

Projet Combien?

G. Tisseau, J. Duma, H. Giroire, F. Le Calvez, M. Urtasun

Ma première machine :
la machine Construction Ensemble

A quoi sert la machine ?

A résoudre des exercices de dénombrement de la forme :

Etant donné un ensemble, combien peut-on former de sous-parties de cet ensemble vérifiant certaines contraintes.

Par exemple :

Avec un jeu de 32 cartes, combien peut-on former de mains de 5 cartes contenant 2 piques et 3 cœurs ?

Résoudre ?

Donner le nombre : le cardinal de l'ensemble à dénombrer.

Et

Justifier ce résultat en expliquant comment il est obtenu.

La "machine" va vous imposer une démarche de réflexion qui permet le calcul et la justification du résultat.

Méthode utilisée

La machine permet de définir les différentes étapes de la construction d'un élément de l'ensemble à dénombrer. Chaque étape construit une partie d'un élément de l'ensemble à dénombrer.

Pour construire une main de 5 cartes répondant aux contraintes :

1^{ère} étape : On choisit 3 cœurs

2^{ème} étape : On choisit 2 piques

Règles de construction

Pour être correcte, une construction doit respecter les contraintes suivantes :

1. Elle doit satisfaire les principes de base du dénombrement
 - *rien en moins* : il ne faut oublier aucune configuration solution
 - *rien en plus* : on ne doit compter que des configurations solutions
 - *rien deux fois* : aucune configuration ne doit être comptée plusieurs fois
2. Le nombre de possibilités de réaliser une étape doit être *indépendant* du résultat des étapes précédentes.

Aide sur les formules

La réponse à "Combien" est donnée par une des formules suivantes :

$C(n,p)$

C'est le nombre de possibilités de choisir p éléments distincts parmi n , de manière à former un ensemble (on ne tient pas compte de l'ordre des éléments).

$A(n,p)$

C'est le nombre de listes de longueur p qu'on peut former en choisissant p éléments distincts parmi n . L'ordre des éléments dans la liste est pris en compte.

$n!$

C'est un cas particulier de la formule $A(n,p)$, lorsque $n = p$. C'est le nombre de façons d'ordonner n éléments distincts en une liste.

n^p

Cela désigne n élevé à la puissance p . C'est le nombre de listes de longueur p qu'on peut former avec des éléments choisis parmi n . L'ordre est pris en compte et les répétitions sont autorisées.

n

C'est lorsqu'on peut donner directement le nombre de possibilités, sans utiliser de formule.

Calcul_1

A chaque étape de la construction, on peut calculer le nombre de possibilités de parties différentes.

1^{ère} étape : On choisit 3 cœurs $C(8,3)$

2^{ème} étape : On choisit 2 piques $C(8,2)$

Calcul_2

Si la construction suit les règles, le cardinal de l'ensemble à dénombrer est le produit des calculs de chaque étape.

Dans un jeu de 32 cartes, le nombre de mains de 5 cartes contenant 2 piques et 3 cœurs est :

$$C(8,3) \times C(8,2)$$

Vocabulaire

Référentiel : on appelle référentiel un ensemble d'objets de même nature à partir duquel on construira les éléments à compter.

Un jeu de 32 cartes

Univers : on appelle univers l'ensemble des sous-parties de taille donnée d'un référentiel.

Les mains de 5 cartes

Vocabulaire

Configuration : on appelle configuration un élément de l'univers.

Une main de 5 cartes

L'ensemble à dénombrer est l'ensemble des éléments de l'univers vérifiant les contraintes

L'ensemble des mains de 5 cartes contenant 3 cœurs et 2 piques

Machine Construction Ensemble

Manuel d'utilisation

Différentes phases

Choisir un exercice

Définir l'univers

Définir une construction par étapes successives

Compter

Comment choisir un exercice ?

1. Choisissez un item du menu

« Liste des exercices »

2. Son texte apparaît

3. Si cet exercice vous convient, cliquez le bouton

« valider »

4. Plus tard, vous pourrez changer d'exercice en cliquant

« changer exercice »

Comment définir l'univers ?

Le cadre « univers » présente une phrase à compléter :
On veut des parties à ... éléments choisis dans ...

1. Le premier menu permet de choisir le *nombre d'éléments* (ici : 5)
2. Le deuxième menu permet de dire *dans quel ensemble* on choisit ces éléments (ici : un jeu de 32 cartes)
3. Une fois votre choix fait, cliquez « OK »
4. Plus tard, vous pourrez changer d'univers en cliquant « changer univers ».

Comment définir une étape ?

1. Cliquez sur le bouton « Nouvelle étape »
2. Remplissez la phrase « On veut tirer ... éléments vérifiant ... »
pour cela, indiquez d'abord le *nombre d'éléments*, puis le *nombre de propriétés* que doivent vérifier ces éléments. Si vous indiquez deux propriétés, elles devront être vérifiées toutes les deux.
3. Remplissez chaque propriété
Une *propriété* est une phrase sujet / verbe / complément.
Exemples : « la couleur est cœur » ou « la hauteur est dans {7, 8} »
4. Répondez à « Combien ? » (nombre de possibilités)
Cliquez sur « ... ». Un dialogue vous permet de saisir une formule.
5. Cliquez sur « Ajouter l'étape »

Compléter la construction

1. Introduisez toutes les étapes

A chaque fois, revenez à la procédure précédente : bouton « Nouvelle étape », etc.

2. Répondez à « Combien ? » pour la construction.

C'est la réponse que vous proposez pour l'exercice

3. Cliquez sur « valider la construction »

Un récapitulatif de votre réponse est affiché. C'est la « copie » que vous vous proposez de rendre.

4. Cliquez sur « J'ai terminé » si cela vous convient.

Sinon cliquez sur « modifier la construction »

Modifier la construction

Pour modifier la construction, ajoutez une étape ou utilisez la « liste des étapes » pour en modifier une :

1. Sélectionnez une étape dans cette liste (cliquez)
2. Vous pouvez demander :
 - modifier l'étape : « modifier la sélection »
 - supprimer l'étape : « supprimer la sélection »

Effectuer des tirages

Si vous voulez, vous pouvez voir les conséquences de vos choix en demandant à la machine de donner des exemples de configurations tirées au hasard et vérifiant les conditions que vous avez énoncées.

1. Cliquez « Effectuer des tirages »

Une fenêtre auxiliaire apparaît (« Tirages de parties »)

2. Cliquez « Nouveau tirage »

3. Répétez « Etape suivante » suivi de « Tirer »

Quand il n'y a plus d'étape, la configuration tirée se trouve dans le cadre « résultat ». Vérifiez qu'elle est compatible avec l'énoncé.

4. Vous pouvez répéter « Nouveau tirage », etc.

5. Fermez la fenêtre de tirage (cliquez la case de fermeture)

Erreurs

Il se peut que vous fassiez des erreurs ...

1. Une fenêtre d'erreur apparaît

Chaque problème détecté est décrit dans une page d'un dossier à onglets.

2. Sélectionnez un onglet pour voir le problème correspondant

3. Eventuellement, demandez une aide complémentaire (bouton jaune)

Types d'erreur

Une erreur peut être d'un des types suivants :

1. Impossibilité

Exemple : vous demandez à tirer 5 as dans un jeu de 32 cartes

2. Contradiction

Exemple : vous avez déclaré que vous vouliez des mains de 5 cartes et vous terminez la construction avec 6 cartes.

3. Non respect des principes généraux de dénombrement

Vous oubliez des configurations solutions, ou bien certaines de vos configurations sont fausses, ou bien vous en comptez certaines plusieurs fois.

4. Non respect du principe de l'arbre

Votre arbre n'est pas régulier : le nombre de façons de réaliser une étape dépend des résultats des étapes précédentes.

5. Erreur dans le dénombrement (la formule « Combien ? » est fausse)