

Comparaison de méthodes dynamiques d'analyse du comportement mécanique de matériaux

Jean-Sébastien Dupuy¹, Patrick Ienny¹, Stéphane Corn¹, Loïc Daridon²

¹ Ecole des Mines d'Alès
6 avenue de Clavières - 30319 Alès cedex

² LMGC - Université Montpellier II
Place Eugène Bataillon - 34095 Montpellier cedex

Résumé :

Cette étude propose une comparaison entre deux méthodes pour l'identification de propriétés mécaniques dynamiques d'un matériau. Les paramètres de comportement élastique et dissipatif sont identifiés pour des matériaux viscoélastiques modèles. L'analyse modale, en opposition à l'analyse mécanique dynamique, se distingue nettement du fait de sa rapidité et de son faible coût de mise en oeuvre. De plus, nous mettons en avant le caractère non destructif de ce type d'essai, qui représente un intérêt important dans le suivi de la dégradation d'une structure.

Abstract :

This study proposes a comparison between two methods for the identification of dynamic mechanical properties for a material. The elastic and dissipative behaviour parameters have been identified for visco-elastic reference materials. In opposition to the dynamic mechanical analysis method, modal analysis is characterized by its low cost and quick implementation. Moreover, we highlight the non-destructive aspect of this test, which is an important interest for the damage monitoring in a structure.

Mots-clefs :

Analyse dynamique ; Analyse modale ; Comportement viscoélastique ; Fissuration

1 Introduction

L'identification du comportement mécanique global d'un matériau par des techniques d'analyse dynamique est un enjeu majeur compte tenu du caractère non destructif de ce type d'essais. Généralement, les méthodes expérimentales employées rendent compte à la fois de la rigidité de la structure et du comportement amortissant du matériau, permettant ainsi d'accéder à la connaissance des propriétés viscoélastiques. Dans cette étude, nous portons un grand intérêt à la comparaison de deux méthodes d'analyse : l'analyse mécanique dynamique (AMD) et l'analyse modale. L'AMD est une technique expérimentale précise, qui met en jeu des essais sous sollicitations harmoniques « hors résonances ». Elle nécessite une mise en oeuvre généralement coûteuse en temps et en matériel. L'analyse modale, quant à elle, représente une méthode efficace et rapide, mettant en oeuvre des moyens modestes (Avitabile (2000)).

Dans un premier temps, nous rappellerons le principe théorique sur lequel repose l'AMD (Bergeret (1996)) ainsi que celui de l'analyse modale (Ewins (1984)). A partir de matériaux modèles (Polyméthacrylate de méthyle et Aluminium), pour lesquels les caractéristiques mécaniques de rigidité sont obtenues par des essais statiques (flexion et traction), on se propose d'établir une comparaison des deux méthodes sur la base de la mesure du module élastique dynamique et du coefficient d'amortissement du matériau.

Enfin, l'analyse modale présentée est appliquée à l'étude du comportement dynamique d'un matériau à fissuration contrôlée.

2 Présentation des méthodes mises en oeuvre

2.1 Analyse Mécanique Dynamique (AMD)

Cette première méthode est une technique d'analyse expérimentale, couramment utilisée dans l'étude des polymères, permettant d'extraire les propriétés thermiques et mécaniques d'un matériau viscoélastique. Elle met en jeu des essais mécaniques de flexion, torsion ou traction-compression, et rend compte de l'évolution de la réponse du matériau sous sollicitations harmoniques « hors résonances ». Elle est généralement utilisée dans l'identification de la température de transition vitreuse des matériaux composés d'une matrice polymère (Bergeret (1996)). En effet, l'ensemble des études montre une forte dépendance du comportement viscoélastique à certains paramètres, principalement la température et la fréquence des sollicitations. Ce comportement viscoélastique est généralement décrit par un module complexe ($E^* = E' + iE''$). Dont la partie réelle E' , appelée module élastique, traduit le comportement élastique conservatif du matériau. La partie imaginaire E'' , appelée module de perte, caractérise le comportement visqueux du matériau (Saad (2003)). Le rapport $\frac{E''}{E'} = \tan(\delta) = \eta$ est appelé facteur de perte. Dans cette étude, nous nous intéressons plus particulièrement à la mesure du module élastique E' et du facteur de perte η , à l'aide d'un visco-analyseur. Dans le but de comparer l'AMD à l'analyse modale, nous attacherons une importance plus particulière à l'étude de la sensibilité de ces paramètres aux vitesses de sollicitation. Pour étudier la dépendance en fréquence, il est en outre impératif de fixer la température (conditions isothermes).

2.2 Analyse modale

L'analyse modale expérimentale représente un outil très efficace pour déterminer les propriétés dynamiques d'un système mécanique à partir de ses fréquences de résonance. Ce procédé permet de décrire une structure en terme de caractéristiques dynamiques propres : fréquences propres, modes propres et amortissement modal.

Le principe de l'analyse modale expérimentale consiste à imposer une sollicitation connue $F^*(\omega)$ à une structure, pour une pulsation ω , et de mesurer sa réponse $X^*(\omega)$. Le modèle fréquentiel exprime les spectres de sortie (réponse du système en déplacement, vitesse ou accélération) et d'entrée, pondérés par la fonction de transfert (ou Fonction de Réponse Fréquentielle) du système (Ewins (1984)). Cette fonction description $H^*(\omega)$ est définie comme le rapport complexe entre le spectre de sortie et le spectre d'entrée.

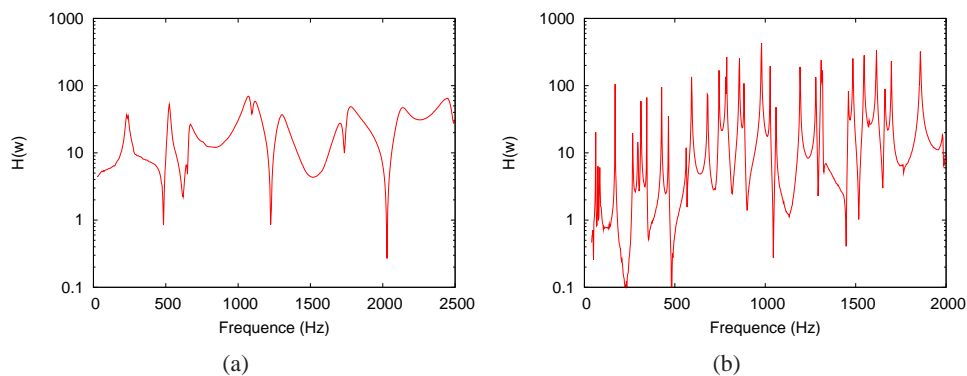


FIG. 1 – Fonction de réponse fréquentielle *FRF* : Accélération (a) PMMA, (b) Aluminium 7049

Conformément à l'hypothèse de linéarité du système, pour une force sinusoïdale de pulsation ω appliquée à une structure, nous mesurons un signal sinusoïdal de même fréquence, d'am-

plitude $H(\omega)$ (module de $H^*(\omega)$) avec un déphasage d'un angle $\phi(\omega)$ (argument de $H^*(\omega)$), quelque soit le niveau de force imposé. La *FRF* est communément représentée par la courbe de son module $H(\omega)$ (figure 1). Elle se compose d'une série de pics pour lesquels le maximum d'amplitude correspond à la fréquence de résonance, pouvant être assimilés à des systèmes faiblement amortis aux fréquences propres. Ensuite, le principe de l'analyse par superposition modale consiste à discrétiser un système (ou structure réelle) à plusieurs degrés de liberté (ddl) en une série de sous-systèmes à un seul ddl. Comme à chaque mode correspond une fréquence de résonance, la réponse dynamique de la structure peut être réduite à un ensemble de modes discrets.

L'analyse modale estime un taux d'amortissement visqueux modal ξ de façon discrète pour chaque fréquence propre (i.e. à la résonance). Dans le cas d'un système à n ddl, pour lequel l'influence des autres résonances est négligeable sur le comportement de la résonance observée, et pour un amortissement faible ($\xi, \eta \ll 1$), on peut établir la relation d'équivalence suivante (Macioce (2003)) :

$$\eta(\omega) = 2\xi(\omega)$$

Les essais ont été réalisés à l'aide d'un marteau de choc instrumenté, permettant ainsi d'appliquer à la structure un spectre d'excitation de type « large bande ». Pour les deux matériaux modèles, les paramètres mécaniques sont déterminés à partir de courbes semblables à celles présentées figure 1. L'extraction est réalisée par interpolation (lissage), à partir de la méthode développée par Piranda (1994). On note l'acuité plus faible des pics de la *FRF* (figure 1 (a)), reflétant le caractère plus amortissant du PMMA.

3 Résultats et discussion

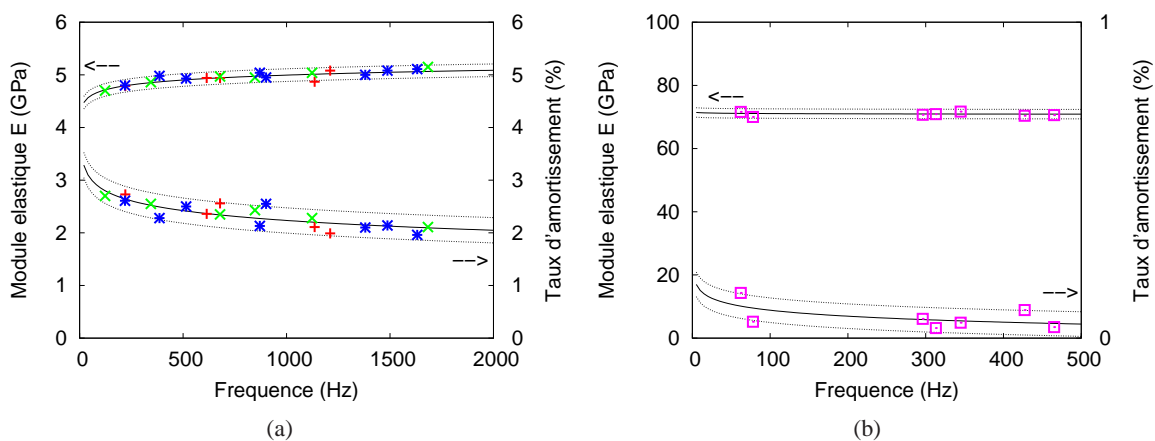


FIG. 2 – Mesure par analyse modale du module élastique E et du taux d'amortissement ξ , (a) plusieurs géométries d'éprouvette en PMMA, disque (* bleu), poutre 300mm \times 30mm (+ rouge) et 400mm \times 30mm (x vert), (b) plaque d'aluminium 7049 de dimension 655mm \times 319mm \times 5mm (carré violet)

Nous présentons une comparaison des résultats obtenus par ces deux méthodes pour les matériaux modèles, le polyméthacrylate de méthyle ou PMMA et l'aluminium 7049. La figure 2 (a) et (b) présente respectivement les résultats obtenus en analyse modale sur des éprouvettes de géométries différentes découpées dans une plaque de PMMA d'épaisseur constante 9.6 mm et sur une plaque d'aluminium. Dans ces éprouvettes de géométrie simple, le passage des *FRF* au paramètre élastique E repose sur un simple calcul analytique. L'identification des paramètres élastiques (E et ν) est alors effectuée pour chaque résonance, par calage des fréquences propres

calculées sur les fréquences propres mesurées. Une régression logarithmique a été utilisée afin d'interpoler au mieux l'ensemble des points de mesure et de modéliser empiriquement les comportements élastique et amortissant des deux matériaux en fonction des fréquences de sollicitation (*figure 2*), pour la gamme étudiée. Les courbes (traits fins pointillés) tracées parallèlement à la courbe de régression (*figure 2* et *figure 3*) rendent compte des sensibilités de mesure en terme d'écart-type. Pour le PMMA, les sensibilités sont de ± 0.12 GPa pour le module élastique et de $\pm 0.24\%$ pour le taux d'amortissement.

En ce qui concerne le PMMA (*figure 2 (a)*), on retrouve une évolution croissante du module suivie d'une stabilisation, phénomène inhérent à la viscosité de ce matériau. Par ailleurs pour les deux matériaux, l'extrapolation des courbes de rigidité à une fréquence nulle conduit à des résultats comparables à ceux obtenus lors des essais quasi-statiques ($E=3.2$ GPa pour le PMMA et $E=71$ GPa pour l'aluminium 7049). L'examen de la courbe du taux d'amortissement indique une augmentation du niveau vers les basses fréquences comme le prévoit l'AMD.

Les résultats issus des mesures réalisées sur la plaque d'aluminium (*figure 2 (b)*) montrent a contrario un module élastique quasi-constant et un amortissement très faible. Les sensibilités (courbes fines) sont de ± 0.15 GPa pour le module élastique et de $\pm 0.146\%$ pour le taux d'amortissement.

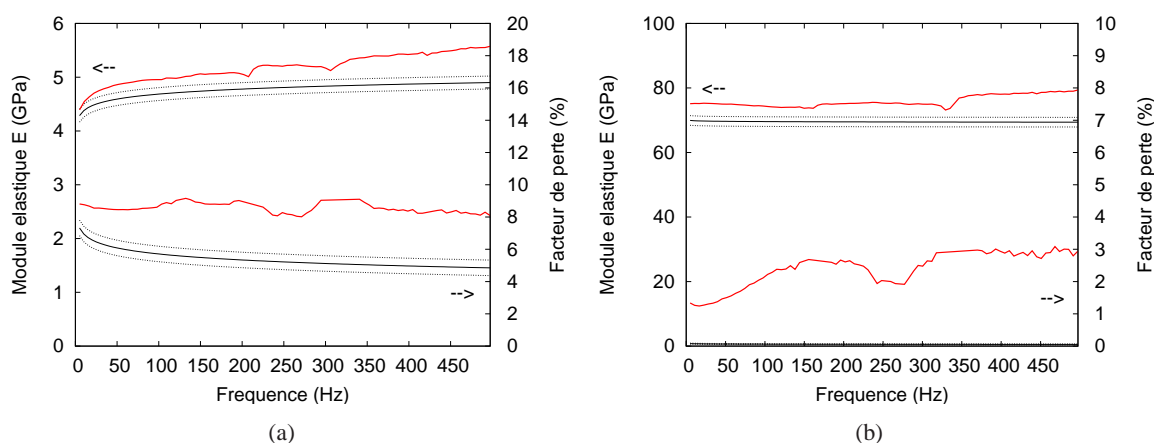


FIG. 3 – Module élastique E et facteur de perte η par analyse modale (- fin, noir) et AMD (- épais, rouge) pour deux matériaux viscoélastiques. (a) Aluminium 7049, (b) PMMA

Dans la seconde partie de cette étude, les deux méthodes sont mises directement en confrontation. Les courbes obtenues pour chacun des matériaux et pour chaque type d'essais sont représentées sur la *figure 3*, pour des essais de flexion en AMD "hors résonances" et pour des essais d'impact au marteau de choc. Les modules dynamiques obtenus par analyse modale semblent être systématiquement sous estimés. L'écart est d'autant plus important que la rigidité apparente du matériau est élevée. Compte tenu de ces observations, on peut suspecter l'extrême sensibilité de la compliance machine aux résultats obtenus sur le visco-analyseur.

Par ailleurs, nous remarquons une évolution croissante du module dynamique en fonction de la fréquence, et ce pour les deux techniques employées, traduisant l'effet de rigidification viscoélastique.

4 Détection d'endommagement par fissuration

Dans cette seconde partie, la technique d'analyse modale est appliquée à l'étude du comportement dynamique d'une structure à endommagement contrôlé (Doebbling (1998)). L'objectif

de cette expérience est de mesurer les modifications apportées au niveau des fréquences propres et du taux d'amortissement d'une structure par un endommagement. Pour réaliser cette étude, le choix s'est porté sur la géométrie DBC (Double Cantilever Beam) employée pour étudier la fissuration des matériaux fragiles (Boussuge (1985)). L'intérêt d'une telle géométrie réside dans la maîtrise de l'avancée de la fissure (fissuration rectiligne et stable). Par cette méthode, on introduit un endommagement localisé, de type fissure rectiligne dont on contrôle facilement la longueur et l'origine. Le but est de confronter les résultats obtenus pour une éprouvette dite saine (sans endommagement) et ceux pour cette même éprouvette ayant subi un endommagement.

Des essais d'analyse modale ont été réalisés pour une éprouvette en PMMA de dimension $292.5 \text{ mm} \times 75 \text{ mm} \times 9.6 \text{ mm}$ (figure 4). Après cette première expérience sur l'éprouvette dite « saine », une fissure rectiligne a été créée suivant le sens longitudinal de l'éprouvette (suivant l'axe \vec{x} sur la figure 4 (a)) d'une longueur arbitraire de 140 mm. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 1, pour l'éprouvette saine et endommagée. Cette structure présente des déformées propres de nature différente, permettant de définir plusieurs familles de modes. Les familles *flexion 1* et *flexion 2* (figure 4 (c)) représentent l'ensemble des modes de flexion dont les déplacements sont respectivement dans les plans $(\vec{x}\vec{z})$ et $(\vec{x}\vec{y})$. Une dernière famille regroupe les modes de *torsion* (figure 4 (b)).

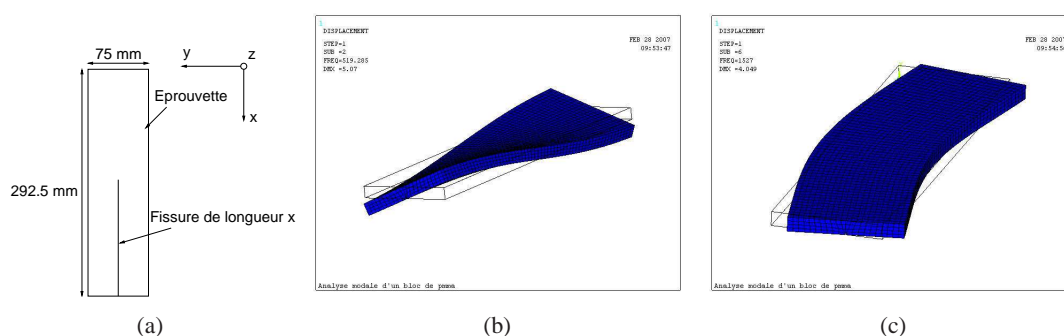


FIG. 4 – (a) Eprouvette PMMA fissurée, (b) Déformée mode de *torsion*, (c) Déformée mode de *flexion 2*

Mode	Nature	Eprouvette saine		Eprouvette endommagée		Variation saine-endommagée	
		Fréquence (Hz)	Amortissement (%)	Fréquence (Hz)	Amortissement (%)	Fréquence	Amortissement
1	Flexion 1	233.9	2.64	233.9	2.69	0 %	1.89 %
2	Torsion	523.2	2.22	500.6	2.38	4.32 %	7.21 %
3	Flexion 1	655.2	2.27	654.1	2.27	0.17 %	0 %
4	Torsion	1094	2.31	999.7	2.61	8.61 %	12.99 %
5	Flexion 1	1290	2.09	1290	2.10	0 %	0.48 %
6	Flexion 2	1580	2.17	1298	2.70	17.85 %	24.42 %
7	Torsion	1739	2.12	1440	2.49	17.19 %	17.45 %
8	Flexion 1	2128	1.99	2120	2.04	0.38%	2.51 %

TAB. 1 – Mesure des paramètres dynamiques pour une éprouvette saine puis endommagée

En première observation, seules certaines familles de modes propres sont sensibles à la géométrie de fissure (*torsion* et *flexion 2*). De plus, pour une même famille de modes, la variation du taux d'amortissement est systématiquement plus importante que la variation des fréquences. Selon les sollicitations subies par l'éprouvette pour chacun des modes de résonance, les lèvres de la fissure subissent elles-mêmes des sollicitations activant les modes usuels de glissement I (ouverture), II (plan) et III (antiplan). Si le premier de ces modes de glissement confère une réponse non dissipative au matériau, il en va autrement des deux autres modes. Pour ces derniers, les frottements induits par la sollicitation entre les lèvres de la fissure engendrent une

augmentation du taux d'amortissement inhérent à cette dissipation d'énergie. Ainsi, en activant les modes de sollicitation II et III en pointe de la fissure, les modes propres de *torsion* et de *flexion 2* conduisent à la variation des paramètres mécaniques mesurés (taux d'amortissement et module élastique) en raison d'une part de cette dissipation d'énergie inhérente au frottement, et d'autre part d'une diminution générale de la rigidité de la structure.

5 Conclusions et perspectives

Dans cette étude, on s'est intéressé à la comparaison de deux méthodes d'analyse dynamiques, que sont l'AMD et l'analyse modale par impact au marteau de choc. Dans un premier temps, les résultats obtenus sur des matériaux modèles (aluminium et PMMA) ont conduit en une identification comparable des comportements caractéristiques. Outre la mise en oeuvre simplifiée de l'analyse modale, cette méthode s'avère être un outil capable de détecter des endommagements de structure. Couplée à de la modélisation numérique, cette technique orientera l'analyste vers l'identification de paramètres caractérisant cet endommagement.

Compte tenu de ces résultats, les perspectives de ce travail concerneront l'étude de la sensibilité à la géométrie de l'analyse modale à la détection d'un endommagement par fissuration. L'existence d'une corrélation possible entre les modes de résonance et de la géométrie de la fissure modèle laisse entrevoir la possibilité d'établir à terme une localisation de l'endommagement de structures à l'aide de l'analyse modale. Son caractère non destructif devrait permettre l'étude des comportements endommageables à caractère évolutif tels que ceux rencontrés pour les bétons par exemple (Messan (2007)).

Références

- Avitabile, P., 2000, Experimental Modal Analysis, *Mechanical Engineering Department, University of Massachusetts Lowell, USA*
- Bergeret, A., 1996, Viscoélasticité des polymères, *Centre des Matériaux de Grande Diffusion, Ecole des mines d'Alès*
- Boussuge, M., 1985, Contribution à l'étude du comportement mécanique à haute température du nitrure et du carbure de silicium : utilisation critique de l'essai de double-torsion, *Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Thèse*
- Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B., 1998, A summary review of vibration-based damage identification methods, *The Shock and Vibration Digest*, 30(2),91-105
- Ewins, D. J., 1984, Modal Testing : Theory and Practice, *Research Studies Press LTD, England*
- Macione, P., 2003, Viscoelastic Damping 101, *Roush Industries, Inc., Livonia, Michigan, USA, Sound and Vibration*
- Messan, A., Corn, S., Jenny, P., à paraître en 2007, Composites cimentaires : endommagement et maturation suivis par analyse vibratoire, *Revue des Composites et Matériaux avancés*
- Piranda, J., 1994, Manuel d'utilisation du logiciel MODAN, *Laboratoire de Mécanique Appliquée R. Chaléat, Université de Franche-Comté, Besançon*
- Saad, P., 2003, Modélisation et identification du comportement non linéaire des cales en caoutchouc, *Ecole Centrale de Lyon, Thèse*