V}_1}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \hat{V}_1}{\partial \hat{x}} + \frac{1}{Fr^2} \frac{\partial \hat{h}_1}{\partial \hat{x}} = \frac{2}{R_N} \left(\frac{2}{3} \hat{h}_1 - \hat{V}_1 \right) \end{cases}$$

Inertie

Pression

Frottements

- Supposons d'abord que $Re_N \gg 1$ ($S_0 \ll V_0/gh_0$) et si on considère de plus que l'eau est initialement au repos ($V_0=0$), il résulte :

$$(141) \quad \begin{cases} \frac{\partial V_1}{\partial t} + g \frac{\partial h_1}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial h_1}{\partial t} + h_0 \frac{\partial V_1}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

D'où

$$(142) \quad \frac{\partial^2 h_1}{\partial t^2} - gh_0 \frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} = 0 \quad \text{ou bien} \quad \frac{\partial^2 V_1}{\partial t^2} - gh_0 \frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} = 0$$

Et puisque

$$(143) \quad q \approx \varepsilon h_0 V_1$$

On peut écrire encore

$$(144) \quad \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - gh_0 \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 0$$

Ces équations différentielles sont les équations d'ondes. Elles sont linéaires ce qui implique que toute combinaison de solutions est également solution (principe de superposition). Il existe deux sens de propagation :

- onde progressive (positive) $q = f(x - ct)$: l'onde va dans le sens $x > 0$;
- onde régressive (négative) $q = g(x + ct)$: l'onde va dans le sens $x < 0$.

La solution générale est :

$$(145) \quad q(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad \text{avec} \quad c = \sqrt{gh_0}$$

Avec f et g deux fonctions quelconques (solution dite d'Alembert).

On montre alors que dans ce cas, les ondes se propagent avec des vitesses $\pm \sqrt{gh_0}$

- Supposons maintenant que $Re_N \ll 1$ ($S_0 \gg V_0/gh_0$), il résulte :

$$(146) \quad \hat{V}_1 = \frac{2}{3} \hat{h}_1 - D \frac{\partial \hat{h}_1}{\partial \hat{x}} \quad \text{avec} \quad D = \frac{R_N}{2Fr^2}$$

D'où l'équation suivante :

$$(147) \quad \frac{\partial \hat{h}_1}{\partial \hat{t}} + \frac{5}{3} \frac{\partial \hat{h}_1}{\partial \hat{x}} - D \frac{\partial^2 \hat{h}_1}{\partial \hat{x}^2} = 0$$

En faisant le changement de variables suivants :

$$(148) \quad \zeta = x^* - \frac{5}{3} t^* \quad \text{et} \quad \tau = t^*$$

Qui montre que les ondes se propagent dans ce cas avec une vitesse $= (5/3)\sqrt{gh_0}$

Avec se changement de variables, on aboutit à une équation de diffusion linéaire similaire à l'équation de Burgers

$$(149) \quad \frac{\partial \hat{h}_1}{\partial \tau} - D \frac{\partial^2 \hat{h}_1}{\partial \zeta^2} = 0$$

Supposons un canal de pente S_0 ($S_0 \gg V_0/gh_0$) et un écoulement initialement uniforme. A l'instant $t=0$, on change brusquement le débit de q_0 à q_1 . On propose d'étudier l'écoulement résultant.

Si on fixe $\hat{h}_1(\zeta \rightarrow -\infty) = 1$

On déduit que

$$(150) \quad \varepsilon = \left[\left(\frac{q_1}{q_0} \right)^{3/5} - 1 \right]$$

Les conditions aux limites sont donc

$$(151) \quad \hat{h}_1(\zeta \rightarrow \infty) = 0 \quad , \quad \hat{h}_1(\zeta \rightarrow -\infty) = 1$$

On cherche des solutions semblables de la forme :

$$(152) \quad \hat{h}_1 = F(\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{\zeta}{t^{*1/2}}$$

On trouve

$$(153) \quad F(\eta) = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\eta}{2\sqrt{D}} \right) \right) \quad \text{avec} \quad \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-p^2) dp$$

Le profil de F tend vers un profil uniforme en aval $F = 0$ et un profil également uniforme en amont $F=1$

La Figure 14 montre la comparaison de la solution analytique avec la solution numérique obtenue avec Hec-Ras. L'écart peut être dû à l'effet d'inertie.

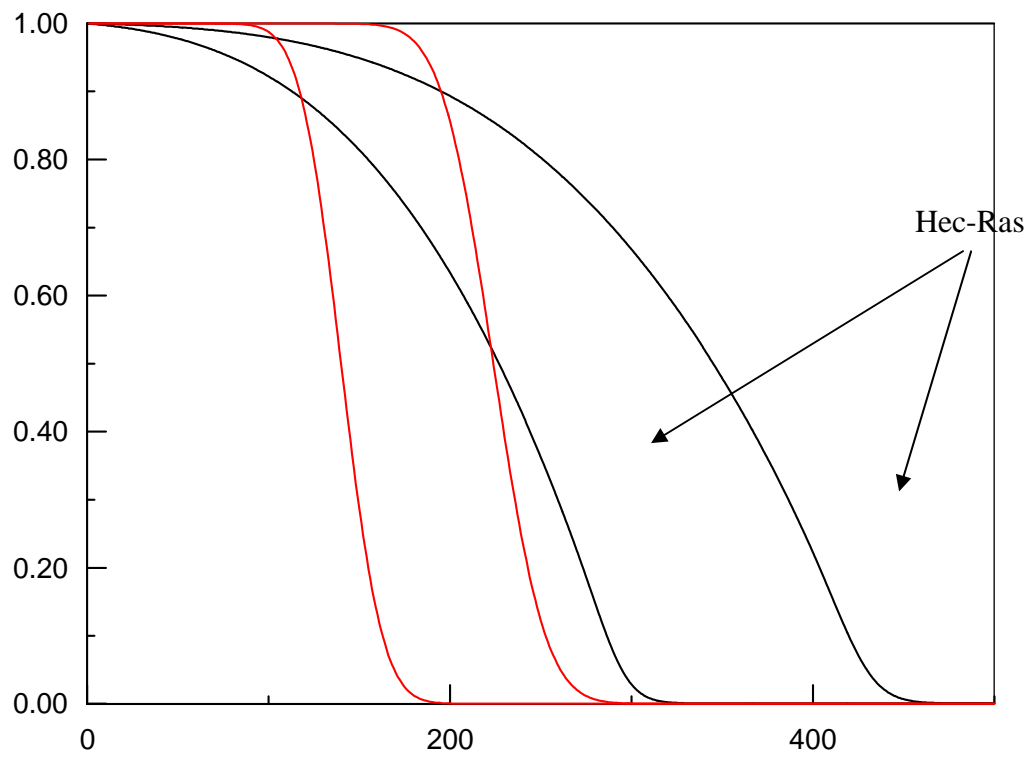


Figure 14 : comparaison de la solution analytique avec la solution numérique obtenue sous Hec-Ras : $Rn=0.57$, $D=1.89$, $t=300$ s et 480 s

3 Modèle de saint venant pour une section transversale plane et un canal de pente quelconque

L'analyse présentée dans ce chapitre a été initiée par Piau (1996) pour les écoulements des fluides viscoplastiques dans un long domaine et pour une section plane (écoulement bidimensionnel). Une attention particulière a été consacrée à l'influence du seuil de plasticité. L'analyse a été particularisée et développée dans la suite par Debiante (2000) pour les écoulements des fluides Newtoniens.

Nous supposons que les particules fluides sont animées d'un mouvement de vitesse \vec{u} relative à un repère Galiléen suivant la direction x . La composante de vitesse le long de cet axe est noté u . Les autres composantes sont v le long de l'axe y et w le long de l'axe z (figure 1).

Nous spécifions l'étude aux cas des écoulements isothermes. Les équations de base à considérer sont celles de la mécanique des fluides : équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sous forme locale. Nous supposons que l'écoulement est laminaire et isochore. Ainsi, pour plusieurs substances comme l'eau, l'air et l'huile, le frottement interne peut être représenté par le troisième principe de Newton où la viscosité est le seul paramètre rhéologique.

Dans ces conditions, les équations du mouvement de Cauchy se réduisent aux équations de Navier-Stokes

$$(154) \quad \rho \vec{u} = \rho \vec{g} - \text{grad } p + 2\mu \text{div } \mathbf{D}$$

et l'équation de continuité

$$(155) \quad \text{div } \vec{u} = 0$$

où ρ est la masse volumique, μ la viscosité, \vec{g} est l'accélération gravitationnelle, p est la pression et \mathbf{D} est le tenseur du taux de déformation

L'espace de l'écoulement est supposé être beaucoup plus large qu'il est épais (section transversale plane). Il est raisonnable de réduire dans ce cas l'ensemble de ces équations aux deux composantes dans la direction x et dans la direction y . Ces équations sont la formulation complète dans le cas de l'écoulement bidimensionnel dans le plan (x, y) , il résulte :

$$(156) \quad \rho(u_{,t} + u u_{,x} + v u_{,y}) = -p_{,x} + \rho g \sin(\alpha) + \mu(u_{,xx} + u_{,yy})$$

$$(157) \quad \rho(v_{,t} + u v_{,x} + v v_{,y}) = -p_{,y} - \rho g \cos(\alpha) + \mu(v_{,xx} + v_{,yy})$$

$$(158) \quad u_{,x} + v_{,y} = 0$$

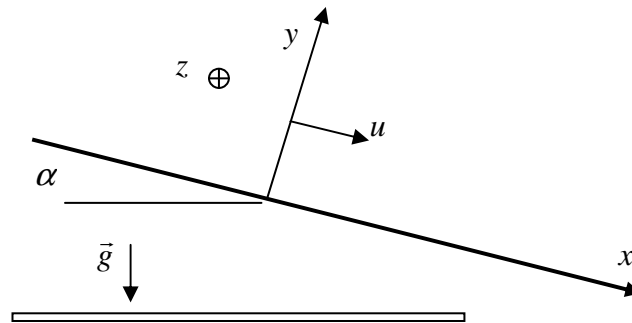


Figure 15 : Système de coordonnées utilisé

où α est la pente du canal (figure 1).

Deux dimensions caractéristiques de l'écoulement peuvent être considérées, L_0 dans la direction de la longueur, et h qui représente la profondeur d'eau. Un ensemble de variables adimensionnelles normalisées sont choisies (ordre de grandeur est 1). Des lettres capitales indiquent les variables normalisées.

Pour les coordonnées d'espace et du temps, elles sont choisies, comme suit

$$(159) \quad (X, Y, T) = \left(\frac{x}{L_0}, \frac{y}{\varepsilon L_0}, \frac{U_0 t}{L_0} \right)$$

où la référence U_0 et le paramètre ε sont introduits. Ce paramètre ε est le rapport h/L_0 .

Les deux composantes réduites de vitesse (U et V) sont :

$$(160) \quad (U, V) = \left(\frac{u}{U_0}, \frac{v}{\varepsilon U_0} \right)$$

La composante v est normalisée par l'intermédiaire de l'équation de continuité.

En supposant que la pression hydrostatique donne la norme pour la pression, il vient :

$$(161) \quad P = \frac{p}{\rho g \varepsilon L}$$

Ainsi, en introduisant ces variables adimensionnelles, les équations du mouvement deviennent

(162)

$$(163) \quad \begin{aligned} U_{,T} + U U_{,X} + V U_{,Y} &= -\frac{1}{\varepsilon Fr^2} (\varepsilon P_{,X} - \sin(\alpha)) + \frac{1}{Re} (\varepsilon^2 U_{,XX} + U_{,YY}) \\ \varepsilon^2 (V_{,T} + U V_{,X} + V V_{,Y}) &= -\frac{1}{Fr^2} (P_{,Y} + \cos(\alpha)) + \frac{\varepsilon^2}{Re} (\varepsilon^2 V_{,XX} + V_{,YY}) \end{aligned}$$

où Fr et Re sont respectivement, le nombre de Froude et le nombre de Reynolds :

$$(164) \quad Fr = \frac{U_0}{\sqrt{gh}}; \quad Re = \frac{\rho U_0 h}{\mu} \frac{h}{L}$$

Notons que l'équation de conservation de la masse ne fait pas apparaître des nombres adimensionnels.

En limitant maintenant ces expressions au cas spécifique où ε est petit devant 1, il vient :

(165)

$$U_{,t} + U U_{,x} + V U_{,y} = -\frac{1}{\varepsilon Fr^2} (\varepsilon P_{,x} - \sin(\alpha)) + \frac{1}{Re} (O(\varepsilon^2) + U_{,yy})$$

$$(166) \quad O(\varepsilon^2) = -\frac{1}{Fr^2} (P_{,y} + \cos(\alpha)) + O(\varepsilon^2)$$

En associant ces deux équations, il apparaît que l'inertie, la pression, la gravité et le frottement visqueux ont les ordres de grandeur : 1, $1/Fr^2$, $1/Fr^2$, $1/Re$, respectivement. Si Re n'est pas très petit, on obtient à l'ordre $O(\varepsilon^2)$

$$(167) \quad \rho(u_{,t} + u u_{,x} + v u_{,y}) = -p_{,x} + \rho g \sin(\alpha) + \mu u_{,yy} + O(\varepsilon^2)$$

$$(168) \quad p_{,y} = -\rho g \cos(\alpha)$$

Négligeant l'effet de la tension superficielle, l'équation (15) peut être alors intégrée le long de y , soit :

$$(169) \quad p = \rho g \cos(\alpha)(h - y) + p_0$$

où p_0 est la pression atmosphérique. Il résulte que la répartition de la pression le long de y est hydrostatique.

En utilisant l'équation (169), l'équation (167) peut être réécrite comme suit :

$$(170) \quad \rho(u_{,t} + u u_{,x} + v u_{,y}) = -\rho g \cos(\alpha) h_{,x} + \rho g \sin(\alpha) + \mu u_{,yy} + O(\varepsilon^2)$$

Cette équation constitue la forme simplifiée des équations de Navier-Stokes dans l'approximation d'un domaine très long et une section plane.

Le modèle unidirectionnel s'agit des mêmes équations de conservation que précédemment mais écrites pour des valeurs moyennes dans une section.

En appliquant le principe de conservation de la masse à un domaine délimité par deux sections transversales, S_x et S_{x+dx} , et en supposant que le système est fermé, c'est-à-dire qu'il n'existe pas un débit entrant ou sortant de ce domaine (il n'y a pas de débordement de l'eau par-dessous de la berge par exemple), on obtient une formulation globale du principe de la conservation de la masse, soit :

$$(171) \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

où $Q = SU$ est le débit global traversant la section mouillée S , et U étant la vitesse moyenne.

$$(172) \quad U = \frac{\int_0^h u dy}{h}$$

La forme globale de l'équation dynamique peut être obtenue en intégrant l'équation (170) de $y = 0$ à $y = h(x,t)$. En utilisant la règle de Leibnitz pour la dérivation sous le signe intégral, il résulte :

$$(173) \quad U_{,t} + \beta U U_{,x} + (1 - \beta)U h_{,t} + g \cos(\alpha)h_{,x} = -\frac{\tau_w}{\rho h} + g \sin(\alpha) + O(\varepsilon^2)$$

où β est un coefficient de forme qui tient compte de non répartition uniforme de la vitesse le long de (Oy).

$$(174) \quad \beta = \frac{\int_0^h u^2 dy}{hU^2}$$

Ce coefficient dépend du nombre de Reynolds : ≈ 1.03 pour l'écoulement turbulent et $= 1.2$ pour l'écoulement laminaire.

$\tau_w = \mu(u_{,y})_{y=0}$ est la contrainte tangentielle à la paroi. En négligeant le frottement entre l'air et le fluide, il apparaît que le ralentissement visqueux du fluide par les parois est le seul responsable des forces de frottement.

Pour évaluer J , nous reprenons l'hypothèse classique qui consiste à supposer que la profondeur du fluide varie progressivement pour que l'écoulement puisse être représenté par son équivalence en écoulement uniforme.

Avec cette hypothèse, l'équation ((170) donne le profil suivant de la vitesse locale :

$$(175) \quad u = \frac{\rho g}{\mu} J \left[hy - \frac{1}{2} y^2 \right] \quad \text{avec} \quad J = \sin(\alpha)$$

On déduit que le paramètre de forme β égal à 1.2, que

$$(176) \quad J = \frac{3\mu U}{\rho g h^2} = \frac{3\mu q}{\rho g h^3}$$

Et que la vitesse à la surface libre U_s égale

$$(177) \quad U_s = \frac{3}{2} U$$

Notons que la même loi de frottement (176) a été utilisée par Hunt (1994), Aguirre-PE (1995), Debiante (2000), Chanson (2006) et aussi par d'autres chercheurs pour étudier les écoulements laminaires des fluides visqueux de comportement Newtonien. Aguirre-PE et Chanson proposent de la multiplier par un coefficient correcteur.

La vitesse locale à la surface libre pour un écoulement turbulent rugueux varie entre 1.11 et 1.25 de la vitesse moyenne. Il est recommandé dans ce cas d'utiliser une loi de frottement différente, comme celle de Manning (1891) et Strickler (1923) qui s'exprime pour une section plane, comme suit :

$$(178) \quad J = \frac{n^2 U^2}{h^{4/3}}$$

Où n est le coefficient de Manning

3.1.1 Equation différentielle du mouvement graduellement varié

Considérons un canal de section transversale plane de pente α portant un débit constant Q . Dans le cas permanent, l'équation (173) se simplifie, comme suit :

$$(179) \quad \frac{1}{2} \frac{\partial \beta U^2}{\partial x} = g (\sin(\alpha) - \cos(\alpha) h_{,x} - J)$$

pour l'équation dynamique qui exprime l'équilibre entre les forces de pesanteur, de frottement et d'inertie, et

$$(180) \quad \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

pour l'équation de continuité où $q = U h$ est le débit unitaire, h est la profondeur et β étant le coefficient de forme qui tient compte de non répartition uniforme de la vitesse (voir plus haut). x a l'origine l'extrémité amont du canal, compté positivement suivant la direction de l'écoulement.

Après manipulations, il résulte :

$$(181) \quad h_{,x} = \frac{\sin(\alpha) - J}{\cos(\alpha) - \frac{\beta U^2}{g h}}$$

En conservant la valeur du nombre de Froude égale à 1 (pour $\beta = 1$) pour définir la hauteur critique, il est possible de redéfinir le nombre de Froude, comme suit :

$$(182) \quad Fr^2 = \frac{q^2}{g \cos \alpha h^3}$$

et l'équation (181) devient :

$$(183) \quad h_{,x} = \frac{\sin(\alpha) - J}{\cos(\alpha)(1 - \beta Fr^2)}$$

On peut également définir l'énergie de l'écoulement appelé également charge hydraulique, de la manière suivante :

$$(184) \quad H = \cos(\alpha)h + \frac{1}{2} \frac{\beta U^2}{g}$$

En fonction de H , l'équation (181) devient :

$$(185) \quad H_{,x} = \sin(\alpha) - J$$

3.1.2 Hauteurs caractéristiques pour un écoulement laminaire

Hauteur normale

Lorsque le numérateur de l'équation (181) s'annule, la surface libre et le fond ont la même pente. Donc la profondeur est constante et correspond à la hauteur normale (h_n). L'expression de la hauteur normale pour un écoulement laminaire et une section plane est la suivante :

$$(186) \quad h_n = \left[\frac{3\mu}{\rho g} \frac{q}{\sin(\alpha)} \right]^{1/3}$$

Hauteur critique

Considérons un canal de section quelconque et de pente α portant un débit constant. Lorsque le dénominateur de l'équation (181) s'annule, la profondeur du fluide atteint une hauteur appelée hauteur critique " h_c ". Le régime d'écoulement correspondant est appelé régime critique. En général, ce régime est instable (fluctuation de la surface libre). Une petite variation de l'énergie provoque des variations sensibles de profondeur de part et d'autre de h_c . Pour le calcul de h_c , on annule le dénominateur de l'équation (181), soit donc:

$$(187) \quad \cos(\alpha) - \frac{\beta b q^2}{g S^3} = 0$$

qui correspond à $Fr = \sqrt{1/\beta}$ et également à l'énergie minimale de l'écoulement ' H_{\min} ' où :

$$(188) \quad H_{\min} = \frac{3}{2} h_c$$

Pour une section rectangulaire, l'équation (187) donne :

$$(189) \quad h_c = \left(\frac{\beta q^2}{g \cos \alpha} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Il apparaît dans ce cas, que la hauteur critique dépend aussi de la pente du canal.

Pente critique

Considérons un canal de section rectangulaire et de pente variable portant un débit constant. On définit la pente critique α_c comme étant la pente pour la quelle la hauteur normale est égale à la hauteur critique. Pour calculer α_c , on associe les équations du régime uniforme à l'équation du régime critique. On obtient pour une section plane et un écoulement laminaire :

$$(190) \quad \alpha_c = a \tan \left[\frac{3\mu}{\rho \beta q} \right]$$

3.1.3 Formes possibles des profils de la surface libre pour un écoulement laminaire

Les formes possibles des profils de la surface libre sont déduites à partir de l'équation (181). Son premier membre $h_{,x}$ est la pente de la surface libre rapportée au fond du canal (h est mesurée positivement vers le haut). Son second membre peut être discuté en relation avec la valeur respective des profondeurs normale et critique.

- Dans le cas d'un canal incliné descendant ($tg(\alpha) > 0$) et un écoulement laminaire, l'équation (181) se réécrit, comme suit :

$$(191) \quad h_{,x} = \tan(\alpha) \frac{h^3 - h_n^3}{h^3 - h_c^3}$$

On pose :

$$(192) \quad \hat{h} = \frac{h}{h_n} \quad ; \quad \hat{h}_c = \frac{h_c}{h_n} \quad ; \quad \hat{x} = \frac{x}{h_n}$$

Ainsi , l'équation (191) devient :

$$(193) \quad (\hat{h} - \hat{h}_0) + (1 - \hat{h}_c^3) \int_{\hat{h}_0}^{\hat{h}} \frac{1}{\hat{h}^3 - 1} \partial \hat{h} = tg(\alpha) \hat{x}$$

Où $\hat{h}_0 = h_0 / h_n$ est la section de contrôle.

En intégrant, on obtient :

$$(194) \quad (\hat{h} - \hat{h}_0) + (1 - \hat{h}_c^3) \left[\text{hypergeom} \left(\frac{1}{3}, 1, \frac{4}{3}, \hat{h}_0^3 \right) \hat{h}_0 - \text{hypergeom} \left(\frac{1}{3}, 1, \frac{4}{3}, \hat{h}^3 \right) \hat{h} \right] = tg(\alpha) \hat{x}$$

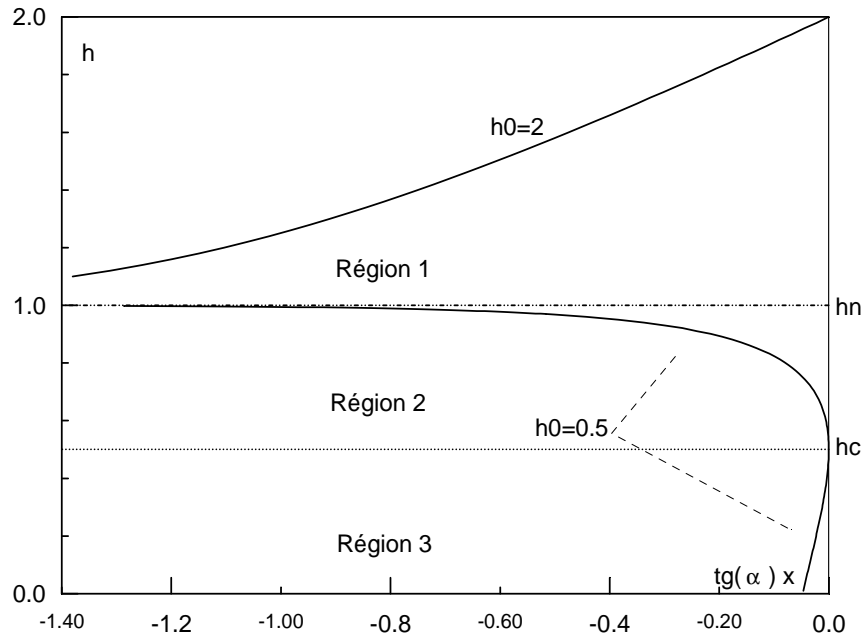


Figure 16 : Formes possibles du profil de la surface libre pour un canal descendant et $h_c < h_n$ ($\hat{h}_c = 0.5$)

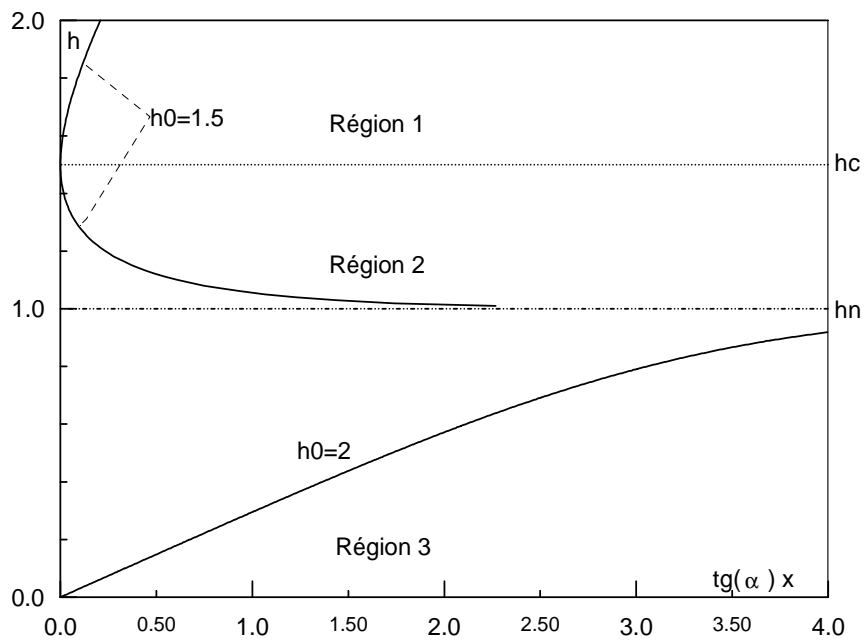


Figure 17 : Formes possibles du profil de la surface libre pour un canal descendant et $h_c > h_n$ ($\hat{h}_c = 1.5$)

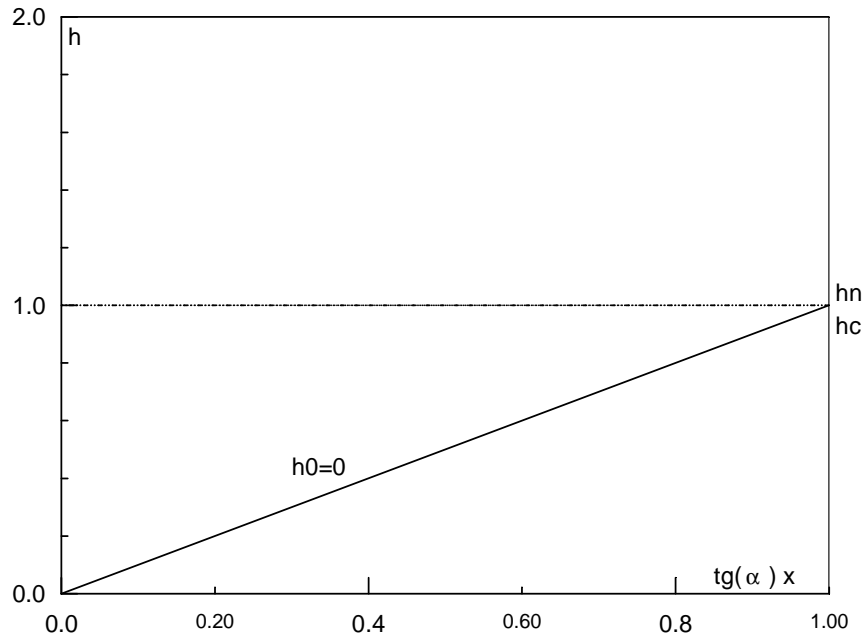


Figure 18 : Une seule forme possible du profil de la surface libre pour un canal descendant et $h_c = h_n$

Suivant le signe de $(1 - \hat{h}_c)$, on trouve plusieurs formes possibles de la surface libre. Elles sont représentées sur les Figure 16, Figure 17 et Figure 18. La différence avec le cas d'un écoulement turbulent rugueux apparaît avec $\hat{h}_c = 1$, ici on a un seul profil possible linéaire (Figure 18)

- Pour un canal incliné ascendant ($\text{tg}(\alpha) < 0$) et un écoulement laminaire, il n'est pas possible de définir une hauteur normale et l'équation (181) se réécrit, comme suit :

$$(195) \quad h_{,x} = \tan(\alpha) \frac{h^3 + a^3}{h^3 - h_c^3}$$

Avec

$$(196) \quad a^3 = -\frac{3\mu}{\rho g} \frac{q}{\sin(\alpha)}$$

On pose :

$$(197) \quad \hat{h} = \frac{h}{a} \quad ; \quad \hat{h}_c = \frac{h_c}{a} \quad ; \quad \hat{x} = \frac{x}{a}$$

Ainsi l'équation (195) devient :

$$(198) \quad (\hat{h} - \hat{h}_0) - (1 + \hat{h}_c^3) \int_{\hat{h}_0}^{\hat{h}} \frac{1}{\hat{h}^3 + 1} \partial \hat{h} = \text{tg}(\alpha) \hat{x}$$

Où $\hat{h}_0 = h_0 / a$ est la section de contrôle.

En intégrant, on obtient :

$$(\hat{h}-\hat{h}_0)-(1+\hat{h}_c^3)\left[\frac{1}{3}\ln\left(\frac{\hat{h}+1}{\hat{h}_0+1}\right)-\frac{1}{6}\ln\left(\frac{(\hat{h}-1/2)^2+3/4}{(\hat{h}_0-1/2)^2+3/4}\right)+\frac{\sqrt{3}}{3}\left(a\tan\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}(\hat{h}-1/2)\right)-a\tan\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}(\hat{h}_0-1/2)\right)\right)\right]=\text{tg}(\alpha)\hat{x}$$

(199)

Suivant la valeur de \hat{h}_0 , on obtient ici deux formes possibles du profil de la surface libre.

Elles sont représentées sur la Figure 19.

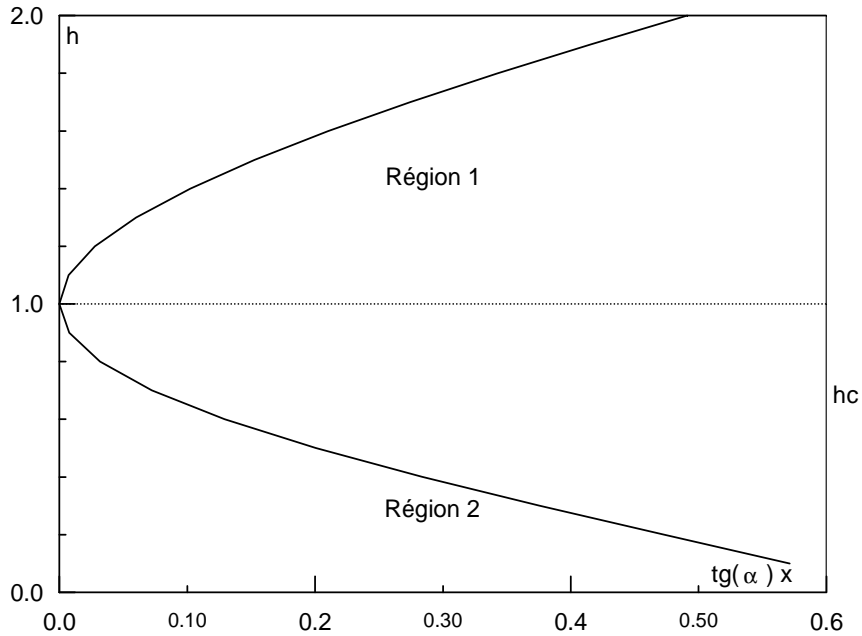


Figure 19 : Formes possibles du profil de la surface libre pour un canal ascendant et $\hat{h}_c = 1$ et $\hat{h}_0 = 1$

- Pour un canal horizontal $\text{tg}(\alpha) = 0$ et un écoulement laminaire, on ne peut pas aussi dans ce cas définir une hauteur normale et l'équation (181) se réécrit, comme suit :

$$(200) \quad h_{,z} = -\frac{b^3}{h^3 - h_c^3}$$

Avec

$$(201) \quad b^3 = \frac{3\mu q}{\rho g}$$

On pose :

$$(202) \quad \hat{h} = \frac{h}{b} \quad ; \quad \hat{h}_c = \frac{h_c}{b} \quad ; \quad \hat{x} = \frac{x}{b}$$

En intégrant, on obtient :

$$(203) \quad \hat{h}_c^3(\hat{h}-\hat{h}_0)-\frac{1}{4}(\hat{h}^4-\hat{h}_0^4)=\hat{x}$$

Ici encore, on obtient suivant la valeur de \hat{h}_0 deux formes possibles du profil de la surface libre. Elles sont représentées sur la Figure 20.

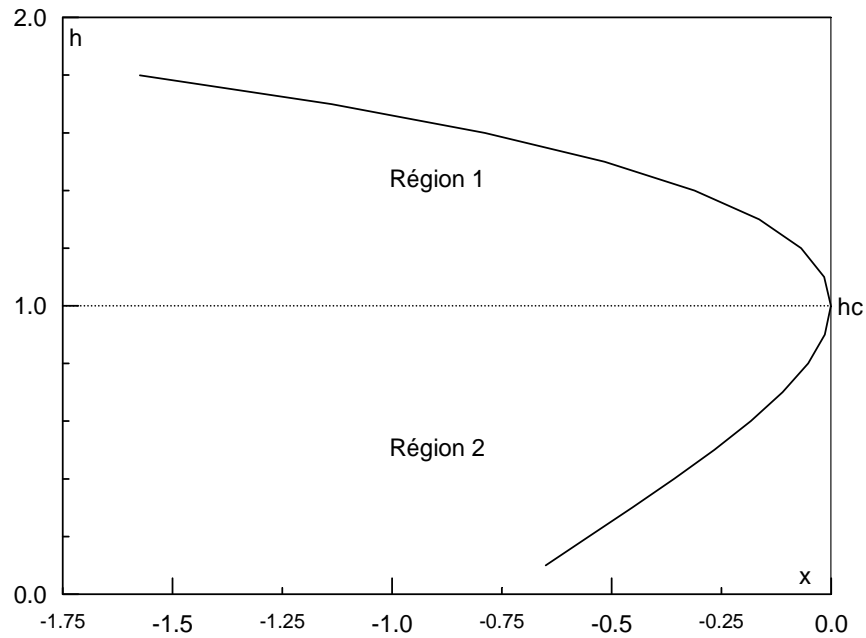


Figure 20 : Formes possibles du profil de la surface libre pour un canal horizontal et $\hat{h}_c = 1$ et $\hat{h}_0 = 1$

4 Problème de rupture de barrage pour un écoulement laminaire et une section plane

Ce problème a fait parti de mon travail de thèse (Debiane 2000). Nous considérons ici le cas d'une rupture instantanée, et le fluide est initialement au repos dans le réservoir (Figure 21)

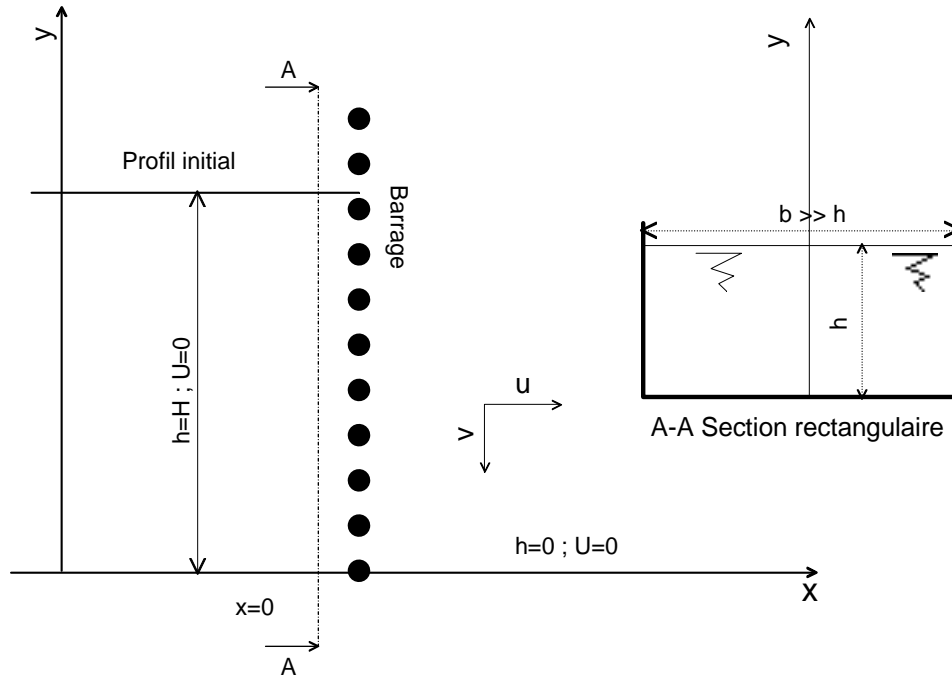


Figure 21 : Etat du canal à $t=0$, canal horizontal

4.1 Solution inertielle de Ritter

Lorsque le frottement est négligeable devant l'inertie, canal horizontal, rupture instantanée, et le fluide est initialement au repos dans le réservoir, la solution a été obtenue par Ritter (1892). Le front d'onde avance avec une vitesse constante égale à $2\sqrt{gH}$, tandis que l'onde négative (caractérisée par une hauteur égale à la profondeur initiale de l'écoulement "H") recule avec une vitesse constante \sqrt{gH} . Entre ces deux extrémités, la vitesse moyenne U et la profondeur h sont données par :

$$(204) \quad U = \frac{2}{3} \left(\frac{x}{t} + \sqrt{gH} \right)$$

$$(205) \quad \sqrt{gh} = \frac{1}{3} \left(2\sqrt{gH} - \frac{x}{t} \right)$$

où $x = 0$ correspond à l'emplacement du barrage.

Il faut cependant noter que ces relations sont valables seulement avant l'instant où l'onde négative atteint l'extrémité amont du réservoir, i.e $t < L/\sqrt{gH}$ où L est la longueur initiale du réservoir. Ultérieurement, les conditions aux bords ne seront pas vérifiées.

Des propriétés intéressantes de l'écoulement peuvent être déduites à partir de ces relations. Par exemple, à l'endroit du barrage ($x=0$, $h = h_d$, $U = U_d$ et $q = q_d$), on a :

$$(206) \quad h_d = \frac{4}{9}H; \quad U_d = \frac{2}{3}\sqrt{gH}; \quad q_d = h_d U_d = \frac{8}{27}\sqrt{gH^3}; \quad Fr = Fr_d = 1$$

La profondeur de l'écoulement est donc constante, il en est de même pour le débit. De plus, la vitesse de l'écoulement est égale à la vitesse critique définie par $Fr = 1$. Donc, l'endroit du barrage est une position critique de l'écoulement. Il résulte que le nombre de Reynolds à l'endroit du barrage est également constant :

$$(207) \quad Re_d = \frac{\rho U_d h_d}{\mu} = \frac{8}{27} \frac{\rho \sqrt{gH^3}}{\mu}$$

Nous supposons dans la suite de calculs que le régime d'écoulement est laminaire, ce qui correspond à :

$$(208) \quad H < \left(\frac{2400 \times 27}{8} \frac{\mu}{\rho \sqrt{g}} \right)^{2/3}$$

Il apparaît dans le cas de l'eau que H doit être inférieur à 18.6 mm.

Il est aussi intéressant de signaler qu'ici la notion de propagation d'ondes est relative aux mouvements des hauteurs de fluide. Cela dit, une profondeur fixe va être, à un instant donné, dans une position, puis dans d'autres positions aux temps différents. Un observateur qui suit le mouvement de cette profondeur voit que celle-ci se déplace avec une vitesse constante égale à $2\sqrt{gH} - 3\sqrt{gh}$; négatif pour $x < 0$, positif pour $x > 0$, et nulle pour $x = 0$. Le signe positif indique la direction de l'écoulement. Si les frottements ne sont pas négligeables, l'observateur voit la vitesse de propagation de cette profondeur qui diminue au cours du temps. Cette discussion permet de partager le courant en deux classes, pour lesquelles ce phénomène de propagation s'opère d'une manière différente, suivant que Fr est plus petit ou plus grand que l'unité.

- Si $Fr < 1$ ($x < 0$), les profondeurs se propagent inversement à l'écoulement,
- Pour $Fr > 1$ ($x > 0$), les profondeurs propagent avec le courant d'eau.
- Pour $Fr = 1$ ($x = 0$), la profondeur est fixe.

Il en résulte une analogie entre ce problème et le problème de propagation des ondes de surface. Si en un point d'un canal on projette subitement un certain volume d'eau, on peut donner naissance à une onde mobile qui parcourt le canal avec une vitesse égale à \sqrt{gh} . L'inégalité $U > \sqrt{gh}$ ($Fr < 1$) fait voir que la vitesse du courant est supérieure à la vitesse de propagation des ondes, de manière que celles-ci ne puissent pas remonter vers l'amont. Ce rapprochement n'est pas rigoureux, néanmoins, il présente quelque intérêt comme corrélation entre deux ordres de faits bien différents.

4.2 Théorie visqueuse pour un canal horizontal

Nous supposons qu'il peut y avoir un temps où l'écoulement devient complètement visqueux. Il convient dans ce cas de négliger dans l'équation (173) tous les termes en rapport avec l'inertie. Il résulte que le frottement visqueux est entièrement composé par la tangente de la surface libre, soit :

$$(209) \quad J = -h_{,x}$$

Il est bien de signaler que dans ce cas J est exactement égale à l'expression représentée par l'équation (176), car on considère le cas d'un écoulement laminaire et les termes inertiels peuvent être également négligés dans l'équation (170). Ainsi, l'équation dynamique ne fait pas apparaître le caractère transitoire de l'écoulement, et reste donc similaire à celle qui gouverne l'écoulement uniforme en régime laminaire.

D'après l'équation (176), on a :

$$(210) \quad q = -\frac{\rho g}{12\mu} \frac{\partial h^4}{\partial x}$$

C'est en remplaçant dans l'équation de continuité qu'on fait apparaître le caractère transitoire de l'écoulement. On obtient une équation parabolique en fonction de h seulement, soit :

$$(211) \quad \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\rho g}{12\mu} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (h^4) = 0$$

Le même modèle d'écoulement a déjà été utilisé par quelques géophysiciens pour étudier les écoulements du magma terrestre (cf. Huppert 1982, 1986 et autres).

Dans le présent modèle, et dans la suite de nos développements, la conservation de la masse exprime que la quantité initiale du fluide reste constante au cours du temps. En effet, par intégration selon x de l'équation (171) avec comme conditions le débit est nul aux deux extrémités de l'écoulement, on obtient la relation à vérifier impérativement :

$$(12) \quad \int_{-L}^{x_f} h dx = LH$$

4.2.1 Conditions initiales et conditions aux bords

En aval du barrage, le fond est sec et en amont, le fluide est en repos. La profondeur d'eau avant la rupture s'exprime donc :

$$(13) \quad h(x, t = 0^-) = H \quad \text{si} \quad -L \leq x \leq 0; \quad h(x, t = 0^-) = 0 \quad \text{ailleurs}$$

Cette condition initiale n'est pas continue en $x = 0$: La valeur à gauche est H, tandis que la valeur à droite est nulle. On suppose à $t = 0$, que la rupture de barrage est instantanée et totale.

Les conditions aux bords peuvent être différentes suivant que le réservoir est infiniment long ou l'étendue est limitée. Mais d'une manière générale, la condition en aval exprime que la profondeur est nulle, tandis que la condition en amont exprime que c'est le débit ou la vitesse moyenne qui sont nuls, soit :

$$(14) \quad h(x \rightarrow \infty (x = x_f), t) = 0$$

et puisque $h(x = -L, t) \neq 0$, il vient d'après (210) :

$$(15) \quad \frac{\partial h}{\partial x}(x \rightarrow -\infty (x = -L), t) = 0$$

Si la solution est unique, ces conditions sont suffisantes pour résoudre ce problème.

Avant de commencer la résolution, signalons que l'équation du mouvement (211) admet une solution à variables séparées ($h(x, t) = X(x)T(t)$) qui ne vérifie pas les conditions aux bords du problème.

4.2.2 Solutions semblables

Pour plus de simplifications, on introduit les variables réduites suivantes :

$$(16) \quad (\hat{h}, \hat{x}, \hat{t}, \hat{x}_f) = \left(\frac{h}{H}, \frac{x}{L}, \frac{\rho g H^3}{12 \mu L^2} t, \frac{x_f}{L} \right)$$

le signe ^ indique les paramètres adimensionnels. L'équation du mouvement (211) se réécrit donc :

$$(17) \quad \frac{\partial^2}{\partial \hat{x}^2} (\hat{h}^4) - \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{t}} = 0$$

Les conditions à respecter sont $\hat{h}(\hat{x} = \hat{x}_f, \hat{t}) = 0$ et $\hat{h}_{,\hat{x}}(\hat{x} = -1, \hat{t}) = 0$.

Compte tenu de l'équation (212), il est impérativement nécessaire de vérifier :

$$(218) \quad \int_{-1}^{\hat{x}_f} \hat{h}(\hat{x}, \hat{t}) d\hat{x} = 1$$

L'idée est de chercher des solutions affines de la forme :

$$(219) \quad \hat{h}(\hat{x}, \hat{t}) = h_0(\hat{t}) X \left(\eta = \frac{\hat{x} - x_{**}(\hat{t})}{x_*(\hat{t})} \right)$$

En introduisant l'hypothèse (219) dans l'équation du mouvement (217), il vient :

$$(220) \quad \frac{\partial^2 X^4}{\partial \eta^2} + \frac{x_*(t) \cdot_t x_*(t)}{h_0(t)^3} \eta \frac{\partial X}{\partial \eta} + \frac{x_{**}(t) \cdot_t x_*(t)}{h_0(t)^3} \frac{\partial X}{\partial \eta} - \frac{h_0(t) \cdot_t x_*(t)^2}{h_0(t)^4} X = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ F_1(\hat{t}) & F_2(\hat{t}) & F_3(\hat{t}) \end{array}$$

Pour que notre hypothèse soit valable, il faut que les trois fonction de temps ($F_1(\hat{t})$, $F_2(\hat{t})$ et $F_3(\hat{t})$) intervenant dans cette dernière équation soient des constantes, il résulte que :

$$(221) \quad x_*(\hat{t}) = (A\hat{t} + B)^n \quad ; \quad x_{**}(\hat{t}) = C(A\hat{t} + B)^n + D \quad ; \quad h_0(\hat{t}) = E(A\hat{t} + B)^{\frac{2n-1}{3}}$$

Dans ces conditions, l'équation (220) devient :

$$(222) \quad \frac{d^2 X^4}{d\eta^2} + \frac{nA}{E^3} \left[(\eta + C) \frac{dX}{d\eta} + \frac{1-2n}{3n} X \right] = 0$$

où A , B , C , D , E et n sont des constantes. Suivant les valeurs de ces constantes, on obtient une infinité de solutions qui vérifient parfaitement l'équation du mouvement, mais il faut aussi examiner les conditions du problème. Pour cela, il nécessaire de soumettre les conditions physique (214), (215) et (218) à des conditions aux limites invariantes, i.e qui ne dépendent pas de \hat{t} ni de \hat{x} . Nous discuterons alors respectivement deux situations d'écoulement : Cas d'un réservoir limité et cas d'un réservoir infiniment long.

4.2.3 Cas d'un réservoir limité sans tenir compte des contions initiales

Nous supposons ici que la solution ne peut dépendre que d'un groupement du type $\eta = (\hat{x} + 1)/(\hat{x}_f(\hat{t}) + 1)$, soit d'après l'analyse précédente $x_*(t) = \hat{x}_f(\hat{t}) + 1$ et $x_{**}(t) = 1$, donc $C = 0$ et $D = 1$. Cette propriété s'interprète physiquement en exprimant que la profondeur du fluide évolue avec une seule longueur de référence qui est la longueur totale de l'écoulement. D'autre part, on vérifie en respectant les équations (221) que $n = 1/5$ et afin de conserver dans tous les cas ($\forall \hat{t}$) $X_2(0) = 1$, on définit la fonction $h_0(t)$ comme étant la profondeur du fluide au bord amont du canal, i.e $\hat{h}(\hat{x} = -1, \hat{t})$. En définitive, on obtient :

$$(223) \quad \hat{x}_f(\hat{t}) = \hat{c}_f [\hat{t} + \hat{c}_2]^{1/5} - 1$$

et

$$(224) \quad \hat{h}(\hat{x} = -1, \hat{t}) = \frac{1}{a(\hat{x}_f(\hat{t}) + 1)}$$

avec

$$(225) \quad a = \int_0^1 X_2(\eta) d\eta \quad \text{et} \quad \hat{c}_f = \left(\frac{40}{3a^3} \right)^{1/5}$$

où $\hat{c}_2 = B/A$ et $\hat{c}_f = A^n$. La fonction $X(\eta) = X_2(\eta)$ est définie dans l'intervalle $[0,1]$ et elle devrait obéir à l'équation différentielle ordinaire du deuxième ordre suivante :

$$(226) \quad \frac{3}{8} \frac{d^2}{d\eta^2} (X_2(\eta)^4) + \eta \frac{dX_2}{d\eta} + X_2(\eta) = 0$$

Elle est formellement identique à l'équation (222). On l'intègre avec pour conditions aux limites: $X_2(0) = 1$ et $dX_2/d\eta = 0$ à $\eta = 0$.

Compte tenu de ces conditions, il vient :

$$(227) \quad X_2(\eta) = (1 - \eta^2)^{1/3}$$

On remarque que la condition $X_2(0) = 1$ est automatiquement vérifiée. Nous pouvons maintenant déduire $a \approx 0.8411$ et $\hat{c}_f \approx 1.8625$. La fonction $X_2(\eta)$ donne le profil de l'écoulement en fonction du temps. Elle est représentée graphiquement dans la Figure 22.

On obtient donc une solution qui vérifie parfaitement l'équation du mouvement ainsi que toutes les conditions aux limites du problème, mais il reste à examiner les conditions initiales. Si on fait $\hat{x}_f(\hat{t} = 0) = 0$, on déduit à partir de l'équation (223) la valeur de la constante $\hat{c}_2 \approx 0.045$. A cet instant, la profondeur du fluide au bord amont du canal peut être déduite à partir de l'équation (224), soit $\hat{h}(\hat{x} = -1, \hat{t} = 0) \approx 1.189$, qui est supérieure à la valeur admise 1 . Si on fait maintenant $\hat{h}(\hat{x} = -1, \hat{t} = 0) = 1$, alors $\hat{x}_f(\hat{t} = 0) \approx 0.2$. Par conséquent, cette solution est incapable de vérifier les conditions initiales de l'écoulement. En réalité, celle-ci n'est valable que pour $\hat{x}_f(\hat{t}) \gg (1-a)/a$ (c.a.d $\hat{x}_f(\hat{t}) \gg 0.2$ lorsque le front d'onde dépasse environ 1/5 la largeur du canal) correspondant aux temps relativement grands.

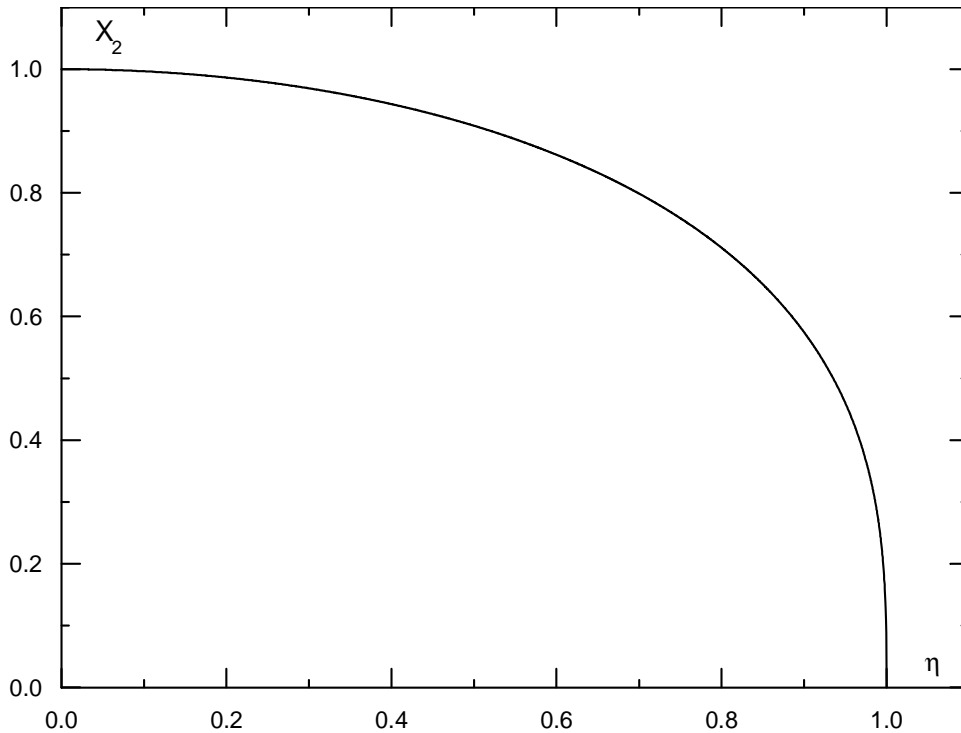


Figure 22 : Solution analytique du profil de la surface libre ; régime visqueux ; temps grands ; réservoir limité; variables normalisées ; fond horizontal

4.2.4 Cas d'un réservoir infiniment long

On aurait pu penser dès le départ qu'aux temps petits, le comportement de l'écoulement peut être considéré analogue au comportement d'un réservoir de très grande dimension de manière que loin du barrage, le fluide peut être considéré au repos à la profondeur H . Par conséquent, la longueur initiale du réservoir ' L ' ne peut pas avoir d'influence sur l'écoulement envisagé. On préfère alors exprimer les variables réduites sous la forme (nous unifierons dans la suite les différentes variables utilisées) :

$$(228) \quad (\tilde{h}, \tilde{x}, \tilde{t}) = \left(\frac{h}{H}, \frac{x}{H}, \frac{\rho g H}{12\mu} t \right)$$

qui ne font pas intervenir la longueur initiale du réservoir. Le signe \sim a été choisi pour représenter les variables adimensionnelles de cette situation d'écoulement. L'équation (211) se réécrit donc comme suit :

$$(229) \quad \frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} (\tilde{h}^4) - \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} = 0$$

C'est une équation analogue à l'équation (217) en utilisant le signe \sim en place de \wedge . Comme le réservoir est supposé infiniment long, on a choisi de se placer à une abscisse prévue au départ d'être critique (correspondant à l'emplacement du barrage) et de chercher des solutions affines

dont le rapport d'affinité égal aux rapport des positions du front d'onde, i.e $\eta = \tilde{x} / \tilde{x}_f(\tilde{t})$, soit $x_* = \tilde{x}_f(\tilde{t})$ et $x_{**} = 0$ ($C = 0$ et $D = 0$). Pour assurer la condition initiale de l'écoulement, il est avantageux de prendre $h_0 = 1$ ($E = 1$ et $n = 1/2$). Compte tenu des équations (221), il résulte

$$(230) \quad \tilde{x}_f(\tilde{t}) = \tilde{c}_f (\tilde{t} - \tilde{c}_1)^{1/2}$$

où $\tilde{c}_1 = B/A$ et $\tilde{c}_f = A^n$. La fonction $X(\eta) = X_1(\eta)$ devrait obéir à l'équation différentielle suivante :

$$(231) \quad \frac{d^2}{d\eta^2} (X_1(\eta)^4) + \frac{1}{2} \tilde{c}_f^2 \eta \frac{d}{d\eta} (X_1(\eta)) = 0$$

D'autre part, il est formellement possible de fixer $\tilde{c}_f = 1$, mais on devrait remplacer dans ce cas $\tilde{x}_f(\tilde{t})$, intervenant dans la définition de la variable η , par une fonction $\tilde{x}_*(\tilde{t})$ qui varie comme $\tilde{x}_f(\tilde{t})$, soit par exemple $\tilde{x}_*(\tilde{t}) = (\tilde{t} - \tilde{c}_1)^{1/2}$. Ainsi, on peut résoudre l'équation (231) avec pour conditions aux limites :

$$(232) \quad X_1(\eta \rightarrow +\infty) = 0; \quad X_1(\eta \rightarrow -\infty) = 1$$

Et déduire ensuite \tilde{c}_f qui correspond à $X_1(\tilde{c}_f) = 0$.

Malheureusement, cette équation n'est pas intégrable analytiquement. Néanmoins, on peut trouver une solution approchée à l'aide de développements en série autour de $\eta = 1$. Pour cela, il est avantageux d'introduire $f = (8/3c_f^2)^3 X_1^3$ et $p = 1 - \eta$. L'équation (290) se réécrit donc :

$$(233) \quad 3f \frac{d^2 f}{dp^2} + \left(\frac{df}{dp} \right)^2 + p \frac{df}{dp} - \frac{df}{dp} = 0$$

avec $f(0) = 0$.

En utilisant le développement de Taylor au voisinage de $p=0$ en commençant par un terme proportionnel à p , et après substitution et identification terme à terme des puissances de p , on aboutit à :

$$(234) \quad f(p) \approx p - \frac{1}{8} p^2 + \frac{1}{224} p^3 + \frac{3}{17920} p^4 + \frac{3}{32614400} p^5 - \frac{157}{260915200} p^6 - \frac{10107}{194329640960} p^7 + \dots$$

Il semble que cette série a un rayon de convergence inférieur à 7. Comme nous allons voir dans la suite, cela peut être suffisant pour caractériser le régime d'écoulement. Revenons maintenant aux variables de départ et tenons en compte seulement les quatre premiers termes de cette série, il résulte :

$$(235) \quad X_1(\eta) \approx \left(\frac{3}{8} \tilde{c}_f^2 \right)^{1/3} \left[(1-\eta) - \frac{1}{8}(1-\eta)^2 + \frac{1}{224}(1-\eta)^3 + \frac{3}{17920}(1-\eta)^4 + \dots \right]^{1/3}$$

qui montre qu'au voisinage du front, i.e $\hat{x} \rightarrow \hat{x}_f$, la hauteur varie comme $(x_f - x)^{1/3}$.

Pour évaluer l'inconnue \tilde{c}_f , nous avons préféré résoudre numériquement l'équation (231).

Une difficulté d'intégration numérique est que des conditions limites interviennent à la fois en $\eta \rightarrow \infty$ et $\eta \rightarrow -\infty$. Il est plus simple de n'avoir à tenir compte que des conditions à $\eta = 0$.

On remarque que si l'on fait le changement de variables $\tilde{\eta} = \lambda \eta$ où $\lambda = \tilde{c}_f / \sqrt{2X_1(0)^3}$ et en remplaçant $\tilde{X}_1 = X_1(\eta) / X_1(0)$, l'équation (231) devient :

$$(236) \quad \begin{cases} \frac{d\tilde{Q}}{d\tilde{\eta}} = \frac{\tilde{\eta}}{4\tilde{X}_1^3} \tilde{Q} \\ \frac{d\tilde{X}_1}{d\tilde{\eta}} = -\frac{\tilde{Q}}{4\tilde{X}_1^3} \end{cases}$$

où $\tilde{Q}(\eta) = -(1/X_1(0)^4) dX_1^4 / d\eta$ représente physiquement le débit en variables normalisées.

Cette équation est formellement identique à l'équation (131). On l'intègre avec pour conditions :

$$(237) \quad \tilde{Q}(0) = \int_0^{\infty} \tilde{X}_1 d\tilde{\eta} \quad ; \quad \tilde{X}_1(0) = 1$$

On déduit ensuite $X_1(0) = 1/\tilde{X}_1(\tilde{\eta} \rightarrow -\infty)$, puis λ qui correspond à $\tilde{X}_1(\tilde{\eta} = \lambda) = 0$. Connaissant ces deux valeurs, on peut alors calculer la valeur de la constante \tilde{c}_f qui définit la position du front d'onde.

Pour la résolution, nous avons utilisé le problème de Cauchy qui consiste à trouver une courbe solution du système (236) telle que pour $\tilde{\eta}$ donné (appelé point régulier, dans notre cas $\tilde{\eta} = 0$), on ait \tilde{X}_1 et \tilde{Q} . Il apparaît cependant une difficulté puisque $\tilde{Q}(0)$ est inconnu. La solution est de procéder à un calcul itératif. On divise l'intervalle de définition de $\tilde{\eta}$ en deux sous-ensembles, $[0, \tilde{\eta}_\infty]$ et $[-\tilde{\eta}_\infty, 0]$ où $\tilde{\eta}_\infty$ est une valeur prise assez grande. Le calcul s'effectuera en deux étapes : dans l'intervalle $[0, \tilde{\eta}_\infty]$, en suite dans l'intervalle $[-\tilde{\eta}_\infty, 0]$.

- On fixe une valeur initiale $\tilde{Q}^{(1)}(0)$.
- On résout alors le système (236) depuis $\tilde{\eta} = 0$ jusqu'à $\tilde{\eta} = \tilde{\eta}_\infty$.
- On corrige ensuite la valeur initiale $\tilde{Q}^{(1)}(0)$ à l'aide d'intégrale intervenant dans (237)
- On répète ces étapes jusqu'à la convergence.

Le problème est ainsi résolu dans l'intervalle $[0, \tilde{\eta}_\infty]$, on passe au domaine $[-\tilde{\eta}_\infty, 0]$. Etant donné la vraie valeur de $\tilde{Q}(0)$, le calcul dans ce domaine s'effectuera en une étape.

Les dérivées intervenant dans le système (236) sont approchées par des différences dont on remplace d par Δ où Δ représente une différence entre deux valeurs proches. Pour évaluer l'intégrale intervenant dans l'équation (237), on a utilisé la méthode des trapèzes. On obtient ainsi la fonction \tilde{X}_1 dans tout son domaine $[-\tilde{\eta}_\infty, \tilde{\eta}_\infty]$. Cette fonction fournit le profil de l'écoulement en fonction du temps. Elle est représentée graphiquement dans la Figure 23. Il est impossible de définir dans ce cas une véritable onde négative. Néanmoins, on peut définir une position arrière critique $\tilde{x} = \tilde{x}_b(\tilde{t})$ telle que h soit égale à un certain pourcentage (par exemple 99%) de H . Compte tenu de cette définition de \tilde{x}_b , on obtient :

$$(238) \quad \tilde{x}_b(\tilde{t}) = -5.376(\tilde{t} - \tilde{c}_1)^{1/2} \quad \text{pour} \quad \tilde{h} = 99\%$$

Les valeurs de \tilde{h}_d et \tilde{c}_f sont trouvées égales à 0.6839 et 0.9848, respectivement où $\tilde{h}_d = h_d / H = X_1(0)$ représente la profondeur du fluide à l'emplacement du barrage. Celle-ci est prédite, comme dans la solution inertielle de Ritter, indépendante du temps mais sa valeur est 54% plus grande.

En remplaçant maintenant la valeur de \tilde{c}_f dans l'équation (235), la fonction $X_1(\eta)$ est calculée puis tracée sur la Figure 23. Seulement les quatre premiers termes de cette série ont été considérés. On remarque que l'accord est assez bon. Dans l'intervalle où $X_1(\eta)$ varie nettement, i.e $[\tilde{x}_b, \tilde{x}_f]$, l'écart est inférieur à 0.7%. Dans l'intervalle $]-\infty, \tilde{x}_b]$, il convient de prendre $X_1(\eta) \approx 1$

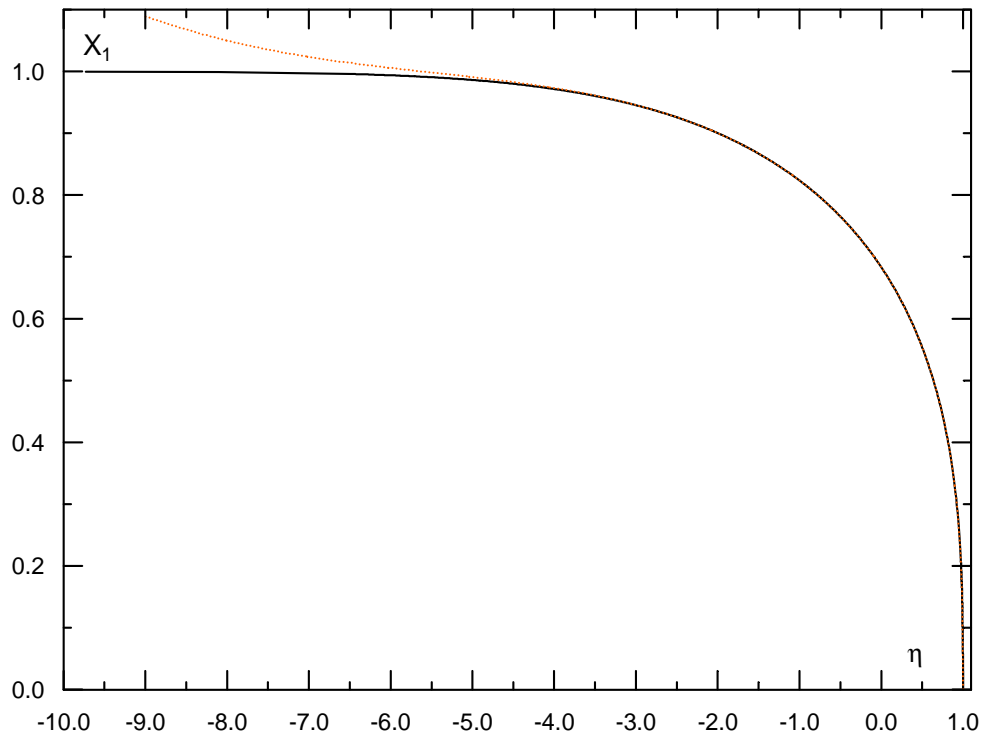


Figure 23 : Solution numérique et la solution approchée du profil de la surface libre ; régime visqueux ; temps petits (ou réservoir infiniment grand) ; variables normalisées ; fond horizontal ——— Résultat numérique Solution approchée

Remarque

Comme la condition initiale de l'écoulement est parfaitement vérifiée par la solution aux petits temps avec $\tilde{c}_1 = 0$, on aurait pu penser que la solution aux petits temps associée à la solution aux grands temps représentent la solution globale du problème, mais il n'en est rien. Le problème dans ce cas est physique. Si on se place à l'endroit du barrage, la profondeur du fluide est donc constante, mais la vitesse dépend du temps contrairement à la prédiction de la solution inertielle. Par conséquent, le nombre de Froude dépend également du temps, soit :

$$(239) \quad Fr(x=0,t) = \frac{U(x=0,t)}{\sqrt{gH(x=0)}} \approx 0.487 \sqrt{\frac{\rho H^2}{\mu}} \frac{1}{\sqrt{t}}$$

qui montre que $Fr(x=0,t \rightarrow 0) \rightarrow \infty$, donc le nombre de Froude prend des valeurs indéfinies immédiatement après la rupture de barrage. Ce qui est n'est pas physique dans ce problème d'écoulement à surface libre. Ici, on doit avoir des valeurs finies, de plus, dans cet endroit, ces valeurs devraient être inférieures à l'unité compte tenu de la solution inertielle de Ritter. Dès lors, quelle que soit la viscosité du fluide, la solution visqueuse ne peut jamais être la solution globale du problème. Il faut naturellement considérer l'inertie dans les petits instants après la rupture de barrage ($t \ll 0.237(\rho H^2 / \mu)$).

4.3 Etude de la transition Inertie/Visqueux pour un canal horizontal

La prépondérance des termes inertiels devant le terme visqueux conduit donc à un profil de l'écoulement convexe, tandis que la prépondérance du terme visqueux engendre une forme concave. D'autre part, on vient de voir qu'il est formellement impossible dans ce problème de rupture de barrage que l'ensemble d'écoulement est visqueuse ou au contraire, inertielle. En réalité, juste après la rupture du barrage, l'écoulement est principalement inertiel à l'exemption au voisinage du front visqueux. Après, le front visqueux domine progressivement l'écoulement pour devenir prépondérant à partir d'un certain temps.

Nous proposons dans cette section, l'étude de cette transition sans tenir compte de la tension superficielle. On définit un point particulier $x = \zeta(t)$. En amont de $\zeta(t)$, région dite supérieure, on considère que les effets du frottement visqueux sont petits, mais ils ne sont pas négligeables. En aval de $\delta(t)$, région dite frontale, on suppose que l'inertie est négligeable (debiane 2000, chanson 2006).

4.3.1 Etude de la région supérieure

Dans cette région, nous supposons que l'écoulement est inertiel, et nous lui ajoutons une petite perturbation visqueuse. Dressler (1952) a déjà étudié ce cas, mais avec une loi de frottement turbulente en relation avec la formule empirique de Chézy. Dans le même esprit, Su et Barnes (1970) étendent cette analyse de Dressler aux canaux inclinés avec différentes formes (rectangulaire, triangulaire et parabolique). De notre côté, nous proposons d'élargir cette stratégie de travail au cas des écoulements laminaires où le terme de résistance est proportionnel à U/h^2 au lieu de U^2/h .

On introduit la variable 'C' qui représente physiquement la vitesse de propagation d'une onde de surface dans une eau calme de hauteur h, soit :

$$(240) \quad C = \sqrt{gh}$$

Pour simplifier les écritures, un ensemble de variables adimensionnelles est choisi dont les références sont \sqrt{gH} pour les vitesses, H pour les abscisses et les hauteurs, et $\sqrt{H/g}$ pour le temps. Notons que ces variables réduites sont identiques à celles déjà introduites dans ce problème par Sakkas & Strekoff (1973)

$$(241) \quad (C^*, U^*, x^*, t^*) = \left(\frac{C}{\sqrt{gH}}, \frac{U}{\sqrt{gH}}, \frac{x}{H}, \frac{t}{\sqrt{H/g}} \right)$$

Le signe * indique les variables adimensionnelles.

Avec cette normalisation, les équations de Saint-Venant se réécrivent comme suit :

$$(242) \quad 2 \frac{\partial C^*}{\partial t^*} + 2U^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + C^* \frac{\partial U^*}{\partial x^*} = 0$$

$$(243) \quad \frac{\partial U^*}{\partial t^*} + U^* \frac{\partial U^*}{\partial x^*} + 2C^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} = -\frac{3}{\text{Re}_H} \frac{U^*}{C^{*4}}$$

où le paramètre de forme β est pris, par simplification, égal à 1. Re_H est le nombre de Reynolds exprimé sous la forme :

$$(244) \quad \text{Re}_H = \frac{\rho H \sqrt{gH}}{\mu}$$

qui ne fait pas intervenir la longueur du réservoir contrairement au nombre de Reynolds qui sera défini dans la suite. En introduisant la variable $\tau = (3/\text{Re}_H)t^*$, et en supposant que τ est un petit paramètre et qu'on peut faire un développement de U^* et C^* en puissance de ce petit paramètre, i.e :

$$(245) \quad U^*(x^*, t^*) = \sum_{i=0}^{\infty} U_i(x^*/t^*) \tau^i$$

$$(246) \quad C^*(x^*, t^*) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i(x^*/t^*) \tau^i$$

où i indique l'ordre de la solution. En posant ensuite la variable η égale à $(c_0 - x^*/t^*)$ où c_0 est une constante d'intégration, il vient à l'ordre 0 :

$$(247) \quad U_0(\eta) = c_0 - \frac{2}{3}\eta; \quad C_0(\eta) = \frac{1}{3}\eta$$

En rapportant l'hypothèse indiquée par les équations (245) et (246), dans les équations du mouvement (242) et (243) et en identifiant terme à terme les puissances de τ , on peut montrer que les termes U_i et C_i obéissent au système d'équations suivant :

$$(248) \quad \begin{cases} \eta \frac{dU_i(\eta)}{d\eta} + a_i U_i(\eta) = f_i(\eta) \\ C_i(\eta) = b_i U_i(\eta) + g_i(\eta) \end{cases}$$

où a_i et b_i sont des constantes. $f_i(\eta)$ et $g_i(\eta)$ sont en relation avec la variable η . Les expressions de ces fonctions sont à déterminer pour chaque i .

La solution de l'équation différentielle intervenant dans le système d'équations (248), est de la forme :

$$(249) \quad U_i(\eta) = \eta^{-a_i} \int f_i(\eta) \eta^{a_i-1} d\eta + c_i \eta^{-a_i}$$

où les c_i sont des constantes d'intégration.

Pour $i = 1$ (à l'ordre 1), on trouve :

$$(250) U_1(\eta) = -\frac{324c_0}{11}\eta^{-4} + 21\eta^{-3} + \frac{10c_1}{7}\eta^{3/2} ; \quad C_1(\eta) = \frac{81c_0}{22}\eta^{-4} - \frac{3}{2}\eta^{-3} + c_1\eta^{3/2}$$

La solution à l'ordre 2 est :

$$(251) U_2(\eta) = -\frac{17496c_0^2}{121}\eta^{-9} + \frac{97686c_0}{121}\eta^{-8} - \frac{5103}{10}\eta^{-7} + \frac{571293c_0c_1}{2002}\eta^{-7/2}$$

$$-\frac{5103c_1}{22}\eta^{-5/2} + \frac{405}{49}c_1^2\eta^2 + \frac{8}{5}c_2\eta^3$$

$$(252) C_2(\eta) = \frac{37179c_0^2}{242}\eta^{-9} - \frac{140697c_0}{484}\eta^{-8} + \frac{243}{2}\eta^{-7} - \frac{84321c_0c_1}{4004}\eta^{-7/2}$$

$$+ \frac{2349c_1}{308}\eta^{-5/2} + \frac{513}{98}c_1^2\eta^2 + c_2\eta^3$$

Si la vitesse d'onde négative est égale à la valeur de Ritter, i.e $= -\sqrt{gH}$ ($\eta = 3$), il vient $c_0 = 2$, $c_1 = -(7\sqrt{3})/1782$ et $c_2 = -89/764478$. Dans ce cas, la solution à l'ordre 0 est identique à celle de Ritter (équations (204) et (205)) et la variable η est définie dans l'intervalle $]0,3]$.

A l'ordre 1, pour τ donné, l'approximation U^* est une fonction croissante jusqu'à une certaine valeur, puis elle décroît nettement. D'autre part, l'approximation C^* décroît avec η , puis elle augmente rapidement (Figure 24). Mais comme à l'abscisse du front d'onde, la hauteur devrait tomber à zéro (condition au bord qui devrait être respectée), ces résultats confirment donc l'invalidité de ces approximations dans la région frontale. A l'ordre 2, des conclusions semblables peuvent être tirées. Dans le domaine où ces approximations semblent être valables, les deux solutions (à l'ordre 1 et 2) donnent des résultats assez proches, donc on obtient une bonne convergence de la solution.

L'invalidité de cette approximation dans la région frontale est une conséquence logique. En effet, puisque la loi de frottement utilisée ici est inversement proportionnelle au carré de la profondeur du fluide, le frottement tend vers l'infini à l'abscisse du front. D'autre part, l'accélération est prévue d'être finie, il résulte que le terme dû au frottement est assez grand dans la région frontale pour que les approximations utilisées (équations (245) et (246)) soient valables

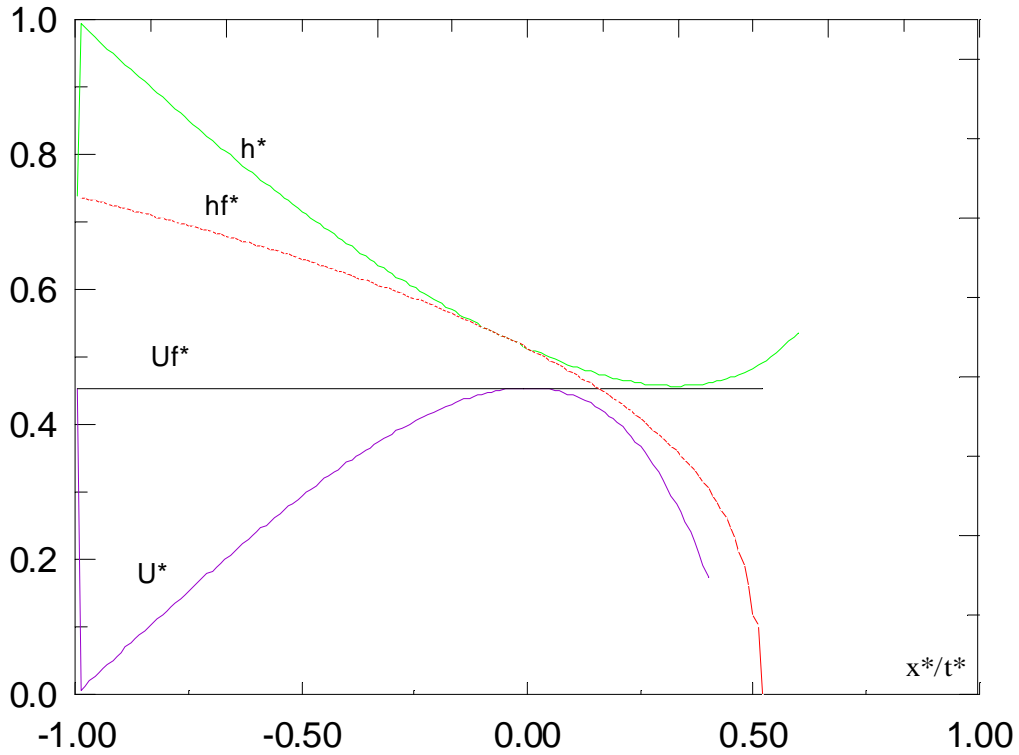


Figure 24 : Profils d'écoulement et de vitesse, phase à dominance inertiel

4.3.2 Etude de la région frontale

Pour pouvoir remédier à l'inconvénient résultant de l'analyse précédente, nous supposons pour $x^* \rightarrow x_f^*$ que les grands termes $2C^*(\partial C^*/\partial x^*)$ et $-3U^*/(\text{Re}_H C^{*4})$ intervenant dans (243) deviennent égaux. Cela revient à négliger dans la région frontale tous les termes d'inertie. Et puisque pour $t^* \rightarrow 0$, on a $U^*(x^*, t^*) \approx U_f^*(t^*)$, il vient à l'ordre 0 :

$$(253) \quad C^*(x^*, t^*) \approx \left[\frac{9}{\text{Re}_H} U_f^*(t^*) (x_f^* - x^*) \right]^{1/6}$$

L'idée est de supposer que dans la région frontale, U^* et C^* peuvent être exprimés en puissance de $(x_f^* - x^*)$ ou le mieux, si on veut garder les mêmes normalisations que l'analyse précédente, en série de $(\eta - \eta_f)$ où η_f représente l'abscisse du front d'onde en variable η , soit:

$$(254) \quad U^*(x^*, t^*) = U^*(\eta, \tau) = \sum_{i=0}^{\infty} U_i(\tau) \tau^i (\eta - \eta_f)^i$$

$$(255) \quad C^*(x^*, t^*) = C^*(\eta, \tau) = \left[3 \sum_{i=0}^{\infty} C_i(\tau) \tau^{i+1} (\eta - \eta_f)^{i+1} \right]^{1/6}$$

Remplaçons dans les équations du mouvement le couple de variables (x^*, t^*) par (η, τ) , et reportons les développements (254) et (255) dans les équations résultantes. En identifiant ensuite terme à terme les puissances de $(\eta - \eta_f)$, il vient compte tenu de l'équation dynamique :

$$(256) \quad C_i(\tau) = \frac{1}{i+1} U_i(\tau)$$

Les fonctions $U_i(\tau)$ sont à déterminer à l'aide de l'équation de continuité. Les six premiers termes sont :

$$(257) \quad U_0(\hat{t}) = \frac{d\hat{x}_f}{d\hat{t}}; \quad U_1(\hat{t}) = \frac{1}{4U_0} \frac{dU_0}{d\hat{t}}; \quad U_2(\hat{t}) = \frac{1}{14U_0} \left(\frac{dU_1}{d\hat{t}} - 5U_1^2 \right)$$

$$U_3(\hat{t}) = \frac{1}{10U_0} \left(\frac{1}{3} \frac{dU_2}{d\hat{t}} - 6U_1U_2 \right); \quad U_4(\hat{t}) = \frac{1}{13U_0} \left(\frac{1}{4} \frac{dU_3}{d\hat{t}} - \frac{29}{4} U_1U_3 - 3U_2^2 \right)$$

$$U_5(\hat{t}) = \frac{1}{16U_0} \left(\frac{1}{5} \frac{dU_4}{d\hat{t}} - \frac{13}{2} U_2U_4 - \frac{43}{5} U_1U_4 \right)$$

On peut vérifier que ces relations donnent la même équation (235) lorsque la vitesse du front d'onde, i.e U_f^* , varie comme $\tau^{-1/2}$. En effet, ce cas est identique au problème étudié précédemment lorsque le régime d'écoulement est entièrement visqueux et le réservoir est infiniment grand.

4.3.3 Evaluation de la vitesse du front

Pour évaluer la vitesse du front d'onde, Dressler (1952) suppose que celle-ci correspond à la valeur maximale atteinte par l'approximation U^* (Equation (245)). Ceci revient à supposer que la répartition des vitesses est uniforme à partir de l'abscisse correspondant. On vient de voir que cette solution peut être une bonne approximation pour t petit.

Nous retenons donc dans la région frontale et la région supérieure les approximations d'ordre 1 seulement. Il résulte :

$$(258) \quad U_f^* = U_\zeta^*$$

et

$$(259) \quad \eta_f = \eta_\zeta - \frac{C_\zeta^{*6}}{3U_f^* \tau}$$

où C_ζ^* et U_ζ^* en variables réduites, donnent la profondeur et la vitesse moyenne à $x = \zeta(t)$.

Pour évaluer ces paramètres, on considère que celles-ci coïncident avec $\partial U^* / \partial \eta = 0$, correspondant au point à partir duquel l'approximation de la région supérieure devient incorrecte. Il résulte à l'ordre 1 de la solution :

$$(260) \quad \tau = \frac{2}{3} \left[\frac{2592}{11} \eta_\zeta^{-5} - 63 \eta_\zeta^{-4} - \frac{5\sqrt{3}}{594} \eta_\zeta^{1/2} \right]^{-1}$$

C'est une équation implicite. Pour chaque τ , on calcule η_ζ . En remplaçant ensuite dans les équations (245) et (246), on déduit les valeurs de U_f^* et C_ζ^* , respectivement, puis la valeur de la position du front à partir de l'équation (259).

Les valeurs de η_ζ pour différentes valeurs de τ ont été ainsi calculées et ajustées à la formule suivante :

$$(261) \quad \eta_\zeta \approx \left(\frac{3888}{11} \right)^{1/5} (1 - 0.2 \tau^{1/5}) \tau^{1/5}$$

L'écart maximum est inférieur à 1%.

La position du front d'onde peut être également approchée d'après l'équation (259), avec un écart maximum de 4%, comme suit :

$$(262) \quad \eta_f \approx \left(\frac{3888}{11} \right)^{1/5} \left(1 - \left(\frac{17}{48} \right)^6 \frac{648}{11} \right) (1 - 0.361 \tau^{1/5}) \tau^{1/5}$$

On obtient pour τ très petit :

$$(263) \quad U_f^*(\tau) \approx \begin{cases} 2 - \frac{5}{6} \left(\frac{3888}{11} \right)^{1/5} \tau^{1/5} & \text{à } i=1 \text{ (solution d'ordre 1)} \\ 2 - \frac{10}{27} \sqrt{5} \left(\frac{972}{11\sqrt{5}-22} \right)^{1/5} \tau^{1/5} & \text{à } i=2 \text{ (solution d'ordre 2)} \end{cases}$$

La forme de ces expressions est la même que celle obtenue par Piau & Ayadi (voir Ayadi 1996) à partir d'une analyse différente, mais ici le coefficient numérique est égal à 2.695 pour $i=1$, et à 2.709 pour $i=2$ au lieu de 2.485.

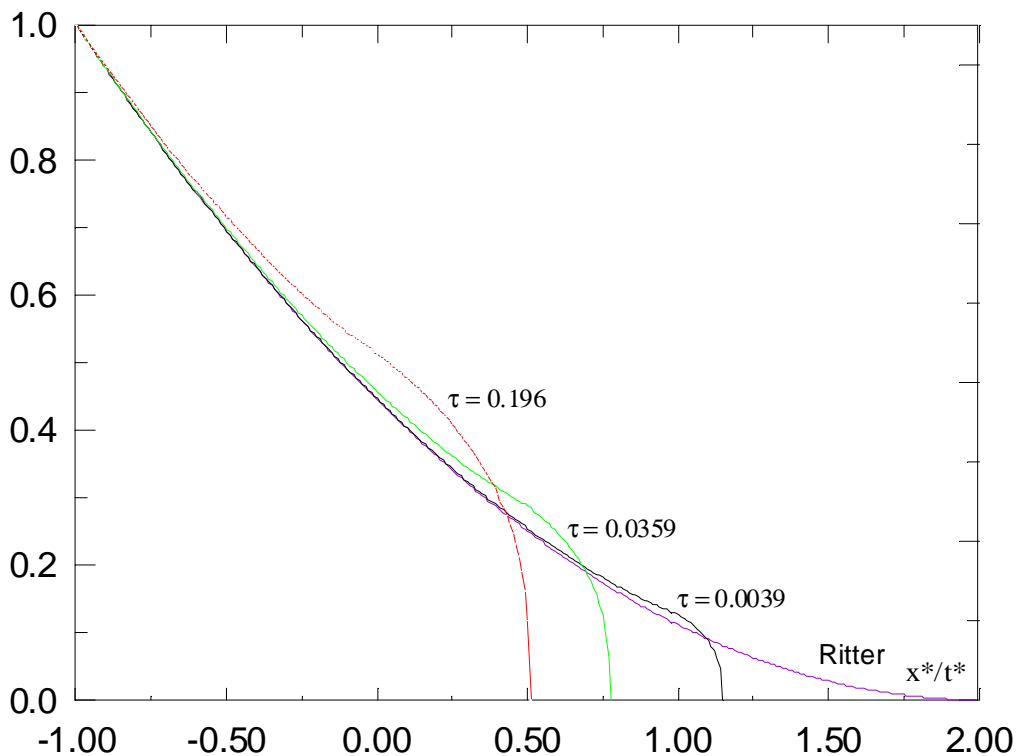


Figure 25 : Variation du profil d'écoulement et du profil de vitesse

Ainsi, le problème est totalement défini. On peut alors tracer séparément les deux solutions : celle de la région frontale, et celle de la région supérieure. La Figure 25 montre la prédiction théorique du profil de la surface libre, comportant la théorie de Ritter ($\tau \rightarrow 0$) et notre solution. Les courbes sont représentées en variables adimensionnelles et pour $\tau = 0.001, 0.1, 1$. Remarquons comment en fonction de τ le front visqueux devient de plus en plus prépondérant.

4.4 Solution approchée globale pour un canal horizontal

Notre solution approchée s'annonce comme suit : En faisant abstraction des effets de la tension superficielle et des effets de non distribution hydrostatique de la pression, trois régimes d'écoulement principaux peuvent se manifester dans ce problème de rupture de barrage. Immédiatement après la rupture, l'écoulement est principalement inertiel, mais le frottement visqueux ne peut pas être complètement négligé. Le frottement visqueux se manifeste fortement au voisinage du front d'onde, et il devient de plus en plus dominant au cours du temps. Lorsque t atteint une valeur critique, ce terme visqueux devient prépondérant. Dans un premier temps, il se peut qu'aucune variation de la hauteur ne soit ressentie à

l'extrémité amont du réservoir. Par conséquent, l'écoulement se comporte dans ce cas comme l'écoulement dans un réservoir infiniment grand. Cependant, à partir d'un deuxième temps critique, la variation de la profondeur de l'écoulement à $x = -L$ devient remarquable. Dans ce cas, l'écoulement tend vers un troisième et un dernier régime d'écoulement.

Ces trois situations sont déjà étudiées précédemment. L'objectif visé ici est de les regrouper dans une loi composée. Pour cela, il est nécessaire d'unifier les différentes normalisations utilisées. Nous choisirons de représenter l'ensemble de ces régimes d'écoulement en se référant au dernier régime. Les variables $*$ et \sim peuvent être alors remplacées par :

$$(264) \quad (x^*, h^*, t^*) = \left(\frac{L}{H} \hat{x}, \frac{L}{H} \hat{h}, \frac{12\mu L^2}{\rho H^{7/3} \sqrt{g}} \hat{t} \right)$$

et

$$(265) \quad (\tilde{x}, \tilde{h}, \tilde{t}) = \left(\frac{L}{H} \hat{x}, \frac{L}{H} \hat{h}, \frac{L^2}{H^2} \hat{t} \right)$$

On redéfinit maintenant le nombre de Reynolds général 'Re' qui dépend dans ce cas de L :

$$(266) \quad \text{Re} = \frac{\rho H \sqrt{gH}}{\mu} \frac{H}{L}$$

Il est identique au nombre de Reynolds de l'équation (164) dont la vitesse de référence est prise égale à \sqrt{gH} , donc la moitié de la vitesse du front d'onde lorsque le régime d'écoulement est inertiel. Il est certain que des transitions entre ces différents régimes d'écoulement existent. On espère cependant réduire l'écart en assurant la continuité de x_f le long de l'écoulement.

4.4.1 Passage au premier régime visqueux

On suppose que le passage au régime visqueux se produit lorsque $\eta_\zeta = 0$, c'est à dire lorsque le front visqueux atteint l'endroit du barrage. Soit τ_c le temps réduit qui sépare le régime principalement inertiel du régime purement visqueux. D'après l'équation (260), on a $\tau_c \approx 0.196$ ou bien $\hat{t}_{c1}(\text{Re}) \approx 5.438 \cdot 10^{-3} \text{Re}^2$ où \hat{t}_{c1} est le temps qui sépare les deux régimes en variable \wedge . On déduit ainsi après changement de variables l'abscisse du front d'onde lors du passage, soit $\hat{x}_{f1} \approx 0.033 \text{Re}$. En remplaçant enfin $\tilde{t} = \hat{t}_{c1}$ et $\tilde{x}_f = \hat{x}_{f1}$ dans l'équation (230), on obtient l'expression approchée de \tilde{c}_1 intervenant dans cette équation, soit $\tilde{c}_1(\text{Re}) \approx 0.00432 \text{Re}^2$.

4.4.2 Passage au deuxième régime visqueux

Par deux analyses différentes, on peut estimer le passage au troisième régime d'écoulement. Dans la première analyse, on considère que ce cas se présente lorsque $\hat{x}_b = -1$. Ainsi, en remplaçant dans l'équation (238) et après changement de variables, on obtient $\hat{t}_{c_2}(\text{Re}) \approx 0.035 + 0.00432 \text{Re}^2$ où \hat{t}_{c_2} est le temps correspondant au passage. Dans la deuxième analyse, nous supposons que ce cas se manifeste lorsque le troisième régime d'écoulement devient valable, donc à partir du temps correspondant à $\hat{x}_f(\hat{t}) = (1-a)/a \approx 0.189$. Compte tenu de la continuité de \hat{x}_f , on déduit $\hat{t}_{c_2}(\text{Re}) \approx 0.037 + 0.00432 \text{Re}^2$, puis l'expression de la constante \hat{c}_2 intervenant dans l'équation (223), soit $\hat{c}_2 = \hat{c}_2(\text{Re}) \approx 0.069 - 0.00432 \text{Re}^2$. On constate que ces deux analyses donnent des résultats très proches.

4.4.3 La forme globale de la solution approchée

Il ressort de cette analyse que la solution de ce problème est de la forme suivante :

$$(267) \quad \hat{h} = \hat{h}(\hat{x}, \hat{t}, \text{Re}); \quad \hat{U} = \hat{U}(\hat{x}, \hat{t}, \text{Re}); \quad \hat{x}_f = \hat{x}_f(\hat{t}, \text{Re})$$

On peut également ajouter l'influence du paramètre β , du paramètre ε qui représente l'effet de non distribution hydrostatique de la pression, et également du rapport de la largeur de l'écoulement sur sa hauteur qui traduit les effets des bords.

Enfin, il est nécessaire de signaler que les relations sont supposées valables seulement si le premier régime visqueux apparaît avant que l'onde négative de Ritter n'atteigne l'extrémité amont de l'écoulement, soit dans le cadre des approximations réalisées $\text{Re} < 0.42$. Pour des valeurs de Re plus importantes, on sait que la solution aux temps petits (équation (262)) reste valable, il en est de même pour celle aux temps grands (équation (230)). Cependant, la transition entre ces deux solutions asymptotiques devient difficile à évaluer analytiquement. On suggère dans ce cas, par simplification, de raccorder ces deux solutions directement à partir de leur point d'intersection.

4.5 Relations déduites

D'autres propriétés intéressantes de l'écoulement peuvent être déduites à partir de ces relations. En cherchant dans quelles conditions la dérivée partielle de \hat{h} par rapport à \hat{t} est nulle, on obtient les lois suivantes :

Pour une station située en aval du barrage, la hauteur maximale du fluide ‘ $\hat{h}_{\max}(\hat{x})$ ’, est donnée par :

$$(268) \quad \hat{h}_{\max}(\hat{x}) = \left(\frac{2}{5}\right)^{1/3} \left(\frac{3}{5}\right)^{1/2} \frac{1}{a} (\hat{x}+1)^{-1}$$

Cette hauteur est atteinte à un temps $\hat{t}_{\max}(\hat{x})$, tel que :

$$(269) \quad \hat{t}_{\max}(\hat{x}) = \frac{1}{\hat{c}_f^5} \left(\frac{5}{3}\right)^{5/2} (\hat{x}+1)^5 + \hat{t}_{c2} - \left(\frac{1}{\hat{c}_f a}\right)^5$$

dont la position du front correspondante est :

$$(270) \quad (\hat{x}_f(\hat{t}_{\max}) + 1) = \left(\frac{5}{3}\right)^{1/2} (\hat{x}+1)$$

4.6 Effets de la pente

Ce qu'on vient de voir s'applique essentiellement à un écoulement à surface libre pour un canal horizontal. Si nous considérons un canal faisant un angle α avec l'horizontale, l'écoulement devient différent, car un terme supplémentaire dû à la force de gravité intervient dans les équations du mouvement. Ainsi, le problème devient plus difficile à résoudre analytiquement. Mais, il est possible d'introduire d'autres hypothèses supplémentaires.

4.6.1 Solution approchée aux temps petits

On peut utiliser pour cela les mêmes variables réduites que dans le cas horizontal (équation (241)) mais en remplaçant g par $g \cos(\alpha)$, cela dans toutes les formules et dans toutes les expressions. Ainsi, la variable C devient $\sqrt{g \cos(\alpha)h}$, les références deviennent $\sqrt{g \cos(\alpha)H}$ pour les vitesses, H pour les abscisses et les hauteurs, et $\sqrt{H/(g \cos(\alpha))}$ pour les temps. Dans ces conditions, l'équation de continuité (242) reste valable, tandis que l'équation de quantité de mouvement devient :

$$(271) \quad \frac{\partial U^*}{\partial t^*} + U^* \frac{\partial U^*}{\partial x^*} + 2C^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} = tg(\alpha) - \frac{3}{\text{Re}_H} \frac{U^*}{C^{*4}}$$

avec :

$$(272) \quad \text{Re}_H = \frac{\rho H \sqrt{g \cos(\alpha)H}}{\mu}$$

Nous considérons la condition initiale où le barrage est maintenu perpendiculaire à l'axe du canal (Figure 30)

$$(273) \quad h^*(x^*, t^* = 0^-) = \begin{cases} \operatorname{tg}(\alpha)x^* + 1 & \text{Si } x^* < 0 \\ 0 & \text{Si } x^* > 0 \end{cases}$$

Supposons, comme dans le cas horizontal, qu'il existe dans le réservoir une onde négative d'abscisse $x^* = x_b^*(t^*)$. Les conditions en amont qui expriment que la profondeur égale à la profondeur initiale et que la vitesse est nulle, peuvent se mettre alors sous la forme :

$$(274) \quad h^*(x^* = x_b^*(t^*), t^*) = \operatorname{tg}(\alpha)x_b^* + 1 \quad \text{et} \quad U^*(x^* = x_b^*(t^*), t^*) = 0$$

D'autre part, en utilisant une analyse théorique simple, US Army (1960-61) montrent que l'onde négative dans le réservoir se propage comme suit :

$$(275) \quad \frac{x_b^*(t^*)}{t^*} = -1 + \frac{1}{4}\operatorname{tg}(\alpha)t^* \quad \text{si } t^* \leq \frac{2}{\operatorname{tg}(\alpha)}$$

Cette relation a été validée expérimentalement par US Army (1960-61) en comptant le temps que mit cette onde pour atteindre l'extrémité amont du réservoir. En remplaçant maintenant l'équation (275) dans les équations (274) on obtient les conditions en amont à vérifier impérativement :

$$(276) \quad C^*(x^* = x_b^*(t^*), t^*) = 1 - \frac{1}{2}\operatorname{tg}(\alpha)t^* \quad ; \quad U^*(x^* = x_b^*(t^*), t^*) = 0$$

Il faut également vérifier la condition en aval qui exprime que la profondeur est nulle à l'abscisse du front d'onde.

4.6.2 Résolution du problème dans la région supérieure

Su et Barnes (1970) ont étendu l'analyse de Dressler aux canaux inclinés. Ils considèrent une loi de frottement turbulente et cherchent une solution en développement sous une forme identique au cas horizontal (équations (245) et (246)) avec $\eta = c_0 - x^*/t^*$. En remplaçant dans les équations du mouvement, les auteurs donnent à l'ordre 0 l'équation (247) et à l'ordre 1, une expression en relation avec la loi de frottement utilisée (formule de Chézy). Pour exprimer les constantes d'intégrations c_0 et c_1 qui interviennent dans la solution d'ordre 0 et 1 respectivement, ils supposent que la vitesse d'onde négative est égale à la valeur de Ritter. Compte tenu des résultats de l'US Army (1960-61), la vitesse de l'onde négative n'est pas égale à cette valeur (voir l'équation (275)). En plus, cette solution est incapable de vérifier simultanément les conditions en amont représentées par l'équation (276).

On obtient cependant des résultats meilleurs en exprimant, compte tenu de la structure de l'équation (275), la variable η comme suit :

$$(277) \quad \eta = c_0 - \frac{x^*}{t^*} + \frac{1}{4} \operatorname{tg}(\alpha) t^*$$

Comme dans le cas horizontal, on suppose qu'on peut faire un développement de U^* et C^* en puissance de τ , i.e :

$$(278) \quad U^*(x^*, t^*) = U^*(\eta, \tau) = \sum_{i=0}^{\infty} U_i(\eta, \alpha) \tau^i$$

$$(279) \quad C^*(x^*, t^*) = C^*(\eta, \tau) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i(\eta, \alpha) \tau^i$$

Nous considérons exclusivement le cas laminaire, mais il faut cependant signaler que le travail de Su & Barnes (1970) relatif au cas turbulent peut être corrigé en utilisant la même idée.

En rapportant maintenant l'hypothèse dans les équations du mouvement et en identifiant terme à terme les puissances de τ , on obtient :

$$(280) \quad U_0(\eta, \alpha) = U_0(\eta, \alpha = 0); \quad C_0(\eta, \alpha) = C_0(\eta, \alpha = 0)$$

Et

$$(281) \quad U_1(\eta, \alpha) = U_1(\eta, \alpha = 0) + \frac{5 \operatorname{Re}_H}{18} \operatorname{tg}(\alpha); \quad C_1(\eta, \alpha) = C_1(\eta, \alpha = 0) + \frac{\operatorname{Re}_H}{36} \operatorname{tg}(\alpha)$$

où $U_0(\eta, \alpha = 0)$, $C_0(\eta, \alpha = 0)$, $U_1(\eta, \alpha = 0)$ et $C_1(\eta, \alpha = 0)$ sont les solutions correspondantes au cas horizontal (équations (247) et (250)) avec dans ce cas l'expression de η est donnée par l'équation (277).

Pour tenir compte des conditions aux limites représentées par l'équation (276), il faut aussi remplacer c_1 par :

$$(282) \quad c_1 = \frac{-7\sqrt{3}}{17820} (154 - 72c_0 + 55 \operatorname{Re}_H \operatorname{tg}(\alpha))$$

avec $c_0 = 2$.

On vérifie ainsi que les conditions au bord amont de l'écoulement (l'équation (275) ou (276)) sont simultanément vérifiées (vitesse et hauteur). Le cas horizontal étudié précédemment correspond à $\alpha = 0$.

Mais, comme dans le cas horizontal, cette solution trouve une limite d'application au voisinage du front d'onde où la profondeur de l'écoulement n'atteint jamais la valeur nulle. Cela est compréhensible car à cet endroit le terme visqueux est trop important pour que les approximations réalisées (278) et (279), soient valables. Il convient donc de définir un point critique au-delà duquel, l'approximation de la région supérieure devient incorrecte. Comme

dans le cas horizontal, la condition $\partial U^* / \partial \eta = 0$ semble être convaincante. A partir du point correspondant ' η_ζ ', la vitesse est dans un premier temps quasi-constante, puis elle décroît nettement.

On vérifie que la condition $\partial U^* / \partial \eta = 0$ donne l'équation suivante :

$$(283) \quad \tau = \frac{2}{3} \left[\frac{1296c_0}{11} \eta_\zeta^{-5} - 63\eta_\zeta^{-4} + \frac{15}{7} c_1 \eta_\zeta^{1/2} \right]^{-1}$$

Pour chaque valeur de τ , on calcule compte tenu de cette équation l'abscisse $\eta = \eta_\zeta$ pour laquelle la vitesse $U^* = U_\zeta^*$ (équation (278)) est maximale ($\partial U^* / \partial \eta = 0$). En remplaçant ensuite dans les développements (278) et (179), on déduit U_ζ^* et C_ζ^* , respectivement. Nous n'exposons pas ce calcul.

4.6.3 Résolution du problème dans la région frontale

On considère dans cette région que le terme visqueux domine le terme d'inertie. Si de plus, on se limite aux temps très petits où les vitesses d'écoulement dans cette région peuvent être prises indépendantes de x^* (approximation à l'ordre 0), il reste dans l'équation (271) :

$$(284) \quad 2C^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} = tg(\alpha) - \frac{3}{Re_H} \frac{U_\zeta^*(t^*)}{C^{*4}}$$

qui peut être résolue avec pour condition $C^*(\eta = \eta_f, \tau) = 0$, soit

$$(285) \quad \frac{C^{*2}}{A(\tau)} + \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1 - (C^{*2} / A(\tau))}{1 + (C^{*2} / A(\tau))} \right] = \frac{1}{A(\tau)} \frac{Re}{3} tg(\alpha) \tau (\eta_f - \eta) \quad \text{où} \quad A(\tau) = \sqrt{\frac{3U_\zeta^*(t^*)}{Re tg(\alpha)}}$$

η_f représente la position du front d'onde en variable η , et elle peut être déterminée avec la condition $C^*(\eta = \eta_\zeta, \tau) = C_\zeta^*(\tau)$:

$$(286) \quad \eta_f = \eta_\zeta - \frac{3A(\tau)}{Re tg(\alpha) \tau} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + (C_\zeta^{*2} / A(\tau))}{1 - (C_\zeta^{*2} / A(\tau))} \right) - \frac{C_\zeta^{*2}}{A(\tau)} \right]$$

Aux temps petits le problème est ainsi résolu. Il faut cependant signaler que pour des valeurs Re_H et α données, il existe un temps (noté τ_c) à partir duquel ces approximations perdent de leur validité. D'une manière générale, τ_c diminue avec le nombre de Reynolds et la pente du canal α . L'illustration graphique de cette solution est sur la Figure 26 qui représente l'évolution du profil de la surface libre avec le temps temps, cela pour $\alpha = 10^\circ$ et $Re = 10$.

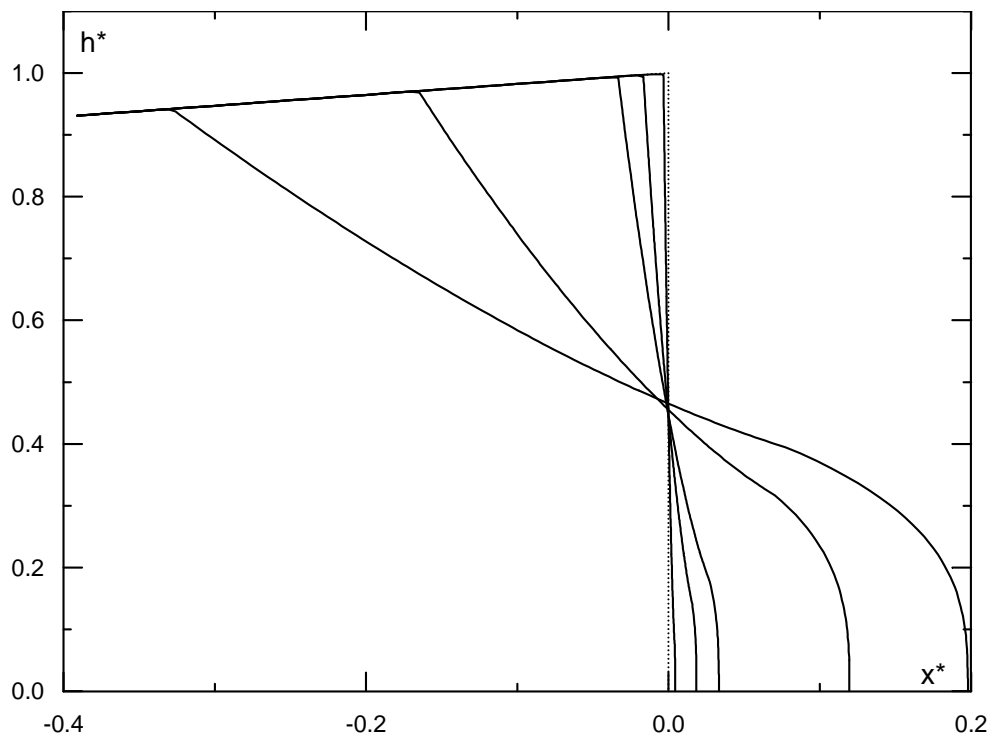


Figure 26 : Profil de l'écoulement dans la phase initiale de l'écoulement ($Re_H = 100$) ; fond incliné ($\alpha = 10^\circ$) ; variables adimensionnelles $\tau = 0, 0.001, 0.005 \dots 0.1$.

La Figure 27 montre la variation de la vitesse maximale U^*_{\max} (calculée en utilisant l'approximation de la région supérieure U^*_ζ) en fonction de τ , cela pour différentes pentes du canal. On remarque aux temps petits, que la vitesse maximale (approximativement égale à la vitesse du front d'onde) n'est pas très sensible à la variation de la pente. Aux temps plus grands, on obtient une vitesse maximale qui augmente nettement avec la pente.

La Figure 28 représente la variation de la vitesse en fonction de τ à l'endroit du barrage. Ici encore la vitesse égale à la valeur de Ritter immédiatement après la rupture, puis elle diminue au cours du temps.

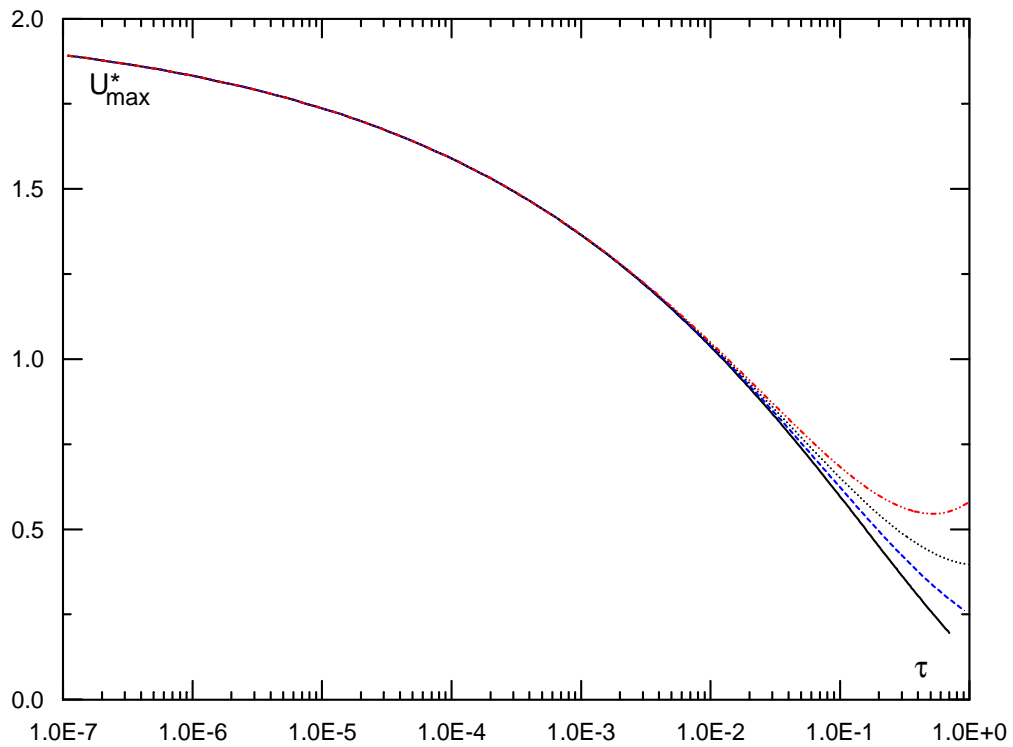


Figure 27 : Variation de la vitesse maximale dans la phase initiale de l'écoulement ($Re_H = 10$) ; fond incliné ($\alpha = 0, 10, 20, 30^\circ$) ; variables adimensionnelles, — $\alpha = 0^\circ$

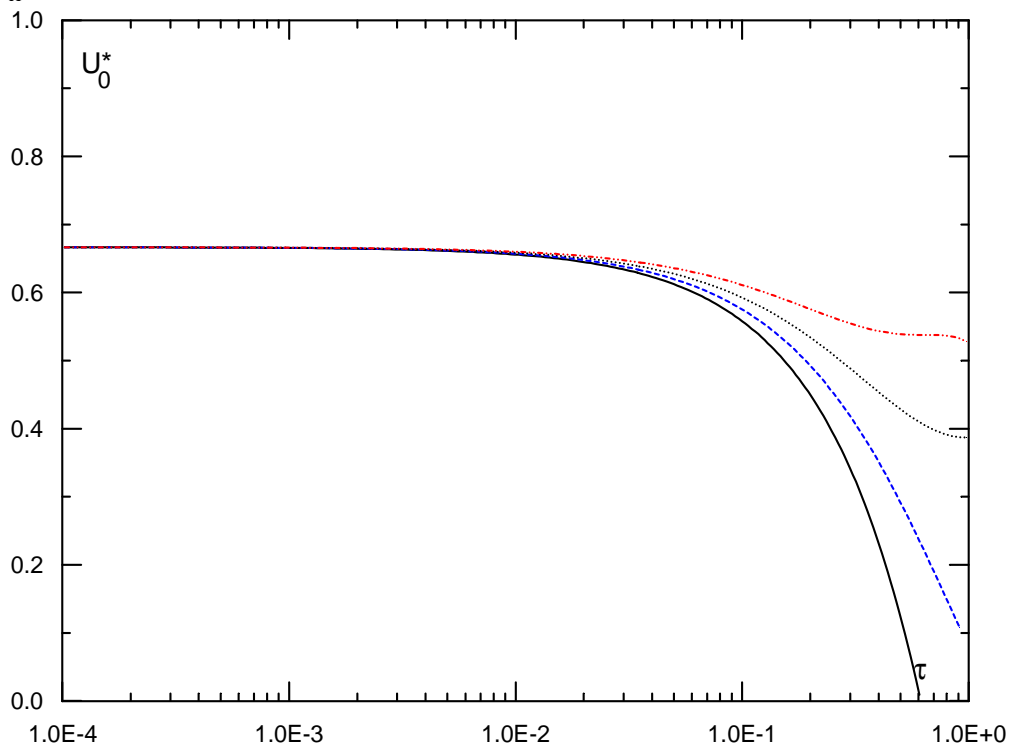


Figure 28 : Variation de la vitesse à l'endroit du barrage dans la phase initiale de l'écoulement ($Re_H = 10$) ; fond incliné ($\alpha = 0, 10, 20, 30^\circ$) ; variables adimensionnelles.

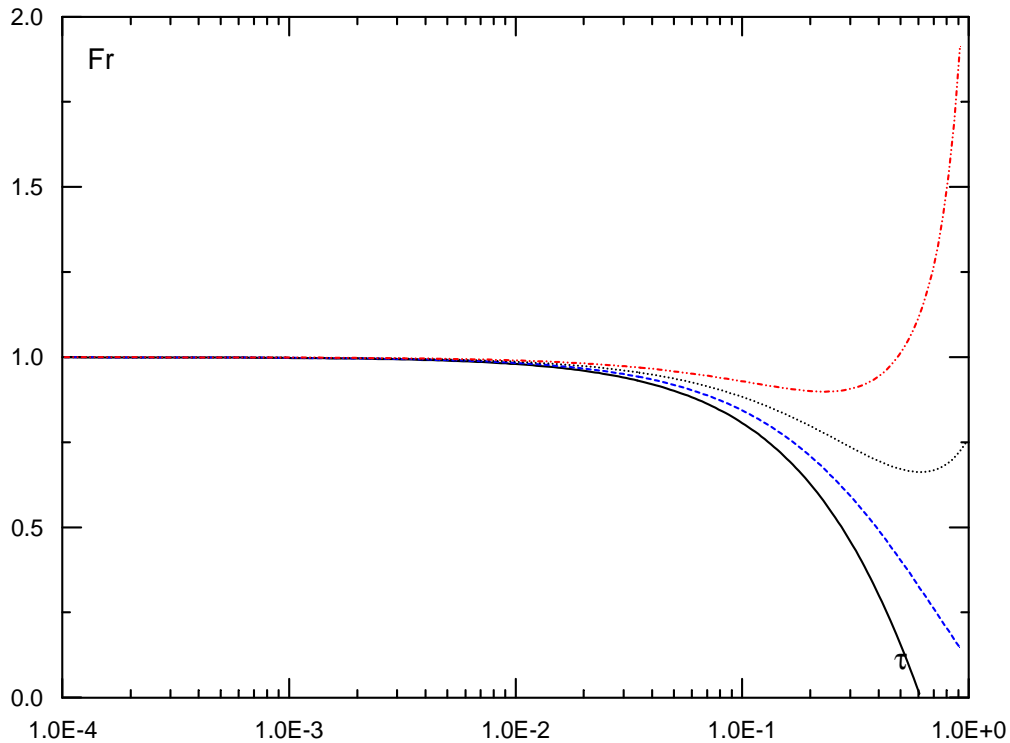


Figure 29 : Variation du nombre de Froude à l'endroit du barrage dans la phase initiale de l'écoulement ($Re_H = 10$) ; fond incliné ($\alpha = 0, 10, 20, 30^\circ$) ; variables adimensionnelles,
— $\alpha = 0^\circ$

La Figure 29 montre la variation du nombre de Froude à l'emplacement du barrage en fonction du temps. L'ensemble de ces figures indique l'invalidité de cette solution au delà d'un certain temps (fonction du nombre de Reynolds et la pente du canal). Comme dans le cas d'un canal horizontal, il faut naturellement considérer dans ce cas la prépondérance du frottement devant l'inertie.

4.7 Modèle visqueux : Canal incliné

En négligeant tous les termes d'inertie intervenant dans l'équation du mouvement (173), il reste

$$(287) \quad \cos(\alpha) \frac{\partial h}{\partial x} = (\sin(\alpha) - J)$$

qui exprime l'équilibre de trois types de forces ; la pression, la gravité, et le frottement visqueux. En introduisant la loi de frottement laminaire représentée par l'équation (176), il vient :

$$(288) \quad q = U h = \frac{\rho g}{12\mu} \left(4 \sin(\alpha) h^3 - \cos(\alpha) \frac{\partial h^4}{\partial x} \right)$$

Compte tenu de l'équation de continuité, on aboutit au modèle visqueux suivant :

$$(289) \quad \cos(\alpha) \frac{\partial^2 h^4}{\partial x^2} - 4 \sin(\alpha) \frac{\partial h^3}{\partial x} - \frac{12\mu}{\rho g} \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

qui se réduit à l'équation (211) dans le cas particulier où $\alpha = 0$ (canal horizontal). On vérifie qu'un terme supplémentaire de convection apparaît dans ce problème.

4.7.1 Conditions initiales et conditions aux bords

Lorsque le fluide est initialement au repos dans le réservoir et le canal est incliné, on peut définir deux conditions initiales de l'écoulement suivant que la surface libre touche ou ne touche pas le fond amont du canal (Figure 30b et c). Ces différentes conditions initiales peuvent être distinguées en fonction du paramètre adimensionnel \hat{L} :

$$(290) \quad \hat{L} = \frac{L}{H} \operatorname{tg}(\alpha) \quad \text{avec} \quad \hat{L} \in [0,1]$$

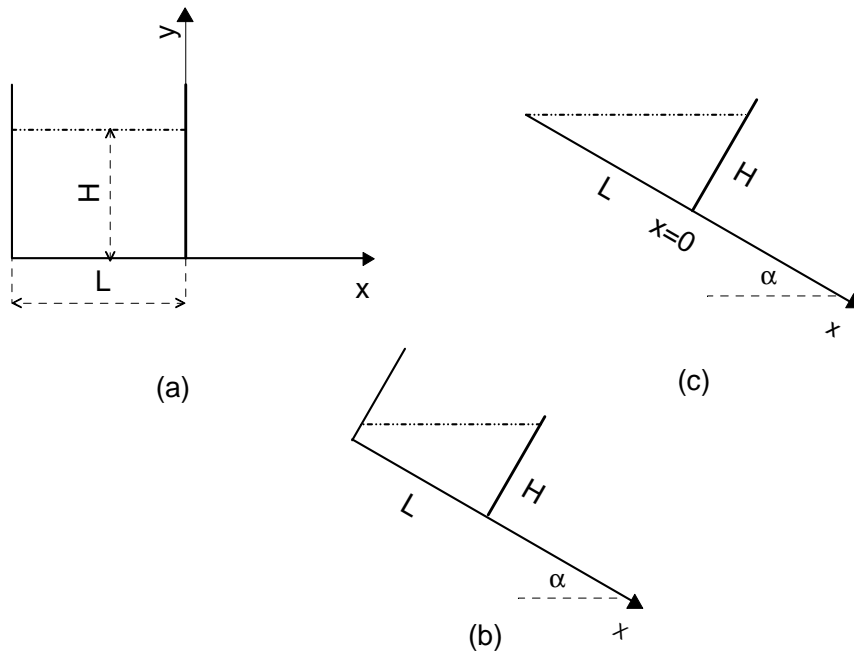


Figure 30 : Différentes conditions initiales de l'écoulement ; fond aval sec, fluide initialement en repos dans le réservoir

La condition initiale est dite à hauteur nulle lorsque $\hat{L} = 1$. Si $0 < \hat{L} < 1$, la condition initiale est désignée comme étant la condition à hauteur non nulle. Le cas horizontal se présente avec $\hat{L} = 0$.

En normalisant l'abscisse par L et les hauteurs par H , il vient $\forall \hat{L}$:

$$(291) \quad \hat{h}(\hat{x}, t = 0^-) = \begin{cases} \hat{L}\hat{x} + 1 & \text{Si } \hat{x} < 0 \\ 0 & \text{Si } \hat{x} > 0 \end{cases}$$

D'autre part, puisque le fond aval est sec, la profondeur de l'écoulement y est nulle, i.e $\hat{h}(\hat{x} = \hat{x}_f, t) = 0$.

La condition à l'amont est différente suivant les cas cités plus haut. D'une manière générale, elle exprime que le débit est nul à cet endroit. Donc, $\hat{h}(\hat{x} = -1, t) = 0$ pour la condition à hauteur nulle, et $\hat{h}_{,x}(\hat{x} = -1, t) = \hat{L}$ pour les deux autres conditions initiales.

4.7.2 Normalisation et forme globale de la solution

On normalise dans ce cas les variables physiques de l'écoulement par :

$$(292) \quad (\hat{h}, \hat{x}, \hat{t}, \hat{x}_f) = \left(\frac{h}{H}, \frac{x}{L}, \frac{t}{T}, \frac{x_f}{L} \right) \text{ avec } T = \frac{12\mu L^2}{\rho g \cos(\alpha) H^3}$$

C'est-à-dire que l'on procède comme dans le cas horizontal (équation (216)) en remplaçant g par $g \cos(\alpha)$.

Compte tenu de cette normalisation, l'équation (348) devient :

$$(293) \quad \frac{\partial^2 \hat{h}^4}{\partial \hat{x}^2} - 4\hat{L} \frac{\partial \hat{h}^3}{\partial \hat{x}} - \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{t}} = 0$$

Ainsi, en négligeant l'histoire inertielle de l'écoulement la solution du problème devrait avoir la forme suivante :

$$(294) \quad \hat{h} = \hat{h}(\hat{x}, \hat{t}, \hat{L}); \quad \hat{x}_f = \hat{x}_f(\hat{t}, \hat{L})$$

Donc, le seul paramètre de l'écoulement est \hat{L} . Ainsi, avec la condition à hauteur nulle ($\hat{L} = 1$), l'écoulement ne peut dépendre que du couple (\hat{x}, \hat{t}) , cela évidemment dans le cas théorique où l'inertie peut être négligé, i. e $Re \rightarrow 0$ où pour \hat{t} grand.

4.7.3 Approximation d'onde cinématique, solution interne

La solution asymptotique introduite par Hunt (1994) correspond à l'ordre $O(\varepsilon)$ du système d'équations (165) et (166) qui revient à négliger tous les termes intervenant dans ces équations sauf la pente du canal et le frottement visqueux, soit d'après l'équation (287), $J \approx \sin(\alpha)$. Hunt a précisé que sa solution n'était raisonnable que lorsque le front d'onde de rupture de barrage parcourait une distance supérieure à 4 fois la longueur du réservoir. La condition initiale utilisée par l'auteur correspond à la condition à hauteur nulle. Nous généralisons ici cette approximation au cas de la condition à hauteur non nulle.

Nous supposons donc que $\hat{L} \gg 0$ et que la pente de la surface libre est très inférieure à \hat{L} (solution valable à l'ordre $O(\varepsilon)$). Les vitesses seront adimensionnalisées par L/T .

Compte tenu de cette approximation, l'équation (288) se réduit à $\hat{U} = 4\hat{L}\hat{h}^2$. En désignant $\hat{U}_{Fk}(\hat{t})$ comme étant la vitesse du front d'onde cinématique et $\hat{h}_{Fk}(\hat{t})$ la hauteur correspondante, la relation reliant ces deux fonctions du temps est donc $\hat{U}_{Fk} = 4\hat{L}\hat{h}_{Fk}^2$.

D'autre part, l'équation de continuité se réduit à :

$$(295) \quad 12\hat{L}\hat{h}^2 \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{t}} = 0$$

Il est possible de trouver la solution par l'intermédiaire des courbes caractéristiques, on obtient :

$$(296) \quad \hat{x} = 12\hat{L}\hat{h}^2\hat{t} + C(\hat{h})$$

où $C(\hat{h})$ est une fonction de \hat{h} qui dépend de la condition initiale de l'écoulement. Nous limitons ici notre analyse aux temps grands où la profondeur du fluide atteint une valeur quasi-nulle au bord amont du canal. Il est raisonnable dans ce cas de modéliser le réservoir par un point ponctuel, soit $C(\hat{h}) = -1$. En remplaçant, il vient :

$$(297) \quad \hat{h}(\hat{x}, \hat{t}) \approx \left(\frac{\hat{x} + 1}{12\hat{L}\hat{t}} \right)^{1/2}$$

L'abscisse du front d'onde cinématique peut être obtenue en assurant, à tout moment, la conservation de la masse initiale du fluide, il résulte :

$$(298) \quad \hat{x}_{Fk}(\hat{t}) \approx \left(\frac{27}{4} \hat{L}(2 - \hat{L})^2 \right)^{1/3} \hat{t}^{1/3} - 1$$

En remplaçant dans l'équation (356), on déduit la profondeur d'onde cinématique, soit :

$$(299) \quad \hat{h}_{Fk}(\hat{t}) = \left(\frac{2 - \hat{L}}{16\hat{L}\hat{t}} \right)^{1/3}$$

4.7.4 Solution près du front : Solution externe

La solution interne est supposée valable aux temps grands et partout sauf au voisinage du front où la pente de la surface libre devient grande. Hunt (1994), propose alors une deuxième approximation. Il suppose que la vitesse au voisinage du front est uniforme. Cette approche a été déduite à partir d'une analyse d'ordre de grandeur établie sur l'équation de conservation de la masse.

Ainsi, en remplaçant $\hat{U} = \hat{U}_{Fk} = 4\hat{L}\hat{h}_{Fk}^2$ et en faisant le changement de variable $\hat{\xi} = \hat{x} - \hat{x}_{Fk}$, l'équation (288) se réécrit après l'avoir normalisée, comme suit :

$$(300) \quad \hat{L} \left(1 - \frac{\hat{h}_{Fk}^2}{\hat{h}^2} \right) = \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{\xi}}$$

On l'intègre avec pour condition (se référer à Figure 31) :

$$(301) \quad \int_{-\infty}^0 (\hat{h}_s(\hat{t}) - \hat{h}) d\hat{\xi} = \int_0^{\hat{\xi}_f(\hat{t})} \hat{h} d\hat{\xi} \quad \text{où} \quad \hat{h}(\hat{\xi} = \hat{\xi}_f(\hat{t}), \hat{t}) = 0$$

Compte tenu de ces conditions, la solution de l'équation (300) est :

$$(302) \quad \hat{L}(\hat{x} - \hat{x}_{Fk}(\hat{t})) = \hat{h} + \frac{\hat{h}_{Fk}(\hat{t})}{2} \text{Ln} \left(\frac{\hat{h}_{Fk}(\hat{t}) - \hat{h}}{\hat{h}_{Fk}(\hat{t}) + \hat{h}} \right) + [\text{Ln}(4) - 1] \frac{\hat{h}_{Fk}(\hat{t})}{2}$$

On peut déduire d'ici l'abscisse du front d'onde qui correspond à $\hat{h}(\hat{x} = \hat{x}_f(\hat{t}), \hat{t}) = 0$, soit :

$$(303) \quad \hat{x}_f \approx \hat{x}_{Fk}(\hat{t}) + [\text{Ln}(4) - 1] \frac{\hat{h}_{Fk}(\hat{t})}{2\hat{L}}$$

A l'aide de développement limite autour de $\hat{h} = 0$, l'équation (302) peut être approchée à l'ordre $O(\hat{h}^4)$, comme suit :

$$(304) \quad \hat{h} \approx \left[3\hat{h}_{Fk}^2 \hat{L}(\hat{x}_f - \hat{x}) \right]^{1/3}$$

Cette relation montre qu'au voisinage du front d'onde, la profondeur du fluide varie comme pour un canal horizontal.

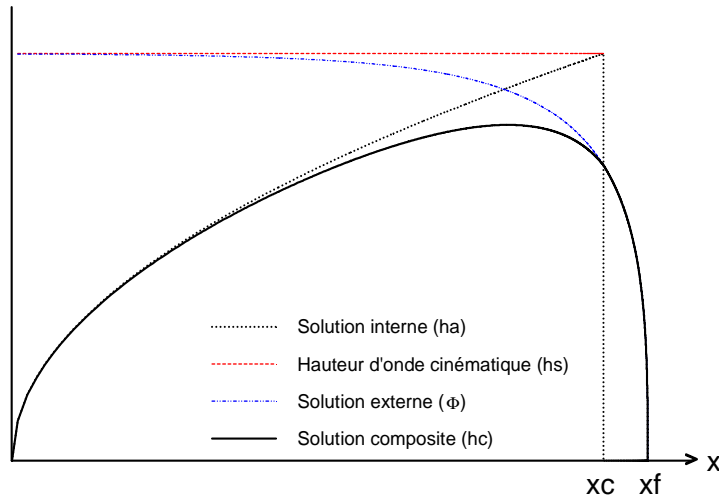


Figure 31 : Représentation graphique de la solution composite proposée par Hunt ; fond incliné ; condition initiale à hauteur nulle

4.7.5 Solution composite

Le principe de raccordement des approximations interne et externe repose sur l'idée que, si elles sont correctes, ces approximations font partie d'une solution plus générale valable dans tout le domaine, mais qui se ramène aux solutions approchées dans les régions interne et externe. Suivant cette analyse, Hunt propose compte tenu des conditions du problème :

$$(305) \quad \hat{h} \approx \hat{h}_c = \begin{cases} \hat{h}_i + \hat{h}_e - \hat{h}_{Fk} & \hat{\xi} \leq 0 \\ \hat{h}_e & \hat{\xi} \geq 0 \end{cases}$$

où $\hat{h} = \hat{h}_e$ et $\hat{h} = \hat{h}_i$ représentent respectivement la solution externe représentée par l'équation (302) et la solution interne représentée par l'équation (299). Le problème est ainsi défini. Le cas particulier traité par Hunt correspond à $\hat{L} = 1$.

5 Modèle unidirectionnel pour un canal non prismatique et une section transversale de forme quelconque

5.1 Equations globales du mouvement

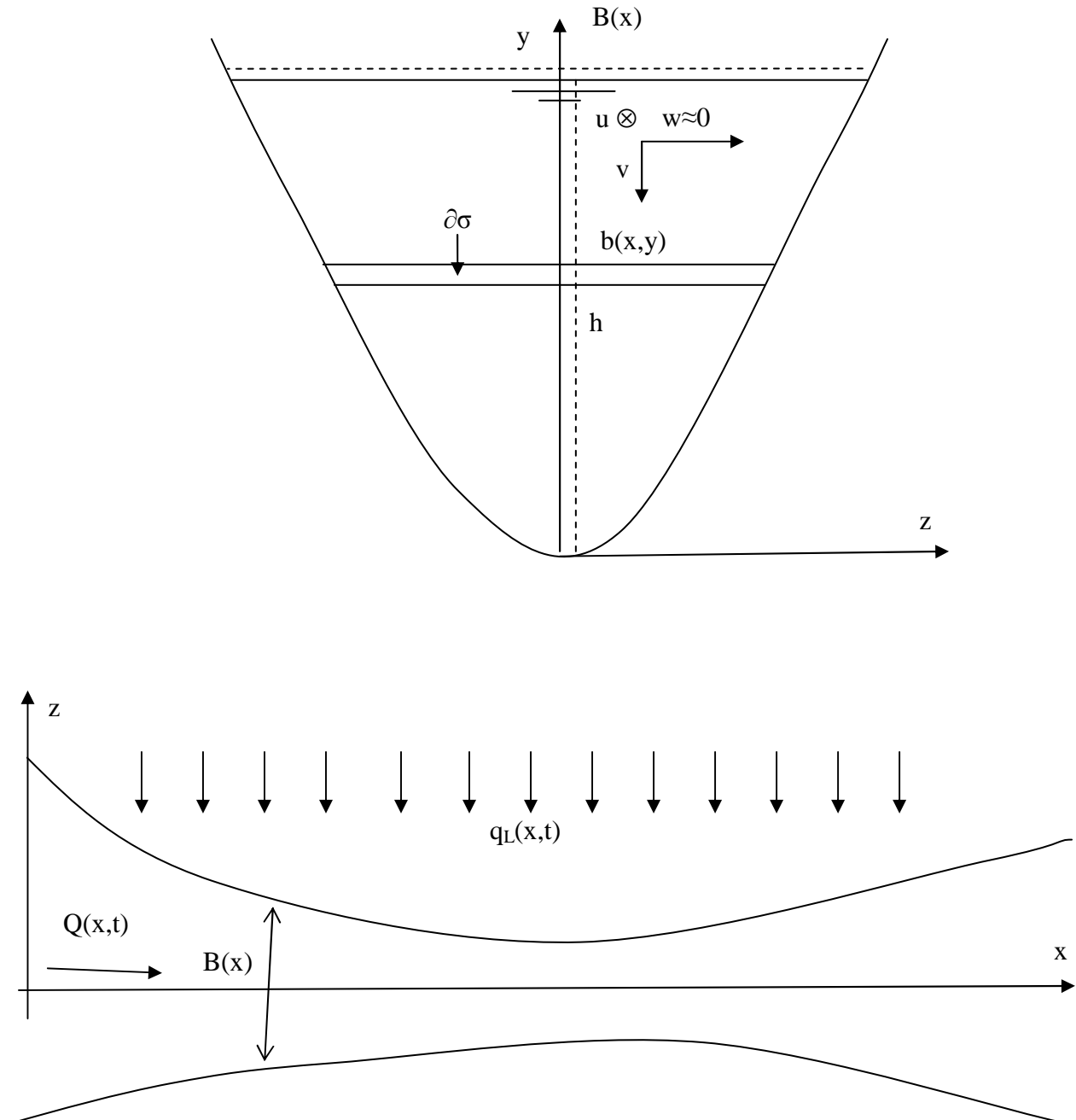


Figure 32 : Formes régulières de la section transversale et du canal

On suppose que l'écoulement est organisé par rapport à une direction préférentielle (Ox) que l'on nomme « axe de l'écoulement ». La composante de vitesse w peut être alors négligée dans l'équation de conservation de la masse ainsi que dans l'équation dynamique. On suppose également que le fluide est incompressible et que les effets de la tension superficielle et le frottement entre l'air et le fluide sont négligeables.

Considérons une section transversale de forme quelconque, mais qui reste assez régulière et voisine de la forme présentée dans la Figure 32. Considérons également un canal non prismatique de forme régulier (Figure 32) et de pente constante α portant un débit variable en temps et en espace $Q(t,x)$. Le débit est défini, comme suit :

$$(306) \quad Q(t,x) = \iint_S u d\sigma \quad \text{avec} \quad d\sigma = b(x,y) dy$$

Comme hypothèse, qui ne vérifie pas parfaitement la condition d'adhérence aux parois latérales, mais qui reste approximativement valable, on suppose que u ne dépend pas de z dans l'expression du débit, il vient d'après l'équation (306) :

$$(307) \quad Q(t,x) = \int_0^{h(x,t)} u b dy$$

Le débit latéral q_L s'exprime comme la différence entre le débit entrant et le débit sortant du système, soit :

$$(308) \quad q_L(t,x) = q_{entrant} - q_{sortant}$$

↙
↘

Ex. pluie, apport latéral... Ex. infiltration, débordement par-dessus la berge, prélèvement latéral ...

Puisque l'écoulement est organisé par rapport à la direction Ox ($w \approx 0$), l'expression locale du principe de conservation de la masse pour un fluide incompressible s'écrit alors :

$$(309) \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y}$$

Et sous sa forme globale, on a :

$$(310) \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_L$$

Qui peut être obtenue en appliquant la conservation du volume de fluide à un domaine délimité par deux sections transversales, x et $x+dx$.

Multipliant l'équation (309) par $b(x,y)$ et intégrant ensuite par rapport à y de 0 à h en utilisant la règle de Leibnitz pour la dérivation sous le signe intégrale. Cette règle dit que la dérivée

d'une intégrale aux bornes variables fait apparaître une dérivée à l'intérieur de l'intégrale et des termes de flux suivant la formule :

$$(311) \quad \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z0(x)}^{Z1(x)} F dy = \int_{Z0(x)}^{Z1(x)} \frac{\partial F}{\partial x} dy + F(y=Z1) \frac{\partial Z1}{\partial x} - F(y=Z0) \frac{\partial Z0}{\partial x}$$

Il résulte :

$$(312) \quad Bv(y=h) = \int_0^h v \frac{\partial b}{\partial y} dy + \int_0^h u \frac{\partial b}{\partial x} dy - \frac{\partial Q}{\partial x} + BUS \frac{\partial h}{\partial x}$$

Où $v(y=h)$ et Us sont respectivement les composante v et u de la vitesse à la surface libre ($y=h$). B est la largeur miroir

Avec notre hypothèse de départ ($w \approx 0$), l'équation dynamique s'écrit suivant l'axe de l'écoulement Ox , comme suit :

$$(313) \quad u_{,t} + uu_{,x} + vu_{,y} = -g \cos(\alpha) h_{,x} + g \sin(\alpha) + \frac{\mu}{\rho} (u_{,yy} + u_{,zz}) + O(\varepsilon^2)$$

Cela avec l'hypothèse de l'eau peu profonde qui revient à considérer que la répartition de la pression le long de la verticale est hydrostatique.

L'équation (313) devient compte tenu de l'équation (309) :

$$(314) \quad u_{,t} + 2uu_{,x} + (uv)_{,y} = -g \cos(\alpha) \frac{\partial h}{\partial x} + g \sin(\alpha) + \frac{\mu}{\rho} (u_{,yy} + u_{,zz})$$

$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$
 Termes d'inertie Forces d'Archimède Frottement visqueux

Multipliant cette dernière équation par b et intégrant en utilisant la règle de Leibnitz, il résulte :

$$(315) \quad \int_0^h bu_{,t} dy = \frac{\partial Q}{\partial t} - BUS \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$(316) \quad 2 \int_0^h buu_{,x} dy = \frac{\partial}{\partial x} [\beta QU] - BUS^2 \frac{\partial h}{\partial x} - \int_0^h u^2 \frac{\partial b}{\partial x} dy$$

$$(317) \quad \int_0^h b(uv)_{,y} dy = v(y=h)UsB - \int_0^h uv \frac{\partial b}{\partial y} dy$$

Avec :

$$(318) \quad \beta = \frac{\int_0^h bu^2 dy}{QU}$$

Où B est la largeur miroir (largeur de la section transversale à la surface libre), on a :

$$(319) \quad B = \frac{\partial S}{\partial h}$$

Il vient d'après l'équation (310) :

$$(320) \quad BUS \frac{\partial h}{\partial t} = Us q_L - Us \frac{\partial Q}{\partial x}$$

L'équation (315) devient alors :

$$(321) \quad \int_0^h bu_{,t} dy = \frac{\partial Q}{\partial t} - Us q_L + Us \frac{\partial Q}{\partial x}$$

Compte tenu de l'équation (312), l'équation (317) s'écrit comme suit :

$$(322) \quad \int_0^h b(uv)_{,y} dy = Us \int_0^h v \frac{\partial b}{\partial y} dy + Us \int_0^h u \frac{\partial b}{\partial x} dy - Us \frac{\partial Q}{\partial x} + BUS^2 \frac{\partial h}{\partial x} - \int_0^h uv \frac{\partial b}{\partial y} dy$$

Le terme d'inertie sur la verticale s'écrit en additionnant les équations (321), (316) et (322) :

$$(323) \quad \text{Inertie} = \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [\beta QU]}_{\text{Termes classiques}} - Us q_L + \underbrace{\int_0^h u(Us - u) \frac{\partial b}{\partial x} dy + \int_0^h v(Us - u) \frac{\partial b}{\partial y} dy}_{\text{Termes supplémentaires}}$$

En plus du terme de flux $Us q_L$, il apparaît des termes supplémentaires dus à la variation de b suivant x et y en plus des termes classiques déjà connus. Le flux de quantité de mouvement $Us q_L$ s'exprime comme suit $\lambda U q_L$ ($Us = \lambda U$). On rappelle que pour une section plane λ varie entre 1.11 et 1.25 en écoulement turbulent et que $\lambda = 1.5$ pour un écoulement laminaire. Multipliant maintenant le deuxième terme de l'équation (314) par b et intégrant par rapport à y de 0 à h, il vient :

$$(324) \quad \text{Forces d'Archimed} = -g S \left(\cos(\alpha) \frac{\partial h}{\partial x} - \sin(\alpha) \right)$$

Et

$$(325) \quad \text{Perte de charge linéaire} = -g S J \quad \text{avec} \quad J = -\frac{\mu}{\rho g S} \int_0^h b (u_{,yy} + u_{,zz}) dy$$

Ainsi, on obtient le modèle d'écoulement 1D suivant :

$$(326) \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [\beta QU] - Us q_L + \int_0^h u(Us - u) \frac{\partial b}{\partial x} dy + \int_0^h v(Us - u) \frac{\partial b}{\partial y} dy = -g S \left(\cos(\alpha) \frac{\partial h}{\partial x} - \sin(\alpha) \right) - g S J$$

On retrouve bien le modèle classique de Saint-Venant (utilisé et validé expérimentalement dans plusieurs travaux de la littérature) si la section transversale est de forme rectangulaire, le canal est prismatique ($b_y = 0$ et $b_x = 0$, respectivement) de faible pente ($\cos(\alpha) \sim 1$ et $\sin(\alpha) \sim \tan(\alpha) = I$) et sans débit latéral ($q_L = 0$). On retrouve également démontrer le modèle de Saint-Venant si on fait l'hypothèse d'uniformité de la vitesse sur la section transversale (valable dans le cas théorique où Re tend vers l'infini).

Remarque :

Si nous considérons le cas le plus général d'un canal ou une rivière de pente variable $\alpha = \alpha(x)$. En posant dans ce cas :

$$(327) \quad G = G(x) = \cos(\alpha)$$

Il résulte :

$$(328) \quad \text{Inertie} = -gS \left(\cos(\alpha) \frac{\partial h}{\partial x} + (1 - I_G) h \frac{dG}{dx} - \sin(\alpha) \right) - gSJ$$

Où :

$$(329) \quad I_G = \frac{1}{hS} \int_0^h z b(x, z) dz = \frac{1}{2} \quad \text{pour une section rectangulaire}$$

5.2 Approche d'un canal de section rectangulaire

En faisant maintenant l'approche d'un canal de section rectangulaire de largeur et de pente variables le long de l'axe de l'écoulement. Compte tenu de l'équation de conservation de la masse (310), on peut écrire :

$$(330) \quad UQ \frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial x} = U q_L - \frac{UQ}{h} \frac{\partial h}{\partial x} - SU \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{Q}{h} \frac{\partial h}{\partial t}$$

On pose

$$(331) \quad C_0 = \lambda - \beta$$

Pour une section plane, $C_0 = 0.3$ en écoulement laminaire et il est d'environ 0.08 en écoulement turbulent rugueux.

Le terme d'inertie suivant la verticale s'écrit alors :

$$(332) \quad \text{Inertie} = S \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{2} S \frac{\partial}{\partial x} [\beta U^2] - C_0 U \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{1}{2} S \frac{\partial}{\partial x} [C_0 U^2] - gC_0 S Fr^2 \frac{\partial h}{\partial x}$$

Et on a l'égalité suivante :

$$(333) \quad \text{Inertie} = -gS \left(\cos(\alpha) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{2} h \frac{dG}{dx} - \sin(\alpha) \right) - gSJ$$

Les équations (310), (332) et (333) représentent notre modèle unidirectionnel de l'écoulement, qui en plus de la bonne définition du terme de flux dû au débit latéral, il tient compte des variations de la largeur et de la pente le long du canal. La forme représentée par ces équations est la plus appropriée pour l'étude des écoulements de l'eau dans la nature et également, avec une loi de frottement J appropriée, pour l'étude des écoulements des fluides visqueux et dans certaines limites viscoplastiques (voir Piau 1996). Pour évaluer les pertes de charge linéaire (pente de frottement J), on reproduit ici l'hypothèse que tous les hydrauliciens utilisent. On suppose que la contrainte moyenne à la paroi dans une section quelconque d'un écoulement graduellement varié est égale à la contrainte moyenne à la paroi de l'écoulement uniforme ayant les mêmes valeurs du débit et de la hauteur locale.

On suppose également que les propriétés de l'écoulement uniforme sont :

$$(334) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad ; \quad v = 0 \quad ; \quad \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial b}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial G}{\partial x} = 0$$

L'écoulement uniforme est un cas théorique, il ne se produit que pour un canal prismatique de pente constante et loin des singularités où les vitesses d'écoulement puissent être considérées comme égales et parallèles à la pente du canal.

Ainsi, pour un modèle Newtonien, il vient d'après l'équation (313) :

$$(335) \quad \frac{\mu}{\rho}(u_{,yy} + u_{,zz}) = -g \sin(\alpha)$$

Soit aussi d'après les équations (332) et (333) :

$$(336) \quad J = \sin(\alpha)$$

En remplaçant dans l'équation (335), il vient :

$$(337) \quad \frac{\mu}{\rho}(u_{,yy} + u_{,zz}) = -g J$$

C'est l'équation de Laplace qui peut être résolue pour différentes formes de la section. D'une manière générale, on a pour un écoulement laminaire :

$$(338) \quad J = \frac{\alpha_f}{\text{Re}} \frac{|U|}{2g D_H} U$$

Où D_H et Re sont respectivement le diamètre hydraulique et le nombre de Reynolds :

$$(339) \quad D_H = \frac{2S}{P} \quad \text{et} \quad \text{Re} = \frac{\rho U D_H}{\mu}$$

P étant le périmètre mouillé de la section transversale. On rappelle que dans le calcul du périmètre mouillé, seuls les contacts terre-eau sont à considérer.

α_f est un paramètre qui dépend de la forme de la section et qui peut être déterminé dans les conduites ou dans les canaux diverses à partir des solutions exactes : solutions analytiques de Boussinesq (1868) pour des sections planes et elliptiques et beaucoup d'autres solutions données sous forme de séries par Berker (1963), White (1974), Zarling (1976), Burgess et Mahajerin (1987)...

Les écoulements laminaires de l'eau dans la nature est un cas purement théorique. Ils peuvent se présenter, mais uniquement pour des très faibles hauteurs ou débits (le nombre de Reynolds doit être inférieur à une valeur critique égale dans les conduites circulaires à environ 2400). Dans les cas pratiques, le nombre de Reynolds est grand. Il convient de supposer dans ce cas que l'écoulement est turbulent rugueux, et de prendre une loi de frottement comme celle de Manning qui s'exprime pour une forme quelconque de la section et une rugosité uniforme de la paroi, comme suit :

$$(340) \quad J = \frac{n^2 |U|}{R_H^{4/3}} U$$

Où $R_H = D_H / 2$ est le rayon hydraulique et n est le coefficient de Manning

5.3 Conditions aux limites et conditions initiales

Connaissant les conditions aux limites (niveau de la mer, extrapolation des courbes de tarage, hauteurs près des structures hydrauliques...) et les conditions initiales, le problème peut être ainsi résolu.

- Prenons l'exemple d'un déversoir suffisamment épais occupant toute la largeur du canal. Si nous supposons que les effets de la pente du canal et du frottement sont nuls et que l'écoulement est dénoyé, alors :

$$(341) \quad H_{am} = \left(\frac{Q}{BC} \right)^{2/3} + Z_{sp} + p$$

Avec Z_{sp} la cote inférieure du déversoir, p étant la pelle et C est une valeur empirique dépendant de la longueur du déversoir. On a pour un déversoir suffisamment épais :

$$(342) \quad C = \sqrt{g} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \approx 1.7$$

Pour un écoulement noyé, on admet que :

$$(343) \quad H_{am} = \left(\frac{Q}{B K C} \right)^{2/3} + H_{av}$$

Où K est un coefficient dépendant du taux de submersion T_u défini comme suit :

$$(344) \quad T_u = \frac{|H_{av} - Z_{sp} - p|}{H_{am} - Z_{sp} - p}$$

La variation de K avec T_u est donnée dans Hec-Ras dans une figure que nous la présenterons dans la suite. On note ici que d'après cette figure le passage de l'écoulement dénoyé à l'écoulement noyé se présente pour T_u égal à environ 0.82, au dessous de cette valeur l'écoulement peut être considéré comme dénoyé, c'est-à-dire que l'écoulement en aval de la structure n'a pas d'influence sur la hauteur d'eau en amont. Cette hauteur peut être prise alors comme condition aux limites.

H_{am} et H_{av} représentent respectivement les charges hydrauliques à l'amont et à l'aval de la structure. On a pour la charge amont :

$$(345) \quad H_{am} = \frac{Q^2}{2gS_{am}^2} + h_{am} + Z_{am}$$

Où S_{am} est la section mouillée à l'amont de la structure et Z_{am} étant la cote du fond

- Considérons maintenant le cas d'une vanne de profondeur occupant toute la largeur du canal « B » et de hauteur H_0 . Si nous supposons que l'écoulement est dénoyé, alors la hauteur d'eau en aval n'a pas d'influence sur l'écoulement amont et on a :

$$(346) \quad H_{am} = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{m S_0} \right)^2 + m H_0 + Z_{sp}$$

Avec $S_0 = B \times H_0$ et m étant une valeur empirique d'environ 0.6. h_{am} peut être prise dans ce cas comme condition aux limites.

Pour un écoulement noyé, on admet que :

$$(347) \quad H_{am} = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{m S_0} \right)^2 + H_{av}$$

L'écoulement noyé se produit lorsque $h_{av} > h_{cj}$ avec

$$(348) \quad h_{cj} = \frac{1}{2} m H_0 \left(\sqrt{1 + 8 Fr_c^2} - 1 \right) \quad \text{et} \quad Fr_c = \frac{Q}{m S_0 \sqrt{g m H_0}}$$

Enfin, la vanne n'aura pas d'influence sur l'écoulement si $h_{am} \leq H_0$. On a dans ce cas $H_{am} = H_{av}$.

- Le débit latéral q_L intervient notamment dans les carrefours hydrauliques, prélèvement latéral et également en cas de débordement par dessus de la berge. On admet dans ce dernier cas que l'écoulement peut être dénoyé et on applique la formule classique du déversoir suivante :

$$(349) \quad q_L = C B(h - p(x))^{3/2} \quad \text{si } h \geq p(x) \quad \text{sin on } q_L = 0$$

- En cas de crue, le débit est en fonction du temps et peut être généré à partir de la formule :

$$(350) \quad Q = Q_b + Q_p \left[\frac{t}{t_p} \exp\left(1 - \frac{t}{t_p}\right) \right]^l$$

Q_b est le débit de base, c'est-à-dire le débit avant la montée de crue, Q_p est le débit de pointe, c'est-à-dire le débit à l'apogée de la crue, t_p est la date du pic et l est un paramètre sans dimension réglant l'étalement de l'hydrogramme.

- Dans le cas d'une rupture de barrage sur fond mouillé, le front d'onde entraîne l'apparition d'une onde de choc positive d'amont qui peut être calculée à partir des relations de sauts de Rakine-Hugoniot, pour pouvoir résoudre le problème.

5.4 *Modèle unidirectionnel pour un canal convergent ou divergent de faible pente*

Cette analyse vise à mieux comprendre les écoulements fluvial ou torrentiel qui se produisent autour des ponts, les buses, et d'une manière plus générale en cas d'un rétrécissement ou d'un élargissement brusque ou bien encore en cas d'un rétrécissement brusque suivi sur une distance d'un élargissement brusque de la section, comme dans le cas des buses. L'écoulement est dans ce cas 2D, mais il est possible de contourner le problème avec la formulation 1D proposée dans cette étude. En effet, en cas de rétrécissement ou d'élargissement brusque de la section, il apparaît des zones mortes dans les coins. La surface qui sépare les zones mortes des zones en écoulements est actuellement connue, par l'expérience ou par la résolution numérique du modèle 2D. Il est possible donc de supposer que la variation de la section en écoulement se fait d'une manière progressive.

Considérons un canal de faible pente I de section transversale rectangulaire portant un débit constant (écoulement permanent). Le canal est prismatique et sa largeur varie comme suit :

$$(351) \quad b(x, y) = b(x) = B_0(1 + f(x))$$

Le canal est convergent si $f' < 0$, autrement il est divergent

Pour un écoulement permanent et un débit latéral nul, notre modèle d'écoulement se simplifie, comme suit :

$$(352) \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{I - J + C_1 Fr^2 \frac{h}{b} \frac{\partial b}{\partial x}}{1 - \beta Fr^2}$$

Où

$$(353) \quad Fr^2 = \frac{Q^2}{g b^2 h^3} \quad \text{et} \quad C_1 = 2\beta - \lambda$$

Pour une section plane, $C_1 = 0.9$ en régime laminaire et il est d'environ 0.95 pour un écoulement turbulent rugueux. Selon notre analyse C_1 ne devrait pas donc dépasser l'unité pour une section plane, il peut cependant dépendre de la nature de la structure hydraulique.

Par simplification, nous supposons maintenant que la pente du canal et le terme dû au frottement J sont négligeables, il résulte :

$$(354) \quad \frac{\partial h}{\partial b} = \frac{C_1 Fr^2}{1 - \beta Fr^2} \frac{h}{b}$$

On pose :

$$(355) \quad \hat{h} = \frac{h}{h_0} \quad ; \quad \hat{b} = \frac{b}{B_0}$$

L'équation (352) devient :

$$(356) \quad \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{b}} = \frac{C_1 Fr_0^2}{\hat{b}^2 \hat{h}^3 - \beta Fr_0^2} \frac{\hat{h}}{\hat{b}}$$

C'est l'équation différentielle qui gouverne l'écoulement dans les convergents et les divergents. Elle peut être résolue avec la condition $\hat{h}(\hat{b} = 1) = 1$

Il apparait ainsi que la solution du problème est de la forme $\hat{h}(x) = \hat{h}(\hat{b}, Fr_0)$. Ce qui signifie que la hauteur d'eau à l'aval divisé par la hauteur d'eau à l'amont dépend seulement du nombre de Froude incident (Fr_0) et du rapport de la largeur du canal à l'aval (B_{av}) par la largeur du canal à l'amont (B_0), soit :

$$(357) \quad \frac{h_{av}}{h_0} = g\left(Fr_0, \frac{B_{av}}{B_0}\right)$$

Donc, en négligeant la pente et les frottements, la hauteur d'eau à l'aval ne dépend pas de la forme du canal.

La solution de l'équation (356) au voisinage de $\hat{b} = 1$ est la suivante :

$$(358) \quad \hat{h} \approx \exp(I(\hat{b})) \quad \text{avec} \quad I(\hat{b}) = \int_1^{\hat{b}} \frac{C_1 Fr_0^2}{(\zeta^2 - \beta Fr_0^2)\zeta} d\zeta$$

Pour la résolution numérique générale, on a utilisé la méthode des différences finies. Cette solution est représentée dans la Figure 33 et la Figure 34 en fonction du nombre de Froude incident (Fr_0) et pour $C_1 = 1$ et $\beta = 1$.

- Pour un divergent ($\hat{b} > 1$, Figure 33), on peut partager l'écoulement en deux classes :
Si $Fr_0 > 1$ (écoulement torrentiel), alors la profondeur de l'eau diminue avec b , sinon si $Fr_0 < 1$ (écoulement fluvial), la profondeur d'eau augmente avec b jusqu'à atteindre la valeur limite suivante :

$$(359) \quad \hat{h}_\infty \approx \left(1 + \frac{3}{2} C_1 Fr_0^2\right)^{1/3} \quad \text{si} \quad Fr_0 < 0.6$$

Le profil de la surface libre peut être rapproché dans ce cas, comme suit :

$$(360) \quad \hat{h} \approx \left(\hat{h}_\infty^3 - \frac{3}{2} C_1 \frac{Fr_0^2}{\hat{b}^2} \right)^{1/3}$$

Une singularité dans l'écoulement apparaît à $Fr_0=1$ (écoulement critique).

- Pour un convergent ($\hat{b} < 1$, Figure 34), on peut également partager dans ce cas l'écoulement en deux classes : Si $Fr_0 > 1$ (écoulement torrentiel), alors, dans un premier temps, la profondeur de l'eau augmente avec b , sinon si $Fr_0 < 1$ (écoulement fluvial), la profondeur d'eau diminue avec b . A partir d'une certaine distance, il y'aura la formation d'instabilités de la surface de l'eau. Une singularité dans l'écoulement apparaît à $Fr_0=1$ (écoulement critique).

Prenons l'exemple d'une buse rectangulaire de largeur à l'entrée B_{en} et de largeur à la sortie B_{so} . Nous supposons, pour un débit donné, que la hauteur d'eau à l'amont h_{am} (d'une distance de la structure suffisante pour ignorer la contraction de l'écoulement) est connue et on veut déterminer la hauteur d'eau en aval h_{av} .

En supposant que le régime d'écoulement est fluvial, la hauteur d'eau à l'entrée de la structure sera donc :

$$(361) \quad h_{en} \approx h_{am} \times \exp(I(B_{en} / B_{am})) \quad \text{et} \quad Fr_0 = \frac{Q^2}{g h_{am}^3 B_{am}^2} < 1$$

La hauteur d'eau à la sortie h_{so} peut être déterminée à l'aide de l'équation suivante :

$$(362) \quad H_{so} = H_{en} - \Delta H$$

Où H_{en} et H_{so} représentent les charges hydrauliques respectivement à l'entrée et à la sortie de la structure. ΔH est la perte de charge linéaire dans la buse qui peut être déterminée à l'aide de la formule de Manning.

En utilisant l'équation (359), il vient :

$$(363) \quad h_{av} \approx \left(1 + \frac{3}{2} C_1 \left(1 - \left(\frac{B_{so}}{B_{av}} \right)^2 \right) Fr_{so}^2 \right)^{1/3} h_{so} \quad \text{avec} \quad Fr_{so} = \frac{Q^2}{g h_{so}^3 B_{so}^2}$$

Il est également possible de trouver la hauteur d'eau à l'amont connaissant la hauteur d'eau à l'aval, mais dans ce cas le calcul est itératif.

Dans la Figure 35, on représente la comparaison de notre solution du problème avec les mesures présentées par Berrekzi et al 2009. Les mesures ont été réalisées dans un canal divergent suivant la loi :

$$(364) \quad f(x) = \left(\frac{x}{B_0 Fr_0} \right)^{3/2}$$

Et un écoulement torrentiel, avec $h_0 = 0,0305\text{m}$, vitesse longitudinale à l'amont $u_0 = 1,094\text{ m/s}$, vitesse transversale à l'amont $v_0 = 0\text{ m/s}$, le canal est horizontal, le coefficient de rugosité de Manning $n = 0,012$, $h_0/B_0 = 0,25$, correspondant à une largeur $B_0 = 0,122\text{m}$, le nombre de Froude incident $Fr_0 = 2$.

On obtient la même forme de la surface libre et la courbe théorique se superpose bien avec les mesures pour $C_1 = 1.4$. La valeur de C_1 ainsi obtenues est supérieure à 1. Il est possible que ceci est dû à l'influence de l'écoulement 2D.

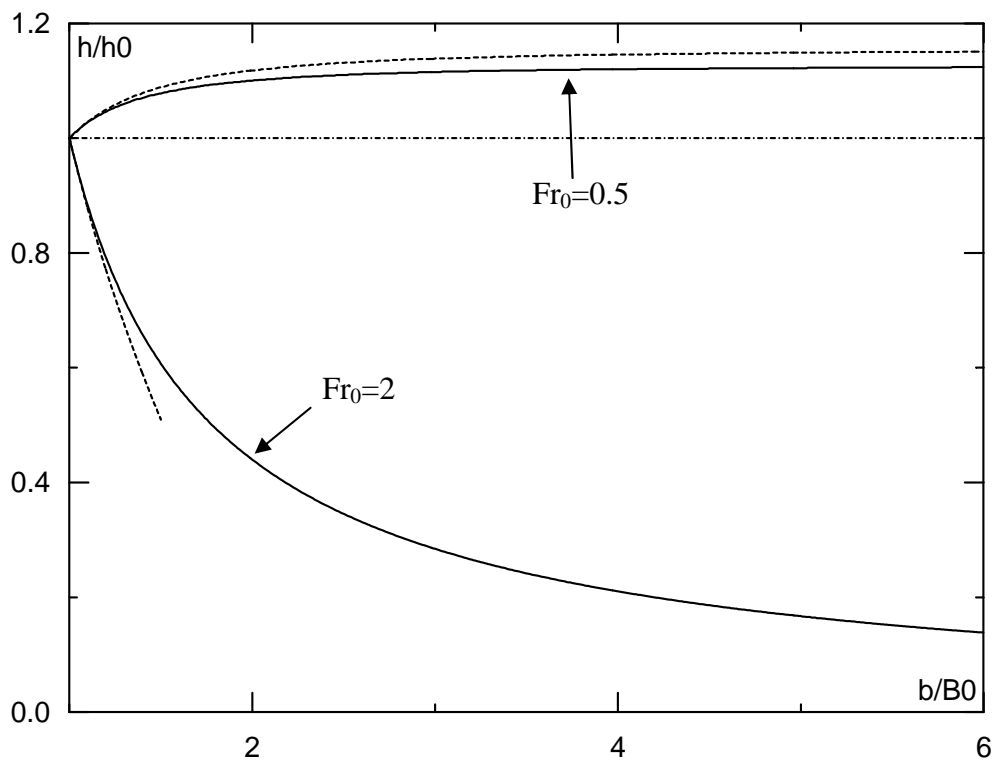


Figure 33 : Profil de la surface libre en fonction de la largeur de la section pour un divergent. Les lignes continues représentent la solution numérique et les lignes pointillées représentent la solution approchée au voisinage de $b=B_0$

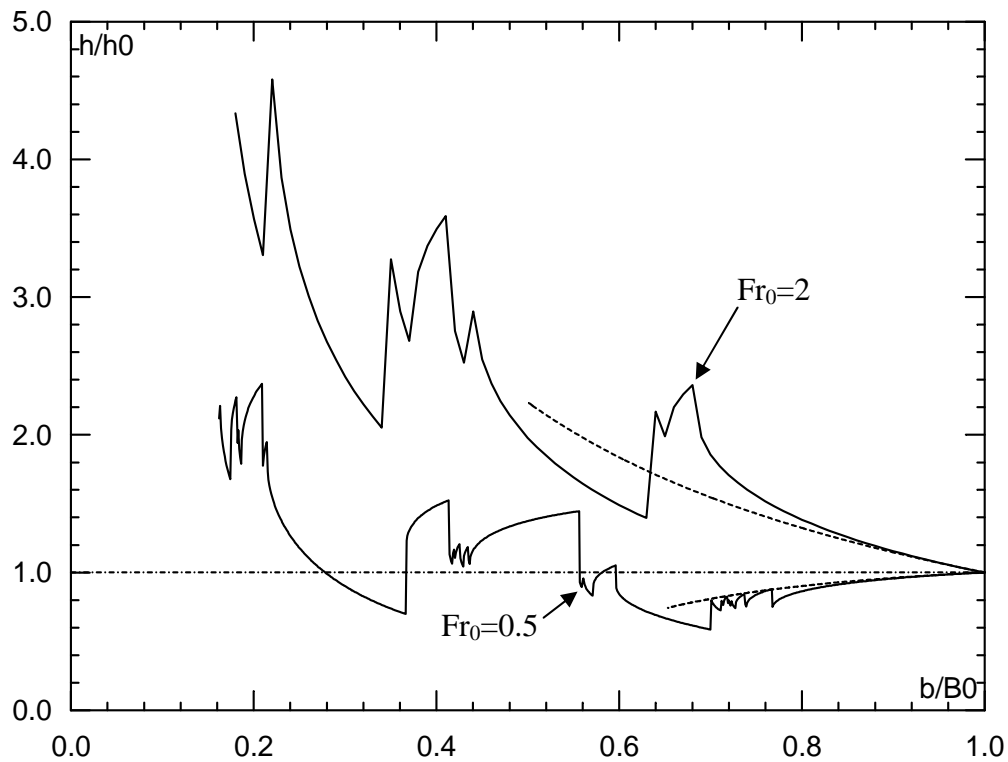


Figure 34 : Profil de la surface libre en fonction de la largeur de la section pour un convergent. Les lignes continues représentent la solution numérique et les lignes pointillées représentent la solution approchée au voisinage de $b=B0$

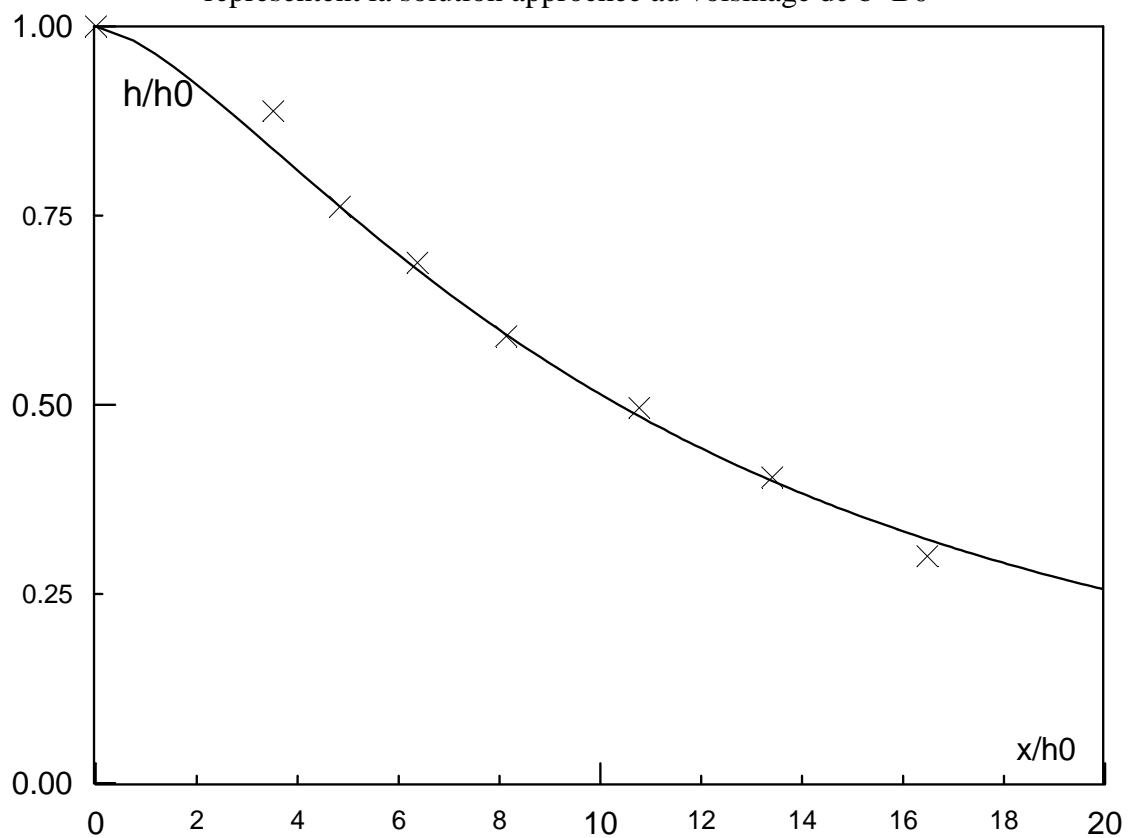


Figure 35 : Comparaison du profil théorique de la surface libre avec le profil expérimental dans l'axe central du canal (Berrekzi et al 2009) : \times mesures, ——— théorie

5.5 Modèles 1D général pour un écoulement permanent dans le lit mineur

Considérons un canal ou une rivière de pente variable portant un débit constant. L'écoulement est dans ce cas permanent et l'équation unidirectionnelle des quantités de mouvement se simplifie, comme suit :

$$(365) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[\beta \frac{U^2}{2g} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[C_0 \frac{U^2}{2g} \right] - C_0 Fr^2 \frac{\partial h}{\partial x} = - \left(\cos(\alpha) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{2} h \frac{dG}{dx} - \sin(\alpha) + J \right)$$

Après manipulations, il résulte :

$$(366) \quad \left(\cos(\alpha) - \frac{1}{2} C_0 Fr^2 \right) \frac{\partial h}{\partial x} - C_1 Fr^2 h \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} = \sin(\alpha) - J - \frac{1}{2} h \frac{dG}{dx} - Fr^2 h \left(\frac{1}{2} \frac{dC_1}{dx} + \frac{C_0}{Q} \frac{dQ}{dx} \right)$$

Pour une section rectangulaire, on obtient l'équation différentielle en fonction de la profondeur de l'eau suivante :

$$(367) \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\sin(\alpha) - J - \frac{1}{2} h \frac{dG}{dx} - Fr^2 h \left(\frac{1}{2} \frac{dC_1}{dx} + \frac{C_0}{Q} \frac{dQ}{dx} \right)}{\cos(\alpha) - \frac{1}{2} C_0 Fr^2 - C_1 Fr^2}$$

Ce modèle est valable pour une section de forme rectangulaire. Pour une section de forme quelconque, mais régulière, une approche consiste à prendre la hauteur maximale, comme profondeur de l'eau h , et puisque :

$$(368) \quad \frac{\partial S}{\partial h} = B(x)$$

Il implique que :

$$(369) \quad S = B(x)h + F(x)$$

En dérivant par rapport à x , il vient :

$$(370) \quad \frac{\partial S}{\partial x} = B(x) \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{dB}{dx} + \frac{dF}{dx}$$

En remplaçant dans (366), il vient le modèle d'écoulement de base de notre logiciel Rhéohydro pour l'écoulement de l'eau dans le lit mineur des rivières naturelles ou artificielles :

$$(371) \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\sin(\alpha) - J - \frac{1}{2} h \frac{dG}{dx} - Fr^2 h \left(\frac{1}{2} \frac{dC_1}{dx} + \frac{C_0}{Q} \frac{dQ}{dx} \right) + C_1 Fr^2 h \left(\frac{1}{B} \frac{dB}{dx} + \frac{1}{S} \frac{dF}{dx} \right)}{\cos(\alpha) - C_0 Fr^2 - C_1 Fr^2 \frac{hB}{S}}$$

Le modèle ainsi construit tient compte des faibles et des fortes pentes, des variations de la pente et des sections et des variations du débit le long de la direction de l'écoulement, mais il ne tient pas compte de l'existence des lits majeurs (gauche et/ou droite), problème majeur en cas d'inondation. D'où l'intérêt de l'analyse qui suivra.

5.6 Débordement de l'écoulement du lit mineur dans les lits majeurs

En cas d'inondation, les écoulements dans les rivières prennent une configuration tout à fait particulière. En effet, les rivières sont généralement constituées de deux lits : lit mineur et lit majeur. En cas de crues, l'écoulement se fait dans les deux lits (dit à lit composé). L'écoulement se, et une caractérise par la génération d'écoulements secondaires (Figure 36), dans la section transversale de la rivière légère déformation transversale de la surface libre. Ils sont dus probablement aux discontinuités des vitesses entre d'une part, l'écoulement rapide et profond du lit mineur et, d'autre part, l'écoulement relativement lent et peu profond du lit majeur.



Figure 36 : Apparition des tourbillons dans un lit composé, Ref []

Pour simplifier le problème, Fread (1976) et Smith (1978) divisent le système en deux canaux distincts et écrivent l'équation dynamique et l'équation de continuité pour chaque canal. Ils supposent que la surface d'eau est horizontale à chaque section normale à la direction de l'écoulement et que le débit dans le lit mineur est fonction de la débitance K , soit :

$$(372) \quad Q = K\sqrt{J} \quad \text{avec} \quad K = \frac{A R_H^{2/3}}{n}$$

Où A est la surface de la section transversale

Dans le développement des travaux antérieurs de Fread et Smith, Barkau (1982) manipule les équations aux différences finies pour le lit mineur et le lit majeur est défini un nouvel ensemble des équations dont le calcul était plus pratique. Les équations obtenues par Barkau sont à la base de la solution en régime transitoire du logiciel Hec-Ras. Notons qu'à ce stade de

connaissances, la principale critique du modèle porte sur l'expression de pertes par contraction et expansion (effets des variations de la section). Il est supposé dans le modèle que cette expression est de forme similaire à une perte de charge singulière. Nous présentons d'abord l'analyse appliquée au modèle de Saint-Venant puis, nous présenterons le résultat de cette analyse avec notre modèle d'écoulement.

5.6.1 L'équation de conservation de la masse

Ainsi, d'après l'analyse de Barkau (1982), les équations de continuité pour le lit mineur et le lit majeur s'écrivent respectivement comme suit :

$$(373) \quad \frac{\partial Q_c}{\partial x_c} + \frac{\partial A_c}{\partial t} = q_f$$

Et

$$(374) \quad \frac{\partial Q_f}{\partial x_f} + \frac{\partial A_f}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial t} = q_c + q_l$$

Où les exposants c et f se réfèrent au lit mineur et lit majeur respectivement, q_l est le débit latérale par unité de longueur du lit majeur, q_c et q_f sont les échanges d'eau entre le lit mineur et le lit majeur. S est le volume stocké de la section transversale.

En utilisant l'approximation implicite des différences finies et après manipulation, il vient :

$$(375) \quad \Delta Q + \frac{\Delta A_f}{\Delta t} \Delta x_f + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_c + \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta x_f - Q_l = 0$$

Avec

$$(376) \quad q_c \Delta x_c = -q_f \Delta x_f$$

Où Q_l est la moyenne du débit latéral

5.6.2 L'équation dynamique

Les équations dynamiques pour le lit mineur et le lit majeur s'écrivent respectivement comme suit :

$$(377) \quad \frac{\partial Q_c}{\partial t} + \frac{\partial (v_c Q_c)}{\partial x_c} + g A_c \left(\frac{\partial z}{\partial x_c} + S_{fc} \right) = M_f$$

Et

$$(378) \quad \frac{\partial Q_f}{\partial t} + \frac{\partial (v_f Q_f)}{\partial x_f} + g A_f \left(\frac{\partial z}{\partial x_f} + S_{ff} \right) = M_c$$

Où M_c et M_f représentent les flux de quantités de mouvement par unité de distance échangés par le lit mineur et le lit majeur, respectivement. L'hypothèse introduite ici suppose que la surface de l'eau reste horizontale en chaque section transversale perpendiculaire à l'écoulement.

En utilisant l'approximation implicite des différences finies et après manipulation, il vient :

$$(379) \quad \frac{\Delta(Q_c \Delta x_c + Q_f \Delta x_f)}{\Delta t \Delta x_e} + \frac{\Delta(\beta V Q)}{\Delta x_e} + gA \left(\frac{\partial z}{\partial x_e} + S_f \right) = 0$$

Avec

$$(380) \quad M_c \Delta x_c = -M_f \Delta x_f$$

$$(381) \quad gA S_f \Delta x_e = gA_c S_{fc} \Delta x_c + gA_f S_{ff} \Delta x_f$$

$$(382) \quad A = A_c + A_f$$

$$(383) \quad \beta = \frac{(V_c Q_c + V_f Q_f)}{QV}$$

Où Δx_e distance équivalente de l'écoulement et S_f est la pente de frottement pour la section totale.

Pour tenir compte des variations de la section le long de l'écoulement, quelques travaux de la littérature définissent une hauteur caractéristique h_L qui définit les pertes de charge singulières dues à la variation brusque ou progressive de la section :

$$(384) \quad h_L = C \frac{V^2}{2g}$$

D'après Hec-Ras, C est un coefficient fonction de la vitesse, de la hauteur, et des propriétés géométriques. Par simplification il est supposé constant dans le programme. L'erreur commise dans Hec-Ras porte sur l'expression de h_L . h_L d'après Hec-Ras est :

$$(385) \quad J_L = S_h = \frac{\partial h_L}{\partial x}$$

On peut vérifier d'après l'analyse présentée dans la section 5.2 que cette prédiction est tout à fait erronée.

Enfin, Hec-Ras rajoute une autre force dû au flux latéral de quantité de mouvement, comme suit :

$$(386) \quad M_l = \xi \frac{V_l V}{\Delta x_e}$$

Où $V_l = q_l / A$ et ξ est une constante

Ainsi, l'équation (379) devient :

$$(387) \quad \frac{\Delta(Q_c \Delta x_c + Q_f \Delta x_f)}{\Delta t \Delta x_e} + \frac{\Delta(\beta V Q)}{\Delta x_e} + gA \left(\frac{\partial Z}{\partial x_e} + S_f + S_h \right) = \xi \frac{V_i U}{\Delta x_e}$$

En plus, avec l'hypothèse de Fread qui consiste à supposer que la pente de frottement dans le lit mineur est égale à la pente de frottement dans les lits majeurs $S_f = S_{fc} = S_{ff}$, il vient d'après l'équation (381) :

$$(388) \quad \Delta x_e = \frac{A_c \Delta x_c + A_f \Delta x_f}{A}$$

Ainsi, le problème peut être défini, mais comme nous l'avons signalé il existe des erreurs dans la formulation du modèle.

5.6.3 Résultat de cette analyse avec notre modèle d'écoulement

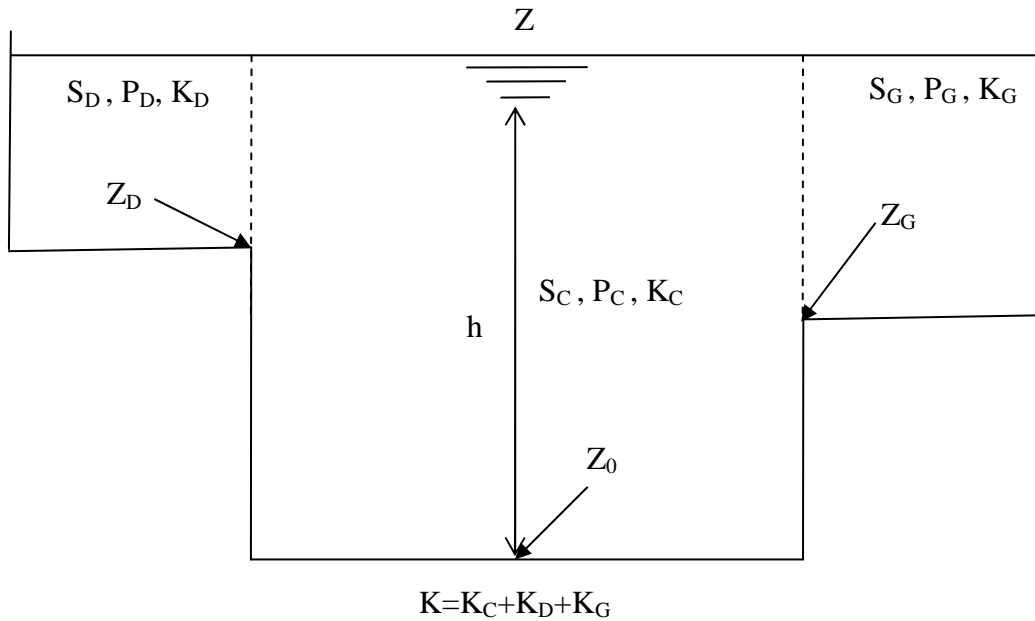
En suivant l'analyse de Fread (1976) avec notre modèle d'écoulement et en supposant de plus que la pente et la même dans les lits majeurs et le lit mineur, il résulte le modèle d'écoulement le plus général suivant :

$$(389) \quad \Delta h = \frac{(\sin(\alpha) - \bar{J}) \Delta x_e - \frac{2 + \bar{\theta}}{2} \bar{h} \Delta G - (\Delta x_e - \Delta x_0) \tan(\alpha)}{\cos(\alpha) - \bar{C}_0 \bar{\gamma}_1 \bar{F} r^2 - \bar{C}_3 \bar{F} r^2 \frac{\bar{h} \bar{B}}{\bar{S}}} + \frac{\bar{C}_3 \bar{F} r^2 \bar{h} \left(\frac{\Delta B}{\bar{B}} - \frac{\Delta Q}{\bar{Q}} - \frac{\Delta C_3}{2 \bar{C}_3} + \frac{\Delta F}{\bar{S}} + \bar{C}_0 (\bar{\gamma}_1 - \bar{\gamma}_2) \frac{\tan(\alpha)}{\bar{C}_3 \bar{G} \bar{h}} \Delta x_0 - \bar{C}_0 (\bar{\gamma}_1 - \bar{\gamma}_3) \frac{\Delta G}{\bar{C}_3 \bar{G}} \right)}{\cos(\alpha) - \bar{C}_0 \bar{\gamma}_1 \bar{F} r^2 - \bar{C}_3 \bar{F} r^2 \frac{\bar{h} \bar{B}}{\bar{S}}}$$

La barre indique qu'il s'agit de valeurs moyennes.

Avec :

$$\begin{aligned}
C_3 &= \beta(1 - C_0) \\
\beta &= \frac{S^2}{K^3} \left(\frac{K_C^3}{S_C^2} + \frac{K_G^3}{S_G^2} + \frac{K_D^3}{S_D^2} \right) \\
\Delta x_e &= \frac{1}{S} (S_C \Delta x_0 + S_G \Delta x_G + S_D \Delta x_D) \\
\gamma_1 &= \frac{S}{K^2} \left(\frac{K_C^2}{S_C} + \frac{Z - Z_0}{Z - Z_G} \frac{K_G^2}{S_G} + \frac{Z - Z_0}{Z - Z_D} \frac{K_D^2}{S_D} \right) \\
\gamma_2 &= \frac{S}{K^2} \left(\frac{K_C^2}{S_C} + \frac{Z - Z_0}{Z - Z_G} \frac{\Delta x_G}{\Delta x_0} \frac{K_G^2}{S_G} + \frac{Z - Z_0}{Z - Z_D} \frac{\Delta x_D}{\Delta x_0} \frac{K_D^2}{S_D} \right) \\
\gamma_3 &= \frac{S}{K^2} \left(\frac{K_C^2}{S_C} + \frac{K_G^2}{S_G} + \frac{K_D^2}{S_D} \right) \\
\theta &= \frac{1}{S} \left(S_C + \frac{Z - Z_G}{Z - Z_0} S_G + \frac{Z - Z_D}{Z - Z_0} S_D \right)
\end{aligned}
\tag{390}$$



Comme indiqué dans la figure ci-dessus, C, D et G se réfèrent respectivement au lit mineur, lit majeur droite et le lit majeur gauche. Z_0 représente la cote du fond inférieure du lit mineur qui définit l'axe central du canal ou la rivière. Z_G et Z_D représentent respectivement les cotes des fonds inférieurs des lits majeur gauche et droite. Δx_0 est la distance dans l'axe central du canal qui sépare deux sections respectives. Δx_G et Δx_D étant respectivement les distances dans les

lits majeurs gauche et droite qui sépare deux sections respectives. Z est la cote de la surface libre supposée constante dans les lits majeurs et le lit mineur.

On a :

$$(391) \quad Z = \cos(\alpha) h + Z_0$$

Le calcul de la débitance totale K revient à calculer la débitance pour chaque lit. En utilisant la méthode de Horton (1933) et Einstein et Banks (1950) qui suppose que la vitesse moyenne sur une verticale pour un fond de rugosité hétérogène est la même quelque soit y , soit :

$$(392) \quad n_e = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (P_i n_i^{3/2})}{P} \right]^{2/3}$$

Où n_e est le coefficient de rugosité équivalent de Manning, P est le périmètre mouillé pour la section globale et N étant le nombre de sous sections où la rugosité est uniforme.

La procédure de calcul est la suivante :

- 1) Etant donnée la hauteur d'eau dans une section h_i
- 2) On calcul les paramètres géométriques (les sections et les périmètres mouillés des lits majeurs gauche et droite, et du lit mineur) et les paramètres hydrauliques (débitance pour chaque sous section connaissant la variation du coefficient de rugosité de Manning avec y) de la section.
- 3) Pour une valeur initialement choisie de la hauteur h_{i+1}^j , on calcul les paramètres géométriques et hydrauliques de cette section.
- 4) On calcul par la suite les valeurs moyennes de tous les paramètres intervenant dans les équations (389) et (390).
- 5) On résout l'équation (389) pour trouver la valeur de la hauteur d'eau de la section $i+1$, séparée de Δx_0 , Δx_G et Δx_D de la section i , à l'étape $j+1$.
- 6) On répète les étapes 3-5 jusqu'à la convergence, puis on passe à la section $i+2$ et ainsi de suite.

Calcul de la hauteur normale

On définit la hauteur normale comme la hauteur pour laquelle le numérateur de l'équation (389) s'annule. Le calcul de cette hauteur caractéristique de l'écoulement se fait par tâtonnement.

Calcul de la hauteur critique

Lorsque le dénominateur de l'équation (389) s'annule, la profondeur du fluide atteint une hauteur appelée hauteur critique " h_c ". Le régime d'écoulement correspondant est appelé régime critique. En général, ce régime est instable (fluctuation de la surface libre). Une petite variation de l'énergie provoque des variations sensibles de profondeur de part et d'autre de h_c .

Pour le calcul de h_c , on annule le dénominateur de l'équation (389) :

$$(393) \quad \cos\bar{\alpha} - \bar{C}_0 \bar{\gamma}_1 \bar{F}r^2 - \bar{C}_3 \bar{F}r^2 \frac{\bar{h}\bar{B}}{\bar{S}} = 0$$

Pour la résolution numérique de cette équation, nous avons utilisé la méthode de Newton.

Passage au ressaut hydraulique

On pose :

$$(394) \quad E = Z + \zeta \frac{U^2}{2g} \quad \text{avec} \quad \zeta = C_3 - 2C_0 \gamma_1$$

E représente l'énergie de l'écoulement. En fonction de E, l'équation (389) devient :

$$(395) \quad \frac{\Delta E}{\Delta x_e} = (\sin\bar{\alpha} - \bar{J} - \tan\bar{\alpha}) - \frac{2 + \bar{\theta}}{2} \bar{h} \frac{\Delta G}{\Delta x_e} + \bar{C}_0 (\bar{\gamma}_1 - \bar{\gamma}_2) \frac{\tan\bar{\alpha}}{\bar{G}} \bar{F}r^2 \frac{\Delta x_0}{\Delta x_e} \\ - \bar{C}_0 (\bar{\gamma}_1 - \bar{\gamma}_3) \frac{\bar{F}r^2 \bar{h}}{\bar{G}} \frac{\Delta G}{\Delta x_e} - \bar{C}_0 \bar{\gamma}_1 \bar{h} \frac{\Delta Fr^2}{\Delta x_e} -$$

Nous supposons que le ressaut hydraulique se produit sur une courte distance de manière à pouvoir négliger la variation de la pente et du nombre du Froude sur cette distance. Ainsi, tous les termes du deuxième membre de l'équation (395) peuvent être ignorés. Il reste :

$$(396) \quad \Delta E = 0$$

Donc, le ressaut hydraulique se caractérise par la conservation de l'énergie totale de l'écoulement. Pour détecter l'apparition du ressaut hydraulique, on compare les hauteurs d'eau à l'étape i et $i+1$ à la hauteur critique. Si la hauteur critique est entre les deux hauteurs, alors il peut exister un ressaut hydraulique (un saut de hauteur d'eau) et on applique l'équation (396) pour avoir la hauteur conjuguée.

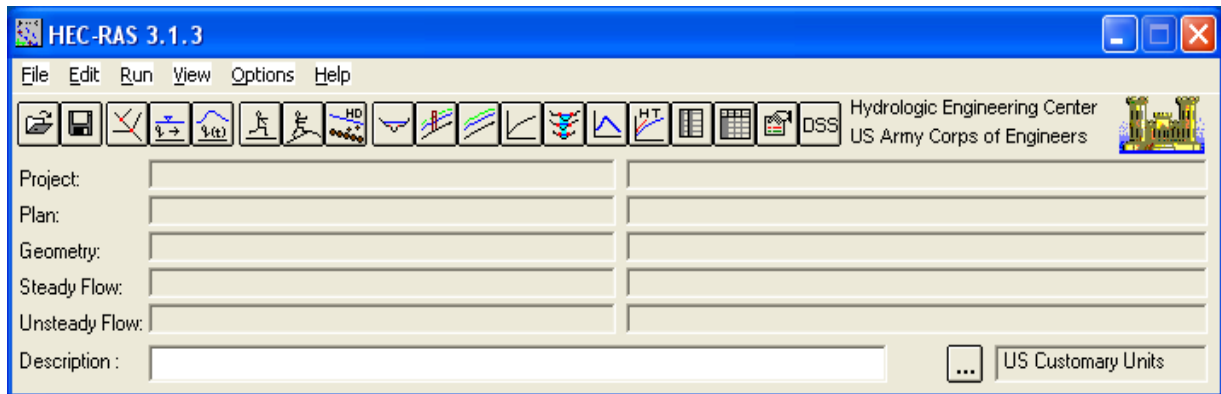
6 Principe de fonctionnement de HEC-RAS et les principaux menus du logiciel

HEC-RAS est logiciel intégré pour l'analyse hydraulique qui permet de simuler les écoulements à surface libre. Il a été conçu par le Hydrologic Engineering Center de l'US Army Corps of Engineers. La version actuelle de Hec-Ras (4.1.0) comporte une interface graphique permettant d'éditer, modifier, visualiser les données d'entrée et d'observer les résultats obtenus. L'interface Ras-Mapper permet de visualiser les zones inondables à partir des données de terrain en extension « .flt ».



Pour démarrer HEC RAS, double-cliquez sur l'icône HEC-RAS 3.1.3.lnk placé sur le bureau, ou bien allez dans le menu Démarrer et choisissez le programme HEC-RAS 3.1.3. Fait important à noter, HEC-RAS utilise comme symbole décimal le point, et non la virgule utilisée habituellement dans notre système d'unité. Un message d'erreur peut apparaître lors du démarrage si le symbole décimal spécifié pour votre ordinateur n'est pas le point. Vous pouvez changer ce symbole dans le Panneau de configuration de Windows.

Suite au démarrage de HEC-RAS vous devez obtenir la fenêtre principale de HEC-RAS qui illustrée à la figure ci-dessous.



Fenêtre principale de HEC-RAS

La barre de menu comprend toutes les fonctions disponibles de HEC-RAS. Le menu File permet d'ouvrir, de créer et de sauvegarder un projet (avec extension .prj). Les autres options permettent de modifier le titre du projet ou d'effacer tous les fichiers reliés à un projet. Utilisé cette dernière option avec précaution !

Outre le menu File, le menu Edit est également important et permet de spécifier les données de base décrivant le système hydrographique devant être modélisé ainsi que les conditions du débit dans ce système.

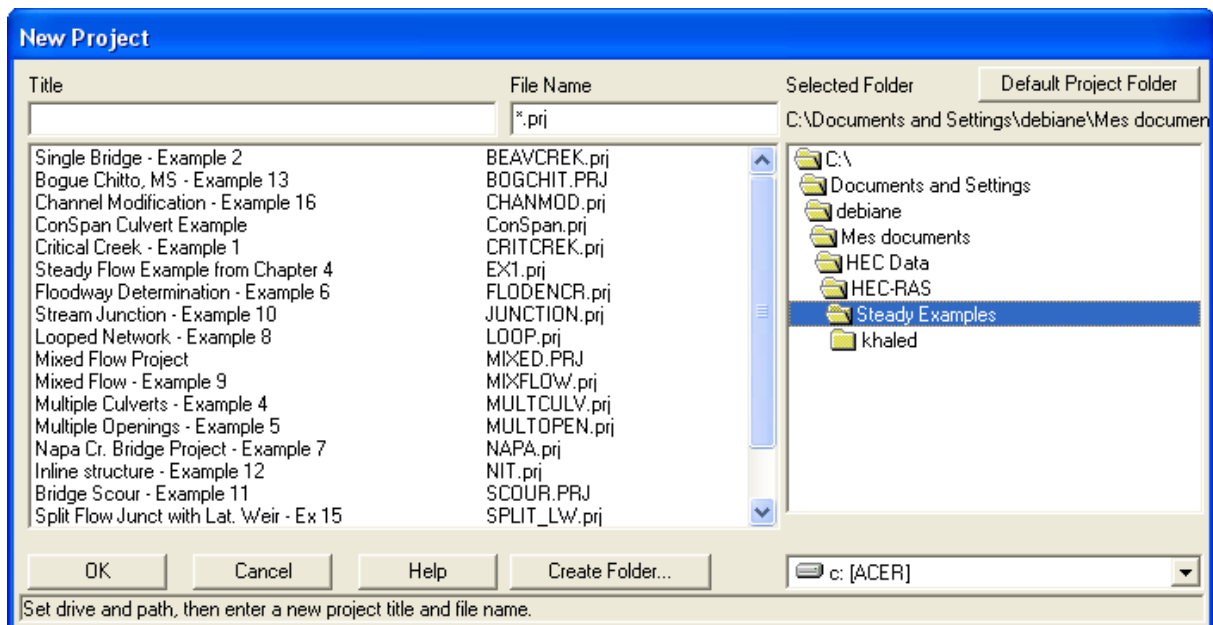
La principale étape de la création d'un projet de modélisation avec HEC-RAS est de définir la géométrie de notre cours d'eau, au moyen de sections transversales. Cette étape est réalisée en choisissant l'option Geometric Data... Toute les données reliées à la géométrie du cours d'eau sont sauvegardées dans les fichiers dont l'extension est .G** où ** désigne les chiffres représentant une numérotation séquentielle.

Une autre option disponible dans le menu Edit est Steady Flow Data... Cette option permet de spécifier la ou les valeurs de débit dans le cours d'eau qui devront être modélisés, ainsi que les conditions limites de l'écoulement. Les informations qui sont spécifiées avec cette option sont contenues dans les fichiers .F**.

6.1 Etapes de la modélisation

6.1.1 Projet

Dans le menu File, choisir l'option New Projet pour obtenir une fenêtre similaire à celle illustrée plus bas. La première étape est de choisir le dossier de travail où le projet sera sauvegardé.



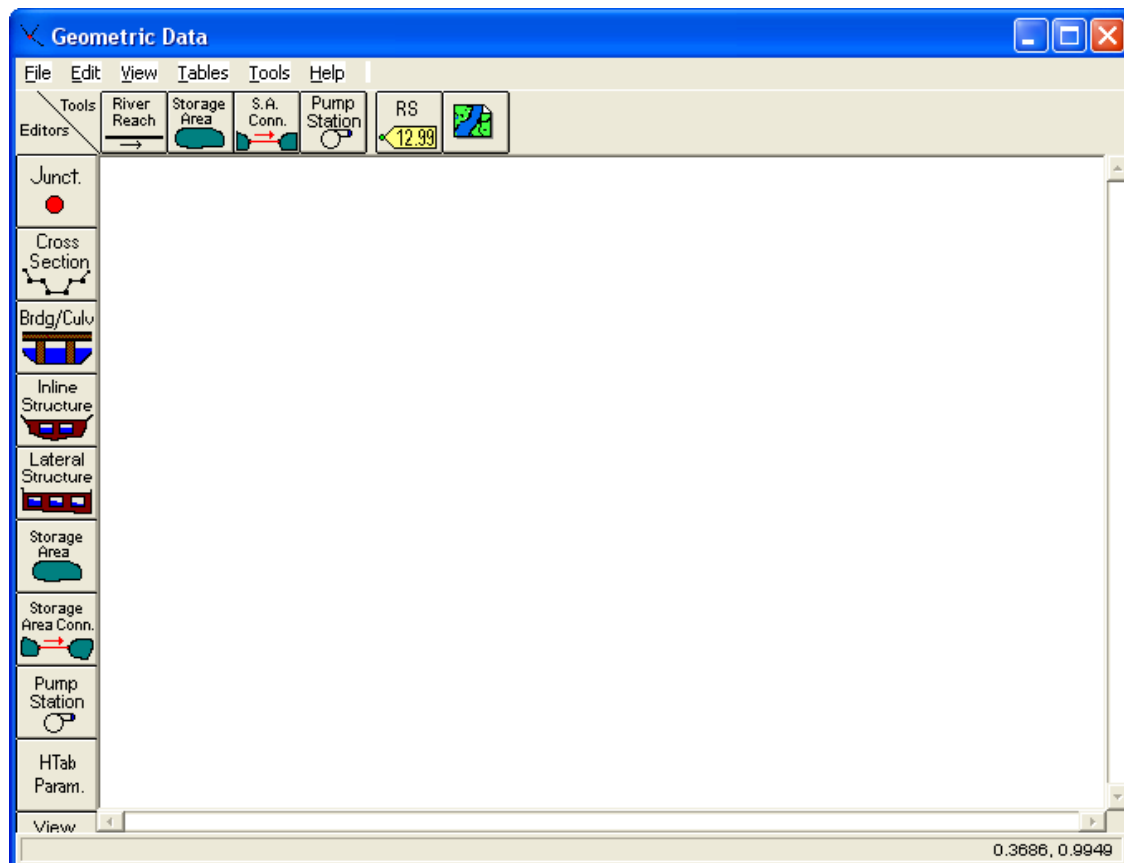
Fenêtre New Projet

Un nouveau répertoire peut d'ailleurs être créé avec le bouton Create Directory. Le titre du projet sera par la suite spécifié dans la ligne haute et un nom de fichier doit aussi être indiqué dans la case suivante, tout en conservant l'extension .prj. Il ne faut pas utiliser les accents pour un nom de fichier. Après avoir appuyé sur OK, un message apparaît pour confirmer les informations soumises. Appuyez à nouveau sur OK et les données seront sauvegardées dans le fichier et le répertoire indiqué.

Avant d'entrer les informations reliées à la géométrie et aux débits, il faut spécifier le système d'unité utilisé. Dans le menu Option, allez à Units System et choisissez System International (Metric System).

6.1.2 Géométrie des sections

Après avoir défini les principaux paramètres du projet, la deuxième étape est de définir les caractéristiques géométriques du système modélisé. Sélectionnez Edit / Geometric Data... et la fenêtre Base Geometric Data apparaît.

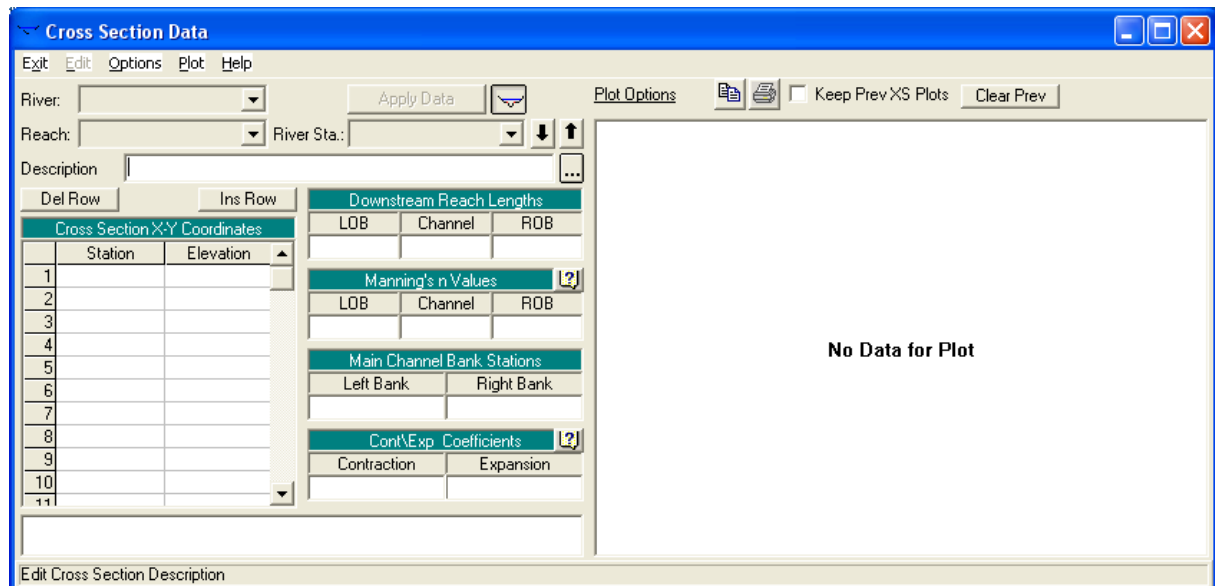


Fenêtre Geometric Data

Pour vous aider à tracer le tronçon de rivière à l'étude, vous pouvez ajouter une image de fond à cette fenêtre. Appuyez sur le bouton Add /Edit background pictures...et appuyez sur Add afin de sélectionner le fichier image. Après avoir appuyé sur Close, un message apparaît

car la taille de l'image est plus grande que la taille de l'écran. Il est possible d'ajuster l'échelle en choisissant dans le menu View l'option Full Plot. Pour sauvegarder les étapes accomplies, allez à File / Save Geometric Data as... Sauvegardez les données de la géométrie sous un fichier. Pour représenter le tronçon à étudier, cliquez sur le bouton River Reach. Le curseur se transforme en crayon et vous et vous pouvez alors dessiner le tronçon de rivière à l'aide d'une suite de points qui vont de l'amont vers l'aval, en suivant le centre de la rivière sur l'image de référence. Vous double-cliquez pour indiquer la fin du tronçon. A ce moment, une fenêtre apparaît vous demandant d'indiquer le nom de la rivière et le nom du tronçon.

Les autres caractéristiques géométriques nécessaires à cette étape sont les sections transversales à différents endroits de la rivière. Les sections transversales sont représentées au moyen de points représentant des coordonnées X-Y, où X est la distance par rapport à un point de référence arbitraire placé sur la rive et Y est l'élévation du fond de la rivière.



Fenêtre Cross Section Data

Pour entrer les données, vous devez cliquer sur le bouton Cross-Section dans la partie gauche pour obtenir une fenêtre similaire à celle illustrée ci-haut. Dans le menu Option, choisissez Add a new Cross Section... Il vous est alors demandé de définir la station (River Station) de cette section transversale qui est en fait un identificateur numérique. HEC-RAS place sur un tronçon de rivière les stations en ordre décroissant de la partie amont vers la partie aval. La signification de chacun des termes que l'on y retrouve est décrite ci-dessous :

River : nom de la rivière sur laquelle la nouvelle section sera ajoutée ;

Reach : nom du tronçon de la rivière sur laquelle la nouvelle section sera ajoutée ;

River station : Identification numérique de la section transversale ;

Description : Commentaire de l'utilisation sur cette section

Cross-section coordinates : Coordonnées relatives dans le plan X-Y des points définissant la section transversale ;

Downstream Reach Lengths : Distance en mètres jusqu'à la prochaine section transversale située en aval. LOB signifie la partie gauche de la plaine inondable et ROB sa partie droite, alors que Channel désigne le lit principal de la rivière ;

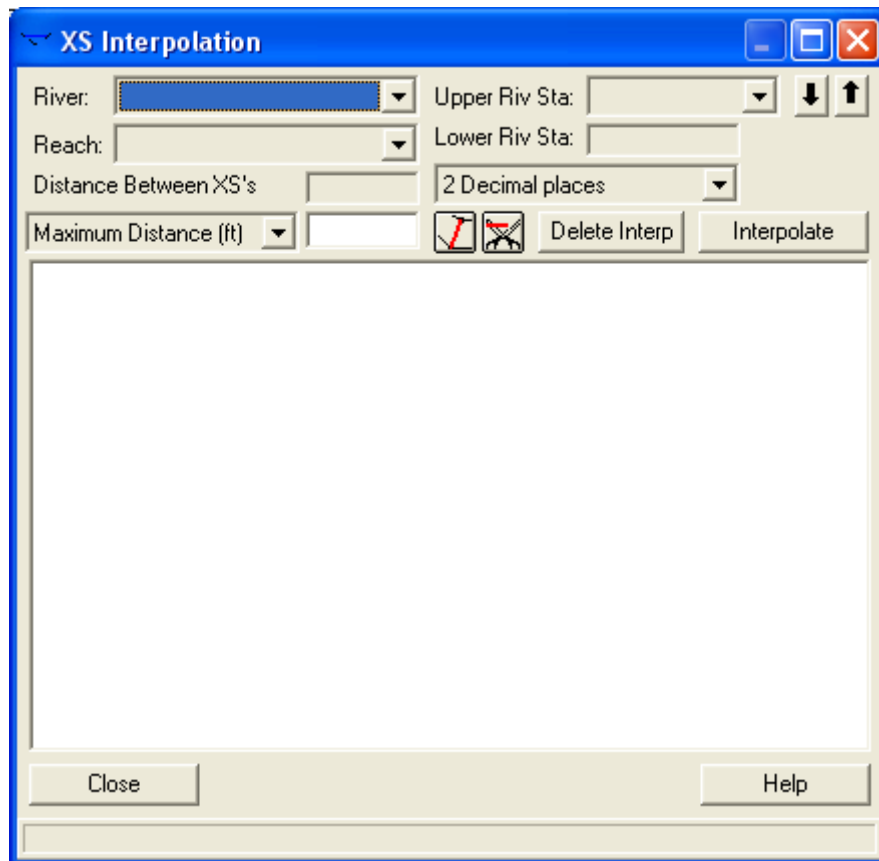
Manning's values : Coefficient de Manning de chaque portion de la section transversale ;

Main channel bank stations : Coordonnées, dans le plan X seulement, des limites gauches et droite du lit principal de la rivière. Les valeurs fournies doivent correspondre à une valeur déjà présente dans la partie Cross-section coordinates.

Après avoir entré les données, cliquez sur Apply Data. Vous pouvez alors visualiser la section transversale que vous venez de définir dans la partie adjacente de la fenêtre. Les autres sections seront rentrées de la même manière.

Pour augmenter la stabilité des calculs de niveau par le modèle. Il est recommandé d'avoir une distance raisonnable entre deux sections transversales. En assumant que la pente et les propriétés des sections varient de façon linéaire entre deux sections consécutives, la fonction XS interpolation dans le menu Tools permet d'ajouter par interpolation de nouvelles sections entre deux sections existantes.

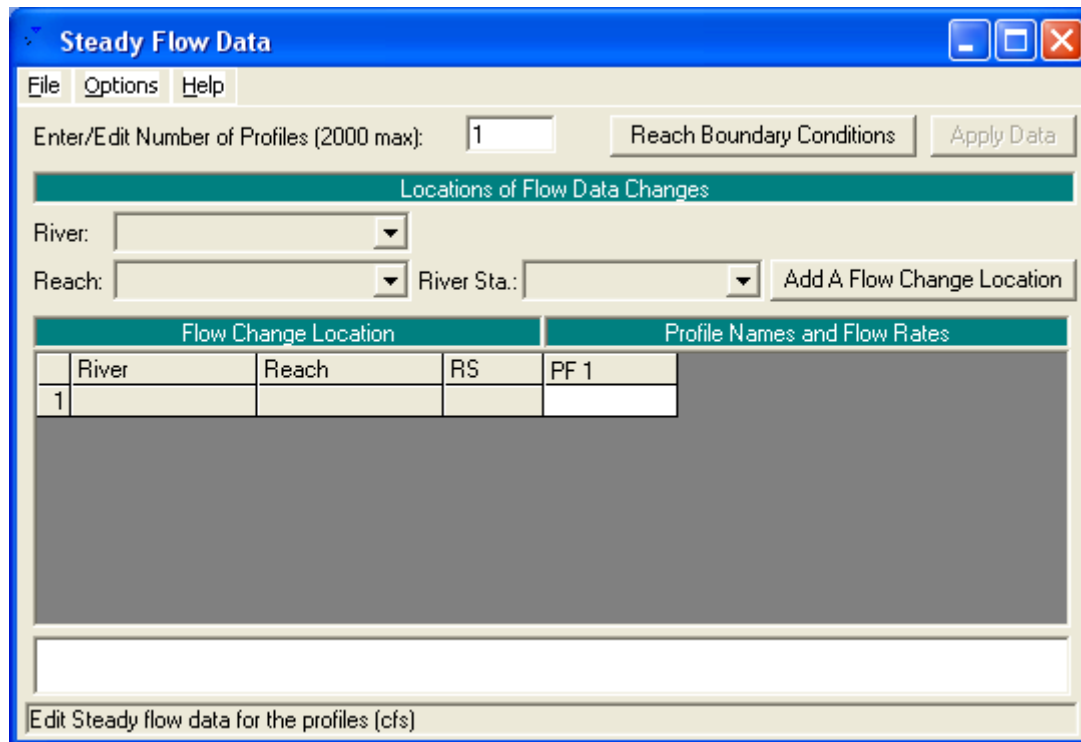
Pour terminer, vous pouvez vérifiez les données spécifiées avec le menu Tables. Les mêmes paramètres pour toutes les sections y sont regroupés à l'intérieur d'un même tableau et peuvent y être modifiés. Avant de quitter la fenêtre Geometric Data, sauvegardez les informations que vous avez rentrées.



Fenêtre XS interpolation

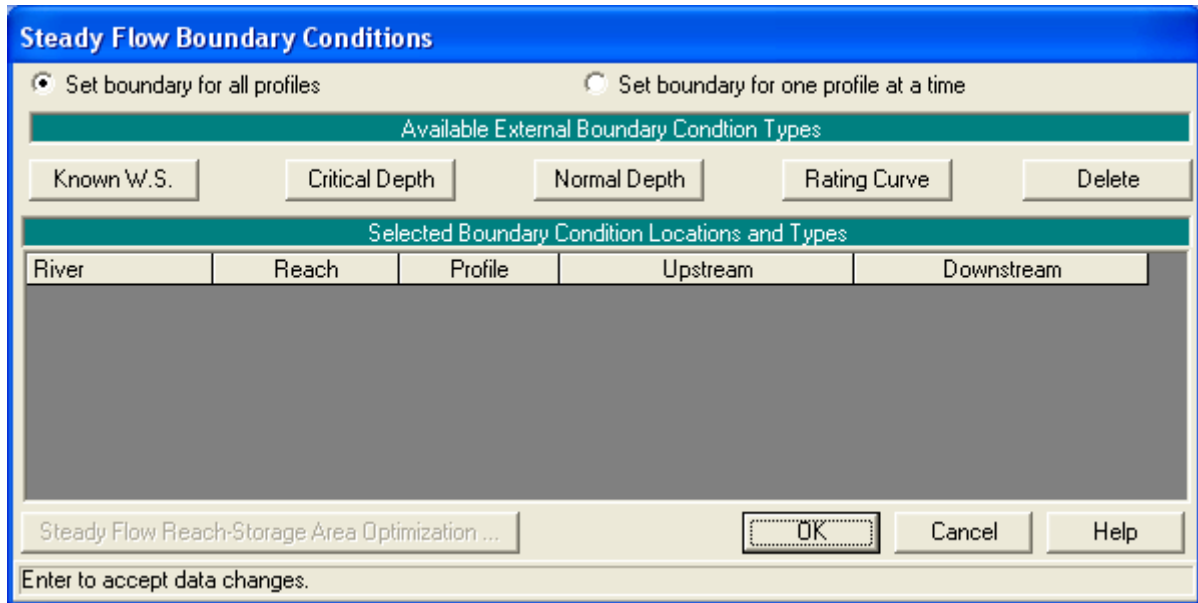
6.1.3 Débit et conditions aux limites

L'étape suivante de la modélisation hydraulique sur HEC-RAS est de spécifier les débits utilisés pour calculer les profils d'écoulement. Dans la fenêtre principale, cliquez sur le bouton Steady Flow Data. Pour obtenir une fenêtre similaire à celle illustrée plus bas. Pour entrer les valeurs des débits, indiquez d'abord Number of Profiles. Par la suite, dans le menu Options, allez à Edit Profil Names...et indiquez les noms de profils appropriés. Les valeurs de débit qui sont entrées aux cases correspondantes sont représentatives de la section amont et sont considérées valides sur tout le tronçon de rivière. HEC-RAS permet toutefois de représenter des changements de débits aux sections transversales, lorsqu'un affluent important entraîne un changement de débit dans le tronçon.



Fenêtre Steady Flow Data

Lorsque les débits correspondants aux différents profils devant être calculés sont spécifiés, il faut par la suite définir les conditions limites de l'écoulement en cliquant sur le bouton Reach Boundary Conditions. Les conditions limites sont nécessaires pour calculer la hauteur d'eau initiale aux extrémités de chaque tronçon. Pour un écoulement fluvial, seulement les conditions à l'aval sont nécessaires, tandis que pour un écoulement torrentiel, les conditions à l'amont seulement sont nécessaires. Selon le régime d'écoulement modélisé, une seule des deux conditions limites peut être indiquée. On a le choix entre trois conditions aux limites : hauteur critique, hauteur normale et hauteur connue. Avant de passer à l'étape suivante, sauvegardez ces données avec File / Save Flow Data as...Entrez le titre et quittez cette fenêtre pour revenir au menu principal de HEC-RAS.

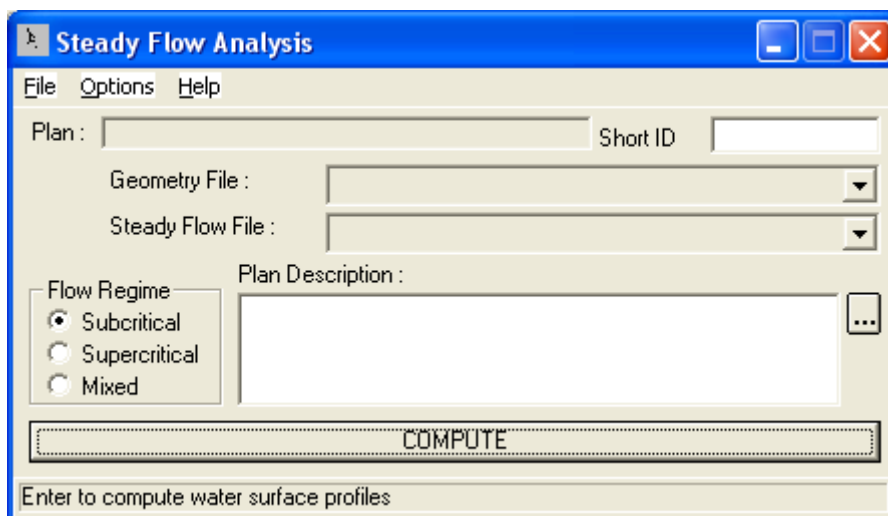


Fenêtre Reach Bondary Conditions

6.1.4 Simulation hydraulique

La dernière étape nécessaire à la modélisation avec HEC-RAS est de définir le plan utilisé. Cliquez sur le bouton Perform à Steady Flow Simulation pour obtenir la fenêtre présentée plus bas. Le Geometry File et Steady Flow File que vous avez créés y sont indiqués. Dans le menu File, choisissez New Plan. Lorsque requis, entrez le titre et l'identificateur indiqué sur la figure ci-dessous.

Choisissez le régime d'écoulement et appuyez sur Compute pour débiter la simulation. Une fenêtre montrant la progression de la simulation s'ouvrira et les calculs s'effectueront. Lorsque le programme a terminé, vous pouvez fermer la fenêtre Hydraulic Computation, ainsi que la fenêtre Steady Flow Analysis.



Fenêtre Steady Flow Analysis

6.1.5 Visualisation des résultats

A la suite de la simulation les résultats sont automatiquement sauvegardés dans un fichier. Un des résultats intéressant à consulter est la vu en profil du tronçon simulé. Cette fonction, View Profiles, est située dans la barre de boutons. Allez également dans le menu Option de cette fenêtre. Vous y trouverez les options d’affichage, telles que Zoom et Pan. Il y a aussi d’autres options qui permettent d’afficher les résultats d’un ou plusieurs plans, d’ajouter ou supprimer l’affichage de certains profiles, de changer le tronçon dont les résultats sont actuellement affichés. Ce menu Options est d’ailleurs similaire pour différentes fenêtre graphiques permettant de visualiser les résultats.

Une autre option graphique intéressante est accessible via le bouton View 3D multiple cross section plot.... Les sections transversales de début et de fin peuvent être modifiées pour afficher qu’une partie du tronçon à l’étude. Rotation et Azimuth permettent quant à eux de modifier l’angle de vue. Pour ne voir qu’une seule section.

Deux autres boutons, View Detailed Output at XS... et View Output at Multiple..., permettent de voir les résultats sous forme tabulaire.

Finalement, comme on peut voir dans le tableau des résultats des sections transversales, il y a plusieurs variables qui sont calculées par HEC-RAS en plus des niveaux d’eau. Dans certains cas, on s’intéressera aux vitesses afin de quantifier par exemple les possibilités d’érosion.

Nous allons maintenant modéliser deux tronçons de rivière : l’un se trouve sur Verdon dans la station d’Estellié et l’autre sur l’Issole dans la station de Pont de Mourrefrey.

7 Principe de fonctionnement d'ArcGis et les principaux menus du logiciel

7.1 Quelques concepts importants de la cartographie

7.1.1 Les systèmes de projection et systèmes de coordonnées

Les Systèmes de projection sont une « correspondance mathématique ponctuelle, continue et généralement biunivoque entre les points d'un ellipsoïde et les points du plan. On distingue essentiellement les projections conformes qui conservent les angles et les projections équivalentes qui conservent les surfaces. Le système de projection réglementaire en France est le système de projection Lambert. D'après l'Association Française de topographie, les Systèmes de coordonnées sont un système de référence géographique (pour un lieu) ou des coordonnées dans un système de référence donné quand on parle d'un point.

7.1.2 La sémiologie graphique

C'est l'ensemble des règles permettant l'utilisation d'un système graphique de signes pour la transmission d'une information (D. Pumain). Les SIG utilisent la sémiologie pour représenter les informations et permettent de la modifier très facilement et rapidement.

7.1.3 Les Systèmes d'Information Géographique

Définition

Les Systèmes d'information Géographique ou SIG sont des types de bases de données qui permettent de gérer des données descriptives à une entité physique localisée. Mais c'est aussi un outil de stockage, de gestion et d'exploitation des données spatialisées. Ils peuvent enfin être abordés non plus comme des outils mais comme une science proposant des outils pour gérer, retrouver, transformer, créer et publier des données géographiques.

Fonctionnement

Les SIG fonctionnent comme du papier calque en superposant des éléments les uns au dessus des autres. En général chaque catégorie d'objet est assimilée à un calque (ou couche) et ces couches vont être empilés pour représenter une carte et pouvoir être analysées.

L'ordre des couches est primordial. Si l'on dispose d'un calque de points représentant les villes françaises et d'un autre constitué d'un polygone de couleur représentant la France, si le

second calque est placé au dessus du premier les villes françaises seront invisibles. En revanche, dans le sens inverse, les villes françaises seront localisées sur le territoire national.

Les types de données

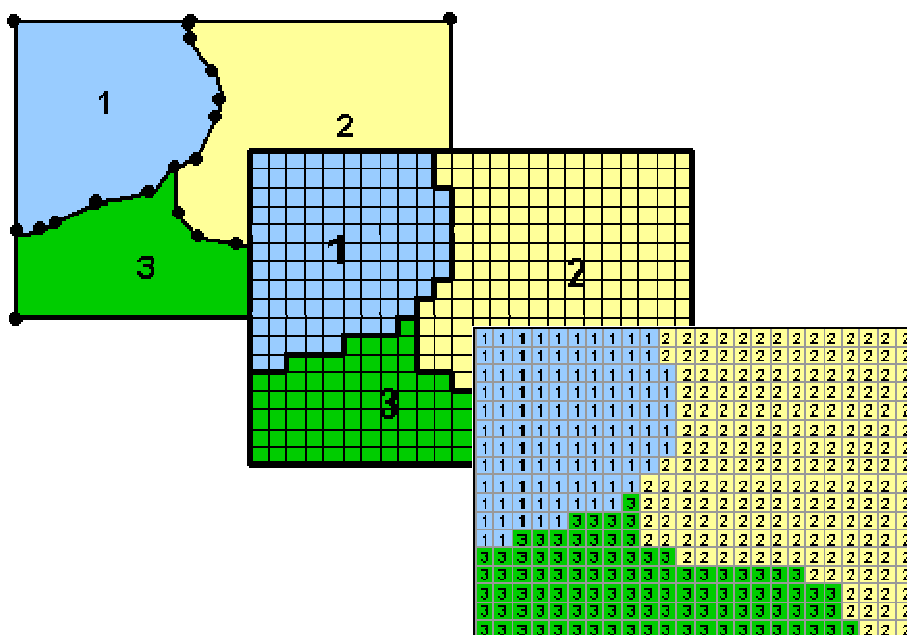
Il existe deux grands types de données utilisées par les SIG : Les données raster et vecteur. Il s'agit de modes de représentation de la donnée et un même objet peut aussi bien être représenté de manière vectorielle que sous forme de raster.

Raster

Les rasters sont « des données images où l'espace est divisé de manière régulière (en petits rectangles); à chaque petit rectangle (pixel) sont associées une ou plusieurs valeurs décrivant les caractéristiques de l'espace. Exemple : dans une image couleur, à chaque pixel est associée l'intensité lumineuse des trois couleurs: rouge, vert, bleu. » (Bruno Bordin) Dans un raster représentant des températures, chaque pixel aura une valeur de température.

Vecteur

Les données vecteur sont des « données images où l'espace est décrit par des objets avec leur forme et leur position, leurs couleurs... sous forme de points, lignes, surfaces. » (Bruno Bordin) La représentation des objets peut varier en fonction de l'échelle utilisée et de ce que l'on veut démontrer ou analyser. Par exemple, à l'échelle mondiale, les villes peuvent être représentées par un ensemble de points alors qu'au niveau d'un département, les villes peuvent être représentées par des polygones symbolisant leur emprise au sol.



7.2 Utilisation d'ArcGIS

7.2.1 Organisation des données

ArcGIS possède un mode de stockage des données qui lui est propre avec des fichiers de formes (ShapeFiles) pour les données vecteur et des fichiers GRID pour les données Raster. Chaque donnée (raster ou vecteur) est constituée de plusieurs fichiers. Pour supprimer un objet du disque dur, il faut alors supprimer tous les fichiers relatifs à cet objet. Le module Arc catalogue permet de faire cette suppression en une seule fois.

Les fichiers de forme (.shp)

Les fichiers de forme ou ShapeFiles (.shp) comportent trois grandes classes : Ponctuelle, linéaire ou surfacique. Un fichier de forme ne peut représenter qu'une et une seule de ces classes. Chaque fichier de forme est donc composé de données attributaires et de données géométriques pour la représentation spatiale des objets.

7.2.2 Les 2 modules complémentaires d'ArcMap :



7.2.3 Arc catalogue

Principe

Arc catalogue permet de rechercher des données, de les visualiser d'en faire rapidement des copies et de les supprimer rapidement.

Accéder aux données

L'écran de gauche permet de se connecter et de naviguer dans des emplacements du disque.

Le bouton « Connect to Folder »  permet de créer un raccourci vers un emplacement particulier et le bouton  permet de remonter vers le dossier parent.

Rechercher des données

Dans la barre de menu > Edit > Search

Ajouter des types de données visibles


Par défaut, seul les fichiers ArcGIS sont visibles dans Arc catalogue. Néanmoins, pour ne pas avoir à basculer entre le catalogue et l'explorateur Windows il est possible de définir de nouveaux types de fichiers visibles.

Tools > Options > File types

Connexion aux bases de données

Arc catalogue permet aussi de se connecter à des bases de données pour en suite y accéder depuis le catalogue ou directement dans ArcMap. Les méthodes de connexion varient selon le type de base de données à la quelle l'on souhaite se connecter. Dans la fenêtre de gauche il faut descendre tout en bas et choisir « Database connexion ». Si l'on veut se connecter à une base de données attributaires par exemple, il faut ensuite sélectionner « Add OLE DB connexion ». Le second moyen de connexion est réservé aux bases de données spatiales comme PostGIS par exemple.

7.2.4 Arc toolbox

Arc GIS dispose de très nombreux outils des plus généralistes aux outils métiers comme les outils d'hydrologie servant, par exemple, à calculer des bassins versants. Tous ces outils sont disponibles à partir de la toolbox qui, à l'inverse d'Arc catalogue et ArcMap, ne s'ouvre pas dans sa propre fenêtre mais directement dans les modules en appuyant sur ce bouton. 

Dans la fenêtre qui s'ouvre chaque boîte à outils représente une catégorie d'outils et ces derniers sont organisés en sous catégories. Les onglets en bas de la fenêtre permettent de rechercher un outil mais leur nombre est si important qu'il est souvent plus facile de créer ses propres boîtes à outils pour s'y retrouver.

Créer une boîte à outils personnelle



Pour créer une boîte à outils faites un click droit dans la fenêtre toolboxes puis sélectionnez « New toolbox » et donnez lui un nom. Vous pouvez ensuite déplacer les outils les plus fréquemment utilisés dans cette nouvelle boîte. Pour sauvegarder la boîte faites un click droit dans la toolboxe puis sélectionnez « save settings to default. »



7.2.5 Le module ArcMap

Les barres d'outils

La barre d'outils standard











La barre d'outils standard permet d'ouvrir un document ArcMap  (qui fait le lien vers les données et leurs symbologies) ainsi que de charger des données. 

En plus de ces deux fonctions principales, il permet aussi d'afficher et dés afficher la barre d'outils  et Arc catalogue. 

La barre d'outils de navigation





C'est la barre d'outils la plus importante qui remplit toutes les fonctions de navigation et d'interrogation des données dont vous aurez besoin. Vous pourrez zoomer et dé zoomer avec les outils suivants  ainsi que revenir rapidement sur des zooms et lieux précédemment affichés avec ces deux flèches  fonctionnant comme les fonctions pages suivantes et précédentes des navigateurs internet. La petite main blanche  vous sert à vous déplacer sur la carte mais si vous disposez d'une souris équipée d'une molette, vous pourrez aussi vous déplacer en maintenant cette molette enfoncée. L'outil suivant  permet de sélectionner des données. Vous pourrez ensuite zoomer sur votre sélection. Pour désélectionner les objets appuyez sur cette touche.  L'outil Identifier  est l'outil utilisé pour naviguer dans les données elles-mêmes. Il est très utile car permet d'interroger un objet ou de dérouler les relations entre les objets. L'outil représenté par de petites jumelles  permet d'effectuer une recherche par mots clefs.

Enfin cette barre d'outils vous permet d'effectuer des mesures manuelles donc très peu précises mais parfois très efficaces avec ce bouton. 

La barre d'outils d'édition



Comme son nom l'indique, cette barre d'outils permet d'éditer des données. Pour ouvrir une session d'édition cliquez sur « Editeur », ouvrir une session de mise à jour. Dans ce même menu vous pouvez aussi fermer votre session de mise à jour ou encore enregistrer vos mises à jour. Attention, si vous enregistrez vos mises à jour ou que vous quittez la session en choisissant enregistrer les mises à jour, vous ne pourrez plus revenir sur les modifications effectuées. Après avoir ouvert une session de mise à jour vous devez choisir la couche à éditer. Si votre document contient des couches provenant de plusieurs sources différentes il faudra dans un premier temps choisir la source. Ensuite, dans la liste déroulante nommée « Cible » à droite du menu Editeur choisissez la couche à éditer. Cette étape est très importante, ne l'oubliez pas sous peine d'éditer la mauvaise couche.

La flèche noire  de la barre d'édition vous permet de déplacer des objets ou d'en modifier les formes en double cliquant dessus. Le petit crayon  à droite de la flèche noire permet de

créer de nouveaux objets. Vous pouvez aussi définir des options de capture pour que votre outil s'accroche à certains objets géographiques. Allez dans « Editeur » puis « Capture ».

Dans la fenêtre qui apparaît vous pouvez sélectionner les couches sur les quelles vous voulez automatiquement vous accrocher ainsi que les critères d'accrochage à savoir « Sommet » c'est à dire chaque point composant un changement de direction du contour de la forme, « Contour » c'est à dire sur le contour de la forme ou « Extrémités » ce qui signifie comme son nom l'indique s'accrocher uniquement aux extrémités de la forme (pour relier deux cours d'eau par exemple).

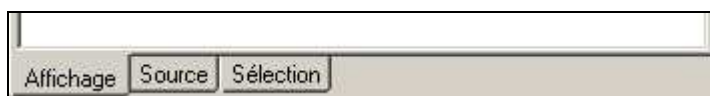
Comment afficher les barres d'outils

Si une barre d'outils n'est plus affichée ou que vous voulez en afficher une nouvelle il suffit d'aller dans « Affichage > Barres d'outils » et de sélectionner la barre d'outils désirée. Attention cependant aux extensions car certaines barres d'outils spéciales comme Publisher ne sont disponibles que si l'extension est activée. Si vous ne trouvez plus une barre d'outils c'est donc sûrement que son extension a été désactivée. Pour activer ou désactiver une extension allez dans « Outils > Extensions ».

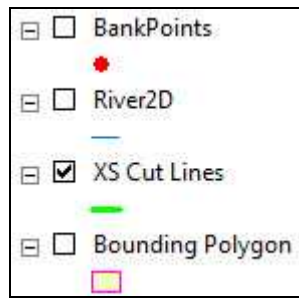
La table des matières

La table des matières (fenêtre de gauche) permet d'interagir avec les couches chargées dans ArcMap. Il est possible de changer l'ordre des couches, de les afficher ou désafficher mais aussi de réaliser de nombreuses opérations en faisant un clique droit sur l'une d'entre elles. Les trois onglets présents en dessous de la table des matières permettent d'organiser de différentes manières l'affichage des couches. Si l'onglet « Sélection » n'est pas très important, il est bien nécessaire de comprendre le fonctionnement des deux autres.

Onglet Affichage

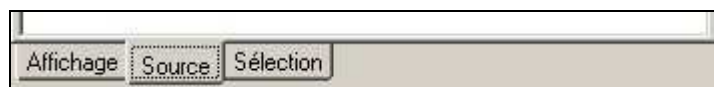


Cet onglet liste toutes les couches géographiques que vous avez importées dans votre document. En revanche, il ne fait pas apparaître les tables attributaires qui pourraient elles aussi avoir été chargées. Dans cet onglet vous pouvez choisir d'afficher ou de désafficher certaines couches en les cochant ou décochant. Dans l'exemple ci-dessous seul la couche 'XS Cut Lines' est visible.



Il est aussi possible de jouer sur la superposition des couches. En effet les couches les plus hautes peuvent cacher les plus basses. Il suffit de déplacer les couches de haut en bas en cliquant dessus.

Onglet source



C'est dans l'onglet source que l'on peut visualiser les tables attributaires. Cet onglet affiche donc les couches géographiques, les tables attributaires mais il classe aussi ces données en fonction de leur source c'est à dire de leur chemin d'accès.

Pour résumer, si vous voulez consulter une table attributaire mais que vous ne la trouvez pas pensez à vérifier dans quel type d'onglet vous vous trouvez.

Outil identifié 

Vous trouverez cet outil dans la barre d'outils de navigation. Si il n'est pas très utilisé, il ne faut pas sous estimer les capacités de cet outil qui vous permettra de naviguer dans les objets du document de manière très rapide par le biais des relations. Par exemple, avec des données hydrologiques, en identifiant un barrage vous pourrez directement accéder aux caractéristiques de son bassin versant, à la liste des études qui y ont été menées puis ouvrir chacun des documents d'études ou visualiser pour quels barrages l'étude en question a été reproduite.

Identifier et dérouler des relations

Les relations entre les objets sont visibles grâce au localisateur de relations (+ -) dans le cadre des objets sélectionnés (fenêtre de gauche). Dans le carré du localisateur, un symbole – signifie que la relation a été déroulée, un symbole + signifie qu'il y a encore un niveau de relation non déroulé. Un niveau de relation part toujours d'un objet d'une couche pour déboucher sur le nom d'une autre couche et l'objet relié.

Utiliser des liens hypertexte


Cet outil est aussi très utile pour utiliser des liens hypertextes contenus dans des tables attributaires. Dans la fenêtre des attributs de l'objet (gauche) un petit éclair jaune signifie la

présence d'un lien hypertexte dans un champ. Il suffit alors de cliquer dessus pour ouvrir le document.

Gestion des coordonnées

La plus part des couches ont un système de projection prédéfini. Par défaut, ArcMap prends le système de coordonnées de la première couche chargée mais il est possible de le définir manuellement. Dans la table des matières faites un clique droit sur « Layers » > « Properties » puis sélectionnez l'onglet « coordinate system » et choisissez votre projection.

Intégration des données

Il y a plusieurs manières d'intégrer des données dans un document arcMap. Vous pouvez le faire avec le bouton  ou encore en faisant glisser une ou plusieurs couches depuis Arc catalogue vers la fenêtre principale d'ArcMap.


Dans l'annexe A, je présente le manuel d'utilisation de ArcGIS et dans l'annexe B, je présente le manuel d'utilisation du module HecGeo-Ras nécessaire aux transfert de données.

Annexe A : Manuel d'utilisation d'ArcGis


Créer un nouveau fichier de formes (shapefile) :

Dans Arc catalogue : Click droit dans la fenêtre de droite puis **new shapefile**. (Ne pas oublier de définir le type et la projection)


Ajouter des données dans ArcMap :

Utiliser ce bouton .


Sélectionner des objets :

Avec ce bouton  dans la barre d'outils de navigation.

Effacer la sélection :

Avec ce bouton  dans la barre d'outils de navigation.

Identifier rapidement un ou plusieurs objets :

Avec ce bouton  dans la barre d'outils de navigation.

Modifier la sémiologie d'un fichier de forme :


Dans la **table des matières** (fenêtre de gauche) double cliquer sur le symbole de la couche.

Afficher une barre d'outils :

View > Tools bar

Créer un nouvel objet (Géométrie et table) :


Ouvrir une session d'édition ; choisir la couche à éditer dans la liste déroulante « **Target** » ;

avec le stylo , créer les points qui composeront la forme. Commencer la forme en faisant un clique gauche, rajoutez des points de la même manière, finissez la forme en double cliquant.

Si la forme est un polygone les points aux extrémités se relieront, si la forme est un point faites juste un double clique ; Sauvegarder. (Si l'on veut coller un objet à un autre il faut régler les options d'accroche dans **Editeur > Snapping**.)

Modifier la géométrie d'un objet :

Ouvrir une session d'édition ; choisir la couche à éditer dans la liste déroulante « **Target** » ;

avec la flèche noire  de l'éditeur double cliquer sur l'objet à modifier.

Pour déplacer un vertex : Le déplacer avec la souris

Pour supprimer un vertex : Clique droit sur un vertex puis **Delete vertex**.

Pour ajouter un vertex : Clique droit sur un contour puis **Add vertex**.

Remplir les champs attributaires d'un objet :

Ouvrir une session d'édition ; ouvrir la table attributaire du fichier de formes en cliquant droit sur le fichier dans la table des matières > **Open attribute Table**.

Calculer des critères géométriques dans un champ (Coordonnées X et Y, Surface, Périmètre, centroïde) :

Ouvrir une session d'édition ; Cliquez droit sur le titre d'un champ puis **calculate geometry**. (Si des objets sont sélectionnés dans la table, le calcul ne s'effectuera que sur la sélection.)

Ajouter / Supprimer des champs dans une table :

Fermer la session d'édition si elle est en cours et ouvrir la table ;

Pour supprimer un champ : Cliquez droit sur le titre de la colonne puis **Delete field**.

Pour ajouter un champ : En bas à droite de la table : **Options > Add field** (Ne pas oublier de définir le type de champ en fonction des besoins.)

Faire une sélection attributaire :

Selection > Select by attributs

Faire une sélection spatiale :

Selection > Select by location

Exporter des objets préalablement sélectionnés pour créer un nouveau fichier de formes :

Après avoir sélectionné des objets dans une couche, cliquez droit sur la couche dans la table des matières puis **Data > Export Data**.

Annexe B : Tutorial pour l'utilisation d'HEC-GeoRAS avec ArcGIS 9.3

Ce que nous allons aborder :

Dans ce tutorial nous allons voir comment créer des données exploitables sous HEC-RAS à partir d'un Système d'Information Géographique (ArcGIS) grâce au module HEC-GeoRAS qui fait le lien entre ces deux logiciels.

Nous verrons comment, à partir de données LIDAR, créer de la donnée pour ensuite lancer des simulations sous HEC-RAS et nous verrons aussi comment exporter les résultats de simulations sous ArcGIS pour les visualiser de manière plus ludique.

Matériel requis :

Vous aurez besoin du matériel suivant :

HEC-RAS pour effectuer les simulations à partir des données que vous aurez créés.

ArcGis (de préférence la version 9.3) qui sera le Système d'Information Géographique nous permettant de numériser des données. Pour utiliser le module HEC-GeoRAS, il vous faudra en plus du logiciel les licences 3D Analyst et Spatial Analyst.

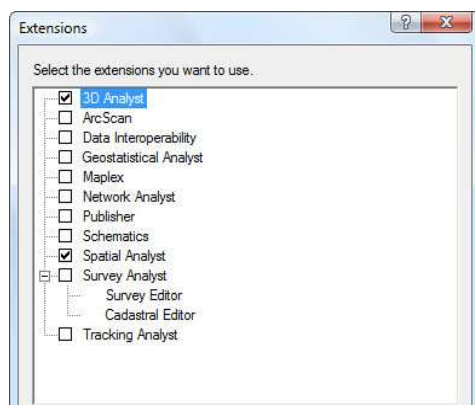
HEC-GeoRAS, un module d'ArcGis permettant l'interopérabilité avec HEC-RAS. (Attention, vous devez disposer du module correspondant à la version d'ArcGIS que vous utilisez).

Bien sur vous aurez aussi besoin de données de départ.

I. Installation de HEC-GeoRAS et paramétrage d'ArcGIS

Activation des modules Spatial Analyst et 3D Analyst :

Lancez le logiciel ArcMap. HEC-GeoRAS nécessitant les modules Spatial Analyst et 3D Analyst, il vous faut tout d'abord vérifier que ces deux extensions soient bien activées. Dans la barre de menus cliquez sur 'Tools' puis 'Extensions' et vérifiez que les cases correspondant à chacun des deux modules soient bien cochées comme ci-dessous. Fermez ensuite la boîte de dialogue.

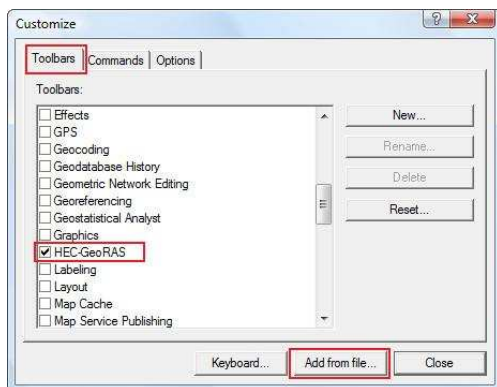


Installation d'HEC-GeoRAS :

Pour installer HEC-GeoRAS retournez dans le menu '*Tools*' et cliquez sur '*Customize*'.

La boîte de dialogue qui s'affiche vous permet de gérer les outils d'ArcGis.

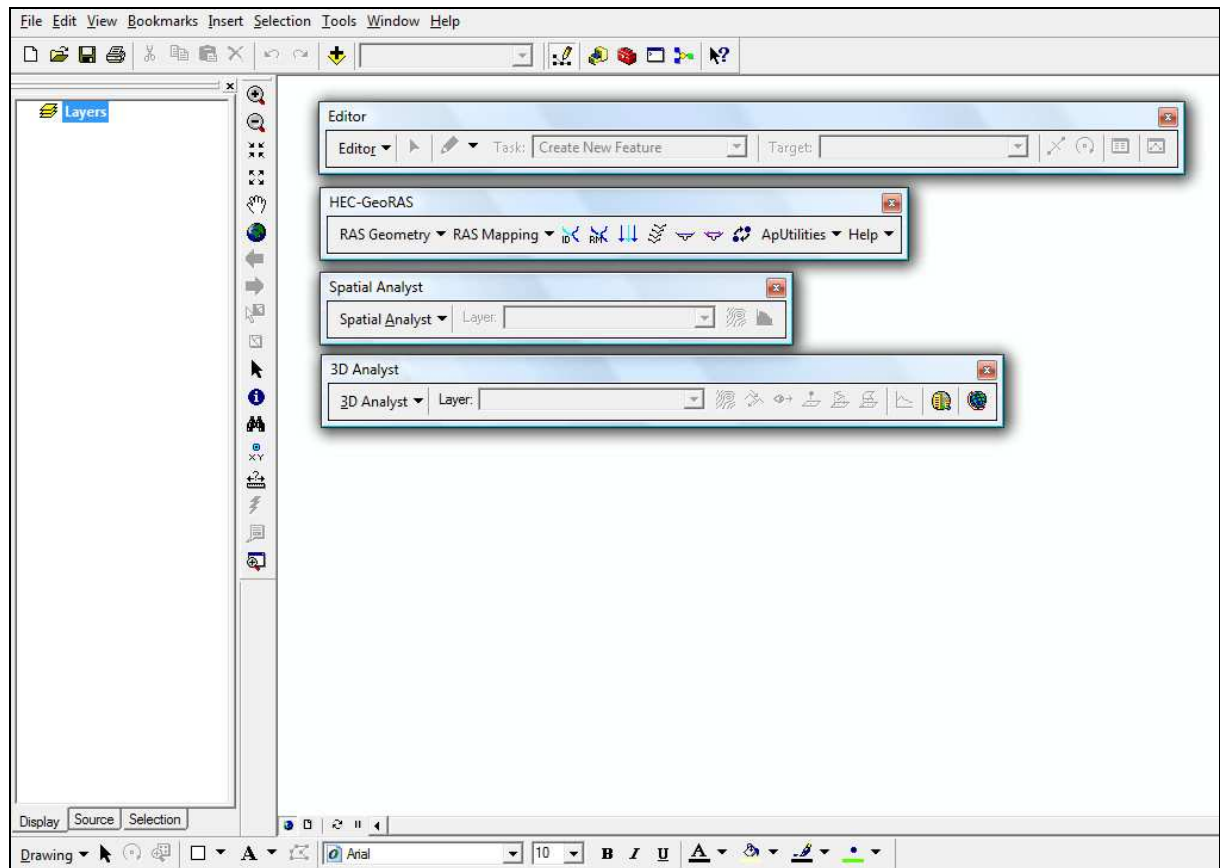
Dans l'onglet '*Toolbars*' cliquez sur '*Add from file ...*' et recherchez sur votre ordinateur le module HEC-GeoRAS. Une fois cette opération effectuée, toujours dans l'onglet '*Toolbars*' recherchez l'outil HEC-GeoRAS et cochez la case à gauche du nom. Les outils dont la case est cochée apparaîtront dans l'interface du logiciel.



Vérification des outils d'ArcMap :

Profitez-en pour vérifier si les autres outils dont nous avons besoin dans le cadre de ce tutorial sont, eux aussi, bien activés en vérifiant que les barres d'outils '*Editor*', '*Standard*', '*Tools*', '*Spatial Analyst*' et '*3D Analyst*' soient bien activés. Fermez ensuite la boîte de dialogue en cliquant sur le bouton '*Close*'.

Une fois cette première étape terminée, votre interface ArcMap devrait ressembler à ceci avec les barres d'outils que nous avons précédemment évoquées.



II/ Création des données sous ArcGis :

Création du document de travail :

Pour commencer, sauvegardez le document ArcMap en cliquant sur 'File', 'Save As' et nommez le 'Tp_HEC_GeoRAS.mxd'.

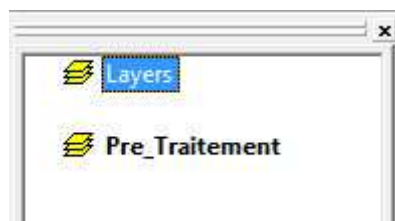
Avec ArcGIS, faites bien attention à ne pas sauvegarder des documents ou des données avec des espaces ou des caractères spéciaux comme '-' dans les noms car cela provoquerait l'impossibilité d'utiliser la plus part des outils. Il en est de même en ce qui concerne les

chemins d'accès aux données. Par exemple une donnée stockée sous 'C :Mes Documents\xxx\donnée.shp' serait inutilisable puisque le chemin d'accès comporte un espace.

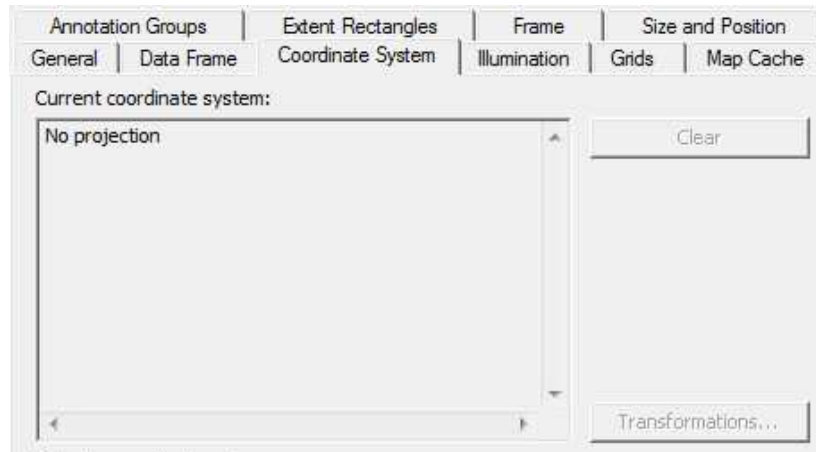
Une fois le document enregistré, il faut créer l'ensemble de couches dans le quel le module HEC-GeoRAS créera les données. Dans la barre d'outils HEC-GeoRAS cliquez sur 'ApUtilities', 'Add New Map' et nommez l'ensemble de données 'Pre_Traitement'.



En appuyant sur 'Ok' vous verrez apparaître dans la table des matières votre nouvel ensemble de couches.




Fâites un 'clique droit' sur ce nouveau groupe de couches puis sélectionnez 'Properties'. Dans l'onglet 'Coordinate System' assurez vous qu'il n'y ait pas de projection prédéfinie. Le cas échéant, appuyez sur 'Clear'.




En effet, les données que nous allons utiliser ont déjà un système de projection qui s'appliquera automatiquement à l'ensemble de couches une fois la première donnée chargée.

Pour éviter les confusions, supprimez l'ensemble de couches '*Layers*' qu'ArcGIS crée par défaut en faisant un '*clique droit*' dessus puis '*Remove*'.

Sauvegardez à nouveau votre document en appuyant sur la disquette  en haut à gauche de l'écran.

Importation des données source :

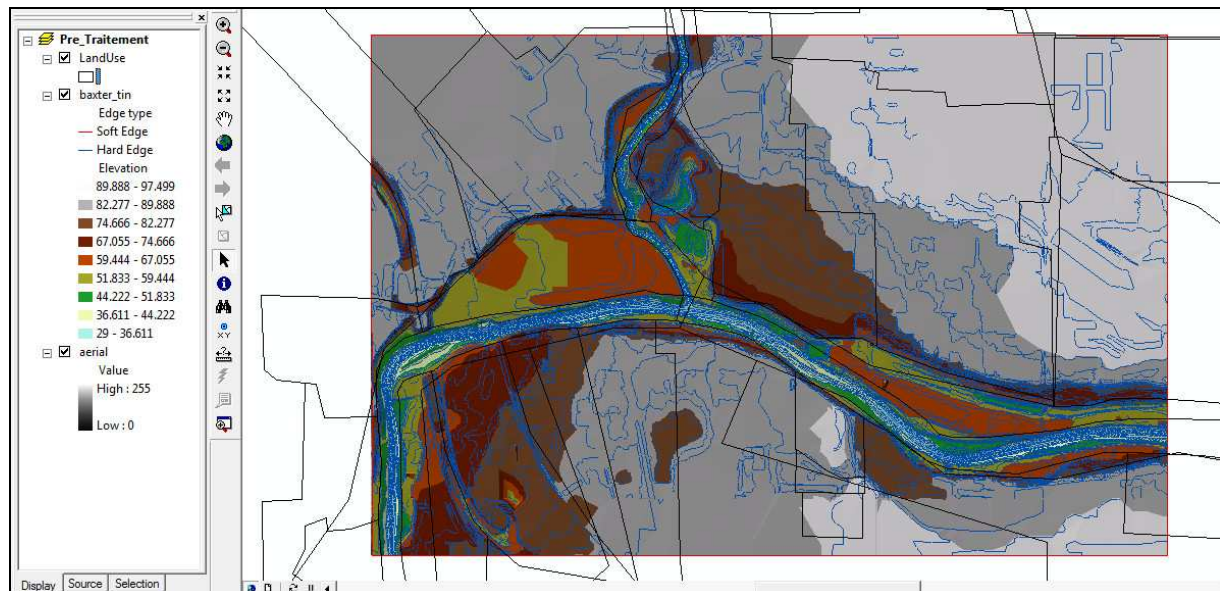
Dans cet exercice, nous utiliserons trois données source : un TIN (ou Triangulated Irregular Network) nommé '*baxter_tin*' créée à partir de données LIDAR et représentant donc l'élévation, une photo aérienne en noir et blanc nommée '*aerial*' et un fichier de forme (une couche géographique) nommé LandUse.

Chargez donc ces trois couches dans ArcMap en cliquant sur '*AddData*' . Si certaines couches n'apparaissent pas, essayez de les déplacer au dessus des autres dans la table des matières.

HEC-GeoRAS ne peut pas exploiter directement les données d'élévation au format Raster. Il faut préalablement créer un TIN ce qui est assez simple grâce au module '3D Analyst d'ArcGIS'.

Dans le menu déroulant de la barre d'outils '3D Analyst', cliquez sur 'Convert', 'Raster to TIN'. Une fois la boîte de dialogue ouverte, sélectionnez votre raster dans 'Input Raster' puis nommez le fichier TIN qui sera créé en choisissant par la même occasion un chemin d'accès dans 'Output TIN' et lancez la conversion en appuyant sur 'Ok'. Une fois celle-ci terminée, le TIN nouvellement créé devrait s'afficher automatiquement dans la table des matières.

Sauvegardez votre document qui devrait ressembler à ceci.



Création des couches à exporter sous HEC-RAS :

Le module HEC-GeoRAS se charge de créer automatiquement les couches dont vous aurez besoin. Vous n'aurez donc qu'à appuyer sur un bouton au lieu de créer chacune des couches une par une et d'en organiser les champs attributaires.

Pour créer ces couches, appuyez sur '*RAS Geometry*', '*Create RAS Layers*', '*All*' dans la barre d'outils HEC-GeoRAS.



La Boite de dialogue qui s'affiche énumère toutes les couches qui vont être créées et que vous pouvez exporter vers HEC-RAS en indiquant ce qu'elles représentent. Dans ce TP, nous n'en utiliserons que quelques-unes. Avant de confirmer changez le nom de la couche 'LandUse' par 'landUseA'.



En appuyant sur 'Ok', vous verrez toutes les couches apparaître dans la table des matières.

Attention cependant car sur certaines machines ou versions de HEC-GeoRAS il peut y avoir un bug et rien ne se produit. Si cela vous arrive, sélectionnez à nouveau 'RAS Geometry', 'Create RAS Layers' et cette fois cliquez sur un des types de couches proposées. Validez ensuite la boîte de dialogue qui s'affiche puis enlevez la couche nouvellement créée en faisant un 'clic droit' dessus puis 'Remove'. Recommencez ensuite la création de toutes les couches en sélectionnant 'All'.

En consultant les tables attributaires des couches ('clic droit' dessus puis 'Open attribute table') vous constaterez que tous les champs sont déjà pré-renseignés et qu'il ne vous reste plus qu'à y insérer des objets et leurs attributs. Notez aussi que ces couches ont une symbologie pré-définie.



Si vous vous demandez pourquoi nous avons modifié le nom de la couche 'LandUse' c'est qu'elle porte le même nom que l'une des trois couches que nous avons précédemment chargées. En effet, pour gagner du temps nous utiliserons une couche d'occupation du sol préfabriquée.

Vous pouvez donc supprimer de la table des matières la couche créée par HEC-GeoRAS nommée 'LandUseA' en faisant un '*clique droit*' dessus puis '*Remove*'.

Vous êtes maintenant prêt à créer des données. Sauvegardez votre document avant de passer à la prochaine étape.

Numérisation :

Nous allons donc commencer à numériser des objets dans les couches nouvellement créées et à remplir leur tables attributaires. Vous verrez au fur et à mesure que le module HEC-GeoRAS nous simplifie beaucoup la tâche.

Création de l'écoulement central :

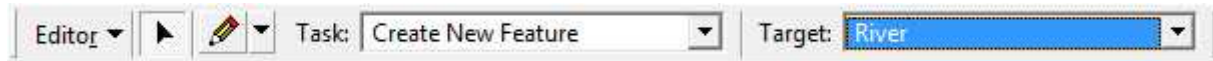
Il faut tout d'abord créer les lignes représentant le centre de l'écoulement des tronçons.

Il est important de bien numériser une ligne pour chaque tronçon et non pas par cours d'eau. Dans le cas présent, nous devons numériser trois tronçons puisque nous étudions deux cours d'eau dont l'un est l'affluent de l'autre. Chacun des tronçons doit aussi être relié au suivant et ce de manière géométrique et non pas visuelle. Vous pouvez en effet voir deux tronçons reliés mais vous apercevoir en zoomant qu'en réalité ils ne le sont pas. Nous allons voir comment relier correctement des objets géographiques avec les options de 'Snapping' dans ArcGIS.

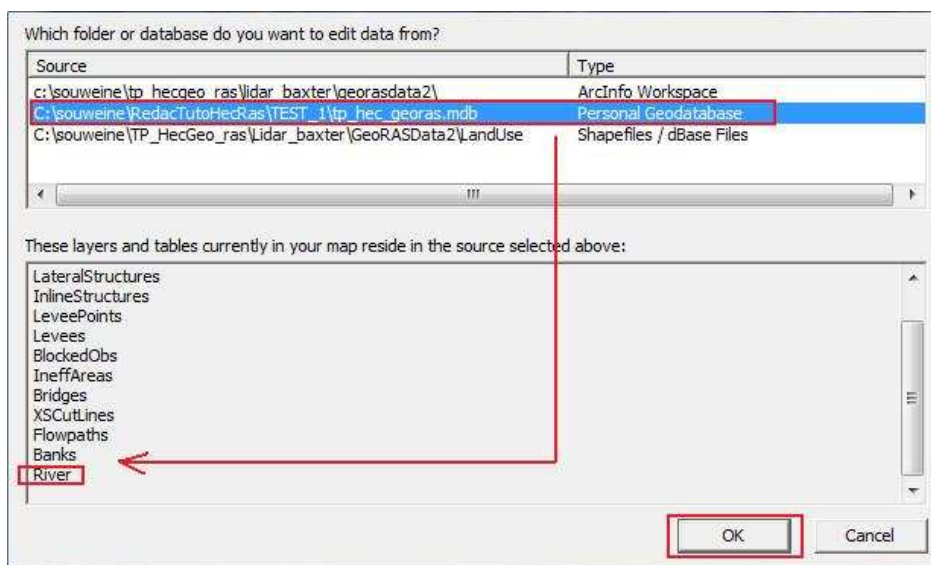
Il faut aussi retenir une règle primordiale de la numérisation avec HEC-GeoRAS : La numérisation se fait toujours de l'amont vers l'aval et de gauche à droite (quand on regarde vers l'aval).

Enfin, la dernière règle est qu'aucun de vos objets ne doit dépasser de limites de votre TIN si vous ne voulez pas vous retrouver face à des messages d'erreurs sous ArcGIS ou HEC-RAS.

Pour commencer à numériser les objets, démarrez une session d'édition en cliquant sur 'Editor', 'Start Editing' puis assurez-vous que la couche 'River' soit bien sélectionnée dans le menu 'Target' de la barre d'outils 'Editor' comme le montre l'image suivante.

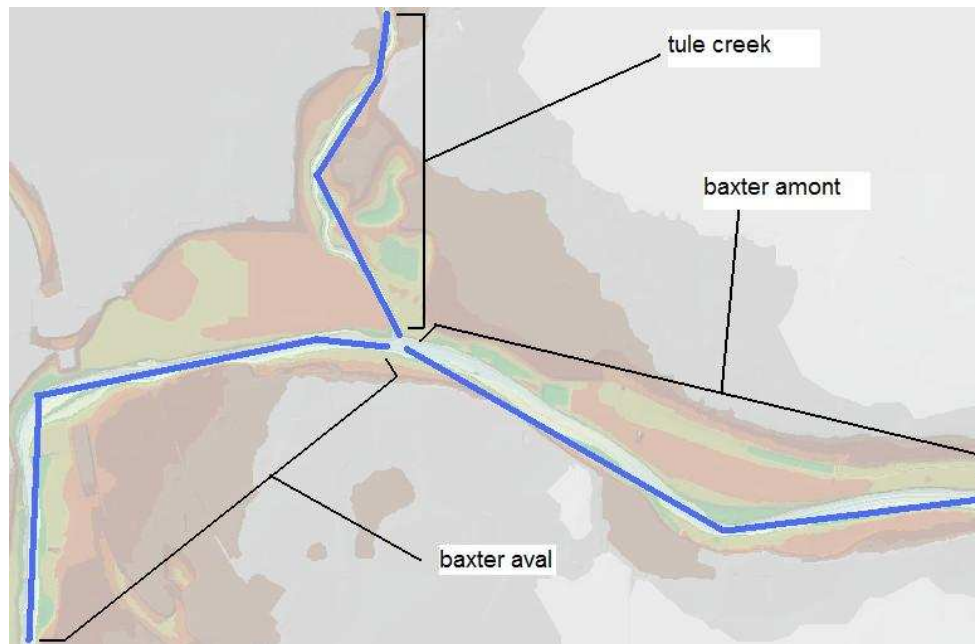


Si une boîte de dialogue s'affiche quand vous sélectionnez 'Start Editing' naviguez dans les chemins d'accès proposés et sélectionnez celui qui contient la couche désirée.



La couche sélectionnée dans le menu déroulant 'Target' représente la couche que vous allez modifier. Des erreurs de couche sont très vite arrivées alors vérifiez toujours la couche cible avant de commencer une édition.


Nous allons découper la numérisation en trois temps en créant en premier le tronçon 'baxter_aval' puis 'baxter_aval' et enfin 'tule_creek' comme le montre le schéma ci-dessous.



Pour répondre aux contraintes d'accrochages que nous avons précédemment évoquées, il faut modifier l'environnement d'édition. Dans la barre d'outils *'Editor'* cliquez sur *'Snapping'* et dans la boîte de dialogue cochez *'Vertex'* en face de la couche *'River'*.

Layer	Vertex	Edge	End
SACconnections	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
StorageAreas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
LateralStructures	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
InlineStructures	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
LeveePoints	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Levees	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
BlockedObs	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
IneffAreas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Bridges	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
XSCutLines	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Flowpaths	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Banks	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
River	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
LandUse	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Cela aura pour effet d'accrocher votre pointeur de souris aux points composant un tronçon de la couche *'River'* quant vous passerez suffisamment près de l'un d'eux. Vous pourrez ainsi relier des tronçons entre eux de manière précise et géométriquement correcte.

Une fois tous ces paramètres réglés, vous pouvez enfin commencer la numérisation des tronçons. Sélectionnez l'outil de création dans la barre d'outils d'édition  et numérisez le

tronçon '*baxter_amont*' en passant le plus possible au milieu du cours d'eau et en prenant en compte les contraintes énumérées précédemment.

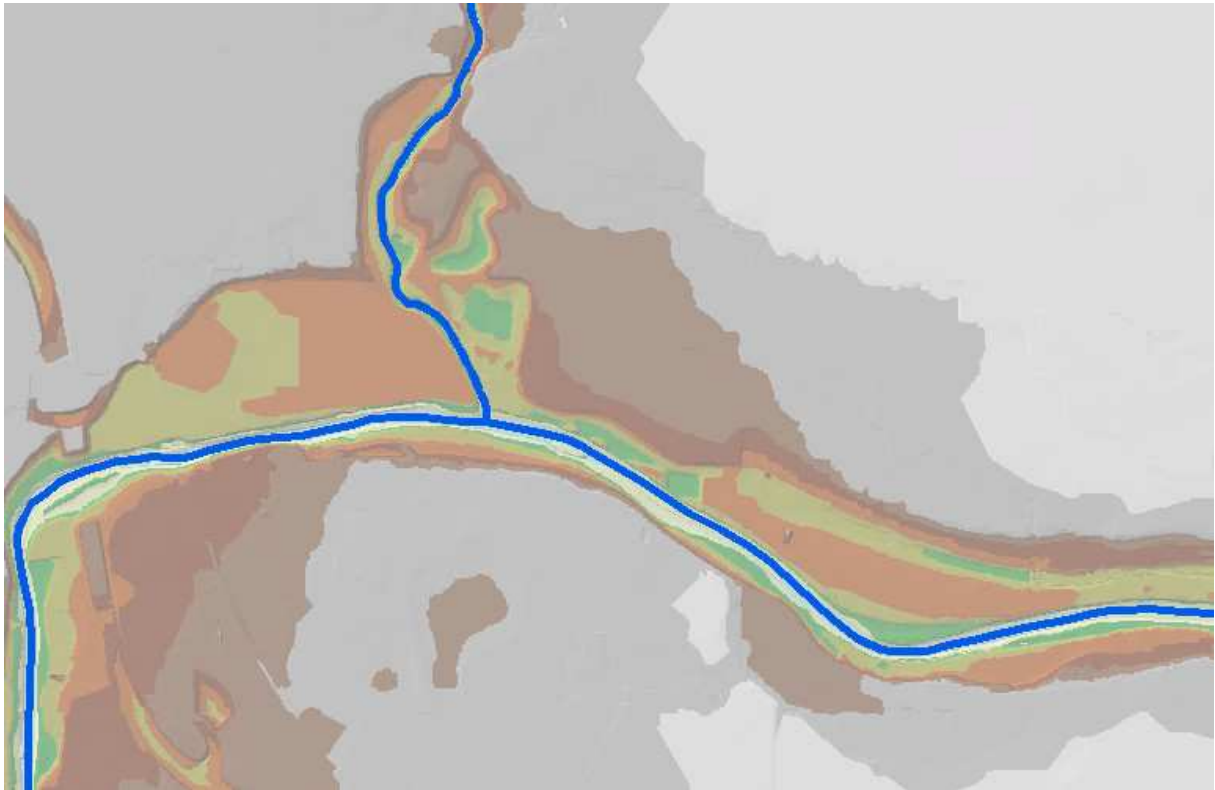
Pour commencer et ajouter des points à votre ligne faites un seul 'clique gauche'. Pour finir la ligne, faites un 'double clique gauche'. Attention à ne pas superposer des points ou encore créer des géométries incorrectes en faisant se croiser des portions du segment. Si vous faites une erreur ou que vous n'êtes pas sûr de vous, terminez votre segment en double cliquant puis dans la barre de menus appuyez sur 'Edit', 'Undo create' pour l'effacer.


Une fois que vous êtes satisfait du résultat, cliquez sur 'Editor', 'Save Edit' pour le sauvegarder.

Une fois ce premier tronçon terminé nous allons maintenant numériser le tronçon '*baxter_aval*'. La méthode est exactement la même sauf que le point le plus en amont doit être relié au point du tronçon '*baxter_amont*' le plus en aval. Il va donc falloir créer le premier point sur le dernier de '*baxter_amont*'. Vous constaterez que, grâce à l'option de '*snapping*' que nous avons réglée précédemment, votre curseur s'accroche automatiquement aux points des tronçons.

Pour finir la numérisation de la couche '*River*' créez le dernier tronçon '*tule_creek*' en prenant soin de bien accrocher le dernier point du segment au premier point du tronçon '*baxter_aval*' (qui est aussi le dernier de '*baxter_amont*' puisque grâce au snapping ces deux points sont confondus).

Une fois fini, sauvegardez une dernière fois vos éditions ('Editor', 'Save Edit'), décochez la case '*Vertex*' dans les options de snapping puis quittez la session d'édition en appuyant sur 'Editor', 'Stop Editing'. Voilà le résultat que vous devriez obtenir (les tronçons ont été grossis par soucis de visibilité).



Maintenant que vous avez créé les tronçons, il faut remplir leur tables attributaires en commençant par leur donner un nom qui permette à HEC-RAS de les identifier et de les placer dans le bon ordre d'écoulement. Dans HEC-GeoRAS, appuyez sur le bouton 'Assign river code and reach code to river'  puis à l'aide du pointeur qui s'affiche cliquez sur le tronçon 'baxter_aval'. Dans la boîte de dialogue qui s'affiche entrez 'baxter' dans 'River name' et 'Aval' dans 'Reach name'.



Répétez ensuite l'opération pour le tronçon 'baxter_aval' pour le quel vous sélectionnez dans la liste déroulante le cours d'eau 'baxter' et écrivez 'aval' dans 'Reach name'. Enfin, pour le dernier tronçon, entrez 'tule_creek' et 'affluent'.

Si vous ouvrez la table attributaire de la couche 'River' ('*Clique droit*' dessus puis '*Open Attribute Table*') vous vous apercevrez que les noms ont été automatiquement inscrits dans la table. Etant très observateur, vous remarquez aussi qu'il reste encore cinq champs vides que nous allons donc nous empresser de remplir.

Shape *	OBJECTID *	Shape_Length	HydroID	River	Reach	FromNode	ToNode	ArcLength	FromSta	ToSta
Polyline	1	7437.404966	1	baxter	amont	<Null>	<Null>	<Null>	<Null>	<Null>
Polyline	2	7051.814928	2	baxter	aval	<Null>	<Null>	<Null>	<Null>	<Null>
Polyline	3	4572.020573	3	tule_creek	affluent	<Null>	<Null>	<Null>	<Null>	<Null>

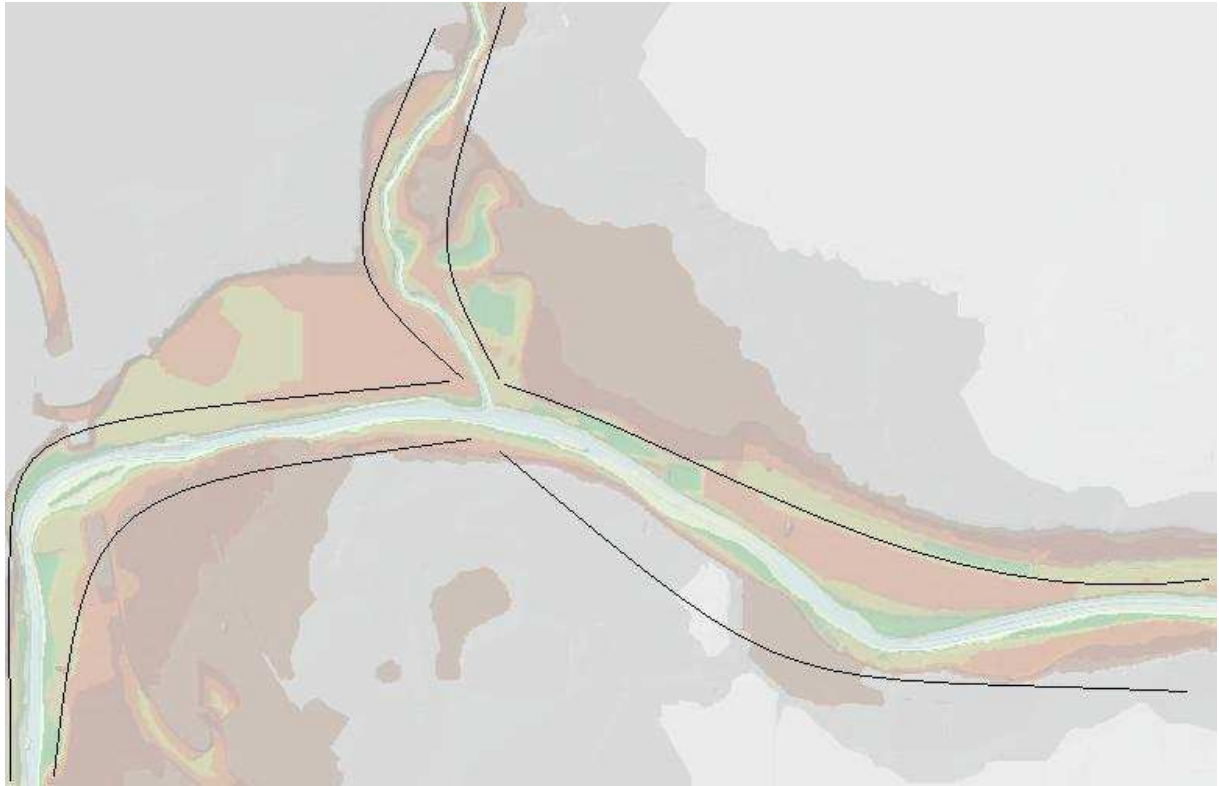
Record: 1 Show: All Selected Records (0 out of 3 Selected) Options

Les outils pour remplir automatiquement ces champs se trouvent dans HEC-GeoRAS sous '*RAS Geometry*', '*Stream centerlines attributes*'. Utilisez successivement les outils '*Topology*', '*Length/Stations*' et '*Elevations*' pour remplir la table. (Notez que le dernier outil '*Elevations*' ne remplit pas la table attributaire mais crée une nouvelle couche nommée '*River3D*').

Voilà ! Vous avez maintenant fait le plus dur en créant votre première couche de données avec HEC-GeoRAS. Les étapes de création des autres couches ne seront pas très différentes de celle-ci voir même plus simples.

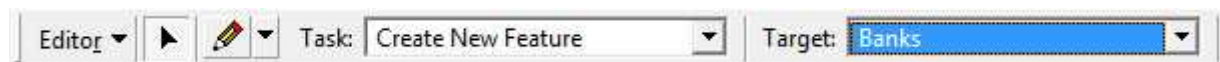
Création du lit Mineur : River banks

La numérisation du lit mineur est moins contraignante que celle l'écoulement central car il n'y a pas besoin de relier les objets entre eux comme le montre le schéma ci-dessous.



Néanmoins il faut toujours numériser les segments de l'amont vers l'aval et commencer en premier par celui de gauche (en regardant vers l'aval).

Ouvrez une session d'édition (*'Editor'*, *'Start Editing'*) et vérifiez que *'Banks'* soit bien la couche cible comme ci-dessous.

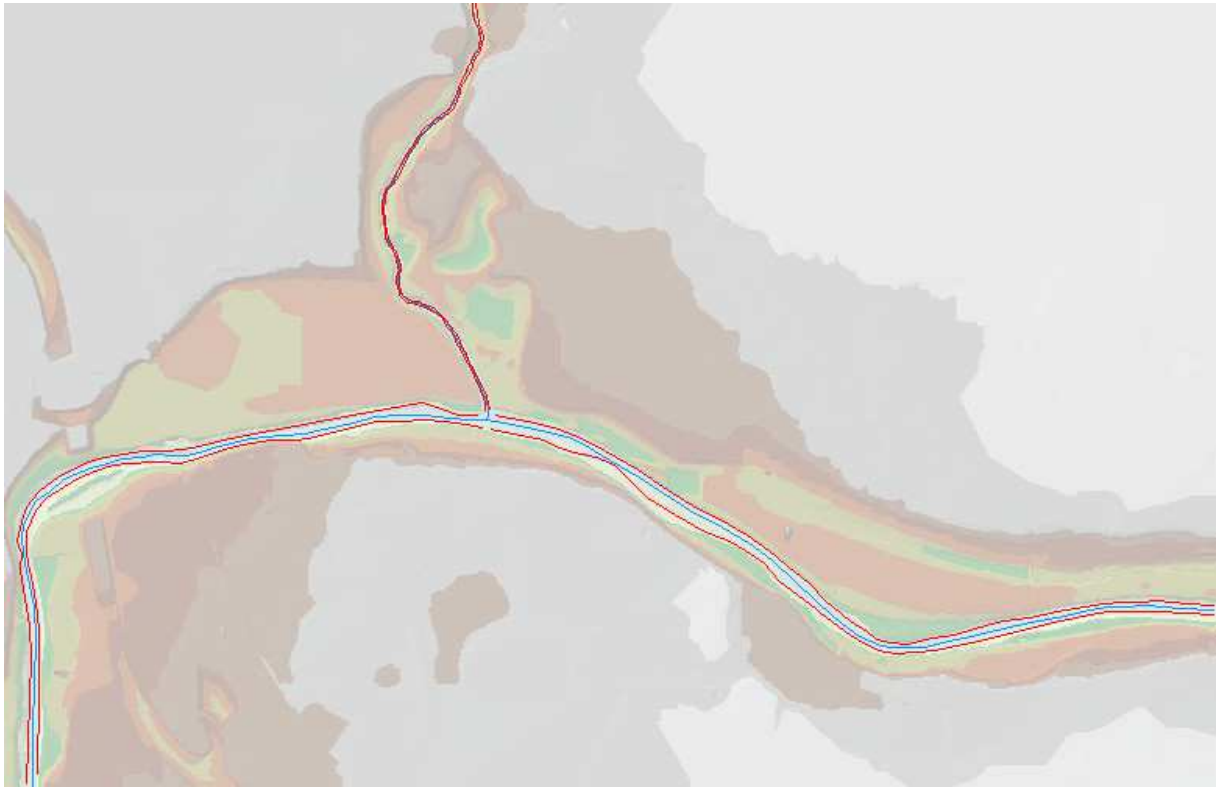


Vous allez ensuite numériser les tronçons du lit mineur pour chacun des trois tronçons.

N'oubliez pas de sauvegardez votre travail au fur et à mesure avec *'Editor'*, *'Save Edits'*.

Une fois l'édition terminée, sauvegardez une dernière fois et fermez la session d'édition ('Editor', 'Stop Editing'). Pensez aussi à sauvegarder votre document ArcMap de temps en temps ('File', 'Save').

Voilà ce que vous devriez avoir sous les yeux.



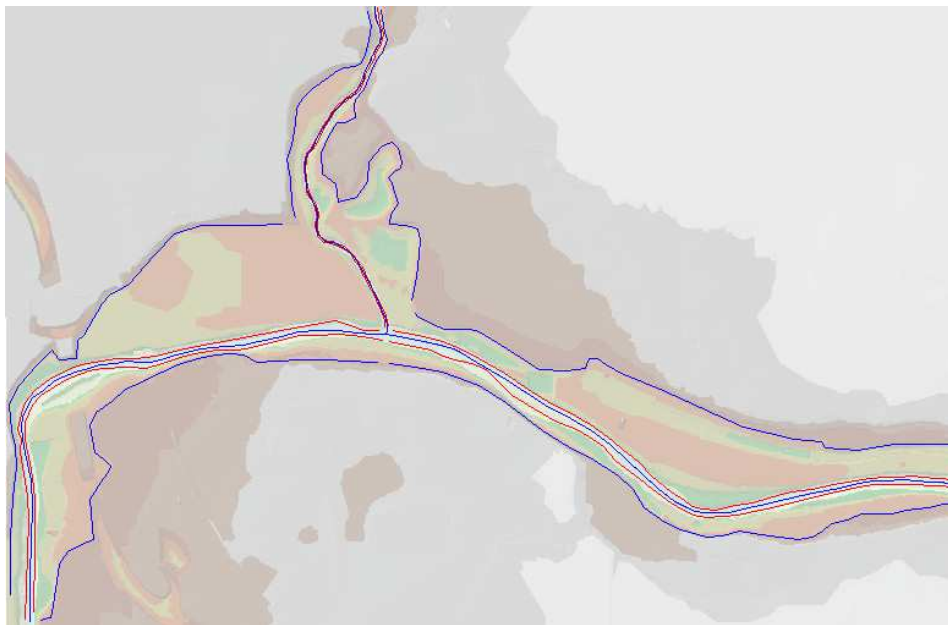
Création du lit majeur : flowpaths

Les flowpaths sont composés de trois segments par tronçons. Celui de l'écoulement central plus les deux segments du lit mineur. Nous allons utiliser nos tronçons d'écoulement central pour le flowpath central nommé 'Channel' par HEC-geoRAS. Dans 'RAS Geometry' cliquez sur 'Create RAS layer' puis 'Flow Path Centerlines'. Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre choisissez 'Oui' puis confirmez 'River' pour 'Stream centerline' et 'Flowpaths' pour 'flow path centerline'.




Il faut maintenant numériser les flowpaths de gauche et de droite, toujours en respectant toutes les contraintes d'intégrité à part le snapping puisque, comme pour les tronçons du lit mineur, les tronçons de flowpaths n'ont pas besoins d'être reliés entre eux. (N'oubliez pas de vérifier que la cible de l'édition soit bien la couche 'FlowPaths')

Voilà ce que vous devriez obtenir.



Sauvegardez ensuite vos éditions et quittez la session d'édition.

Il faut ensuite indiquer, pour chaque objet 'Flowpaths', à HEC-GeoRAS de quelle partie il s'agit (Centrale, gauche ou droite). Pour cela cliquez sur le bouton '*Select flowpaths and assign line type attributes*'  et cliquez sur chaque flowpah en indiquant dans la boîte de dialogue sa nature (n'oubliez pas le flowpath central que vous n'avez pas eu à numériser puisque nous avons récupéré le tracé de l'écoulement central).

Vérifiez ensuite que tous les flowpaths aient une assignation en ouvrant la table attributaire. (*‘Clique droit’* sur la couche dans la table des matières puis *‘Open Attribute Table’*)

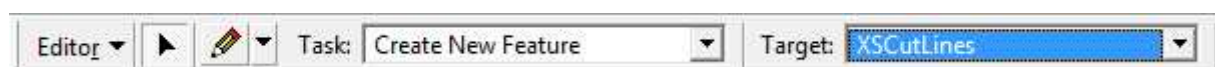
	Shape *	OBJECTID *	Shape_Length	LineType
▶	Polyline	1	7437.404966	Channel
	Polyline	2	7051.814928	Channel
	Polyline	3	4572.020573	Channel
	Polyline	4	7453.235641	Left
	Polyline	5	6960.290668	Right
	Polyline	6	6513.620182	Left
	Polyline	7	6708.871747	Right
	Polyline	8	6102.802763	Left
	Polyline	9	2920.162551	Right

Si vous ne l’avez pas fait, enregistrez le document ArcMap.

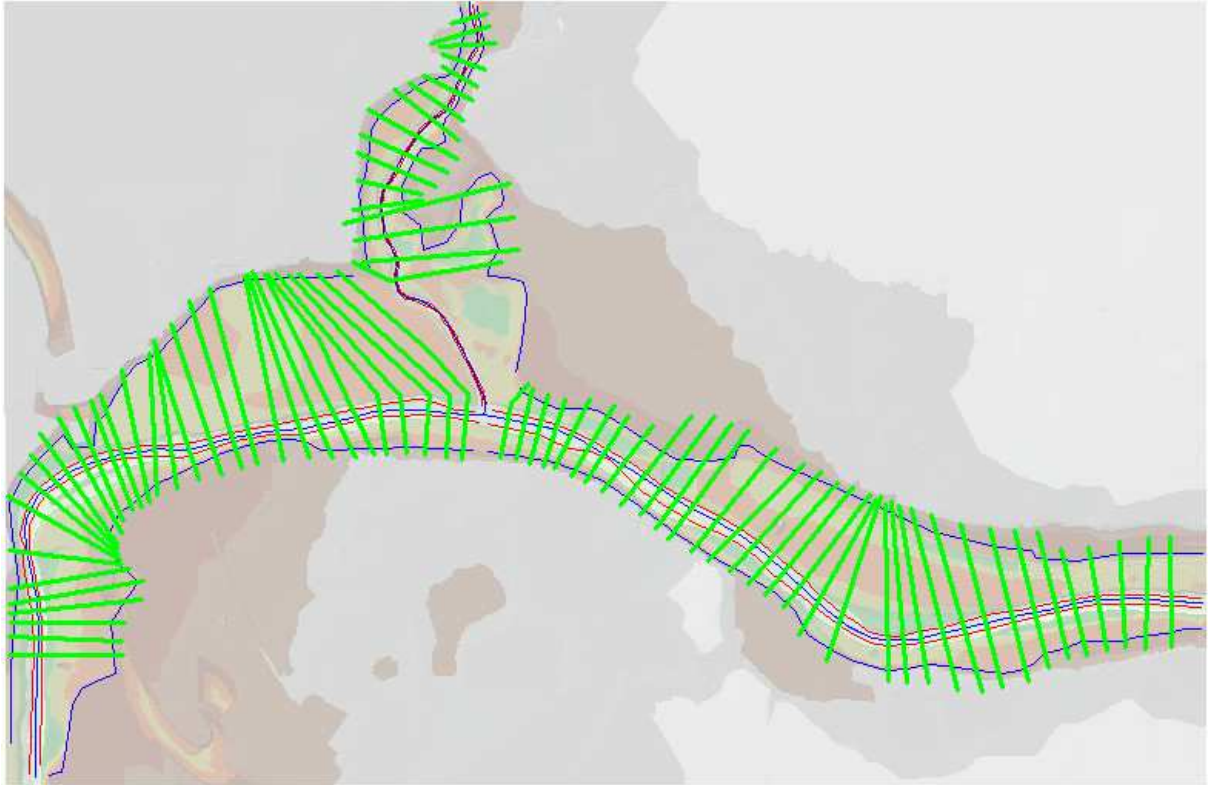
Création des cross sections :

HEC-GeoRAS stock les cross sections dans la couche ‘XSCutLines’. Vous pouvez en numériser autant que vous le désirez mais plus celles-ci seront rapprochées, plus l’analyse d’HEC-RAS sera pertinente ainsi que le rendu final sous ArcGIS. Vous devez aussi respecter scrupuleusement les contraintes d’intégrité suivantes : Les cross sections doivent être perpendiculaires à la direction de l’écoulement, elles doivent être plus larges que l’étendue de l’inondation (à savoir plus larges que les flowpaths), toujours digitalisées de la gauche vers la droite (en regardant vers l’aval) et à un intervalle le plus régulier possible. Enfin, nous ne le verrons pas dans cet exercice mais si des obstacles à l’écoulement sont numérisés, il faut placer une cross section juste en amont et une autre juste en aval.

Commencez donc une édition, vérifiez que la cible de cette édition est bien la couche ‘XSCutLines’ et éditez vos cross sections puis sauvegardez votre travail.



Voici un exemple de résultat

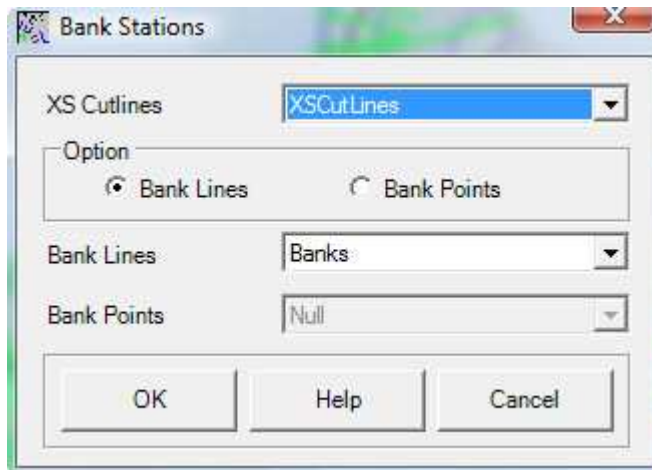


Comme nous l'avons fait pour l'écoulement central, nous allons nous servir des outils d'HEC-GeoRAS pour remplir les champs attributaires des cross sections. Toujours dans '*RAS Geometry*' sélectionnez '*XSCutLines Attributes*' puis :

'*River reach name*' pour localiser les cross sections sur les tronçons.

'*Stationning*' pour assigner des numéros de stations.

'*Bank stations*' puis confirmez l'utilisation de la couche '*XSCutLines*' pour '*XS Cut Lines*' et de la couche '*Banks*' pour '*Bank lines*'.



'Downstream reach lengths' pour calculer la distance à la prochaine cross section en aval.

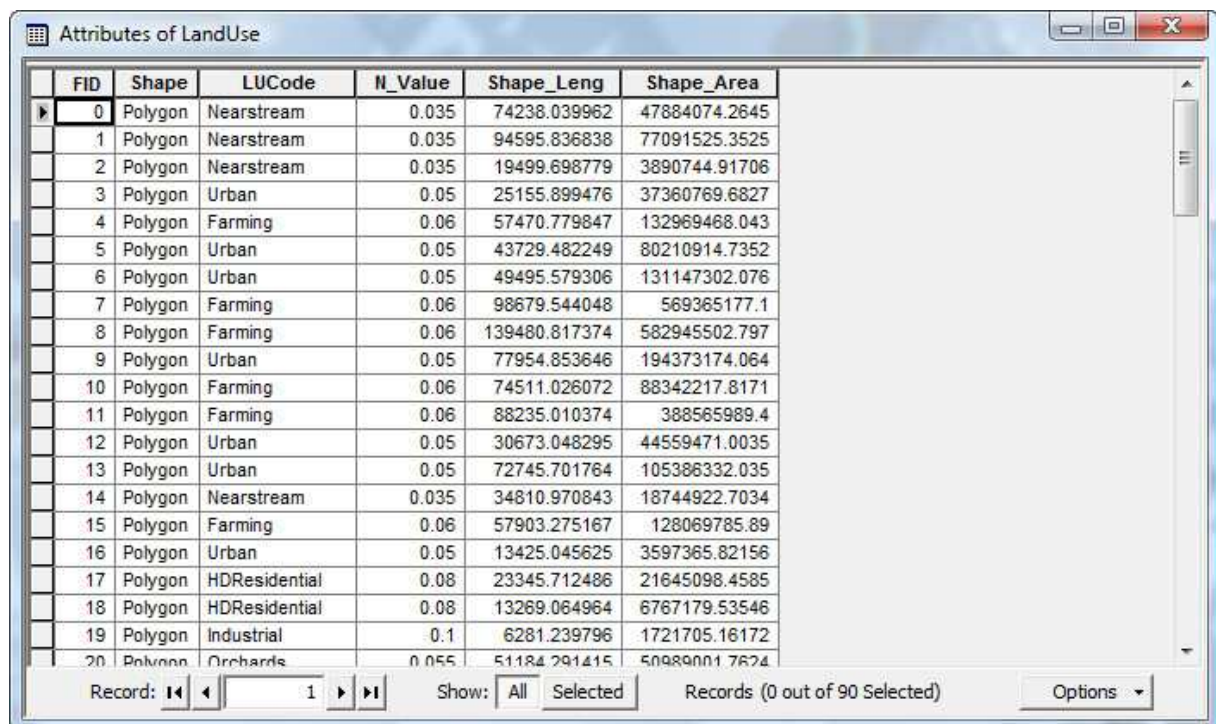
Vous devez aussi créer une couche 3D des cross sections comme nous l'avons fait avec la couche 'River3D'. Toujours dans 'RAS Geometry', 'XSCutLines Attributes', sélectionnez 'Elevation'. Confirmez l'utilisation de la couche 'XSCutLines' pour 'XS Cut Lines' et vérifiez que le terrain soit bien votre TIN. Cliquez sur 'Ok' pour obtenir la couche 'XSCutLines3D'.



Nous en avons fini avec la création de données sous ArcGIS et il ne nous reste plus qu'à exporter celles-ci vers Hec-RAS. Il est possible de créer beaucoup plus de données comme par exemple numériser les ponts ou les bâtiments mais nous n'aborderons pas ce point dans cet exercice pour ne pas trop compliquer les choses.

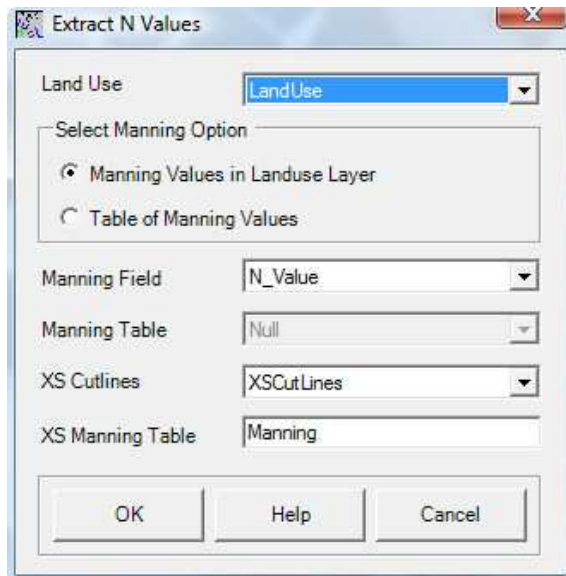
- Valeurs de Manning :

Avant l'export, il faut néanmoins accomplir une dernière tâche consistant à rentrer les valeurs de Manning à chaque cross section. Pour cela, nous allons utiliser la couche géographique d'occupation des sols préfabriquée 'LandUse'. En ouvrant la table attributaire de cette couche vous pourrez constater qu'à chaque type d'occupation du sol correspond une valeur de Manning dans la colonne 'N_Value'.

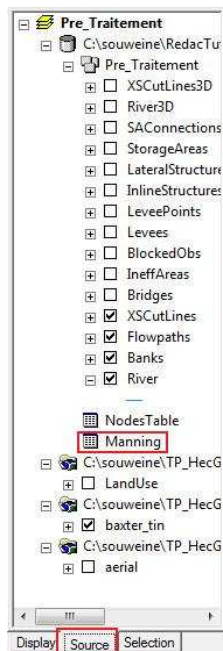


FID	Shape	LUCode	N_Value	Shape_Leng	Shape_Area
0	Polygon	Nearstream	0.035	74238.039962	47884074.2645
1	Polygon	Nearstream	0.035	94595.836838	77091525.3525
2	Polygon	Nearstream	0.035	19499.698779	3890744.91706
3	Polygon	Urban	0.05	25155.899476	37360769.6827
4	Polygon	Farming	0.06	57470.779847	132969468.043
5	Polygon	Urban	0.05	43729.482249	80210914.7352
6	Polygon	Urban	0.05	49495.579306	131147302.076
7	Polygon	Farming	0.06	98679.544048	569365177.1
8	Polygon	Farming	0.06	139480.817374	582945502.797
9	Polygon	Urban	0.05	77954.853646	194373174.064
10	Polygon	Farming	0.06	74511.026072	88342217.8171
11	Polygon	Farming	0.06	88235.010374	388565989.4
12	Polygon	Urban	0.05	30673.048295	44559471.0035
13	Polygon	Urban	0.05	72745.701764	105386332.035
14	Polygon	Nearstream	0.035	34810.970843	18744922.7034
15	Polygon	Farming	0.06	57903.275167	128069785.89
16	Polygon	Urban	0.05	13425.045625	3597365.82156
17	Polygon	HDResidential	0.08	23345.712486	21645098.4585
18	Polygon	HDResidential	0.08	13269.064964	6767179.53546
19	Polygon	Industrial	0.1	6281.239796	1721705.16172
20	Polygon	Orchards	0.055	51184.291415	50989001.7624

Pour assigner les valeurs n de Manning aux cross sections cliquez sur 'RAS Geometry', 'Manning's n values', 'Extract n values'. Vérifiez que ce soit bien la couche 'LandUse' qui soit utilisée pour l'occupation du sol, choisissez le champ 'N_Value' pour 'Manning Field' puis cliquez sur 'Ok'.



A la différence des autres outils que nous avons utilisés jusqu'à présent, celui-ci n'a pas créé une couche géographique mais une table attributaire. Celle-ci n'apparaît pas dans la table des matières sous l'onglet 'Display' (en bas). Il faut cliquer sur l'onglet 'Source' pour pouvoir la visualiser et l'ouvrir.

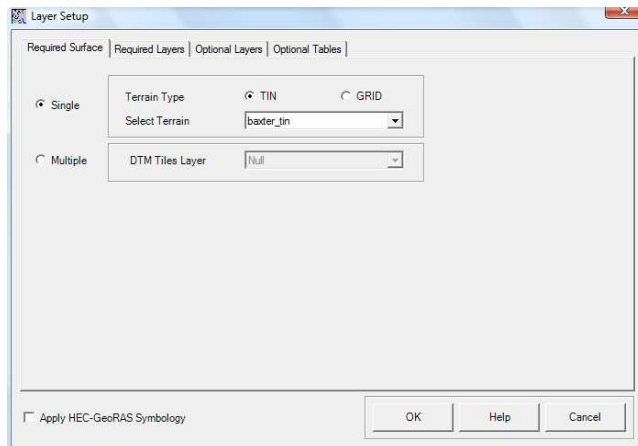


Export des données vers HEC-RAS :

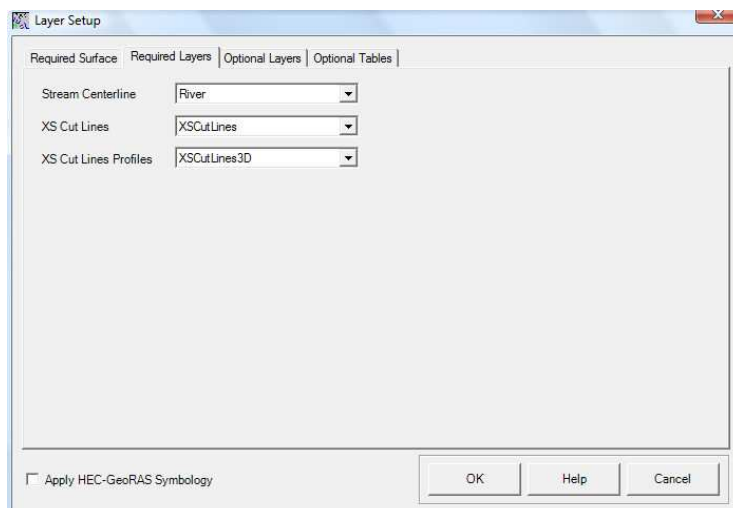
Avant de quitter ArcGIS il faut exporter les données dans un format compréhensible pour HEC-RAS. Là encore, le module HEC-GeoRAS contient tous les outils nécessaires.

La première étape consiste à faire un récapitulatif des couches que nous allons exporter. Dans ‘RAS Geometry’ cliquez sur ‘Layer Setup’.

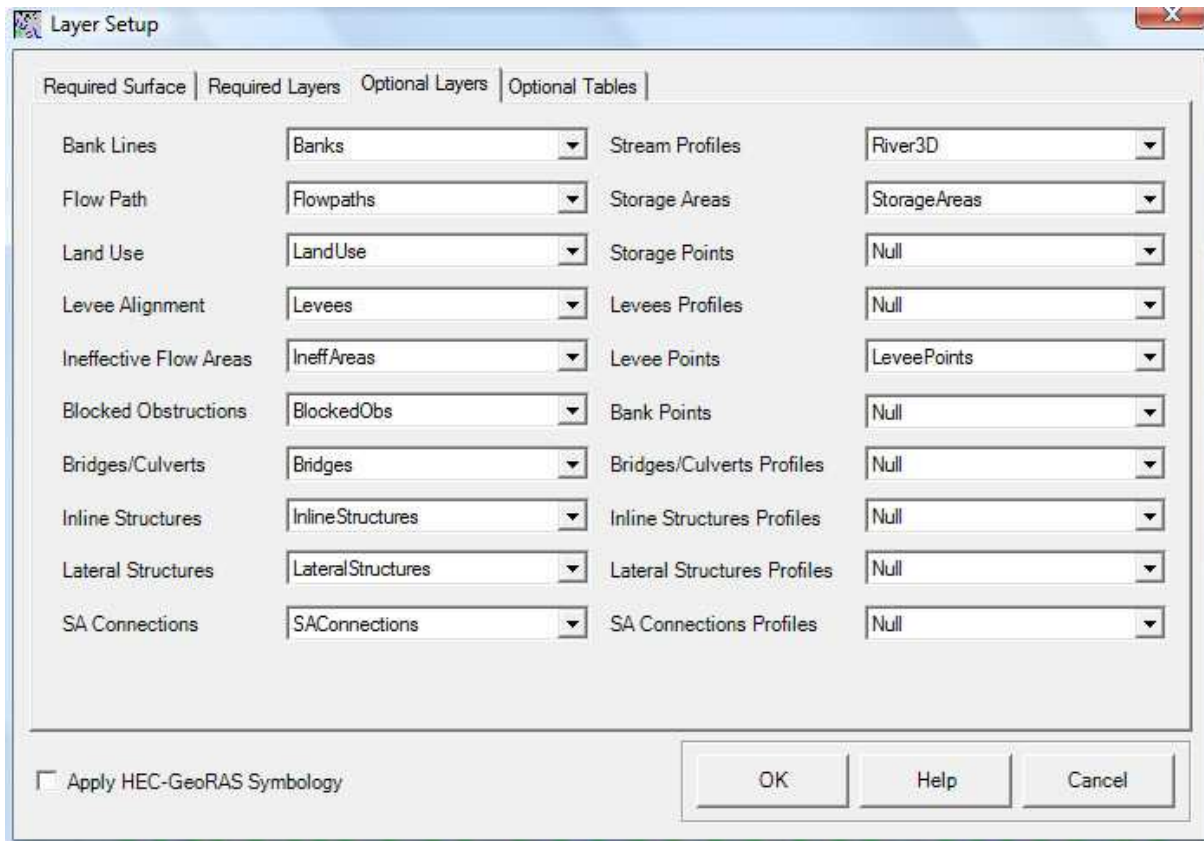
Dans l’onglet ‘Required surface’, le type de terrain doit être un TIN et celui que nous avons utilisé tout au long de cet exercice doit être chargé dans la liste déroulante.



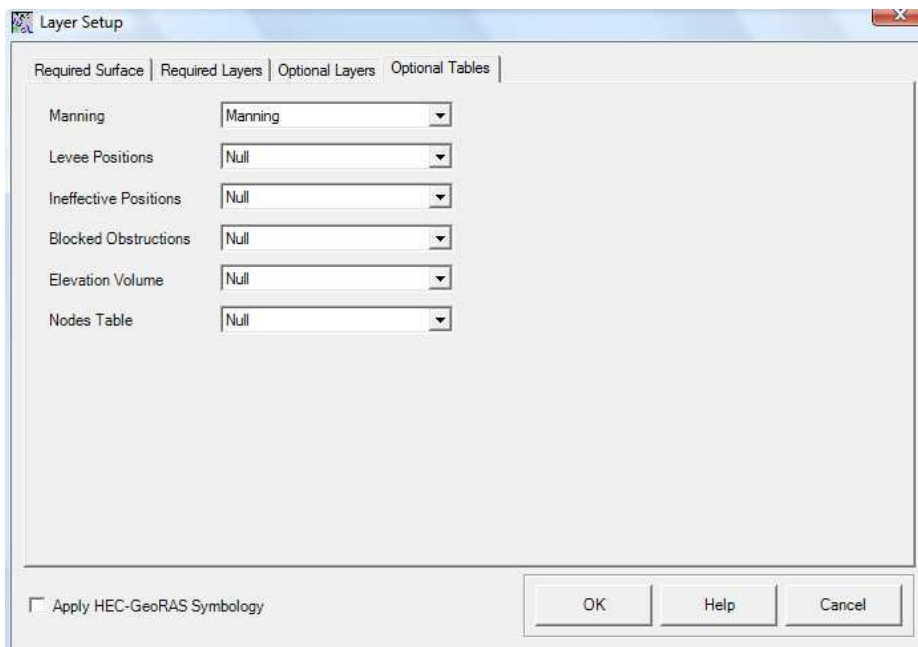
Dans l’onglet ‘Required layer’, ‘Stream centerline’ doit correspondre à la couche ‘River’, ‘XS Cut Lines’ doit correspondre à la couche du même nom et ‘XS Cut Lines Profiles’ à ‘XSCutLines3D’.



L’onglet ‘Optional Layers’ doit être configuré comme ceci.



Dans l'onglet 'Optional Tables,' vous ne devez avoir que la table 'Manning' de déclarée.



Enfin, pour exporter toutes ces données, cliquez sur '*RAS Geometry*', '*Extract GIS data*'. Choisissez la location des données ainsi qu'un nom (dans notre cas '*ExpGIS_RAS*') puis cliquez sur '*Ok*'. L'opération peut être assez longue.

Sauvegardez votre document ArcMap et fermez ArcGIS, nous y reviendrons plus tard.

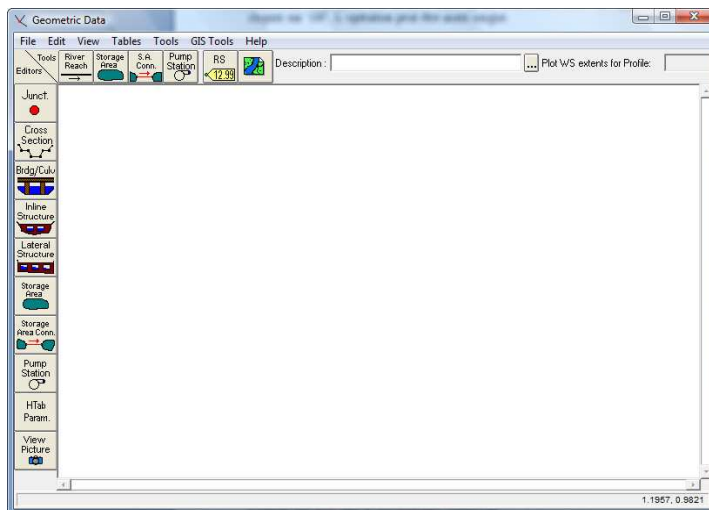
III/ Simulation sous Hec-RAS :

Importation des données SIG :

Nous allons maintenant importer les données SIG et les transformer en données géométriques HEC-RAS.

Lancez donc HEC-RAS puis sauvegardez un nouveau projet sous le nom de Baxter.prj. ('*File*', '*Save project as*')

Ouvrez ensuite dans l'éditeur de données géométriques en cliquant sur '*Edit*', '*Geometric Data*'.

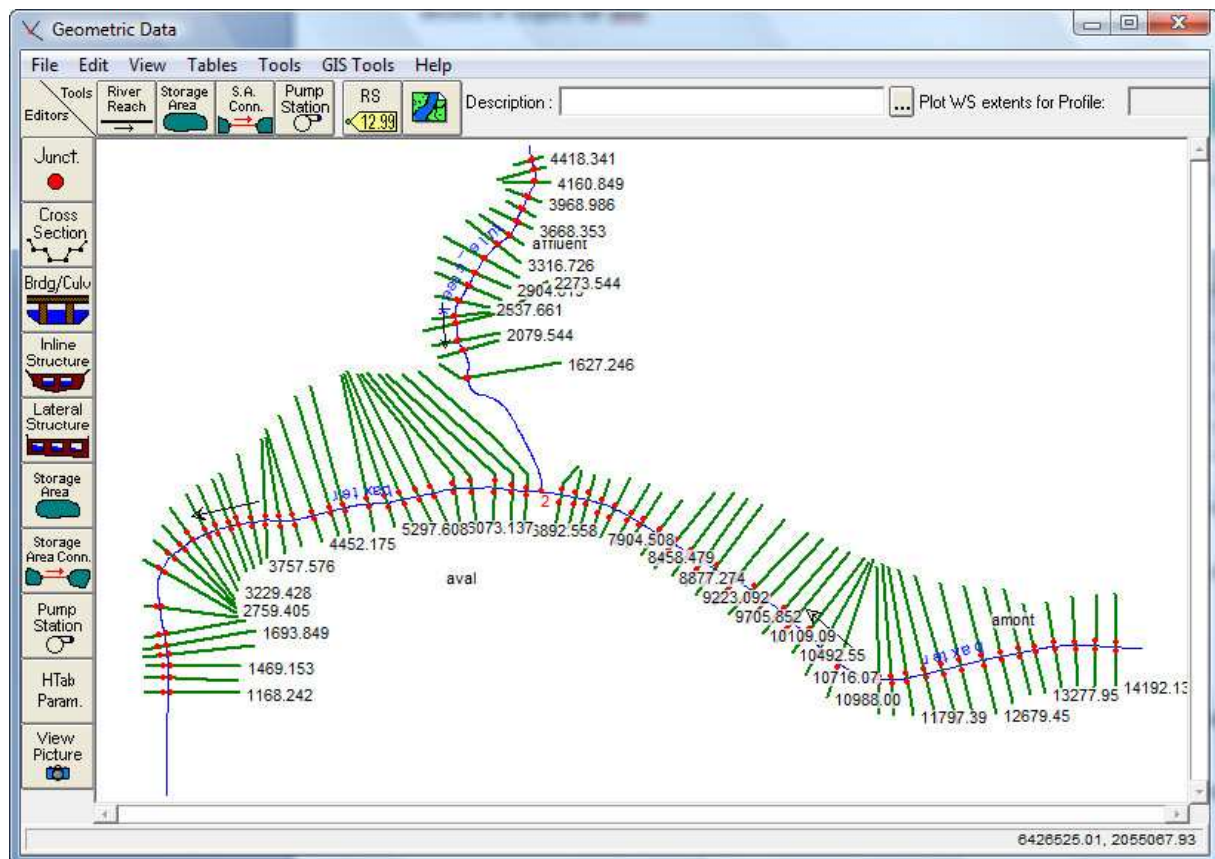


Dans la nouvelle fenêtre cliquez sur '*File*', '*Import geometry data*', '*GIS format*' et chargez le fichier '*ExpGIS_RAS.RASImport.sdf*' que nous avons exporté d'ArcGIS. Dans la fenêtre qui s'ouvre choisissez '*US Customary units*' et cliquez sur next.

Vérifiez que toutes les cases de la colonne '*Import stream lines*' soient cochées comme ci-dessous et cliquez sur next.

Intro River Reach Stream Lines Cross Sections and IB Nodes Storage Areas and Connections								
The river reach stream lines found in the file or generated while reading it are listed below. Check the reaches you want to import, and modify the import name and way existing stream lines are merged. [A range of reaches can be checked/unchecked with the space bar]								
	Import File	Import File	Invert	Import As	Import As	Import	Import	Merge Mode
	River	Reach	#Points	River	Reach	Status	Stream Lines	
1	baxter	amont	654	baxter	amont	new	<input checked="" type="checkbox"/>	Replace
2	baxter	aval	965	baxter	aval	new	<input checked="" type="checkbox"/>	Replace
3	tule_creek	affluent	780	tule_creek	affluent	new	<input checked="" type="checkbox"/>	Replace

Dans l'onglet 'Cross sections and IB nodes' vérifiez à nouveau que toutes les cases d'import soient cochées et cliquez sur 'Finished – Import data'.

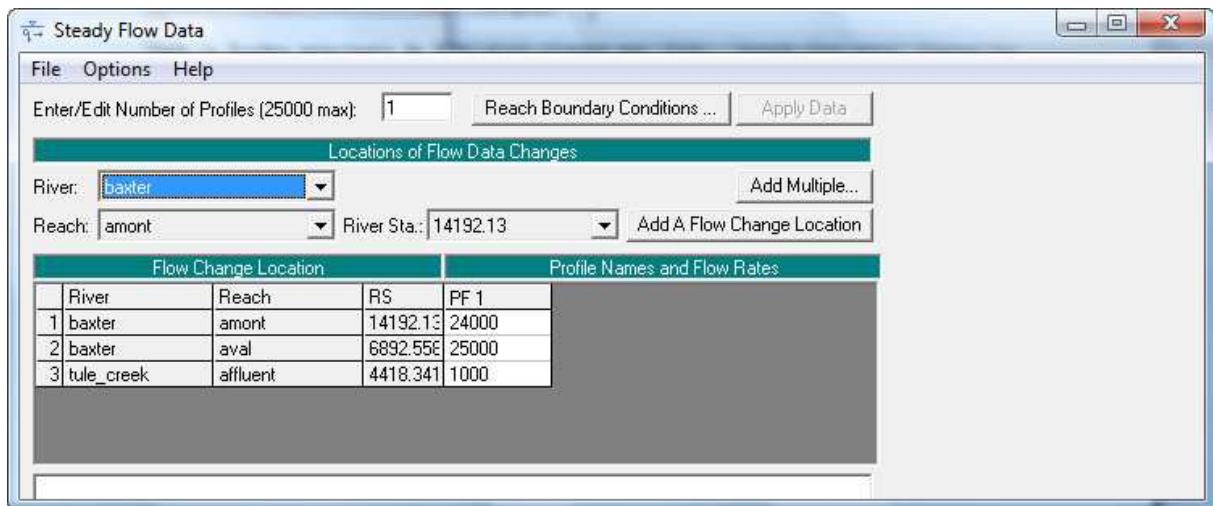


Vous venez d'importer des données SIG dans Hec-RAS. Sauvegardez le fichier géométrique Hec-Ras en cliquant sur 'File', 'Save geometry data'.

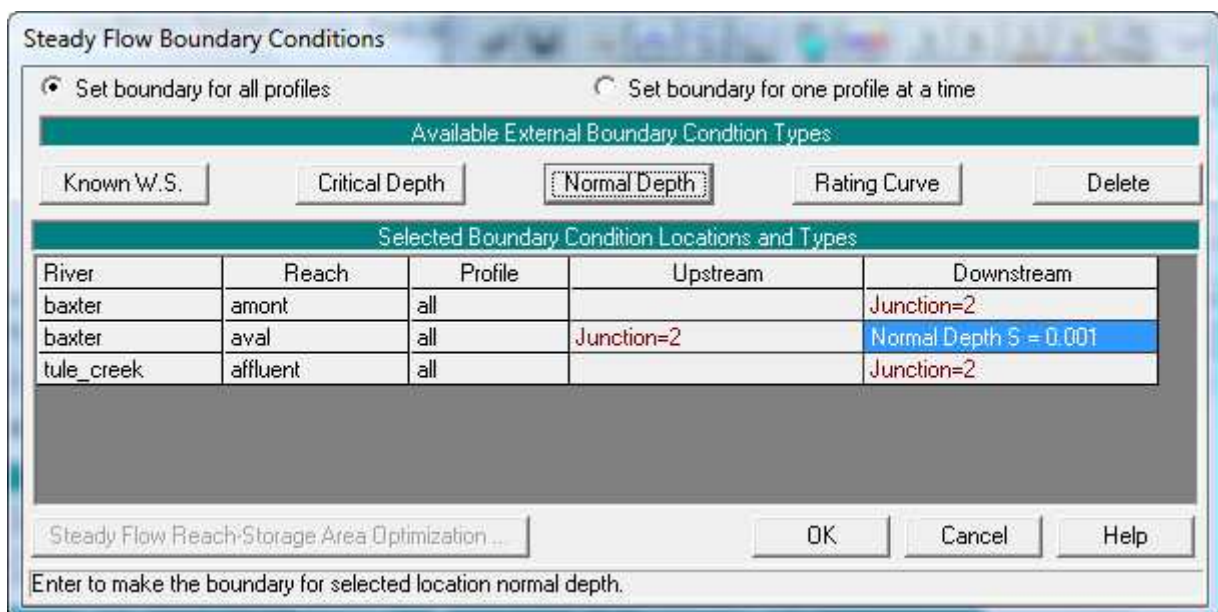
Vous pouvez maintenant utiliser vos données dans Hec-RAS sans avoir à passer par les étapes d'importation des données SIG.

Création des flow data et des boundary conditions :

Dans la fenêtre principale de HEC-RAS cliquez sur 'Edit', 'Steady flow data'. Entrez des conditions hypothétiques dans le profile et cliquez sur 'Apply data'.



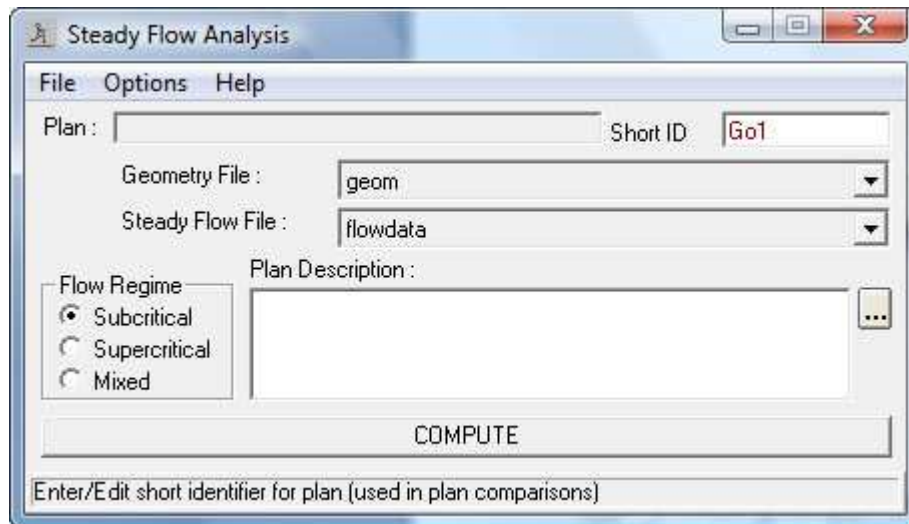
Cliquez sur 'Reach boundary conditions' et dans la colonne 'Downstream' cliquez sur 'Normal depth' et entrez 0.001 pour 'baxter river aval'.



Cliquez sur 'Ok' et sauvegardez le flow data. (Dans la fenêtre 'Steady flow data' sélectionnez 'File', 'Save flow data'. Vous pouvez ensuite refermer cette fenêtre.

Simulation de l'inondation :

Dans la fenêtre principale de HEC-RAS cliquez sur 'Run', 'Steady flow analysis'. Donnez un identifiant à votre analyse, sélectionnez l'option 'Subcritical flow regime' et cliquez sur 'Compute' pour faire tourner la simulation.



Si vous voyez apparaître un message d'erreur vous devrez effectuer les changements demandés pour ensuite relancer la simulation.

IV/ Visualisation des résultats de la simulation dans ArcGIS :

Conversion et export des données sous HEC-RAS :


Pour visualiser les résultats dans ArcGIS il est nécessaire de retransformer les données Hec-RAS dans un format lisible par ArcGIS.

Dans la fenêtre principale d'Hec-RAS cliquez sur 'File', 'Export GIS data', donnez un nom à votre fichier puis cliquez sur 'Export data'.

Cette opération ne crée pas un fichier directement lisible par ArcMap mais utilisable par HEC-GeoRAS.

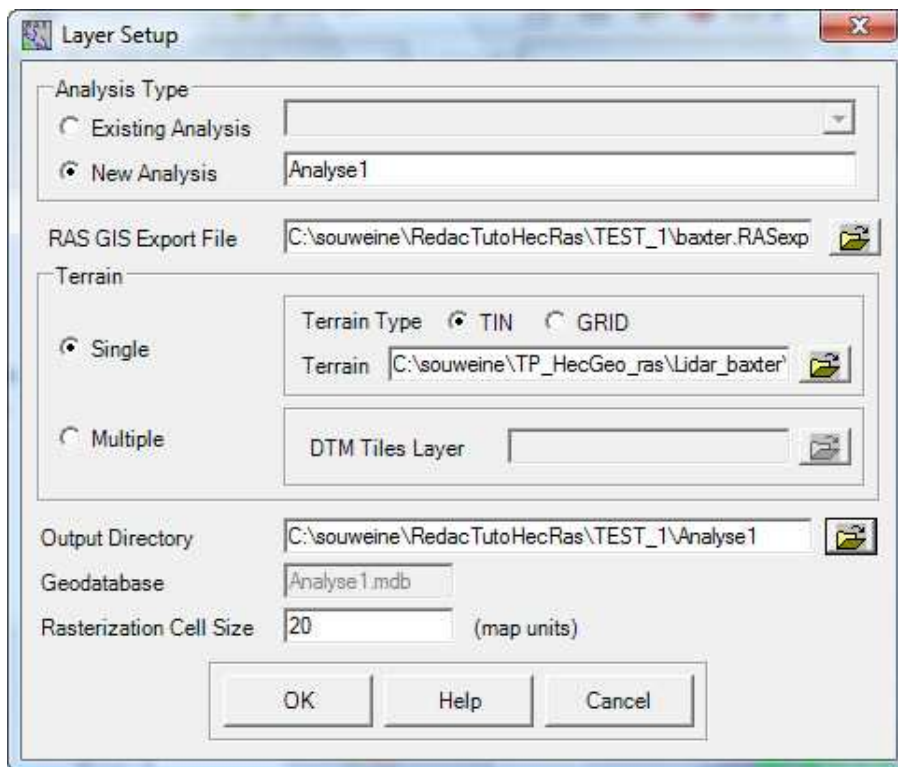
Fermez HEC-RAS et ré ouvrez le document ArcMap que vous aviez sauvegardé.

Conversion et import des données sous ArcGIS :

La première étape va consister à convertir une dernière fois le fichier *.sdf en fichier *.xml en cliquant sur le bouton '*Import RAS sdf*'  dans la barre d'outils HEC-GeoRAS.

Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre sélectionnez le fichier *.sdf que vous venez d'exporter d'Hec-RAS et cliquez sur '*Ok*'. Un fichier *.xml sera créé au même emplacement.

Cliquez ensuite sur '*RAS Mapping*', '*Layer Setup*' et donnez un nom à votre analyse (Analyse1 par exemple), dans '*RAS GIS export file*' sélectionnez le fichier *.xml nouvellement créé, sélectionnez votre TIN dans '*Terrain*' et enfin dans '*Output directory*' choisissez un dossier dans le quel sera créé la nouvelle base de données exploitable par ArcGIS.



Cliquez ensuite sur '*RAS Mapping*' puis '*Read RAS GIS Export File*' pour afficher les données.

Cela charge les données de la zone d'étude dans un nouveau groupe de couches.

Représentation de l'inondation :

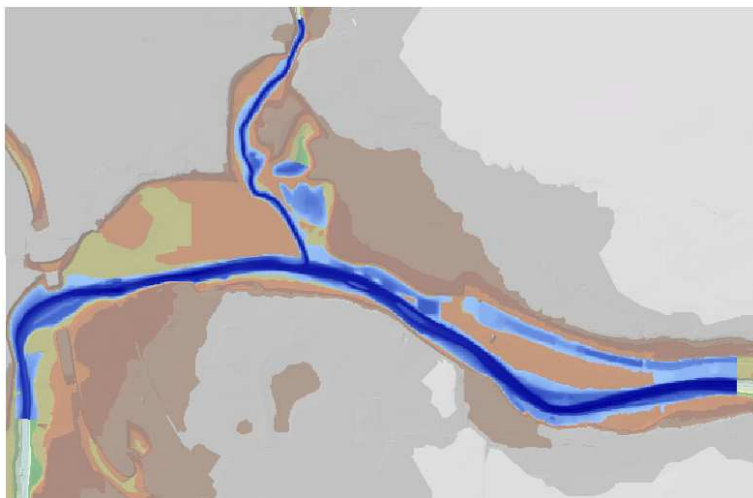
Nous allons maintenant créer la zone d'inondation. Cliquez sur '*Ras Mapping*', '*Inondation Mapping*', '*Water surface generation*'. Sélectionnez votre profile et validez.

Cette étape crée un TIN représentant l'élévation de l'Eau au quel nous allons soustraire le TIN du terrain pour localiser les zones inondées.

Pour cela, nous allons convertir le TIN représentant l'eau en fichier Raster en cliquant sur '*Ras Mapping*', '*Inondation Mapping*', '*Flood plain delineation*'. Sélectionnez votre profile et cliquez sur '*Ok*'.

Vous obtenez une nouvelle couche raster et un nouveau fichier de formes tout en haut du groupe de couche. Le fichier de forme représente la zone inondée et le raster la hauteur d'eau.

Voici un exemple de résultat.



Voilà, j'espère que vous aussi obtenez un résultat concluant. A vous maintenant de vous entraîner et de faire des tests. C'est en forgeant que l'on devient forgeron.

8 Conclusion

Nous montrerons finalement dans cette étude l'invalidité du modèle de Saint-Venant pour représenter l'écoulement de l'eau dans les rivières où la section et la pente changent d'une abscisse à une autre. Par ailleurs, le modèle reste valable pour un écoulement dans un canal prismatique de section rectangulaire de faible pente, c'est pour quoi le modèle a été validé expérimentalement dans les laboratoires. Par conséquent, tout logiciel basé sur le modèle unidirectionnel de Saint Venant est incomplet. Je montre que la voix de l'approche monodimensionnelle est une solution du problème, car elle peut être robuste et elle permet de reproduire la plus part des observations utiles pour les ingénieurs, comme les profondeurs d'eau et les vitesses moyennes, mais cette approche doit reposer sur un développement mathématique correct. En effet, en utilisant la règle de Leibnitz pour la dérivation sous le signe intégrale, il apparaît des termes de flux supplémentaires d'origine l'inertie (désignés par des pertes de charge singulières) qui dépendent des variations des largeurs de la section transversale avec les abscisses et les cordonnées. Ainsi, il est devenu maintenant possible d'intégrer ce nouveau modèle pour l'étude, avec une meilleure précision et moins de paramètres, les écoulements de l'eau dans les lits mineurs des rivières. Le logiciel Rhéohydro répond bien à cet objectif, il permet actuellement de résoudre le problème en régime permanent. Le développement du modèle pour les écoulements non permanents peut être considéré comme perspectif futur de ce travail.

Références

Ressources Internet

- [1] « HEC-RAS River Analysis System : Guide de laboratoire HEC-RAS Version 3.1.1 » Mars 2005, CTN-537 Gestion des ressources hydriques
- [2] HEC-RAS 4.0 User's Manual, Mars 2008,
- [3] « HEC-RAS 4.0 Applications Guide », mars 2008,
- [4] “HEC-RAS 4.0 Hydraulic Reference Manual », mars 2008,
- [5] “Tutorial on using HEC-GeoRAS with ArcGIS 9.3”, Venkatesh Merwade, School of Civil Engineering, Purdue University, November 2009,
- [6] « Guide technique sur le fonctionnement des déversoirs d’orage », Ecole Nationale du Génie de l’Eau et de l’Environnement de Strasbourg, VEOLIA, FNDAE, juillet 2006,
- [7] « Écoulement non permanent : l’essentiel », K. Blanckaert,

Livres et articles

- [1] Carlier, M., (1986) Hydraulique générale et appliquée, Eyrolles
- [2] CHANSON, H. (2006) "Solutions Analytiques de l'Onde de Rupture de Barrage sur Plan Horizontal et Incliné." JI La Houille Blanche, No. 3, pp. 76-86 (ISSN 0018-6368)
- [3] Chow, V.T., (1959) Open-channel Hydraulics. McGraw-Hill Book Co., New York
- [4] DEBIANE, K. (2000). "Hydraulique des Ecoulements Laminaires à Surface Libre dans un Canal pour des Milieux Visqueux ou Viscoplastiques: Régimes Uniformes, Graduellement Varié, et Rupture de Barrage". Ph.D. thesis, University of Grenoble I, Rheology Laboratory INPG-UJF-CNRS, France, 273 pages.
- [5] DEBIANE, K, PIAU, J.M. (2001) "Ecoulement généré par le lâcher instantané d'un barrage retenant un fluide viscoplastique." Les Cahiers de Rhéologie, vol.XVIII, No.1, pp. 45-54

[6] De Saint-Venant, B. (1871) Théorie du mouvement non permanent des eaux. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 73, 237.

[6] Graf. W. H. et Altinakar M.S., 2000. Hydraulique fluviale. Écoulement et phénomènes de transport dans les canaux à géométrie simple. Volume 16. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.

[6] Henderson, F. M., 1966. Open channel flow. New York: Macmillan. 522 pages.

[7] Nsom B., DEBIANE K., PIAU J-M., Bed slope effect on the dam break problem, Journal of Hydraulic Research, Vol. 38, No. 6, pp. 459-464, 2000.

[8] PIAU, J.M. (1996). "Flow of a Yield Stress Fluid in a Long Domain. Application to Flow on an Inclined Plane." JI of Rheology, Vol. 40, No. 4, pp. 711-723.

[9] PIAU, J.M., and DEBIANE, K. (2005). "Consistometers Rheometry of Power-Law Viscous Fluids." JI of Non-Newtonian Fluid Mech., Vol. 127, pp. 213-224.

[10] Richard H. French, (1985). "Open-Channel Hydraulics". McGraw-Hill Book Co., New York

[11] White F.M (1986) Fluid Mechanics, MacGraw-Hill, New York, 2^{ème} Ed