

---

## Opérateur CALC\_G

---

### 1 But

---

Cet opérateur calcule les grandeurs de mécanique de la rupture suivantes, en 2D et en 3D :

- le taux de restitution d'énergie par la méthode thêta dans le cas d'un problème thermo élastique linéaire ou non linéaire [R7.02.01] et [R7.02.03], en statique ou en dynamique [R7.02.02],
- les facteurs d'intensité de contraintes  $K1$ ,  $K2$  et  $K3$  par la méthode des déplacements singuliers dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire [R7.02.05],
- la forme bilinéaire  $g$ , fonction d'une série de déplacements, telle que  $g(u, u) = G(u)$ ,
- la maximisation de  $G$  et de  $K1$  sous des contraintes bornes.

Cet opérateur peut être utilisé aussi bien pour des fissures maillées (approche classique) que pour des fissures non maillées (méthode X-FEM).

Pour des études mécano fiabilistes d'évaluation de probabilité d'amorçage de la rupture, on calcule en plus du taux de restitution d'énergie  $G$ , sa dérivée par rapport à une variation de domaine pilotée par une fonction thêta idoine [R7.02.01] [R4.03.01]. Cette option se limite aux problèmes thermo élastiques linéaires 2D s'appuyant sur des éléments finis quadratiques, la fissure devant être maillée.

Avant une première utilisation, il est conseillé de se référer aux documents de référence et de conseils d'utilisation correspondants, notamment le document [U2.05.01].

Cet opérateur génère un concept de type `table_sdaster`.

## 2 Syntaxe

```
[table_sdaster] = CALC_G
(
# Récupération du résultat du calcul mécanique
  ♦ RESULTAT = resu, / [evol_elas]
                    / [evol_noli]
                    / [dyna_trans]
                    / [mode_meca]
                    / [mult_elas]

# Si RESULTAT de type evol_elas, evol_noli ou dyna_trans
  ♦ / TOUT_ORDRE = 'OUI', [DEFAULT]
    / NUME_ORDRE = l_ordre, [l_I]
    / LIST_ORDRE = lis, [listis]
    / INST = l_inst, [l_R]
    / LIST_INST = l_reel, [listr8]

# Si RESULTAT de type mode_meca
  ♦ / TOUT_MODE = 'OUI', [DEFAULT]
    / NUME_MODE = l_ordre, [l_I]
    / LIST_MODE = lis, [listis]
    / FREQ = l_inst, [l_R]
    / LIST_FREQ = l_reel, [listr8]

  ♦ CRITERE = / 'RELATIF', [DEFAULT]
              ♦ PRECISION = / prec, [R]
                  / 1.E-6, [DEFAULT]
              / 'ABSOLU',
                ♦ PRECISION = prec, [R]

# Si RESULTAT de type mult_elas
  ♦ NOM_CAS = nom, [l_Kn]

# Finsi

# Récupération ou création du champ thêta
  ♦ THETA =_F( ♦ THETA = theta, [cham_no_sdaster]

#si THETA n'est pas renseigné :
  ♦ / R_INF = r, [R]
    / R_INF_FO = rz, [fonction]
  ♦ / R_SUP = r, [R]
    / R_SUP_FO = rz, [fonction]
  ♦ / MODULE = / m, [R]
    / 1, [DEFAULT]
    / MODULE_FO = mz, [fonction]
  ♦ DIRECTION = (d1,d2,d3), [l_R]
  ♦ DIRE_THETA = chamno [cham_no_sdaster]
  ♦ / FOND_FISS = ff, [fond_fiss]
    / FISSURE = ffx, [fiss_xfem]
# Si FISSURE est renseigné :
  ♦ NUME_FOND = / 1, [DEFAULT]
    / n, [I]
  ♦ NB_POINT_FOND = n, [I]
  ♦ DTAN_ORIG = (Tox,Toy,Toz), [l_R]
  ♦ DTAN_EXTR = (Tex,Tey,Tez), [l_R]

# Chargement
```

```

    ◇ EXCIT = _F ( ◇ CHARGE      = charge ,           [char_meca]
                  ◇ FONC_MULT   = fmult,           [char_cine_meca]
                  [fonction]
                  [formule]
                  ),

    ◇ SYME_CHAR = / 'SANS' ,           [DEFAULT]
                  / 'SYME' ,
                  / 'ANTI' ,

# Comportement
    ◇ / COMP_ELAS =_F (
    ◇ RELATION     = / 'ELAS',           [DEFAULT]
                  / 'ELAS_VMIS_LINE',
                  / 'ELAS_VMIS_TRAC',
                  / 'ELAS_VMIS_PUIS',
    ◇ DEFORMATION  = / 'PETIT',         [DEFAULT]
                  / 'GROT_GDEP',
    ◇ / TOUT        = 'OUI',           [DEFAULT]
    / | GROUP_MA   = lgrma,           [l_gr_maille]
      | MAILLE     = lma ,           [l_maille]
    ◇ CALCUL_CONTRAINTE = / 'OUI',     [DEFAULT]
                  / 'NON',

    ),

    / COMP_INCR =_F (
    ◇ RELATION     = / 'ELAS',           [DEFAULT]
                  / 'VMIS_ISOT_TRAC',
                  / 'VMIS_ISOT_LINE',
                  / 'VMIS_CINE_LINE',
                  / 'VMIS_ISOT_PUIS',
    ◇ DEFORMATION  = / 'PETIT' ,       [DEFAULT]
                  / 'PETIT_REAC' ,
    ◇ / TOUT        = 'OUI' ,         [DEFAULT]
    / | GROUP_MA   = lgrma ,         [l_gr_maille]
      | MAILLE     = lma ,         [l_maille]
    ),

    ◇ ETAT_INIT =_F (
    ◇ / | DEPL      = dep ,           [cham_no_sdaster]
      | SIGM       = sig ,           / [carte_SIEF_R]
                                     / [cham_élem_SIEF_R]
    ),

# Méthode de discrétisation de thêta en fond de fissure (3D local)
    ◇ LISSAGE = _F(◇ LISSAGE_THETA= / 'LEGENDRE'      [DEFAULT]
                  / 'LAGRANGE'
                  / 'LAGRANGE_REGU'
    ◇ LISSAGE_G   = / 'LEGENDRE'      [DEFAULT]
                  / 'LAGRANGE'
                  / 'LAGRANGE_NO_NO'
                  / 'LAGRANGE_REGU'
    ◇ DEGRE       = / 5                [DEFAULT]
                  / 0,1,2,3,4,6,7,
    ),

# Option demandée
    ◇ OPTION = / 'CALC_G' ,
              / 'CALC_G_GLOB' ,

```

```
        / 'CALC_K_G' ,  
        / 'K_G_MODA' ,  
        / 'G_MAX' ,  
        / 'G_MAX_GLOB' ,  
        / 'CALC_K_MAX' ,  
        / 'G_BILI' ,  
        / 'G_BILI_GLOB' ,  
  
# Si OPTION = 'G_MAX' ou 'G_MAX_GLOB'  
  ◊ BORNES =_F ( ◊ NUME_ORDRE = num , [I]  
                ◊ VALE_MIN = qmin , [R]  
                ◊ VALE_MAX = qmax , [R]  
                ) ,  
# Si OPTION = 'CALC_K_MAX'  
  ◊ SIGNES =_F ( ◊ CHARGE_S = listS , [l_I]  
                ◊ CHARGE_NS = listNS , [l_I]  
                ) ,  
# Finsi  
  
  ◊ SENSIBILITE = (... voir [U4.50.02])  
  ◊ TITRE = titre, [l_Kn]  
  
# Impression d'informations  
  
  ◊ INFO = / 1 , [DEFAULT]  
          / 2 ,  
  )
```

## 3 Opérandes

### 3.1 Opérande RESULTAT

/ RESULTAT = resu

Nom d'un concept résultat de type `evol_elas`, `evol_noli`, `dyna_trans`, `mode_meca` ou `mult_elas`. Cet opérande permet de récupérer le champ de déplacement (et de vitesse et d'accélération pour un calcul en dynamique).

Le modèle et le champ de matériau, nécessaires au calcul, sont également extrait de la structure de données résultat. Les options de calcul possibles pour chaque type de modélisation sont rappelées dans le tableau ci-dessous.

	Calcul de <i>G</i>	Calcul de <i>K</i>	Sensibilité
<b>D_PLAN / C_PLAN</b>	CALC_G	CALC_K_G	
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX G_BILI	K_G_MODA	Disponible
<b>D_PLAN/ C_PLAN</b>	CALC_G	CALC_K_G	Non disponible
<i>Fissure non maillée</i>			
<b>AXIS</b>	CALC_G	CALC_K_G	
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX G_BILI	K_G_MODA	Disponible
<b>AXIS</b>	CALC_G	CALC_K_G	Non disponible
<i>Fissure non maillée</i>			
<b>3D</b>	CALC_G / CALC_G_GLOB	CALC_K_G	
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX / G_MAX_GLOB G_BILI / G_BILI_GLOB	K_G_MODA CALC_K_MAX	Non disponible
<b>3D</b>	CALC_G	CALC_K_G	Non disponible
<i>Fissure non maillée</i>			

Tableau 3.1 : Disponibilité, par modélisation, des options de calcul.

#### Remarques sur le calcul de sensibilité :

- Le calcul de la dérivée du taux de restitution d'énergie par rapport à une variation de domaine n'est licite que pour une fissure maillée, dans des modélisations 2D (`D_PLAN`, `AXIS` et `C_PLAN`) en thermo-élasticité linéaire, avec des éléments quadratiques.
- Avec cette option, la configuration contraintes planes n'est d'ailleurs prise en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique, c'est-à-dire pour la détermination des tenseurs des déformations et des contraintes à partir des déplacements. Elle ne doit pas apparaître lors du calcul de sensibilité de `MECA_STATIQUE` qui ne supporte que les modélisations `D_PLAN` et `AXIS`. Dans une telle configuration l'utilisateur est bien sûr seul juge de la pertinence de ses résultats.

#### Remarques sur les propriétés matériau :

- Les caractéristiques du matériau, récupérées dans la structure de données `resu`, sont les suivantes :
- module d'Young  $E$ ,

- coefficient de Poisson  $\nu$ ,
- coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  (pour un problème thermo-mécanique),
- limite d'élasticité  $S_Y$  (pour un problème élastique non linéaire),
- pente de la courbe de traction  $D\_SIGM\_EPSI$  (pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage isotrope linéaire).

Pour le calcul de restitution d'énergie, ces caractéristiques peuvent dépendre de la géométrie (option 'CALC\_G') et de la température (option 'CALC\_G', CALC\_G\_GLOB'). Elles doivent être indépendantes de la température pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes.

Le calcul de sensibilité n'a été développé que pour des matériaux élastiques indépendants de la température. Ils peuvent par contre être hétérogènes.

Les caractéristiques  $S_Y$  et  $D\_SIGM\_EPSI$  ne sont traitées que pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage de Von Mises et avec l'option de calcul du taux de restitution d'énergie 'CALC\_G\_GLOB'. Le calcul des coefficients d'intensité de contraintes est traité uniquement en élasticité linéaire.

**Remarque :**

*Pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes (option 'CALC\_K\_G'), les caractéristiques doivent être définies sur tous les matériaux, y compris sur les éléments de bord, du fait de la méthode de calcul [R7.02.05]. Pour s'assurer de ce fait, il est conseillé de faire un AFFE = \_F (TOUT = 'OUI') dans la commande AFFE\_MATERIAU [U4.43.03], quitte à utiliser la règle de surcharge ensuite.*

**Problème du bi-matériau :**

**1<sup>er</sup> cas :** On a un bi-matériau mais la pointe de fissure est dans un seul matériau, cf. Figure 3.1-a. Si on est assuré que la couronne, définie entre les rayons inférieur  $R\_INF$  et supérieur  $R\_SUP$ , a comme support des éléments du même matériau, le calcul est possible quelle que soit l'option choisie. Sinon seules les options 'CALC\_G' et 'CALC\_G\_GLOB' sont possibles.

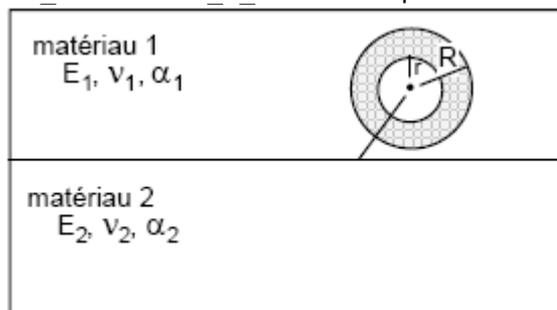
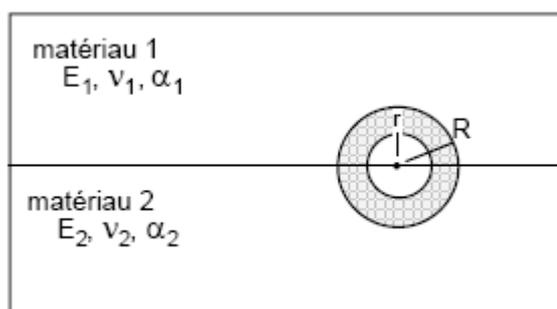


Figure 3.1-a : Bi-matériau : 1<sup>er</sup> cas

**2<sup>nd</sup> cas :** On a un bi-matériau où la pointe de fissure est à l'interface, cf. Figure 3.1-b. A ce jour, seules les options de calcul du taux de restitution d'énergie (options 'CALC\_G\_GLOB' et 'CALC\_G') sont disponibles. Le calcul de coefficients d'intensité de contraintes n'est pas possible dans ce cas.



## 3.2 Opérandes TOUT\_ORDRE / NUME\_ORDRE / LIST\_ORDRE / INST / LIST\_INST / TOUT\_MODE / NUME\_MODE / LIST\_MODE / FREQ / LIST\_FREQ / PRECISION / CRITERE / NOM\_CAS

Ces opérandes sont utilisés avec l'opérande RESULTAT.

Les opérandes TOUT\_ORDRE, NUME\_ORDRE, LIST\_ORDRE, INST, LIST\_INST sont associés aux résultats de type evol\_elas, evol\_noli ou dyna\_trans. Voir [U4.71.00].

Les opérandes TOUT\_MODE, NUME\_MODE, LIST\_MODE, FREQ, LIST\_FREQ sont associés aux résultats de type mode\_meca.

L'opérande NOM\_CAS est associé aux résultats de type mult\_elas (produit par l'opérateur MACRO\_ELAS\_MULT). Il n'est pas possible de traiter dans un seul CALC\_G tous les cas de charge. Il faut donc faire appel à CALC\_G pour chaque cas de chargement et utiliser l'opérande NOM\_CAS pour définir le cas de chargement à traiter. (ainsi que le mot clé facteur EXCIT).

## 3.3 Mot clé THETA

Le champ thêta est :

- 1) soit calculé préalablement par l'opérateur CALC\_THETA puis transmis par le mot clé facteur THETA (cf §3.3.1),
- 2) soit calculé dans CALC\_G à partir des mots clés R\_INF/R\_INF\_FO, R\_SUP/R\_SUP\_FO, MODULE/MODULE\_FO, FOND\_FISS/FISSURE.

Les différents cas sont décrits dans le tableau ci-dessous selon l'option de calcul, la modélisation (2D ou 3D) et le type de fissure (fissure maillée ou non).

	CALC_G (G_MAX, G_BILI)	CALC_K_G (K_G_MODA)	CALC_G_GLOB (G_MAX_GLOB, G_BILI_GLOB)
<b>2D - Fissure maillée</b>	♦ / THETA / ♦ FOND_FISS ♦ R_INF, ..	♦ / R_INF, R_SUP... / THETA ♦ FOND_FISS	-
<b>2D - Fissure non maillée</b>	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	-
<b>3D - Fissure maillée</b>	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FOND_FISS	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	♦ / THETA / ♦ FOND_FISS ♦ R_INF, ..
<b>3D - Fissure non maillée</b>	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	-

### Conseils sur le choix des couronnes (dans CALC\_THETA ou CALC\_G) :

- Éviter d'utiliser un champ thêta défini avec un rayon inférieur R\_INF nul. Les champs de déplacements sont singuliers en fond de fissure et introduisent des résultats imprécis en post-traitement de mécanique de la rupture.
- Il est conseillé d'utiliser successivement la commande CALC\_G avec au moins trois champs thêta de couronnes différentes pour s'assurer de la stabilité des résultats. En cas de variation importante (supérieure à 5-10%) il faut s'interroger sur la bonne prise en compte de toute la modélisation.

- Pour l'option `CALC_K_G` en 2D-axisymétrique, le rayon des couronnes doit être petit devant le rayon du fond de fissure pour avoir la meilleure précision possible. Il est interdit d'avoir des couronnes de rayon plus grand que le rayon du fond de fissure.
- En 2D, ce champ `thêta` permettant de cerner la zone de calcul autour de la fissure est complètement indépendant du champ `thêta` lié au calcul de sensibilité. L'option prend en compte leurs éventuels recouvrements de supports, voire le déplacement de l'un par rapport à l'autre.

### 3.3.1 Opérande `THETA`

◆ / `THETA` = `theta`

Le champ `thêta` est un champ de vecteur en chaque nœud du maillage. C'est un concept de type `cham_no_sdaster`. Il est généralement issu de la commande spécifique `CALC_THETA` [U4.82.02] qui permet d'affecter le module, la direction du champ `thêta` et les rayons de la couronne entourant le fond de fissure.

Pour plus de précisions se reporter à [R7.02.01 §3].

#### Remarque :

- Pour une fissure maillée, si `THETA` est renseigné et `FOND_FISS` n'est pas renseigné dans `CALC_G`, pour modéliser la symétrie du chargement et le champ `thêta`, il faut ajouter `SYME = 'OUI'` dans le mot-clé facteur `THETA`. Voir le cas-test `SSLV110E` pour illustration.

### 3.3.2 Opérandes `R_INF`, `R_INF_FO`, `R_SUP`, `R_SUP_FO`, `MODULE`, `MODULE_FO`, `DIRECTION`, `DIRE_THETA`

Ces opérandes permettent de calculer le champ `thêta` lorsque celui-ci n'a pas été préalablement déterminé. Ils correspondent respectivement aux rayons inférieur et supérieur des couronnes (scalaire ou fonction, en 3D, de l'abscisse curviligne), au module du champ `thêta` et à sa direction.

L'utilisation de ces opérandes est décrite dans la documentation de `CALC_THETA` [U4.82.02]. Quelques conseils sont donnés ci-dessus.

Les opérandes `DIRECTION` et `DIRE_THETA` ne sont utilisables que pour des fissures maillées. Attention, le mot-clé `DIRECTION` est facultatif, il ne doit être utilisé que dans le cas de fond de fissure plan, courbe ou rectiligne ; en effet, il désigne la direction du champ `thêta`, qui doit, afin que le calcul soit correct, être dans le plan de propagation (mais pas nécessairement normal au fond). Il est toutefois recommandé de définir plutôt le fond de fissure dans `DEFI_FOND_FISS` en donnant aussi les groupes de mailles des lèvres.

Dans le cas d'un défaut initialement ouvert et dont le fond n'est pas plan, il n'est à l'heure actuelle pas possible de calculer le taux de restitution d'énergie.

### 3.3.3 Opérandes `FOND_FISS`, `FISSURE`

Les opérandes `FOND_FISS` et `FISSURE` permettent de définir le fond de fissure. L'utilisation de ces opérandes selon l'option de calcul, la modélisation (2D ou 3D) et le type de fissure (fissure maillée ou non) est décrite ci-dessus.

◆ / `FOND_FISS` = `ff`,

`ff` est le fond de fissure défini par la commande `DEFI_FOND_FISS` [U4.82.01].

En 3D : Il permet de récupérer :

1. la liste ordonnée des nœuds du fond de fissure ;
2. les mailles des lèvres de la fissure ou la normale à la fissure ;
3. les directions de propagation du fond de fissure aux extrémités.

C'est à partir de ces entités que sont calculées automatiquement les abscisses curvilignes  $s$  et les directions de propagation du fond de fissure en chaque nœud [R7.02.01 §2.2]. Ce mot clé est obligatoire, pour les fissures maillées, pour les options de calcul de G local (CALC\_G, G\_MAX, G\_BILI)

En 2D : il permet de récupérer :

1. le nœud de fond de fissure,
2. la normale à la fissure.

Ce mot clé est obligatoire, si la fissure est maillée, pour les options 'CALC\_K\_G' et 'K\_G\_MODAL'.

```
/ FISSURE = fiss,
```

`fiss` est la fissure définie par la commande `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08] :

- soit la fissure n'est pas maillée, et on utilise alors la méthode X-FEM (méthode des éléments finis étendue, cf. R7.02.12) pour l'introduire dans le modèle ;
- soit la fissure est maillée et le modèle 3D. On n'utilise la commande `DEFI_FISS_XFEM` que pour identifier la base locale en chaque nœud du fond de fissure (i.e. la direction de propagation et la normale aux lèvres).

### 3.3.4 Opérandes NUME\_FOND, NB\_POINT\_FOND, DTAN\_ORIG et DTAN\_EXTR

```
◇ NUME_FOND      = n,  
◇ NB_POINT_FOND = nbnofo,  
◇ DTAN_ORIG     = (Tox , Toy , Toz),  
◇ DTAN_EXTR     = (Tex , Tey , Tez),
```

Cet ensemble de mot clés, facultatifs, ne doit être défini que pour des fissures non maillées (modélisation X-FEM), le mot-clé `FISSURE` étant donc renseigné.

`NUME_FOND` : il peut arriver, pour certaines structures, que le fond de fissure soit discontinu. Dans le cas d'une fissure définie par `DEFI_FISS_XFEM` le fond de fissure est alors découpé en plusieurs parties.

L'opérande `NUME_FOND` permet d'indiquer sur laquelle de ces sous-parties du fond de fissure on souhaite réaliser le calcul. Par défaut, le calcul se fait sur le premier fond de fissure.

`NB_POINT_FOND` : par défaut, le calcul se fait sur tous les points du fond de fissure, i.e. tous les points d'intersection entre le fond de fissure et les arêtes du maillage. Les points du fond de fissure peuvent alors être très irrégulièrement espacés, ce qui peut conduire à des oscillations gênantes sur les paramètres  $G(s)$  ou  $K(s)$  calculés.

L'opérande `NB_POINT_FOND` permet de fixer a priori le nombre de points de post-traitement, afin d'améliorer la régularité des résultats. Les `nbnofo` points sont équirépartis le long du fond de fissure. Quelques conseils sont donnés dans le §16.

Les mots clés `DTAN_ORIG` et `DTAN_EXTR` ne doivent être définis qu'en 3D. Les vecteurs  $(Tox, Toy, Toz)$  et  $(Tex, Tey, Tez)$  correspondent à la direction de propagation de la fissure respectivement pour le point à l'origine et le point à l'extrémité du fond de fissure, orientée dans le sens de la propagation de la fissure.

### 3.4 Mot clé EXCIT et opérandes CHARGE/FONC\_MULT

```
◇ EXCIT = _F( ◇ CHARGE = charge  
              ◇ FONC_MULT = fmult )
```

Le mot clé `EXCIT` permet de récupérer une liste de chargements `charge`, issus des commandes `AFFE_CHAR_MECA` ou `AFFE_CHAR_MECA_F` [U4.44.01], et les éventuels coefficients multiplicateurs associés `fmult`.

**Le mot clé EXCIT est facultatif et ne doit pas être renseigné dans le cas général.**

Cependant, ce mot-clé est obligatoire dans le cas d'un résultat de type `mult_elas`, produit par l'opérateur `MACRO_ELAS_MULT`. Il faut alors obligatoirement définir dans `CALC_G` le chargement associé (`EXCIT`) ainsi que le cas de charge (`NOM_CAS`).

De manière générale, si le mot clé `EXCIT` est absent de la commande, le chargement pris en compte est celui extrait de `resu`. Si le chargement est fourni via `EXCIT`, alors c'est ce chargement qui sera utilisé dans `CALC_G`. Si le chargement fourni dans `EXCIT` est différent de celui présent dans `resu` (cohérence du nom et du nombre de charges, des couples charge-fonction), une alarme est émise et le calcul se poursuit avec les chargements indiqués par l'utilisateur. Attention, cet usage n'est valide que dans certains cas très particuliers (sensibilité notamment).

Dans tous les cas, il faut veiller à ce que les charges indiquées ici aient bien été prises en compte dans le calcul mécanique précédent qui a produit le champ de déplacements.

Les chargements supportés actuellement par les différentes modélisations et pouvant avoir un sens en mécanique de la rupture sont les suivantes :

- Effort volumique : `ROTATION`, `FORCE_INTERNE`, `PESANTEUR`.
- Effort surfacique sur les lèvres de la fissure : `FORCE_CONTOUR` (2D), `FORCE_FACE` (3D), `PRES_REP`.
- Dilatation thermique : la température est transmise via `AFFE_MATERIAU/AFFE_VARC`
- Déformation initiale : `EPSI_INIT` (cas fissure maillée uniquement, en 2D pour toutes les options, et en 3D uniquement pour l'option `CALC_G_GLOB`)

En cas de problème thermomécanique, la température est transmise via les propriétés matériau (`AFFE_MATERIAU / AFFE_VARC / EVOL`). La dilatation thermique est donc automatiquement prise en compte dans le calcul avec `CALC_G`.

#### Remarque :

*Les chargements non supportés par une option sont ignorés. A ce jour, les chargements suivants pouvant avoir un sens en mécanique de la rupture ne sont pas traités :*

- `FORCE_NODALE`
- `FORCE_ARETE`
- `DDL_IMPO` sur les lèvres de la fissure
- `FACE_IMPO`
- `EPSI_INIT` en 3D pour les options `CALC_G` et `CALC_K_G`

Il est important de noter que les seuls chargements pris en compte dans un calcul de mécanique de la rupture avec la méthode  $\theta$  sont ceux supportés par les éléments à l'intérieur de la couronne, où le champ de vecteurs  $\theta$  est non nul (entre `R_INF` et `R_SUP` [R7.02.01 §3.3]).

**Les seuls types de charge susceptibles d'influencer le calcul de  $G$  sont donc les chargements volumiques (pesanteur, rotation), un champ de température non uniforme ou des efforts appliqués sur les lèvres de la fissure.**

#### Attention :

- Si plusieurs chargements de même nature (par exemple force volumique) apparaissent dans le calcul, ils sont combinés entre eux pour le post-traitement. Il n'est cependant pas possible à ce jour de faire cette combinaison si des chargements de type `FORMULE` sont présents : le calcul se termine alors en erreur.
- On applique aussi une règle d'exclusion lors de la présence simultanée d'un champ de déformations (via '`EPSI_INIT`') et de déplacements initiaux (via '`ETAT_INIT/DEPL`' cf. [§ 3.8]). Seul un des deux doit subsister.
- Il n'est pas possible à ce jour d'associer une charge définie à partir d'une `FORMULE` et un coefficient multiplicateur (`FONC_MULT`). Dans ce cas, le calcul se termine en erreur.
- Les charges cinématiques (`AFFE_CHAR_CINE` et `AFFE_CHAR_CINE_F`), ne peuvent pas être prises en compte dans le calcul.
- Pour l'option `CALC_K_G`, si un chargement est imposé sur les lèvres de la fissure (`PRES_REP` ou `FORCE_CONTOUR`), alors il faut **obligatoirement** orienter correctement

les mailles de celles-ci (en utilisant `ORIE_PEAU_2D` ou `ORIE_PEAU_3D`) préalablement au calcul de  $K$  (cas fissure maillée uniquement).

- Si on fait un calcul en grandes transformations (mot clé `DEFORMATION` : 'GROT\_GDEP' sous le mot clé facteur `COMP_ELAS` ou `DEFORMATION` = 'PETIT\_REAC' sous le mot clé facteur `COMP_INCR`) les chargements supportés doivent être des charges mortes, typiquement une force imposée et pas une pression [R7.02.03 §2.4]; ces charges doivent avoir été déclarées comme non suivieuses dans `STAT_NON_LINE`.

Lors du calcul de la dérivée de  $G$  par rapport à une variation de domaine (calcul de sensibilité), seuls les chargements `PRES_REP` et de dilatation thermique sont utilisables dans la totalité du processus. Cette restriction logicielle n'est due qu'au développement limité de l'option `SENSIBILITE` dans l'opérateur `MECA_STATIQUE`. Comme pour la modélisation `C_PLAN`, les autres types de chargement ne sont pris en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique. Ils ne peuvent et ils ne doivent intervenir que pour l'assemblage des termes de la dérivée. Ils sont donc modélisés par des `AFFE_CHAR_MECA` ou `AFFE_CHAR_MECA_F` insérés entre `MECA_STATIQUE` et `CALC_G`.

D'autre part on ne peut, pour l'instant, manipuler que des chargements indépendants de la variation de domaine, dans leurs définitions intrinsèques comme dans celles de leurs supports. En d'autres termes, leurs dérivées eulériennes doivent être nulles.

## 3.5 Opérande SYME\_CHAR

```
◇ SYME_CHAR = / 'SANS' , [DEFAULT]
               / 'SYME' ,
               / 'ANTI' ,
```

Le mot clé `SYME_CHAR` permet d'indiquer si le chargement est symétrique ou antisymétrique dans le cas où on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure.

Dans le cas `SYME_CHAR` = 'SYME' on multiplie par 2 les valeurs du taux de restitution d'énergie  $G$  et sa dérivée éventuelle. De plus on multiplie par 2 les valeurs de  $K_I$  et on affecte 0 à  $K_{II}$  et  $K_{III}$  (option 'CALC\_K\_G').

Dans le cas `SYME_CHAR` = 'ANTI' on multiplie par 2 les valeurs du taux de restitution d'énergie  $G$  et sa dérivée éventuelle. De plus on multiplie par 2 les valeurs de  $K_{II}$  et on affecte 0 à  $K_I$  (option 'CALC\_K\_G' en 2d uniquement).

Il n'est pas possible de prendre en compte la symétrie du modèle par rapport à la fissure quand celle-ci n'est pas maillée (cas X-FEM).

## 3.6 Mot clé COMP\_ELAS

```
◇ COMP_ELAS = _F (
```

Ce mot clé facteur permet de définir un comportement **élastique** du matériau.

Par défaut la relation de comportement est élastique linéaire en petites déformations.

Le calcul du taux de restitution d'énergie  $G$  n'a de sens qu'en **élasticité** linéaire ou non linéaire (`COMP_ELAS`). Il est cependant possible de calculer un paramètre en élastoplasticité (voir §13)

Le calcul de la dérivée de  $G$  par rapport à une variation de domaine (effectué si `SENSIBILITE` est renseigné) est restreint à l'élasticité linéaire (en pré et post-traitement), par contre il a été aussi étendu aux déformations de Green-Lagrange.

### Remarques :

- Rien n'interdit d'affecter un comportement différent lors du calcul des déplacements (par exemple élastoplastique) puis de réaliser ce post-traitement avec une autre relation (par exemple élastique non-linéaire). Une vérification de cohérence est effectuée sur les comportements utilisés pour le calcul et pour le post-traitement, et un message d'alarme

est émis si il y a une différence ; l'utilisateur est responsable de l'interprétation des résultats obtenus [R7.02.03].

- Par exemple, si le chargement est parfaitement radial monotone, les calculs en élasticité non linéaire et en élastoplasticité conduisent aux mêmes résultats.
- Le calcul de la dérivée de  $G$  par rapport à une variation de domaine (effectué si *SENSIBILITE* est renseigné) est restreint à l'élasticité linéaire (en pré et post-traitement), par contre il a été aussi étendu aux déformations de Green-Lagrange.

Pour plus de précisions, se reporter à [U2.05.01].

## 3.6.1 Opérande RELATION

- RELATION =

Les relations de comportement possibles ('ELAS', 'ELAS\_VMIS\_LINE', 'ELAS\_VMIS\_TRAC', 'ELAS\_VMIS\_PUIS') sont détaillées dans [U4.51.11].

/ 'ELAS' (DEFAULT)

Relation de comportement élastique linéaire c'est-à-dire que la relation entre les déformations et les contraintes considérées est linéaire [R7.02.01 §1.1].

/ 'ELAS\_VMIS\_LINE'

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI\_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT\_NON\_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS\_ISOT\_LINE) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

/ 'ELAS\_VMIS\_TRAC'

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope non linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI\_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT\_NON\_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS\_ISOT\_TRAC) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

/ 'ELAS\_VMIS\_PUIS'

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope non linéaire défini par une loi puissance. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI\_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT\_NON\_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS\_ISOT\_PUIS) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

## 3.6.2 Opérande DEFORMATION

Ce mot-clé permet de définir les hypothèse utilisées pour le calcul des déformations. De manière générale, voir le paragraphe DEFORMATION de [U4.51,11].

- ◇ DEFORMATION =

/ 'PETIT' : les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les relations linéarisées. Cela signifie que l'on reste en Hypothèse de Petites Perturbations : petits déplacements, petites rotations et petites déformations. Cette option est la seule possible pour les fissures non maillées.

/ 'GROT\_GDEP' : les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les déformations de Green-Lagrange [R7.02.03 §2.1], qui permettent de traiter les grandes rotations et grands déplacement, mais en restant en petites déformations.

### Attention :

- Les chargements supportés en grand déplacement sont ceux supportés en élastique linéaire à condition que ce soient des charges mortes : charge imposée ou pression non suiveuse.

- Les déplacements et les rotations peuvent être grands mais il est indispensable de se limiter à de petites déformations si l'on souhaite une cohérence avec le matériau réel. Pour plus de précisions se référer à [R7.02.03 §2.5].

### 3.6.3 Relation de comportement disponible pour chaque option

		'CALC_G'	'CALC_K_G' 'K_G MODA'
COMP_ELAS	'ELAS'	'PETIT' 'GROT_GDEP'	'PETIT'
	'ELAS_VMIS_LINE'	'PETIT'	non disp.
	'ELAS_VMIS_TRAC'	'GROT_GDEP'	
	'ELAS_VMIS_PUIS'		

Tableau 3.6.4-a : Disponibilité, par option, des relations de comportement.

### 3.6.4 Opérande CALCUL\_CONTRAINTE

◇ CALCUL\_CONTRAINTE = / 'OUI' [DEFAULT]  
 / 'NON'

Cet opérande est disponible uniquement pour les fissures maillées, sans état initial et seulement pour les options 'CALC\_G' et 'CALC\_G\_GLOB'.

Par défaut, les contraintes sont recalculées dans l'opérateur CALC\_G, à partir du champ de déplacement et de la loi de comportement. Si CALCUL\_CONTRAINTE = 'NON', alors G est calculé sans recalculer les contraintes à partir des déplacements solution (on utilise directement celles présentes dans la structure de données résultat).

**Remarque :**

*Si les lois de comportement utilisées pour le calcul mécanique et pour le post-traitement sont les mêmes - ce qui constitue la pratique normale - alors les résultats avec ou sans recalcul des contraintes sont identiques.*

*Une pratique usuelle pour prendre en compte la plasticité consiste cependant à faire un calcul mécanique élastoplastique, suivi d'un post-traitement élastique non linéaire pour le calcul de G.*

*Si on reste bien dans le domaine de validité du calcul de G (chargement radial et monotone), alors les résultats avec ou sans recalcul des contraintes sont identiques. Dès qu'on sort de ce domaine de validité, l'écart croît.*

*Cette option, à réserver aux utilisateurs avertis, permet donc de vérifier à posteriori qu'on reste bien dans les hypothèses de calcul de G.*

### 3.6.5 Opérandes TOUT / GROUP\_MA / MAILLE

◇ / TOUT = 'OUI' ,  
 / | GROUP\_MA = lgrma ,  
 | MAILLE = lma ,

Spécifie les mailles ou les nœuds sur lesquels la relation de comportement est utilisée.

### 3.7 Mot clé COMP\_INCR

◇ COMP\_INCR =

La relation de comportement est élastoplastique associée à un critère de Von Mises avec écrouissage isotrope ou cinématique. Il est possible de calculer en élastoplasticité un paramètre G, appelé  $G_{TP}$  et défini alors comme le flux d'énergie total (plasticité et rupture) à travers le défaut. Dans le cas de l'élastoplasticité, le défaut doit être modélisé par une entaille.

◇ RELATION =

/ 'ELAS'

Relation de comportement élastique incrémentale [U4.51.03].

/ 'VMIS\_ISOT\_LINE'

Von Mises avec écrouissage isotrope linéaire ([U4.51.03] et [R5.03.20]).

/ 'VMIS\_ISOT\_TRAC'

Von Mises avec écrouissage isotrope donné par une courbe de traction [U4.51.03].

/ 'VMIS\_CINE\_LINE'

Von Mises avec écrouissage cinématique linéaire [U4.51.03].

/ 'VMIS\_ISOT\_PUIS'

Comportement élastique non linéaire de Von Mises à écrouissage isotrope non linéaire défini par une loi puissance [U4.51.03].

◇ DEFORMATION =

Ce mot-clé permet de définir les hypothèses utilisées pour le calcul des déformations. De manière générale, voir le paragraphe DEFORMATION de [U4.51,11].

/ 'PETIT' :

les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les relations linéarisées. Cette option est la seule possible pour les fissures non maillées.

/ 'PETIT\_REAC' :

les incréments de déformations sont calculés dans la géométrie actuelle (réactualisée) mais le comportement reste écrit sous l'hypothèse des petites déformations [U4.51.11].

◇ TOUT / GROUP\_MA / MAILLE :

spécifient les mailles sur lesquels la relation de comportement incrémentale est utilisée.

## 3.8 Mot clé ETAT\_INIT

◇ ETAT\_INIT =

État initial de référence choisi. Par défaut, tous les champs sont identiquement nuls. La donnée d'un état initial n'a de sens (et n'est donc prise en compte) que pour la partie du domaine traitée en comportement incrémental (COMP\_INCR) : si le calcul est élastique (COMP\_ELAS) cela n'a aucune incidence.

Compte tenu de la formule implantée dans le source CALC\_G, il n'est pas licite de cumuler une déformation initiale (soit directement dans la charge avec EPSI\_INIT, soit comme ci-dessous, sous forme de déplacement), avec un champ de contraintes initiales.

### Attention :

- Si l'on veut prendre en compte un état initial en élasticité, c'est le mot clé ELAS situé sous COMP\_INCR qu'il faut utiliser.
- On applique une règle d'exclusion lors de la présence simultanée d'un champ de déplacements (via CHARGE/EPSI\_INIT cf. [§ 3.4 ]) et de déformations initiales (via ETAT\_INIT/DEPL ). Seul un des deux doit subsister.

Lors du calcul de la dérivée comme pour les chargements, ces états initiaux ne sont pris en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique. **Ils ne peuvent et ils ne doivent intervenir** que pour l'assemblage des termes de cette dérivée.

D'autre part on ne peut, pour l'instant, que manipuler des états indépendants de la variation de domaine, dans leurs définitions intrinsèques comme dans celles de leurs supports. En d'autres termes, leurs dérivées eulériennes doivent être nulles.

```
/ SIGM = sig,  
/ DEPL = depl,
```

Respectivement, champs de contraintes et de déplacements pris à l'état initial. Ils peuvent par exemple avoir été lus dans un fichier par la commande LIRE\_RESU. Soit on donne un déplacement initial, soit une contrainte initiale. Attention, si la charge transmise dans l'opérande CHARGE contient une déformation initiale (mot clé EPSI\_INIT de AFFE\_CHAR\_MECA\_F), celle-ci sera prise en compte de la même façon que le déplacement depl fourni ici ; il est alors illicite de donner un état initial avec le mot clé DEPL.

## 3.9 Opérande OPTION

```
♦ OPTION = / 'CALC_G' ,  
/ 'CALC_G_GLOB' ,  
/ 'CALC_K_G' ,  
/ 'K_G_MODA' ,  
/ 'G_MAX' ,  
/ 'G_MAX_GLOB' ,  
/ 'CALC_K_MAX' ,  
/ 'G_BILI' ,  
/ 'G_BILI_GLOB' ,
```

### 3.9.1 OPTION = 'CALC\_G' [R7.02.01] et [R7.02.03]

Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie  $G$  par la méthode thêta en 2D ou en 3D local pour un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire.

En 2D, pour la modélisation AXIS, il faut diviser le résultat obtenu par le rayon en fond de fissure, cf. §4.2.

### 3.9.2 OPTION = 'CALC\_G\_GLOB' [R7.02.01] et [R7.02.03]

Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie  $G$  par la méthode thêta en 3D global pour un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire. Il faut diviser la valeur brute de  $G$  donnée par Code\_Aster par la longueur de la fissure, cf. §4.3.

### 3.9.3 OPTION = 'CALC\_K\_G' [R7.02.05]

Cette option calcule en 2D et en 3D le taux de restitution  $G$  et les coefficients d'intensité de contraintes  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  en thermo-élasticité linéaire plane par la méthode des champs singuliers (utilisation de la forme bilinéaire de  $G$ , [R7.02.05]).

#### Remarques :

- Pour cette option, seuls les calculs élastiques linéaires sans état initial sont disponibles.
- Pour cette option en 2D, si INFO vaut 2, on génère le calcul et l'impression (dans le fichier MESSAGE) de l'angle de propagation de la fissure. Cet angle, calculé selon 3 critères ( $K_1$  ou  $G$  maximal,  $K_2$  minimal) d'après les formules d'AMESTOY, BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5], est donné à 10 degrés près.

### 3.9.4 OPTION = 'K\_G\_MODA' [R7.02.05]

Cette option permet le calcul des coefficients d'intensité de contraintes modaux, i.e. les facteurs d'intensité des contraintes associés aux modes propres de vibration de la structure. Le calcul est possible en 2 D (modélisation C\_PLAN ou D\_PLAN) et en 3D.

Les calculs sont réalisés en thermo-élasticité linéaire par la méthode des champs singuliers (utilisation de la forme bilinéaire de  $G$ ), à partir d'une structure de données RESULTAT de type mode\_meca uniquement. Le taux de restitution d'énergie  $G$  est aussi calculé.

### 3.9.5 OPTION = 'G\_BILI' ou 'G\_BILI\_GLOB' [R7.02.01]

Pour une série de déplacements  $(U_1, \dots, U_n)$ , cette option permet le calcul de la forme bilinéaire  $g(U_i, U_j)$  pour  $i \geq j$ ; si  $i=j$  alors  $g(u, u)=G(u)$ . Les résultats sont stockés dans une table comportant deux indices  $i$  et  $j$  en référence aux déplacements  $U_i$  et  $U_j$  ordonnés dans la liste contenue dans la structure de données résultat sous le mot clé RESULTAT.

L'option 'G\_BILI' correspond aux calculs 2D et 3D local; l'option 'G\_BILI\_GLOB' correspond au calcul du taux de restitution d'énergie 3D global.

#### Attention :

- En 3D local, seules les combinaisons de discrétisation  $G(s)$  de et du champ  $\theta$  cf. [§18] : LEGENDRE-LEGENDRE ou LAGRANGE-LAGRANGE sont disponibles pour cette option.
- Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaires où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.

### 3.9.6 OPTION = 'G\_MAX' ou 'G\_MAX\_GLOB' [R7.02.05]

Cette option concerne la maximisation de  $G$  en 2D et en 3D local (option 'G\_MAX') ou en 3D global ('G\_MAX\_GLOB') sous des contraintes bornes [R7.02.05]. Il faut fournir la valeur des contraintes bornes derrière le mot clé BORNES, cf. § 3.12. Attention, cette option ne permet pas de distinguer les chargements conduisant à une ouverture ou à une fermeture de la fissure, contrairement à l'option CALC\_K\_MAX.

### 3.9.7 OPTION = 'CALC\_K\_MAX'

Cette option concerne la maximisation de  $K_1$  en 3D local en présence de chargements signés et non signés. Il faut fournir le signe des chargements derrière le mot clé SIGNES, cf. §3.13. Contrairement aux options G\_MAX et G\_MAX\_GLOB, cette option permet bien de distinguer ouverture et fermeture de la fissure.

## 3.10 Mot clé LISSAGE

Le domaine d'application de ce mot clé se limite au cas 3D local.

### 3.10.1 Opérande LISSAGE\_THETA

```
◇ LISSAGE_THETA = / 'LEGENDRE' [DEFAULT]
                  / 'LAGRANGE'
                  / 'LAGRANGE_REGU'
```

La trace du champ thêta sur le fond de fissure peut être discrétisée soit suivant la base des  $N$  premiers polynômes de Legendre ('LEGENDRE'), soit suivant les fonctions de forme associées à la discrétisation du fond de fissure ('LAGRANGE' ou 'LAGRANGE\_REGU') [R7.02.01].

LISSAGE\_THETA = 'LEGENDRE' :  $\theta(s)$  est discrétisé sur une base de polynômes de Legendre  $\gamma_j(s)$  de degré  $j$  ( $0 < j < Deg_{max}$ ) où  $Deg_{max}$  est le degré maximal donné sous le mot clé DEGRE (entre 0 et 7).

LISSAGE\_THETA = 'LAGRANGE' :  $\theta(s)$  est discrétisé sur les fonctions de forme du nœud k du fond de fissure :  $\varphi_k(s)$ .

LISSAGE\_THETA = 'LAGRANGE\_REGU' : forme régularisée du lissage de LAGRANGE, consistant à prendre systématiquement des fonctions de forme linéaires et à étendre le support de chaque champ thêta sur 4 mailles consécutives (contre 2 avec 'LAGRANGE').

### 3.10.2 Opérande LISSAGE\_G

```
LISSAGE_G = / 'LEGENDRE' , [DEFAULT]
            / 'LAGRANGE' ,
            / 'LAGRANGE_NO_NO' ,
            / 'LAGRANGE_REGU'
```

$G(s)$  peut être discrétisé soit suivant les polynômes de Legendre ('LEGENDRE'), soit suivant les fonctions de forme des nœuds du fond de fissure ('LAGRANGE'). La méthode 'LAGRANGE\_NO\_NO' est issue de la méthode LAGRANGE-LAGRANGE mais elle est simplifiée [R7.02.01]. De même, 'LAGRANGE\_REGU' est une version régularisée de la méthode LAGRANGE, qui peut être utile pour les fonds de fissure maillés irrégulièrement ou avec des éléments quadratiques.

Si le lissage de thêta par polynômes de Legendre a été retenu au mot clé précédent, alors le lissage de  $G$  doit lui aussi être de type Legendre. De même, si un lissage de thêta de type 'LAGRANGE\_REGU' a été retenu au mot clé précédent, alors le lissage de  $G$  doit lui aussi être de type 'LAGRANGE\_REGU'.

Les options disponibles dans Aster sont résumées dans le tableau suivant :

		Théta	
		Polynômes de LEGENDRE	Fonctions de forme
$G(s)$	<b>Polynômes de LEGENDRE</b>	LISSAGE_THETA= 'LEGENDRE' LISSAGE_G = 'LEGENDRE'	LISSAGE_THETA='LAGRANGE' LISSAGE_G= 'LEGENDRE'
	<b>Fonctions de forme</b>		LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE' LISSAGE_G = 'LAGRANGE' ou 'LAGRANGE_NO_NO'  LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE_REGU' LISSAGE_G = 'LAGRANGE_REGU'

### 3.10.3 Opérande DEGRE

◇ DEGRE = n

$n$  est le degré maximal des polynômes de Legendre utilisés pour la décomposition du champ  $\theta$  en fond de fissure [§3.12] (lorsque LISSAGE\_THETA = 'LEGENDRE').

Par défaut  $n$  est affectée à 5. La valeur de  $n$  doit être comprise entre 0 et 7.

Si on retient les discrétisations LISSAGE\_THETA = 'LAGRANGE' et LISSAGE\_G = 'LEGENDRE', on doit avoir  $n < NNO$ , où  $NNO$  est le nombre de nœuds en fond de fissure [R7.02.01 §2.3].

## Conseils sur le lissage :

- *il est difficile de donner une préférence à l'une ou l'autre méthode de lissage. En principe les deux donnent des résultats numériques équivalents. Néanmoins le lissage de type 'LAGRANGE' est peu plus coûteux en temps CPU que le lissage de type 'LEGENDRE' ;*
- *le lissage de type 'LEGENDRE' est sensible au degré maximal des polynômes choisis. Le degré maximal doit être défini en fonction du nombre de nœuds en fond de fissure  $NNO$ . Si  $n$  est trop grand au regard de  $NNO$  les résultats sont médiocres [U2.05.01 §2.4] ;*
- *des oscillations peuvent apparaître avec le lissage de type 'LAGRANGE', en particulier si le maillage comporte des éléments quadratiques ou si la fissure n'est pas maillée. Si le maillage est rayonnant en fond de fissure (fissure maillée), il est alors recommandé de définir des couronnes  $R\_INF$  et  $R\_SUP$  coïncidant avec les frontières des éléments. Un lissage de type 'LAGRANGE\_NO\_NO' ou 'LAGRANGE\_REGU' permet de limiter ces oscillations ;*
- *pour les fissures non maillées (méthode X-FEM), lorsque l'on utilise un lissage de type 'LAGRANGE' il est recommandé d'utiliser l'opérande  $NB\_POINT\_FOND$  pour garantir une équi-répartition des points de calculs en fond de fissure. Le choix d'un rapport de l'ordre de 5 entre le nombre de points total en fond de fissure (à chercher dans les informations imprimées dans le fichier message par la commande  $DEFI\_FISS\_XFEM$ ) et le nombre de points de calcul semble approprié pour limiter les oscillations ;*
- *l'utilisation d'au moins deux types de lissage avec plusieurs couronnes d'intégration et la comparaison des résultats est **indispensable** afin de vérifier la validité du modèle.*

## 3.11 Opérande SENSIBILITE

◆ SENSIBILITE =  $\theta$

Nom du paramètre sensible par rapport auquel on dérive (voir [U4.50.02]).

Avec cette opérande on a accès, en plus de la valeur du taux de restitution d'énergie telle qu'elle est fournie avec 'CALC\_G', à sa dérivée par rapport à une variation de domaine décrite par le champ  $\theta$  sensibilité.

Son périmètre d'application se limite aux **calculs thermo élastiques linéaires 2D**, s'appuyant sur des **éléments finis quadratiques** complets ou incomplets (SEG3, TRIA6, QUAD8 et QUAD9). Elles supportent divers modélisations (cf [§3.1]), chargements (cf [§3.4]) et états initiaux (cf [§3.8]) en pré ou post-traitements du calcul mécanique. Les matériaux peuvent être hétérogènes mais ils doivent être indépendants de la température. La fissure doit être maillée.

Le champ  $\theta_s = \theta$  est un champ de vecteur 2D en chaque nœud du maillage. Il est orienté suivant l'axe des abscisses. C'est un concept de type `cham_no_sdaster`.

Dans la pratique, il est généralement issu de la commande spécifique `CALC_THETA` [U4.82.02] avec l'option `THETA_BANDE` qui permet de saisir le module (mot-clé `MODULE`) et les abscisses  $x_1$  et  $x_2$  (mot-clé `R_INF` et `R_SUP`) des points délimitant son support vertical. On rappelle que ce champ décroît de la valeur `MODULE` à la valeur nulle entre les abscisses  $x_1$  et  $x_2$ , et qu'il est nul partout ailleurs. Ces abscisses peuvent être négatives mais on doit avoir  $x_1 < x_2$ .

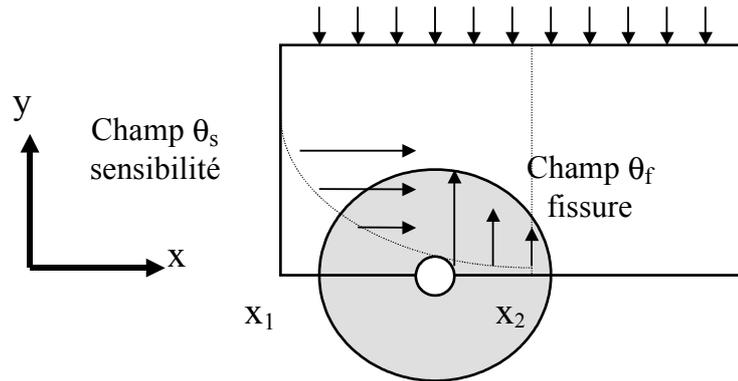


Figure 3.11-a : Dérivée de  $G(\theta_f)$  par rapport à une variation de domaine pilotée par  $\theta_s$

**Remarques :**

- Contrairement au champ  $\theta_f$  fissure qui est juste continu et défini sous forme d'un polynôme du premier ordre, ce champ  $\theta_s$  est une combinaison de monômes du troisième ordre et il est de classe  $C^2$  sauf au milieu de son support (où il est juste  $C^1$ ).
- En effet, lors du calcul de  $G$  on ne fait appel qu'aux dérivées premières du champ  $\theta_f$  fissure, alors que pour l'obtention de sa dérivée on utilise les dérivées secondes du  $\theta_s$  sensibilité. Un compromis a donc été trouvé entre l'ordre théorique requis par les dérivations et la précision des éléments finis modélisant le calcul. Ainsi il faut avoir recours à des éléments quadratiques pour estimer cette dérivée

### 3.12 Mot-clé BORNES

◇ BORNES =

Ce mot clé facteur est obligatoire si on utilise les options 'G\_MAX' et 'G\_MAX\_GLOB'. Sinon il n'est pas utilisé. Il permet de définir des couples de contraintes bornes  $(q_i^-, q_i^+)$  pour chaque numéro d'ordre de la structure de données resultat. On cherche alors à définir la combinaison de chargement la plus pénalisante en terme de taux de restitution d'énergie :

$$\max_{q_i^- \leq q_i \leq q_i^+} G(\sum_i q_i Q_i) = \max_{i,j=1}^N G_{ij} q_i q_j \text{ où } Q_i \text{ sont les } N \text{ chargements unitaires associés aux différents déplacements } U_i \text{ contenus dans la structure de données resultat, et } G_{ij} = g(U_i, U_j) \text{ la forme bilinéaire de } G.$$

- ◆ NUME\_ORDRE = num  
 Numéro d'ordre dans la structure de données resultat associé aux valeurs de contraintes bornes.
- ◆ VALE\_MIN = qmin  
 Valeur minimal du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre num de la structure de données resu.
- ◆ VALE\_MAX = qmax  
 Valeur maximale du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre num de la structure de données resu.

**Remarques :**

- L'utilisateur doit donner autant de couples de bornes que de numéros d'ordre contenus dans la structure de données `resultat` sous peine d'erreur fatale.
- Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaires où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.
- Un exemple d'utilisation de cette option pour maximiser  $G$  en présence de chargements signés et non signés est donné dans le §5.4 .

## 3.13 Mot-clé SIGNES

◇ BORNES =

Ce mot clé facteur est obligatoire si on utilise l'option 'CALC\_K\_MAX'. Sinon il n'est pas utilisé. Il permet de définir, pour chaque numéro d'ordre de la structure de données `resultat`, le type de chargement, i.e. si le chargement est signé ou non signé.

◆ CHARGE\_S = listS

Liste des numéros d'ordre de la structure de données `resultat` associés à des chargements signés.

◆ CHARGE\_NS = listNS

Liste des numéros d'ordre de la structure de données `resultat` associés à des chargements non signés.

Cette option permet de distinguer ouverture et fermeture de la fissure :

$$K^{max} = \sum_{CHARGE\_S} K(u_i) + \sum_{CHARGE\_NS} K(u_i) \cdot sign(K_I(u_i))$$

Un exemple d'utilisation de cette option est donné dans le 5.4.

## 3.14 Opérande TITRE

◇ TITRE = titre

[U4.03.01].

## 3.15 Opérande INFO

◇ INFO = /1, [DEFAULT]  
/2,

Niveau de messages dans le fichier 'MESSAGE'.

## 3.16 Table produite

La commande CALC\_G génère un concept de type `table`.

Celle-ci contient :

- 1) en 2D ou 3D global : le taux de restitution d'énergie puis éventuellement, selon les options, sa dérivée ou les facteurs d'intensité des contraintes.
- 2) en 3D local : pour l'option CALC\_G, cette table contient, pour chaque nœud du fond de fissure :
- 3) le nom du nœud,
- 4) son abscisse curviligne le long du fond de fissure,
- 5) la valeur de  $G$  local au nœud.

Pour l'option CALC\_K\_G, la table contient :

- 1) (en 3D) le numéro du point du fond de fissure,
- 2) (en 3D) son abscisse curviligne le long du fond de fissure,

- 3) la valeur des facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$ , ( $K_{III}$ ) et du  $G$  local en chaque point
- 4) (en 3D), la valeur  $BETA$  de l'angle de propagation de la fissure.
- 5) la valeur du taux de restitution d'énergie  $G_{IRWIN}$  calculé à partir des facteurs d'intensité des contraintes.

$G_{IRWIN}$  est obtenu à partir des facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$  et  $K_{II}$  (et  $K_{III}$ ) avec les formules suivantes :

$$G_{IRWIN} = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \text{ en contraintes planes}$$

$$G_{IRWIN} = \frac{(1-\nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \text{ en déformations planes et axi-symétrique}$$

$$G_{IRWIN} = \frac{(1-\nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \text{ en 3D}$$

avec  $E$  module de Young et  $\nu$  coefficient de Poisson et  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ . La comparaison entre  $G$  et  $G_{IRWIN}$  permet de s'assurer de la cohérence des résultats : un écart trop important doit conduire à vérifier les paramètres du calcul (raffinement du maillage, choix des couronnes pour  $\theta$ , lissage en 3D...).

L'angle  $BETA$  de propagation en 3D est calculé selon la formule suivante (cf. [R7.02.12]) :

$$BETA = 2 \operatorname{atan} \left( \frac{1}{4} \left( \frac{K_I}{K_{II}} - \operatorname{sign}(K_{III}) \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right)$$

En 2D, l'angle de propagation de la fissure est indiqué dans le fichier message si `INFO=2` (cf. exemple dans le paragraphe 5.1).

La commande `IMPR_TABLE [U4.91.03]` permet d'imprimer les résultats au format voulu.

## 4 Normalisation du taux de restitution global G

### 4.1 2D contraintes planes et déformations planes

En dimension 2 (contraintes planes et déformations planes), le fond de fissure est réduit à un point et la valeur  $G(\theta)$  issue de la commande CALC\_G est indépendante du choix du champ  $\theta$  :

$$G = G(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta$$

### 4.2 Axisymétrie

En axisymétrie il faut normaliser la valeur  $G(\theta)$  obtenue avec Aster pour les options CALC\_G, G\_MAX et G\_BILI :

$$G = \frac{1}{R} G(\theta)$$

où  $R$  est la distance du fond de fissure à l'axe de symétrie [R7.02.01 §2.4.4].

Pour l'option CALC\_K\_G, les valeurs de  $G$  et de  $K$  fournies dans le tableau résultat sont directement les valeurs locales, il ne faut donc pas les normaliser.

### 4.3 3D

En dimension 3, la valeur de  $G(\theta)$  pour un champ  $\theta$  donné est telle que :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_0} G(s) \theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) ds$$

Par défaut, la direction du champ  $\theta$  en fond de fissure est la normale au fond de fissure dans le plan des lèvres. En choisissant un champ  $\theta$  unitaire au voisinage du fond de fissure, on a alors :

$$\theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) = 1$$

et :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_0} G(s) ds$$

Soit  $G$  le taux de restitution de l'énergie global, pour avoir la valeur de  $G$  par unité de longueur, il faut diviser la valeur obtenue par la longueur de la fissure  $l$  :

$$G = \frac{1}{l} G(\theta).$$

### 4.4 Symétrie du modèle

Si on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure :

- soit préciser le mot clé SYME\_CHAR = 'SYME' ou 'ANTI' dans les commandes concernées ;
- soit ne pas oublier de multiplier par 2, les valeurs du taux de restitution d'énergie  $G$  ou  $G(s)$  et par 4 celles de  $G_{Irwin}$ . De plus les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes correspondantes au mode de symétrie doivent aussi être multipliées par 2.

## 5 Exemples

### 5.1 Exemple d'utilisation en 2D

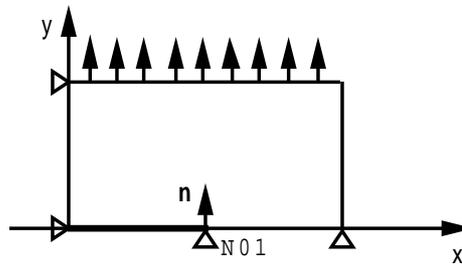


Figure 5.1-a : Calcul des facteurs d'intensités de contraintes.

```

ma = LIRE_MAILLAGE ( )
mo = AFFE_MODELE (MAILLAGE = ma,
                  AFPE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'MECANIQUE',
                              MODELISATION = 'D_PLAN'))

ff = DEFI_FOND_FISS ( NOEUD      = 'N01',
                     NORMALE    = (0. 1.),)

theta = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                    THETA_2D = _F( NOEUD      = 'N01',
                                    MODULE    = 1.,
                                    R_INF     = 2.0,
                                    R_SUP     = 3.0),
                    DIRECTION = (1. 0.),)

G0 = CALC_G ( RESULTAT = resu,
              THETA     = _F( THETA = theta),
              SYME_CHAR = 'SYME',
              OPTION    = 'CALC_G'
              INFO = 2,)

GK0 = CALC_G ( RESULTAT = resu,
               THETA     = _F( THETA = theta,
                               FOND_FISS = ff, ),
               SYME_CHAR = 'SYME',
               OPTION    = 'CALC_K_G'
               INFO = 2,)

IMPR_TABLE ( TABLE = G4)

```

On calcule les facteurs d'intensité de contraintes  $K_1$  et  $K_2$  sur le modèle `mo`, avec le déplacement `depl` solution du problème élastique avec :

- le champ de matériau `chma` produit par `AFFE_MATERIAU`,
- la charge `ch` produite par la commande `AFFE_CHAR_MECA`.

On récupère le nœud de fond de fissure `N01` et la normale à la fissure par le concept `fond_fiss`. On précise que le chargement global est symétrique par rapport à la fissure grâce au mot clé `SYME_CHAR`.

Comme INFO vaut 2, l'angle de propagation de la fissure est également calculé, et le résultat est imprimé dans le fichier MESSAGE avec le format suivant :

Nœud de fond de fissure : N01

Coordonnées du nœud de fond de fissure : 0. 0.

Coordonnées de la normale à la fissure : 0. 1.

$K_1$	$K_2$	$G$ (IRWIN)
2.14364E+01	0.0000E+00	1.14880E-03

Taux de restitution d'énergie  $G$  : 1.14907E-03

Direction de la déviation de la fissure (en degrés) :

**Selon le critère  $K_1$  maximum** : 0 avec  $K1$  max : 2.14364E+01

**Selon le critère  $K_2$  nul** : 0 avec  $K2$  nul : 0.0000E+00

**Selon le critère  $G$  maximum** : 0 avec  $G_{max}$  : 1.1488E-03

A partir des facteurs d'intensité de contraintes  $K_1$  et  $K_2$ , on peut en effet calculer les coefficients  $K_1^*$  et  $K_2^*$  correspondant à une propagation de fissure donnée (d'après les travaux d'AMESTOY, BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5]).

La direction de la déviation de la fissure est calculée d'après ces résultats et selon 3 critères  $K_1^*$  maximum,  $K_2^*$  nul et  $G^*$  maximum. L'angle de propagation, donné en degré, est calculé par rapport au prolongement de la fissure.

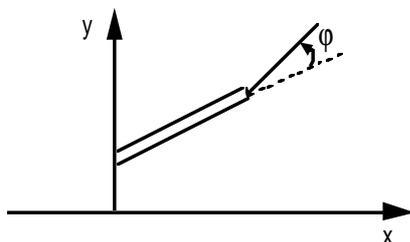


Figure 5.1-b : Angle de propagation

**Remarques :**

- Pour un chargement thermique, les coefficients caractéristiques du matériau ( $E, \nu, \dots$ ) doivent être indépendants de la température.
- Attention à l'orientation de la normale à la fissure.

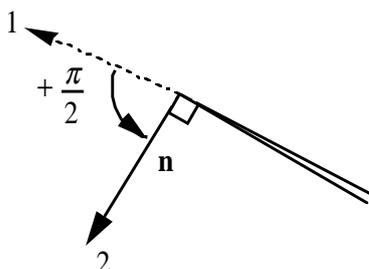


Figure 5.1-c : Orientation de la normale à la fissure

## 5.2 Exemple d'utilisation en 3D

Pour le calcul du taux de restitution de l'énergie en 3D (local ou global), le fond de fissure est défini dans DEFI\_FOND\_FISS :

```
ff=DEFI_FOND_FISS( MAILLAGE=MA,
                  FOND_FISS=_F(GROUP_MA = 'LFF'),
                  NORMALE=(0., 0., 1.),
                  DTAN_ORIG=(1., 0., 0.),
                  DTAN_EXTR=(0., 1., 0.)),

G1LOC = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_G',
                 RESULTAT   = resu,
                 THETA      = _F( FOND_FISS = ff,
                                   R_INF    = 1.,
                                   R_SUP    = 2.),
                 LISSAGE    = _F( DEGRE   = 4.,
                                   LISSAGE_G='LAGRANGE'
                                   LISSAGE_THETA='LAGRANGE'),)

G1GLOB = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_G_GLOB',
                 RESULTAT   = resu,
                 THETA      = _F( FOND_FISS = ff,
                                   R_INF    = 1.,
                                   R_SUP    = 2.),)
```

Pour le calcul des facteurs d'intensité des contraintes en 3D, le fond de fissure doit être défini par DEFI\_FISS\_XFEM :

```
ffx= DEFI_FISS_XFEM(MODELE=mo,
                   DEFI_FISS=_F(GROUP_MA_FISS='LEVREINF',
                                   GROUP_MA_FOND='LFF'),
                   GROUP_MA_ENRI='VOLU',
                   ORIE_FOND=_F(PFON_INI=(0.1,0, 0.05 ),
                                   VECT_ORIE=(0.0, 0.0, 1.0),
                                   PT_ORIGIN=(0.0, 0.0, 0.0)),);

KLOC = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_K_G',
                 RESULTAT   = resu,
                 THETA      = _F( FISSURE   = ffx,
                                   R_INF    = 1.,
                                   R_SUP    = 2.),
                 LISSAGE    = _F( DEGRE   = 4.,
                                   LISSAGE_G='LAGRANGE'
                                   LISSAGE_THETA='LAGRANGE'),)
```

On peut trouver des exemples d'utilisation dans les tests suivants :

- SSLV110 [V3.04.110] Fissure semi-elliptique en milieu infini
- SSLV112 [V3.04.112] Fissure circulaire en milieu infini
- HPLV103 [V7.03.103] Thermoélasticité avec fissure circulaire en milieu infini

## 5.3 Exemple de calcul de la dérivée du taux de restitution d'énergie pour une variation de domaine

Conservons la même configuration qu'au paragraphe §23 et calculons cette fois la dérivée de  $G(\theta_f)$  par rapport à la variation de domaine pilotée par  $\theta_s$ .

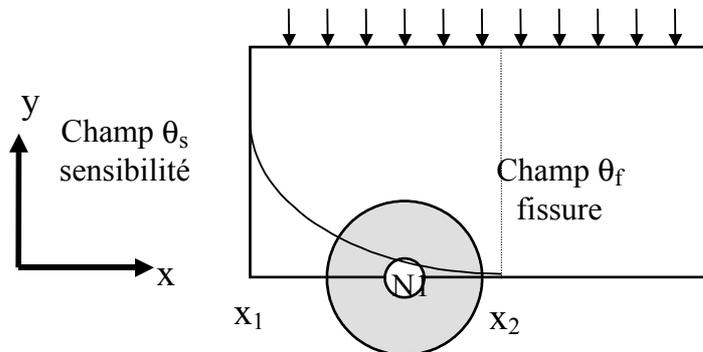


Figure 5.3-a : Dérivée de  $G(\theta_f)$  par rapport à une variation de domaine pilotée par  $\theta_s$

Après avoir construit les modèles `mo` et `moth` en modélisation 'D\_PLAN' et le champ thêta sensibilité  $\theta_s$  (`thetas`), via le mot-clé `THETA_BANDE` de `CALC_THETA`, on affecte des chargements thermiques de type températures imposées sur les bords droit et gauche de la structure. Ensuite, on effectue le calcul thermique proprement dit qui utilise `thetas` (fourni via le mot-clé `SENSIBILITE`) pour calculer le champ de température et sa dérivée lagrangienne.

#### Remarques :

- Le calcul de sensibilité en thermique est restreint au cas linéaire 2D, stationnaire ou transitoire, avec des sources volumiques et des conditions de température imposée, de flux normal imposé et d'échange convectif. Les conditions d'échange entre paroi et de rayonnement ne sont pas encore prises en compte [R4.03.01] [U4.54.01].
- Les éléments finis supportant le maillage doivent être quadratiques.

```
mo = AFFE_MODELE (MAILLAGE = ma,
                 AFFE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'MECANIQUE',
                           MODELISATION = 'D_PLAN'),)

moth = AFFE_MODELE (MAILLAGE = ma,
                   AFFE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'THERMIQUE',
                             MODELISATION = 'PLAN'),)

thetas = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                     OPTION = 'BANDE',
                     THETA_BANDE = _F( MODULE = 1.,
                                       R_INF = X1,
                                       R_SUP = X2),)

chther = AFFE_CHAR_THER( MODELE = moth,
                       TEMP_IMPO = _F( GROUP_NO = 'bordd', TEMP = -100)
                       TEMP_IMPO = _F( GROUP_NO = 'bordg', TEMP = 100))

resth = THER_LINEAIRE ( MODELE = moth,
                      SENSIBILITE = thetas,
                      CHAM_MATER = cmth,
                      EXCIT = (CHARGE = chther),)
```

Avant d'effectuer le calcul thermo-mécanique, on affecte une pression répartie sur le bord supérieur. Ce chargement est utilisé dans la totalité du processus de sensibilité, contrairement aux chargements de pesanteur et aux déformations initiales ultérieures. Ces derniers n'interviendront qu'en post-traitement du calcul de mécanique. La température calculée est transmise via les propriétés matériau.

#### Attention :

- Avec une telle prise en compte des chargements, l'utilisateur est seul responsable de l'interprétation des résultats.
- Pour être pleinement utilisable, le calcul de la sensibilité de  $G$  devra être étendu aux principaux chargements pour tout le processus.
- Le calcul de sensibilité en mécanique est restreint, pour l'instant, au cas linéaire  $D\_PLAN$  ou  $AXIS$  avec des conditions limites de types déplacement imposé, liaisons uniformes et pression externe [R4.03.01] [U4.51.01].

```

CM=AFFE_MATERIAU( MAILLAGE=MA,
                  AFPE=_F( TOUT = 'OUI', MATER = MAT),
                  AFPE_VARC=_F(NOM_VARC='TEMP',TOUT = 'OUI',
                               EVOL = resth, VALE_REF = 0.)),

chmeca=  AFPE_CHAR_MECA( MODELE = mo,
                        DDL_IMPO = _F (GROUP_MA='bordi',DY = 0),
                        PRES_REP = _F (GROUP_MA='bords',PRES =100),)

resme= MECA_STATIQUE(  SENSIBILITE = thetas,
                      EXCIT = _F (CHARGE = chmeca))

a1 = 1.E-8
a2 = 2.E-6
a3 = 5.E-2
FONC1 = FORMULE(NOM_PARA = ('X','Y'), VALE = 'a1*(X**2)+a2*Y+a3')
FONC2 = FORMULE(NOM_PARA = ('X','Y'), VALE = 'a1*(Y**2)+a2*X+a3')
FONC3 = FORMULE(NOM_PARA = ('X','Y'), VALE = 'a1*(X*Y)+a3')

f=AFPE_CHAR_MECA_F(  MODELE = mo,
                    PESANTEUR = (10. 0. -1. 0.),
                    EPSI_INIT = _F (TOUT = 'OUI',
                                     EPXX = fonc1,
                                     EPYY = fonc2,
                                     EPXY = fonc3))

```

Comme dans les exemples précédents on construit le champ thêta fissure  $\theta_f$  (thetaf) qui va jouer le rôle d'une fonction test lors du calcul de l'intégrale du taux de restitution d'énergie  $G(\theta_f)$  en délimitant la zone de calcul centrée autour du point  $NI$ .

```

thetaf =  CALC_THETA (  MODELE = mo,
                      THETA_2D = _F(NOEUD      = 'N 1',
                                     MODULE     = 1.,
                                     R_INF      = r1,
                                     R_SUP      = r2,)
                      DIRECTION = (1. 0. 0.)),

G5 =  CALC_G (  RESULTAT = resme,
              SENSIBILITE = thetas,
              OPTION      = 'CALC_G',
              THETA       = _F(THETA      = thetaf),
              EXCIT       = (_F(CHARGE    = chmeca),
                             _F(CHARGE    = f)),
              SYME_CHAR   = 'SYME',
              COMP_ELAS   = _F(RELATION = ' ELAS ',
                               DEFORMATION = 'PETIT'),
              )

```

Pour d'autres exemples en  $D\_PLAN$  on pourra se reporter au cas-test HPLP100B [V7.02.100]. On y trouvera notamment des exemples d'enchaînements de  $CREA\_CHAMP$  permettant de construire des champs de contraintes analytiques et de translater un maillage (afin de simuler une différence finie en variation de domaine).

## 5.4 Maximisation de G et de K en présence de contraintes non signées

Cet exemple a pour but de préciser comment maximiser le taux de restitution de l'énergie pour un problème linéaire avec à la fois des contraintes signées (poids propre, pression interne) et des contraintes dont on ne connaît pas le signe a priori (séisme). Le problème étudié est en modélisation 3D, avec un comportement élastique linéaire. Deux types d'options sont utilisables :

1. soit les options `G_MAX / G_MAX_GLOB` (maximisation du taux de restitution d'énergie) ;
2. soit l'option `CALC_K_MAX` qui, basée sur le calcul de  $KI$ , permet de distinguer ouverture et fermeture de la fissure.

Dans les deux cas, le contact sur les lèvres de la fissure n'est pas pris en compte.

Supposons par exemple, qu'en plus des conditions aux limites de blocage `CHCL`, il y a un chargement de pression signé `CHPRES`, et deux chargements non signés s'appliquant sur des groupes de mailles distincts du modèle, `CH_NS1` et `CH_NS2` :

```
CHCL=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
                    DDL_IMPO=( _F( GROUP_NO = 'SSUP_S',   DZ = 0.),
                               _F( GROUP_NO = 'SLAT_S',   DX = 0.),
                               _F( GROUP_NO = 'SAV_S',   DY = 0.)),)

CHPRES=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
                       PRES_REP=_F( GROUP_MA = 'SINF', PRES = -1.E6),)

CH_NS1=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
                      FORCE_NODALE=_F( GROUP_NO = 'SLAT', FZ = 1540),)

CH_NS2=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
                      FORCE_NODALE=_F( GROUP_NO = 'SINF', FX = 2100),)
```

On calcule la solution du problème associée à chacun de ces chargements en définissant des fonctions multiplicatrices :

```
F0=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                 PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                 PROL_DROITE='CONSTANT',
                 VALE=( 1., 1., 2., 0., 3., 0., ),)

F1=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                 PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                 PROL_DROITE='CONSTANT',
                 VALE=( 1., 0., 2., 1., 3., 0., ),)

F2=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                 PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                 PROL_DROITE='CONSTANT',
                 VALE=( 1., 0., 2., 0., 3., 1., ),)

LIST=DEFI_LIST_REEL( DEBUT=0.E+0,
                   INTERVALLE=_F(JUSQU_A = 3., NOMBRE = 3),)

RESU=MECA_STATIQUE(MODELE=MO,
                  CHAM_MATER=CHMAT,
                  EXCIT=( _F(CHARGE = CHCL),
                          _F(CHARGE = CHPRES, FONC_MULT = F0),
                          _F(CHARGE = CH_NS1, FONC_MULT = F1),
                          _F(CHARGE = CH_NS2, FONC_MULT = F2)),)
                  LIST_INST = LIST,)
```

On définit le fond de fissure et la couronne thêta pour le calcul de  $G$  :

```
FOND=DEFI_FOND_FISS( MAILLAGE=MA,
```

```
FOND_FISS=_F(GROUP_MA = 'LFF'),
NORMALE=(0., 0., 1.),
DTAN_ORIG=(1., 0., 0.),
DTAN_EXTR=(0., 1., 0.),)

THETA=CALC_THETA(  MODELE=MO,
                   FOND_FISS=FOND,
                   THETA_3D=_F(  TOUT = 'OUI',
                                MODULE = 1.,
                                R_INF = 0.2,
                                R_SUP = 0.5),)
```

La maximisation de  $G$  se fait par l'option `G_MAX_GLOB` (en 3D global) ou par l'option `G_MAX` (en 3D local) de `CALC_G`. Le coefficient du chargement signé vaut 1, les coefficients des chargements non signés varient entre  $-1$  et  $1$  :

```
G_MAX_G = CALC_G(  THETA      =  _F(THETA, ),
                  RESULTAT =  RESU,
                  BORNES =  ( _F(  NUME_ORDRE = 1,
                                VALE_MIN = 1., VALE_MAX = 1.),
                              _F(  NUME_ORDRE = 2,
                                VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),
                              _F(  NUME_ORDRE = 3,
                                VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.)),
                  OPTION='G_MAX_GLOB',)

IMPR_TABLE(TABLE = G_MAX_G)

G_MAX_L = CALC_G (  RESULTAT=RESU,
                  THETA =  _F( FOND_FISS=FOND,
                                R_INF =0.2,
                                R_SUP =0.5,
                                MODULE =1.0,)),
                  BORNES=(  _F(  NUME_ORDRE = 1,
                                VALE_MIN = 1., VALE_MAX = 1.),
                              _F(  NUME_ORDRE = 2,
                                VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),
                              _F(  NUME_ORDRE = 3,
                                VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.)),
                  OPTION='G_MAX',)

IMPR_TABLE(TABLE = G_MAX_L)
```

La table produite par `CALC_G` option '`G_MAX_GLOB`' est la suivante :

```
#ASTER 8.02.01 CONCEPT GMAX_G CALCULE LE 21/12/2005 A 15:49:17 DE
TYPE
#TABLE_SDASTER
Q_1      Q_2      Q_3      G      G_MAX
1.00000E+00 1.00000E+00 -1.00000E+00 3.91703E+03 3.91703E+03
1.00000E+00 1.00000E+00 -1.00000E+00 3.91703E+03 3.91703E+03
1.00000E+00 -1.00000E+00 -1.00000E+00 3.63507E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 -1.00000E+00 3.63507E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 1.00000E+00 2.92029E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 1.00000E+00 2.92029E+03 -
1.00000E+00 1.00000E+00 1.00000E+00 2.68007E+03 -
1.00000E+00 1.00000E+00 1.00000E+00 2.68007E+03 -
```

Ainsi, le taux de restitution maximum est obtenu pour la combinaison du chargement de pression avec CH\_NS1 avec un signe '+' et CH\_NS2 avec un signe '-'. Les options G\_MAX / G\_MAX\_GLOB ne permettent pas de distinguer les chargements tendant à ouvrir la fissure de ceux qui tendent à la fermer : il peut donc arriver que le maximum de  $G$  trouvé corresponde à une refermeture de la fissure.

Pour utiliser l'option CALC\_K\_MAX, il faut préalablement redéfinir le fond de fissure avec DEFI\_FISS\_XFEM :

```

FFX=DEFI_FISS_XFEM(MODELE=MO,
                   DEFI_FISS=_F(GROUP_MA_FISS='SSUP_S',
                                GROUP_MA_FOND='LFF',),
                   GROUP_MA_ENRI='VTOT',
                   ORIE_FOND=_F(PFON_INI=(-0.005,0.0,0.0),
                                VECT_ORIE=(0.0,1.0,0.0),
                                PT_ORIGIN=(0.0,0.0,0.0),),)
);

K_MAX = CALC_G ( RESULTAT=RESU,
                 THETA = _F( FISSURE=FFX,
                             R_INF =0.2,
                             R_SUP =0.5,
                             MODULE =1.0,),
                 SIGNES= F( CHARGE_S = (1,),
                             CHARGE_NS = (2,3),),
                 OPTION='CALC_K_MAX',)

IMPR_TABLE(TABLE = K_MAX)
    
```

Dans le tableau résultat produit par cette option, on trouve successivement :

1. les facteurs d'intensité des contraintes  $K1$ ,  $K2$  et  $K3$  et le  $G$  associés à chacun des chargements (fonctions de l'abscisse curviligne) ;
2. les facteurs d'intensité des contraintes maximum, le  $G$  maximum et les coefficients des charges associés (1 pour les chargements signés,  $\pm 1$  pour les chargements non signés).

#K_MAX AVEC R_INF = 0.2 ET R_SUP = 0.5									
Q_1	Q_2	Q_3	NUM_PT	ABS_CURV	K1	K2	K3	G	
1	0	0	1	0.00000E+00	8.46799E+05	-3.39509E+05	1.65142E+03	5.85407E+00	
1	0	0	2	3.92069E-01	8.51341E+05	-3.48645E+05	2.89982E+03	5.85097E+00	
...									
0	1	0	1	0.00000E+00	5.20948E+05	-2.31674E+05	-2.01759E+04	2.19826E+00	
0	1	0	2	3.92069E-01	5.25149E+05	-2.42255E+05	-7.40016E+03	2.19755E+00	
...									
0	0	1	0	0.00000E+00	-1.97960E+05	8.03611E+04	-1.61407E+04	1.52288E+01	
0	0	1	0	3.92069E-01	-1.99557E+05	9.20569E+04	-5.92013E+03	1.52227E+01	
...									
1	1	-1	1	0.00000E+00	1.56571E+06	-6.59219E+05	-2.38376E+03	7.64144E+01	
1	1	-1	2	3.92069E-01	1.57605E+06	-6.82957E+05	1.41979E+03	7.63789E+01	
...									

Pour d'autres exemples, on peut se reporter au cas test SSLV134E/F [V3.04.134].