

---

## Notice d'utilisation de la méthode X-FEM

---

### Résumé

L'objectif de cette note est de donner les informations nécessaires pour qu'un utilisateur puisse réaliser des calculs avec *Code\_Aster* en utilisant la méthode des éléments finis étendue (X-FEM pour eXtended Finite Element Method) [1].

La première partie introduit les objectifs de la méthode des éléments finis étendue et rappelle les principes de base de X-FEM et des level sets.

La deuxième partie présente les possibilités et les limites de l'utilisation de X-FEM dans *Code\_Aster*.

Les trois parties suivantes détaillent la mise en œuvre de X-FEM dans *Code\_Aster*, pour un calcul sans ou avec contact sur les lèvres de la fissure, puis pour un calcul de sous-épaisseur.

Finalement, la dernière partie regroupe quelques conseils pour le choix de certains paramètres numériques.

## Table des matières

1 Introduction.....	4
1.1 Pourquoi utiliser X-FEM ?.....	4
1.2 Spécificité d'un calcul avec X-FEM.....	4
1.3 Documentation associée.....	5
2 Possibilités et limites de X-FEM dans Code_Aster.....	7
2.1 Phénomène, modélisation et éléments finis enrichis.....	7
2.2 Loi de comportement.....	7
2.3 Définition des fissures.....	7
2.4 Contact frottement.....	8
2.5 Zones cohésives.....	8
2.6 Conditions aux limites et chargements.....	8
2.7 Calcul thermomécanique.....	9
2.8 Post-traitements de visualisation.....	9
2.9 Mécanique de la rupture.....	9
2.10 Propagation.....	9
2.11 Restrictions diverses.....	10
3 Mise en œuvre : sans contact sur les lèvres de la fissure.....	11
3.1 Création du maillage et du modèle sain.....	11
3.2 Définition de la fissure.....	11
3.3 Création du modèle enrichi.....	12
3.4 Charge spécifique X-FEM et autres chargements.....	13
3.5 Résolution.....	14
3.6 Post-traitement de visualisation.....	14
3.7 Post-traitement en mécanique de la rupture.....	14
3.8 Post-traitements divers.....	14
4 Mise en œuvre : avec contact sur une interface.....	15
4.1 Ancienne formulation.....	15
4.1.1 Quadratisation du maillage.....	15
4.1.2 Création du modèle sain.....	15
4.2 Nouvelle formulation.....	15
4.3 Définition de l'interface.....	15
4.4 Création du modèle enrichi.....	15
4.5 Bi-matériau.....	16
4.6 Charge de contact.....	16
4.7 Charge spécifique.....	16
4.8 Post-traitement de visualisation.....	16
4.9 Post-traitement en mécanique de la rupture.....	16
4.10 Post-traitement du contact.....	16
5 Mise en œuvre : trou ou sous-épaisseur.....	17

<u>6 Conseils et recommandations.....</u>	<u>18</u>
<u>6.1 Maillage.....</u>	<u>18</u>
<u>6.2 Enrichissement.....</u>	<u>18</u>
<u>6.3 Paramètres de CALC_G.....</u>	<u>19</u>
<u>6.4 Paramètres de POST_K1_K2_K3.....</u>	<u>19</u>
<u>6.5 Post-traitement sur plusieurs fonds de fissure.....</u>	<u>19</u>
<u>6.6 Propagation.....</u>	<u>20</u>
<u>6.7 Contact frottement.....</u>	<u>21</u>
<u>7 Conclusions.....</u>	<u>22</u>
<u>8 Bibliographie.....</u>	<u>23</u>

## 1 Introduction

### 1.1 Pourquoi utiliser X-FEM ?

La méthode X-FEM [1] est une simple extension de la méthode des éléments finis. Elle autorise un maillage indépendant de la géométrie du problème. Frontières, trous, fissures deviennent des entités que l'on peut insérer, déplacer, propager, sans avoir à modifier le maillage. Un maillage simple et unique remplace ainsi plusieurs maillages complexes. Pour représenter une discontinuité ou une singularité au sein des éléments finis, la base des fonctions de forme est enrichie, en utilisant les propriétés de la partition de l'unité. En fissuration, la discontinuité de déplacement due à la fissure est introduite par une fonction Heaviside généralisée et l'ajout des champs asymptotiques en bout de fissure améliore la précision en mécanique de la rupture élastique. De plus, la méthode des « level sets » s'avère particulièrement pratique pour représenter des fissures 3D et efficace pour la phase de propagation, l'idée principale étant de considérer l'interface comme l'iso-zéro d'une fonction distance.

On peut utiliser X-FEM pour :

- représenter une fissure (discontinuité des déplacements),
- représenter une interface entre deux solides disjoints (discontinuité des déplacements),
- représenter un trou ou un vide (sous-épaisseur par exemple),
- représenter l'interface entre deux matériaux (discontinuités des contraintes).

#### Représentation d'une fissure

En mécanique de la rupture, une fissure comporte deux lèvres et un fond de fissure. Les lèvres sont initialement confondues, sinon, on parle d'entaille. Le champ de déplacement est discontinu au travers des lèvres de la fissure, et le champ de contrainte est singulier en fond de fissure.

Dans *Code\_Aster*, il est possible de définir une fissure (voir la mise en œuvre au §11) grâce à deux fonctions level sets et de la faire propager.

#### Représentation d'une interface entre deux solides disjoints

Les deux solides sont séparés par une interface (exemples : une faille géologique entre deux couches, l'écrasement d'un lopin sur un bâti fixe). Le champ de déplacement est discontinu au travers de l'interface. Les matériaux de part et d'autre de l'interface peuvent être différents, mais ont la même loi de comportement. Du contact est éventuellement défini sur l'interface.

Cette fonctionnalité est possible dans *Code\_Aster*, en définissant l'interface par une fonction level set (voir la mise en œuvre au §4).

#### Représentation d'un trou ou d'un vide

C'est un cas particulier du cas précédent où un des solides est du vide. Pour cela, aucune condition de contact n'est définie sur l'interface. Si aucun chargement n'est appliqué sur le solide correspondant au vide (sauf le blocage des modes rigides) il n'intervient pas dans le calcul, et joue le rôle de « vide ».

Cette fonctionnalité est possible dans *Code\_Aster*, en définissant l'interface entre la matière et le vide par une fonction level set (voir la mise en œuvre au §5).

#### Représentation d'une interface dans un bimatériau

Dans un bimatériau, les deux matériaux sont « collés », le déplacement au travers de l'interface entre les deux matériaux est continu, mais les contraintes sont discontinues.

Cette fonctionnalité n'est pas possible dans *Code\_Aster*.

Dans la suite de ce document, on emploiera le terme général de « fissure », qui désignera soit une fissure, soit une interface.

### 1.2 Spécificité d'un calcul avec X-FEM

Par rapport à un calcul classique, certaines étapes sont particulières :

- création du maillage : le maillage ne comporte pas de fissure,
- définition de la fissure : la fissure n'étant pas contenue dans le maillage, il faut la définir d'une autre manière,

- modification du modèle : certains éléments doivent être enrichis afin de représenter une discontinuité de déplacement au travers de la fissure et la singularité de contrainte en fond de fissure,
- post-traitement de visualisation : afin de visualiser l'ouverture de la fissure, il est nécessaire de créer un maillage de visualisation et les champs de résultat associés.

## 1.3 Documentation associée

Documentation d'Utilisation :

- DEFI\_FISS\_XFEM [U4.82.08] ;
- MODI\_MODELE\_XFEM [U4.44.11] ;
- POST\_MAIL\_XFEM [U4.82.21] ;
- POST\_CHAM\_XFEM [U4.82.22] ;
- PROPA\_FISS [U4.82.11].

Documentation de Validation (cas tests) :

- ASCOU01 : Calcul élastique linéaire dans un coude fissuré [V1.10.113] ;
- HPLV103 : Calcul de KI et de G thermo-élastique 3D pour une fissure circulaire [V7.03.103] ;
- HSNV132 : Fissure X-FEM en thermo-élasticité [V7.22.132] ;
- SDLS114 : Calcul des facteurs d'intensité de contrainte d'une plaque fissurée par recombinaison modale [V2.03.114] ;
- SDLS120 : Plaque 2D fissurée soumise à un chargement en Mode I. Validation du calcul modal avec X-FEM [V2.03.120] ;
- SDLV130 : Plaque 3D fissurée soumise à un chargement en Mode I. Validation du calcul modal avec X-FEM [V2.03.130] ;
- SSLP313 : Fissure inclinée dans une plaque illimitée, soumise à une traction uniforme à l'infini [V3.02.313] ;
- SSLP315 : Propagation d'une fissure inclinée dans une plaque en 2D [V3.02.315] ;
- SSLP316 : Validation de l'estimateur d'erreur X-FEM sur une plaque fissurée [V3.02.316] ;
- SSLP317 : Validation de la macro-commande RAFF\_XFEM sur une plaque multi-fissurée [V3.04.317] ;
- SSLP318 : Propagation d'une fissure X-FEM non débouchante sollicitée en mode I [V3.02.318] ;
- SSLP319 : Propagation de deux fissures XFEM débouchantes sollicitées en mode I [V3.02.319] ;
- SSLP320 : Propagation d'une fissure X-FEM débouchante sollicitée en Mode I [V3.02.320] ;
- SSLP321 : Propagation d'une fissure X-FEM dans une plaque en flexion 3 points [V3.02.321] ;
- SSLP322 : Propagation d'une fissure X-FEM dans une plaque en flexion 3 points avec 3 trous [V3.02.322] ;
- SSLP323 : Propagation d'une fissure radiale débouchante sur un disque en rotation [V3.02.323] ;
- SSLV110 : Fissure elliptique dans un milieu infini [V3.04.110] ;
- SSLV134 : Fissure circulaire en milieu infini [V3.04.134] ;
- SSLV311 : Fissure en quart d'ellipse au coin d'un disque épais en rotation [V3.04.311] ;
- SSLV313 : Tube sous pression fissuré - validation de la méthode X-FEM [V3.04.313] ;
- SSLV314 : Propagation d'une fissure plane en mode I pur en 3D [V3.04.314] ;
- SSLV315 : Propagation d'une fissure inclinée en mode mixte en 3D [V3.04.315] ;
- SSLV316 : Fissuration à propagation imposée avec X-FEM [V3.04.316] ;
- SSNP110 : Fissure de bord dans une plaque rectangulaire finie en élasto-plasticité [V6.03.110] ;
- SSNP138 : Fissure inclinée en 2d avec X-FEM [V6.03.138] ;
- SSNP144 : Utilisation d'un modèle à zones cohésives avec la méthode X-FEM [V6.03.144] ;
- SSNP503 : Contact en grands glissements avec X-FEM pour des fissures horizontales [V6.03.503] ;
- SSNP504 : Contact en grands glissements avec X-FEM pour des fissures obliques [V6.03.504] ;
- SSNV108 : Éprouvette CT - Round Robin Européen en Mécanique de la Rupture (1985) [V6.04.108] ;
- SSNV166 : Cylindre fissuré sous chargements multiples [V6.04.166] ;
- SSNV173 : Barreau fissuré avec X-FEM [V6.04.173] ;
- SSNV182 : Bloc avec interface en contact frottant avec X-FEM [V6.04.182] ;
- SSNV185 : Fissure débouchante dans une plaque 3D de largeur finie avec X-FEM [V6.04.185] ;

- SSNV186: LBB condition et contact frottant avec X-FEM [V6.04.186] ;
- SSNV191: Validation des conditions de Neumann avec X-FEM en 3D [V6.04.191] ;
- SSNV192: Éprouvette avec fissure centrale X-FEM [V6.04.192] ;
- SSNV195: Barreau en multi-fissuration avec X-FEM [V6.04.195] ;
- SSNV198: Conditions de Dirichlet avec X-FEM en 3D [V6.04.198] ;
- SSNV201: Bloc avec interface en contact glissière avec X-FEM [V6.04.201] ;
- SSNV203: Application d'une pression sur les lèvres d'une fissure avec X-FEM [V6.04.203] ;
- SSNV209: Interface en contact-frottant avec X-FEM [V6.04.209] ;
- SSNV507: Rotation d'une inclusion rigide avec X-FEM [V6.04.507] ;
- SSNV508: Bloc avec interface en traction et pression latérale sans contact [V6.04.508] ;
- SSNV509: Chainette en contact frottant avec X-FEM quadratiques [V6.04.509] ;
- SSNV510: Compression uniaxiale d'un bloc multi-fissuré [V6.04.510] ;
- SSNV511: Bloc découpé par deux interfaces intersectées avec X-FEM [V6.04.511] ;
- SSNV512: Bloc découpé par une fissure verticale se branchant entre deux fissures horizontale avec X-FEM [V6.04.512] ;
- SSNV513: Bloc découpé par trois interfaces se banchant sequentiellement avec X-FEM [V6.04.513] ;
- zzzz255: Validation de l'option TEST\_MAIL dans PROPA\_FISS [V1.01.255] ;

#### Documentation de Référence :

- Extended Finite Element Method [R7.02.12].

#### Descriptif Informatique :

- Structures de Données liées à X-FEM [D4.10.02] ;
- Structures de Données en contact grands glissement [D4.06.14].

## 2 Possibilités et limites de X-FEM dans Code\_Aster

Cette partie synthétise les possibilités offertes par *Code\_Aster* à ce jour, en terme d'utilisation d'X-FEM.

En fait, les possibilités offertes diffèrent grandement suivant les différentes versions de *Code\_Aster*. Nous nous contenterons de lister les possibilités offertes par la STA10.2.

Remarque :

*Les tous premiers éléments constitutifs de X-FEM sont disponibles dès la version 7, et n'offrent pas grand intérêt. La version 8 correspond aux fruits des trois premières années de développements, et permet de réaliser un calcul mécanique en élasticité linéaire 2D ou 3D, avec des conditions aux limites loin de la fissure, elle-même représentée par des level sets. La prise en compte du contact sur les lèvres de la fissure est possible. La version 9 apporte de nombreuses fonctionnalités avancées (multi-fissuration, plasticité...). La version 10 propose des algorithmes de propagation automatique robustes.*

### 2.1 Phénomène, modélisation et éléments finis enrichis

Les éléments finis X-FEM sont disponibles seulement en **mécanique**. Il n'est donc pas possible de modéliser une fissure avec X-FEM pour un calcul thermique ou acoustique.

Les éléments finis X-FEM peuvent être issus des modélisations '3D', 'C\_PLAN', 'D\_PLAN' ou 'AXIS'. A contrario, les éléments X-FEM sous-intégrés (modélisations \*\_SI) ne sont pas disponibles.

Tous les types géométriques de mailles sont disponibles :

En 3D :

- mailles principales : TETRA4, PYRAM5, PENTA6, HEXA8, TETRA10, PYRAM13, PENTA15, HEXA20 ;
- mailles de bord : TRIA3, QUAD4, TRIA6, QUAD8.

En Contraintes Planes / Déformations Planes/Axi-symétriques :

- mailles principales : TRIA3, QUAD4, TRIA6, QUAD8 ;
- mailles de bord : SEG2, SEG3.

Remarque sur les éléments 1D d'une modélisation 3D :

*Les éléments de bord 1D contenus dans une modélisation 3D ne peuvent pas être enrichis. Si ces éléments 1D ne servent pas dans le calcul, le mieux est de ne pas les mettre dans le modèle. S'ils servent réellement, il ne faut pas qu'ils soient proches de la fissure.*

### 2.2 Loi de comportement

Toutes les lois de comportement sont disponibles (COMP\_ELAS ou COMP\_INCR) en **petites déformations** :

- en HPP (petits déplacements et petites rotations) : DEFORMATION='PETIT'
- en grands déplacements & rotations : DEFORMATION='GROT\_GDEP'

Par contre DEFORMATION='PETIT\_REAC' n'est pas disponible.

### 2.3 Définition des fissures

Le nombre de fissures est illimité. Il est aussi possible de les rapprocher pour qu'elles découpent le même élément. On peut aussi les brancher l'une à l'autre. Les fonds de fissures doivent néanmoins respecter un écartement minimal à la fissure voisine : au moins deux mailles non découpées doivent les séparer. Cette restriction peut être contournée en raffinant localement le maillage.

Trois manières différentes de définir une fissure sont possibles :

- soit par la donnée de deux groupes de mailles (l'un pour une lèvres, l'autre pour le fond de fissure). Cette méthode est pratique lorsque l'on dispose déjà d'un maillage de la fissure ;
- soit par la donnée des formules analytiques des level sets. Cette méthode n'est pas adaptée aux fissures de forme complexe ;
- soit par des formes géométriques pré-établies (ellipse...) où l'on demande les paramètres géométriques (demi-grand axe...). Les forme pré-établies disponibles sont les fissures les plus usuelles : en 2D, fissure sur un segment ou une demi-droite ; en 3D, fissure plane à fond rectiligne ou elliptique, fissure cylindrique...

Grâce à ces trois méthodes de définition des level sets, tous les cas de figure que l'on a rencontrés jusqu'à présent ont pu être traités.

La définition d'une interface se fait de la même façon. En fait, seule la level set normale doit être définie.

Remarques :

*La méthode X-FEM permet théoriquement de représenter une discontinuité forte (fissures ou interface) ou une discontinuité faible (interface entre bimatériaux collés). Tout dépend de la fonction d'enrichissement introduite dans l'approximation du déplacement. Dans Code\_Aster, seule une discontinuité forte (champ de déplacements et de contraintes discontinus) est possible [§ 1.1 ].*

## 2.4 Contact frottement

Il est possible de prendre en compte le contact (éventuellement contact glissière) sur les lèvres d'une même fissure. La seule méthode autorisée est la méthode continue, sans usure. Il est impossible de définir d'autres zones de contact. La prise en compte du frottement n'est pas correcte dans le cas général (seules des configurations bien précises fonctionnent correctement) et il est fortement déconseillé de l'utiliser. Le post-traitement des ddls des contact n'est pas aisé car la table de contact n'est pas complètement créée si l'intégration des termes de contact se fait par la méthode de Gauss.

Avec les restrictions ci-dessus, la prise en compte du contact et du frottement est également possible sous des hypothèses de grands glissements, en 2D comme en 3D. Cette fonctionnalité est activée dès que l'on renseigne le mot clé REAC\_GEOM='AUTOMATIQUE' ou REAC\_GEOM='CONTROLE' (mot-clé de l'opérateur DEFI\_CONTACT).

Le schéma d'intégration utilisé pour les termes de contact est par défaut un schéma de Gauss. Les autres schémas possibles sont l'intégration nodale, les schémas de Simpson (3 et 5 points), et les schémas de Newton-Cotes (4, 5 et 10 points). On conseille cependant l'utilisateur de choisir l'intégration aux nœuds.

À l'heure actuelle, le contact sur des éléments contenant la pointe de la fissure est traité en petits et en grands glissements.

En résumé, les aspects liés au contact frottant sont encore à titre expérimental et ne doivent pas être utilisés pour une étude industrielle.

## 2.5 Zones cohésives

Il est aussi possible de prendre en compte la présence de forces de cohésion lors de l'ouverture d'une interface X-FEM. La cohésion est modélisée par la loi cohésive CZM\_EXP\_REG déjà existante en méthode des éléments finis classiques (voir [U2.05.07]).

À l'heure actuelle, la loi cohésive ne peut pas être utilisée sur des éléments contenant la pointe de la fissure en 2D et en 3D.

Tout comme le contact frottant, les aspects liés aux lois cohésives sont encore à titre expérimental et ne doivent pas être utilisés pour une étude industrielle.

## 2.6 Conditions aux limites et chargements

Seules certaines conditions aux limites peuvent être imposées sur les nœuds ou éléments X-FEM :



- DDL\_IMPO (DX, DY ou DZ) sur un nœud X-FEM (mais pas sur un point d'intersection),
- FACE\_IMPO (DNOR ou DTAN) sur un nœud X-FEM (mais pas sur un point d'intersection),
- pression, force répartie sur des éléments de bords X-FEM,
- force volumique (de type force interne, pesanteur ou rotation) sur les éléments X-FEM,
- pression sur les lèvres.

Notamment, il n'est pas possible d'imposer une relation entre ddls enrichis, ni d'utiliser AFFE\_CHAR\_CINE sur des nœuds enrichis.

Pour imposer une pression sur les lèvres de la fissure, on ne peut pas utiliser le mot-clé classique GROUP\_MA car aucun groupe de mailles ne correspond aux lèvres. Pour cela, il faut utiliser AFFE\_CHAR\_MECA/PRES\_REP/FISSURE.

## 2.7 Calcul thermomécanique

On rappelle que le calcul thermique s'effectue sur un maillage sain, sans discontinuité de la température au travers des lèvres de la fissure. Le calcul mécanique s'effectue de manière habituelle, avec la température comme variable de commande. Seul l'opérateur de résolution STAT\_NON\_LINE permet de prendre en compte des éléments X-FEM.

## 2.8 Post-traitements de visualisation

La visualisation des résultats sur un maillage sain n'est pas très pertinente. Un post-traitement spécifique permet de générer un « pseudo » maillage fissuré. Ce maillage est uniquement destiné aux post-traitements et ne doit pas être utilisé pour un calcul (ce n'est pas un vrai maillage car il ne respecte pas certaines propriétés de conformité notamment). Un autre post-traitement permet aussi de générer des champs de déplacements, de contraintes et de variables internes associés au maillage fissuré.

Ensuite, ces champs peuvent être utilisés pour d'autres post-traitements ( CALC\_ELEM...).

Remarque :

Le passage d'un CHAM\_ELNO à un CHAM\_NO n'est pas possible à cause du « pseudo » maillage.

## 2.9 Mécanique de la rupture

Le calcul du taux de restitution d'énergie  $G$  et des facteurs d'intensité de contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  est possible soit par extrapolation des sauts de déplacements (POST\_K1\_K2\_K3) soit par la méthode G-thêta (CALC\_G). Il existe certaines restrictions particulières pour X-FEM et CALC\_G (notamment concernant le calcul de sensibilité, voir [U4.82.03] pour plus de précisions).

## 2.10 Propagation

L'opérateur PROPA\_FISS de propagation automatique des fissures est disponible en 2D et en 3D.

L'opérateur PROPA\_FISS propose 3 méthodes (METHODE\_PROPA = 'MAILAGE', 'SIMPELXE' et 'UPWIND'), disponibles en 2D et en 3D.

En entrée, il est nécessaire de lui fournir une table contenant les facteurs d'intensité des contraintes le long du (des) fond(s) de fissures pour chaque fissure. Ces tables doivent provenir de CALC\_G ou de POST\_K1\_K2\_K3 (sauf pour les méthodes SIMPELXE et UPWIND). À noter que toutes les fissures de la structure doivent être propagées dans un seul appel à l'opérateur PROPA\_FISS.

La loi de propagation est une loi de Paris (en chaque point du fond de fissure). L'incrément maximum de propagation à chaque itération est imposé par l'utilisateur.

L'angle de bifurcation provient de la table en entrée. Le critère de bifurcation est donc choisi dans `CALC_G`. À ce jour, le seul disponible est celui de la contrainte circonférentielle maximale (« maximum hoop stress criterion »).

Méthode `MAILLAGE` (projection) : définition des 2 level sets à partir d'un maillage des lèvres et du fond. Afin de propager les level sets, on modifie ce maillage à chaque itération de propagation (`METHODE_PROPA='MAILLAGE'`) [11][12]. On utilise donc deux maillages distincts (fissure et structure) et seul le « maillage » de la fissure est modifié. Une fois ce « maillage » mis à jour, on recalcule les nouvelles level sets par calcul direct de la distance à la fissure (projection orthogonale sur le « maillage » de la fissure).

Méthode `SIMPLEXE` : résolution des équations de réactualisation des level sets par la technique dite du simplexe. Cette méthode consiste à évaluer la contribution de chaque élément à la réactualisation de la level set en un nœud, puis à trier les contributions positives afin d'obtenir un schéma monotone. Sa principale limite provient du fait qu'elle est développée uniquement pour les éléments simples (triangles en 2D et tétraèdres en 3D), mais une tentative d'extension a été réalisée pour d'autres mailles (`QUAD4`, `HEXA8`).

Méthode `UPWIND` : résolution des équations de réactualisation des level sets par un schéma aux différences finies sélectives sur une grille régulière disjointe de la structure.

## 2.11 Restrictions diverses

La compatibilité avec les méthodes avancées de `Code_Aster` n'est pas assurée. Notamment, il est impossible d'utiliser X-FEM avec :

- la sensibilité,
- FETI,
- Arlequin (sauf si les éléments enrichis se trouvent hors de la zone de collage),
- en dynamique,
- la sous-structuration,
- un modèle de zones cohésives sauf ceux mentionnés au §8.

## 3 Mise en œuvre : sans contact sur les lèvres de la fissure

Cette partie explique pas à pas les différentes étapes d'un calcul avec X-FEM. On pourra se référer au cas test SSNV192a par exemple, qui met en œuvre un calcul d'une éprouvette 3D avec une fissure centrale droite.

### 3.1 Création du maillage et du modèle sain

La spécificité par rapport à un calcul classique vient du fait qu'avec X-FEM, le maillage ne doit pas comporter la fissure. On part donc d'un maillage de la structure saine. Ce maillage est donc plus simple à réaliser qu'un maillage où la fissure est maillée : nul besoin de définir deux lèvres, nul besoin de mailler un tore en fond de fissure.

Si besoin est, ne pas oublier d'orienter les mailles de bord qui supporteront un chargement de type pression, comme pour un maillage habituel.

Un modèle est ensuite affecté à ce maillage par la commande `AFFE_MODELE`. Seul le phénomène 'MECANIQUE' est possible, et les modélisations supportées sont '3D', 'C\_PLAN', 'D\_PLAN' et 'AXIS'. Ce modèle est qualifié de « sain » car il ne comporte que des éléments finis classiques et aucun élément X-FEM. Il est utilisé pour la définition de la fissure.

### 3.2 Définition de la fissure

Chaque fissure est définie par un appel à la commande `DEFI_FISS_XFEM` [2]. Comme il est rappelé au §2.3, trois manières différentes de définir une fissure sont possibles. Ce paragraphe détaille dans quels cas il est préférable d'utiliser l'une ou l'autre manière.

#### Par la donnée de deux groupes de mailles

Cette méthode est pratique dans le cas où on dispose d'un maillage de la fissure (provenant d'une étude précédente par exemple), il suffit alors de renseigner le groupe de mailles correspondant soit à la lèvre supérieure, soit à la lèvre inférieure, et de renseigner aussi le groupe de mailles du fond de fissure.

Cette méthode peut être aussi utilisée dans le cas où la forme de la fissure est trop complexe pour être définie à l'aide de formules analytiques. On réalise alors un maillage de la surface de la fissure, disjoint du maillage de la structure. On pourrait envisager à l'avenir l'enchaînement suivant :

- image 3D par tomographie de la fissure dans la structure réelle,
- numérisation de l'image et création de la CAO surfacique associée à la fissure,
- maillage de la surface de la fissure,
- définition de la fissure par la commande `DEFI_FISS_XFEM`.

À noter que si le maillage de la fissure est disjoint du maillage de la structure saine, il faut les concaténer préalablement à la définition du modèle (`ASSE_MAIILLAGE/OPERATION='SUPERPOSE'`).

#### Par la donnée des formules analytiques des level sets

Les formules caractérisant les level sets doivent représenter les vraies fonctions distance (à la surface et au fond de fissure). Sinon, le calcul de la distance au fond de fissure par :

$$r = \sqrt{(l_{sn}^2 + l_{st}^2)}$$

sera erroné.

Cette technique est bien adaptée aux fissures de formes simples : fissure plane circulaire, fissure plane droite...

#### Par des formes géométriques pré-établies

Un catalogue de formes de fissures est disponible. Un tel catalogue est indispensable car certaines fonctions distance ne possèdent pas d'écriture mathématique explicite et nécessitent un calcul numérique. De plus, l'utilisation d'un catalogue étant la plus rapide, d'autres formes usuelles simples seront intégrées, ce qui limitera aussi le risque d'erreur dans la définition des level sets.

La deuxième étape de la définition de la fissure est l'orientation du fond de fissure (en 3D). Cette étape est un peu délicate, et passe par la définition de deux vecteurs d'orientation et d'un point

d'ancrage. Il est conseillé de se référer aux exemples détaillés dans [2] et aux fichiers commandes des cas tests. De plus, il est primordial de toujours vérifier la liste des points du fond de fissure trouvés (et leurs coordonnées), imprimée par la commande `DEFI_FISS_XFEM` dans le fichier message, l'idéal étant de tracer la courbe ainsi discrétisée du fond de fissure. Il est important de vérifier aussi que le nombre de fonds de fissure trouvés correspond bien à celui attendu.

Remarque :

*Dans le cas où la fissure est définie à partir du catalogue de formes géométriques pré-établies, l'orientation du fond est faite automatiquement.*

Deux autres vérifications sont possibles : visualiser les champs level sets, et visualiser le « pseudo » maillage destiné à la visualisation. Les champs level sets peuvent être extraits du concept créé par la commande `DEFI_FISS_XFEM`, chaque champ level set étant extrait par un appel à la commande `CREA_CHAMP/OPERATION='EXTR'` [3]. Chaque level set peut être alors visualisée (par exemple avec `gmsh` ou `Salomé`) suite à un `IMPR_RESU` au format adéquat. La version 5.1.4 de `Salomé` n'est pas idéale pour visualiser les level sets car elle ne permet pas d'afficher des iso-valeurs remplies dans une `Scalar map` (*filled iso-values* dans le langage `gmsh`) sans faire de lissage des couleurs. L'utilisation de `gmsh` est donc préconisée, avec les réglages de l'onglet *Range* suivants (exemple donné en version 1.65) :

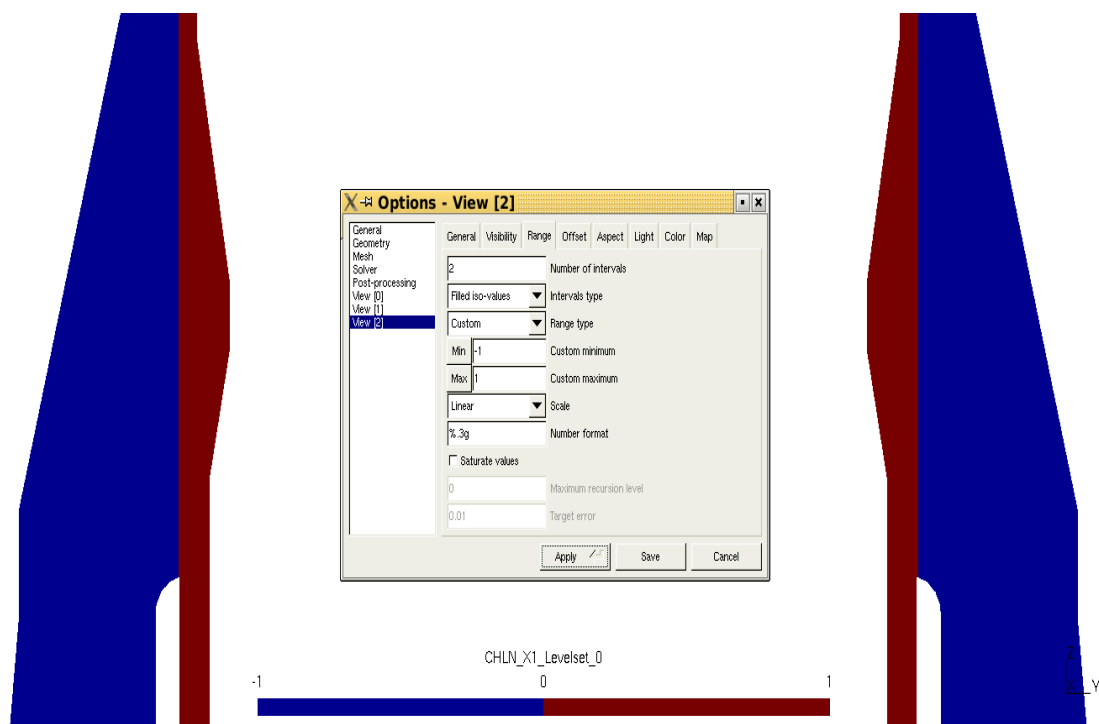


Figure 3.2-a : réglages de `gmsh` (v1.65) pour la visualisation de level sets

Deux couleurs sont affichées : en bleu pour les zones où la level set est négative, et en rouge pour les zones où la level set est positive. Le choix des bornes `Min` et `Max` peut être différent, il suffit que l'intervalle soit centré en 0.

On pourra cependant utiliser `Salomé` et afficher les iso-surfaces des level sets en « Iso-surfaces ».

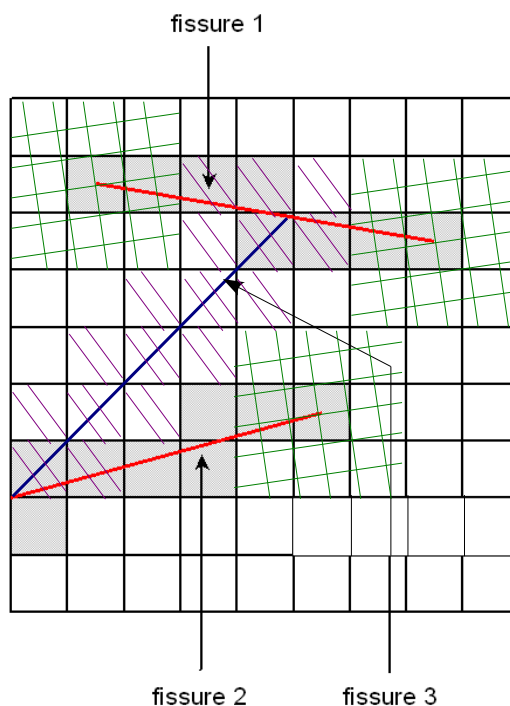
La deuxième vérification est celle du « pseudo » maillage, mais celui-ci n'est créé qu'après la modèle enrichi. Cette dernière vérification sera expliquée au §3.6.

### 3.3 Création du modèle enrichi

Le modèle enrichi est créé par la commande `MODI_MODELE_XFEM` [4] à partir du modèle sain [§3.1] et de la fissure définie par `DEFI_FISS_XFEM` [§3.2]. Si plusieurs fissures ont été définies par

plusieurs appels préalables à `DEFI_FISS_XFEM`, alors l'entrée de `MODI_MODELE_XFEM` sera la liste des noms de ces fissures.

Il n'y a pas de limitation concernant le nombre de fissures, il est aussi possible de découper un élément avec plusieurs fissures. Certains nœuds de l'élément seront alors enrichis avec plusieurs fonctions Heaviside. Le support d'un élément peut être découpé par autant de fissures que l'on veut, à condition que le support de chacun de ses nœuds ne soit pas coupé plus de 4 fois. Attention, cela ne fonctionne pas pour les enrichissements de fond de fissures. Un fond de fissure doit être espacé d'au moins 2 mailles non-coupées d'une autre fissure. Il se peut que lors du découpage dans l'opérateur `MODI_MODELE_XFEM`, il y ait un plantage causé par la limite sur le nombre maximum de sous-éléments: cela arrive lorsque l'élément est trop redécoupé et il faut alors espacer les fissures. Cette limitation devrait être temporaire en attendant que la taille de la carte élémentaire 3D X-FEM soit augmentée sans que cela nuise aux performances du code (fiche 15958). On peut aussi avoir certains problèmes de conditionnement qui produisent un pivot nul lors de la factorisation de la matrice: cela arrive en 3D et on peut dans l'attente de développement s'en sortir en utilisant le solveur MUMPS. Si les fissures se croisent ou se branchent l'une à l'autre, il est impératif d'utiliser préalablement le mot clé `JONCTION` dans `DEFI_FISS_XFEM` sous peine de résultats faux. La Figure 3.3-a présente un exemple d'une plaque maillée avec des quadrangles, comportant trois fissures X-FEM (2 en rouge et une en bleu). Les éléments grisés sont ceux traversés par les fissures rouges. Les éléments verts sont les éléments de fonds de fissures. Les éléments violets sont ceux concernés par la troisième fissure qui se branche sur les deux premières. Ces éléments peuvent être communs avec les éléments grisés des deux premières fissures, mais les éléments ne peuvent pas être à la fois vert et violet.



**Figure 3.3-a : exemple d'une plaque comportant 3 fissures**

Ce modèle enrichi doit être utilisé pour toute la suite du calcul. Notamment, on doit affecter les matériaux et les chargements sur ce modèle, et l'utiliser dans l'opération de résolution `STAT_NON_LINE`.

## 3.4 Charge spécifique X-FEM et autres chargements

Certaines contraintes liées à `Code_Aster` (concernant la gestion des degrés de liberté) oblige la création d'une charge spécifique lors de l'utilisation d'éléments X-FEM. Cette charge est donc

obligatoire pour tout calcul avec X-FEM, et on retrouve la ligne suivante dans tous les cas tests X-FEM de la base :

```
CHXFEM=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=... ,LIAISON_XFEM='OUI')
```

(les ... remplacent le nom du modèle enrichi).

Il ne faut pas oublier de spécifier cette charge lors de la résolution, c'est-à-dire sous le mot-clé `EXCIT=_F(CHARGE=` de la commande `STAT_NON_LINE`. Sinon, la résolution du problème conduira dans la majorité des cas à un pivot nul.

Les autres chargements sont créés de manière habituelle, en respectant les limitations mentionnées au § 2.6 .

## 3.5 Résolution

La résolution de l'équilibre avec X-FEM est réalisée de manière classique, mais uniquement avec l'opérateur de résolution `STAT_NON_LINE`, celui-ci étant plus général que `MECA_STATIQUE`.

## 3.6 Post-traitement de visualisation

La création du maillage de visualisation se fait par la commande `POST_MAIL_XFEM` [5], qui génère un « pseudo » maillage, non conforme. Ce maillage est basé sur le maillage sain, dont les éléments X-FEM ont été sous-découpés. Vérifier le maillage de visualisation permet de contrôler la position de la fissure, et donc de contrôler que les level sets ont été correctement calculées. Notons que la création du maillage de visualisation se sert uniquement du modèle enrichi et du maillage sain, donc cette phase de vérification peut être réalisée juste après la création du modèle enrichi, avant la résolution.

Afin de créer des champs de résultat correspondant à ce maillage de visualisation, il est nécessaire de créer d'abord un modèle de visualisation (sauf si on ne souhaite post-traiter que le champ de déplacements nodal). Pour cela, il faut utiliser la commande `AFFE_MODELE`, exactement de la même manière que pour le modèle sain, en changeant juste le nom du maillage et en mettant le nom du maillage de visualisation.

La création du concept `résultat` associé au modèle de visualisation se fait par la commande `POST_CHAM_XFEM` [6]. Cette commande génère les champs de résultat `DEPL`, `SIEF_ELGA` et `VARI_ELGA`. Ce résultat peut être ensuite utilisé comme un résultat issu d'un calcul classique, notamment, les champs peuvent être imprimés (au format `MED` par exemple) pour être visualisés avec un logiciel de post-traitement.

## 3.7 Post-traitement en mécanique de la rupture

Comme pour une fissure maillée, le calcul du taux de restitution d'énergie  $G$  et des facteurs d'intensité de contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  est possible soit par extrapolation des sauts de déplacements (`POST_K1_K2_K3`) soit par la méthode G-thêta (`CALC_G`). La fissure est directement renseignée dans ces opérateurs par le mot-clé `FISSURE`.

Des conseils sur le choix des paramètres de calcul de  $G$  et de  $K$  sont donnés dans les paragraphes §21 et §21.

## 3.8 Post-traitements divers

Les autres post-traitements (par exemple, contraintes de Von Mises...) se font à partir du résultat associé au modèle de visualisation. Ainsi, il ne faut pas enchaîner directement la résolution (`STAT_NON_LINE`) et le post-traitement des champs élémentaires (`CALC_ELEM`). Il faut impérativement post-traiter les champs à partir du résultat issu de `POST_CHAM_XFEM`.

## 4 Mise en œuvre : avec contact sur une interface

Cette partie explique pas à pas les différentes étapes d'un calcul avec X-FEM où le contact est défini sur les lèvres de la fissure (ici, une interface). Il est conseillé d'avoir lu le chapitre précédent. On pourra se référer aux cas tests SSNV182, SSNV186, SSNV201, SSNV209, SSNP503 ou SSNP504.

### 4.1 Ancienne formulation

#### 4.1.1 Quadratisation du maillage

Le contact sur la fissure X-FEM ne fonctionne qu'avec des fonctions de forme linéaires. La maillage initial est donc un maillage ne comportant que des mailles linéaires. Cependant, pour des besoins propres à Code\_Aster, les éléments de contact X-FEM nécessitent de disposer de nœuds milieu. La première phase est donc la transformation du maillage initial linéaire en maillage quadratique, grâce à la commande `CREA_MALLAGE/LINE_QUAD`. Le plus simple est de tout transformer en mailles quadratiques.

Le maillage initial linéaire ne doit plus être utilisé par la suite, sauf pour le post-traitement de visualisation.

#### 4.1.2 Création du modèle sain

Un modèle est ensuite affecté à ce maillage quadratique par la commande `AFPE_MODELE`. Pour se ramener à des éléments fins dont la maille associée est quadratique, mais dont les fonctions de forme sont linéaires, il est nécessaire de donner une modélisation spécifique : `'3D_XFEM_CONT'`, `'CPLAN_XFEM_CONT'` ou `'DPLAN_XFEM_CONT'`. Les groupes de mailles à affecter par la modélisation spécifique doivent être exactement tous ceux quadratisés par `CREA_MALLAGE/LINE_QUAD`. Le plus simple est de tout affecter par la modélisation spécifique.

### 4.2 Nouvelle formulation

L'ancienne formulation n'est pas très optimale et limite l'implémentation de nouvelles fonctionnalités. Une nouvelle formulation a donc été introduite et elle dispose déjà de possibilités plus avancées que l'ancienne (notamment pour les grands glissements, où il est ainsi possible d'utiliser des modèles 3D ou d'introduire des fonds de fissure). Nous recommandons vivement cette formulation à l'utilisateur car c'est maintenant celle-ci qui fait l'objet des développements en cours et à venir (intersections, fonctions de formes quadratiques).

Pour cette formulation, il n'y a pas besoin de rendre le maillage initial quadratique (si l'on souhaite utiliser des fonctions de formes linéaires) et la création du modèle sain se fait exactement comme dans le cas sans contact.

### 4.3 Définition de l'interface

Une interface est définie par une seule level set : la level set normale. Il faut préciser dans `DEFI_FISS_XFEM` le type de discontinuité : `TYPE_DISCONTINUITE='INTERFACE'`.

Contrairement au cas d'une vraie fissure, il n'est pas nécessaire de définir la vraie fonction distance. Une level set quelconque suffit, pourvu que l'iso-zéro de la level set coïncide avec l'interface. Par exemple, la vraie fonction distance signée au cercle de centre C et de rayon R est :

$$LSN = \sqrt{((X - X_c)^2 + (Y - Y_c)^2) - R}$$

mais une fonction level set dont l'iso-zéro coïncide avec le cercle est par exemple :

$$LSN = (X - X_c)^2 + (Y - Y_c)^2 - R^2$$

### 4.4 Création du modèle enrichi

La particularité du cas où le contact est défini sur l'interface ou fissure X-FEM est qu'il faut le préciser lors de la création du modèle enrichi, par le mot-clé `CONTACT='OUI'` de la commande `MODI_MODELE_XFEM`. La restriction sur le positionnement de plusieurs fissures est la même que celle expliquée au §3.3.

## 4.5 Bi-matériau

La définition d'un matériau différent de part et d'autre de l'interface n'est pas aisée car normalement, un matériau est défini par groupes de mailles, donc sur une maille, on a forcément le même matériau. Or dans le cas d'un interface traversant une maille, on pourrait souhaiter avoir des matériaux différents de part et d'autre de l'interface. Ceci est néanmoins possible si :

- la level set normale est une fonction explicite de l'espace,
- la loi de comportement est la même sur toute la maille.

Dans ce cas, on peut définir les caractéristiques matériaux (comme  $E$  et  $\nu$ ) en fonction d'une variable de commande  $VC$ , qui est en fait la level set normale  $LSN$ . On procède donc ainsi :

$$(X, Y) \rightarrow LSN(X, Y) \rightarrow VC = LSN(X, Y) \rightarrow (E, \nu) = f(VC)$$

On passe par une variable de commande car le matériau ne peut pas dépendre directement des coordonnées de l'espace. La fonction  $f$  est une fonction du type :

$$\text{if } VC > 0 \text{ then } (E, \nu) = (E^1, \nu^1) \text{ else } (E, \nu) = (E^2, \nu^2)$$

où  $(E^1, \nu^1)$  et  $(E^2, \nu^2)$  sont les propriétés des deux matériaux en question.

## 4.6 Charge de contact

Lors de la création de la charge de contact, il faut spécifier `METHODE = 'XFEM'`, et donner le nom de la fissure sous le mot-clé `FISS_MAIT`. La méthode de contact activée est la méthode continue.

Il peut être utile pour la convergence de l'algorithme de préciser le schéma d'intégration par `INTEGRATION='NOEUD'` ou `INTEGRATION='SIMPSON'`.

## 4.7 Charge spécifique

Comme tout calcul X-FEM, il faut définir une charge spécifique (voir §3.4), et dans le cas du contact, rajouter la charge de contact sous le mot-clé `CONTACT_XFEM` de la commande `AFFE_CHAR_MECA` :

```
CHXFEM=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=...,LIAISON_XFEM='OUI', CONTACT_XFEM=...)
```

## 4.8 Post-traitement de visualisation

Tout ce qui est expliqué au §3.6 reste valable, mais le maillage sain à renseigner est le maillage initial linéaire. (dans `POST_MAIL_XFEM` et `POST_CHAM_XFEM`). De plus, le modèle de visualisation est la copie du modèle sain, mais avec les modélisations classiques `'3D'`, `'CPLAN'`, `'DPLAN'` et `'AXIS'`.

## 4.9 Post-traitement en mécanique de la rupture

Il est tout à fait possible de calculer  $G$  et  $K$  sur une fissure totalement ou partiellement fermée. Le calcul se fait avec les opérateurs `POST_K1_K2_K3` ou `CALC_G`. Pour l'opérateur `POST_K1_K2_K3`, le maillage à renseigner est le maillage initial linéaire.

Si le fond de fissure est fermé, la valeur théorique de  $G$  ou  $K$  est 0, mais on ne s'en approche avec la commande `CALC_G` qu'avec des mailles très petites.

## 4.10 Post-traitement du contact



Comme pour un calcul de contact classique, le champ `VALE_CONT`, qui donne des informations sur les valeurs de certaines quantités liées au contact, est calculé et peut être post-traité. Toutefois, si les termes de contact sont intégrés numériquement par une méthode de Gauss, les quantités définies aux points de Gauss des facettes de contact ne pourront être affichées.

## 5 Mise en œuvre : trou ou sous-épaisseur

Afin de représenter un trou ou une sous-épaisseur par X-FEM, on se sert de la définition d'une interface, qui représente la bordure du trou ou de la sous-épaisseur. Prenons l'exemple d'une plaque qui présente un manque de matière sur de des côtés (région grisée de la Figure 5-a). Ce manque de matière peut être modélisé suivant sa forme par une portion d'ellipse.

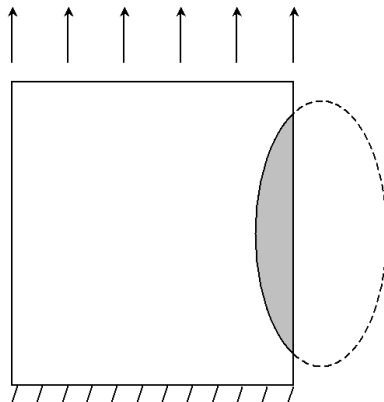


Figure 5-a : exemple d'une sous-épaisseur sur le bord d'une plaque

On représente alors l'interface entre la plaque et le vide par une level set de type inclusion elliptique, dont la formule s'écrit simplement :

$$LN=FORMULE (NOM\_PARA= ('X', 'Y'), VALE= '(X-Cx)**2/(b*b)+(Y-Cy)**2/(a*a)-1.')$$

où  $(C_x, C_y)$  sont les coordonnées du centre de l'ellipse et  $a$  et  $b$  les longueurs des demi-axes de l'ellipse.

Comme dans le cas d'une interface entre 2 solides en contact, il ne faut définir que la level set normale, la level set tangentielle ne sert à rien ici. Dans `DEFI_FISS_XFEM`, on ne renseignera que `FONC_LN` et on précisera le type de discontinuité : `TYPE_DISCONTINUITE='INTERFACE'`.

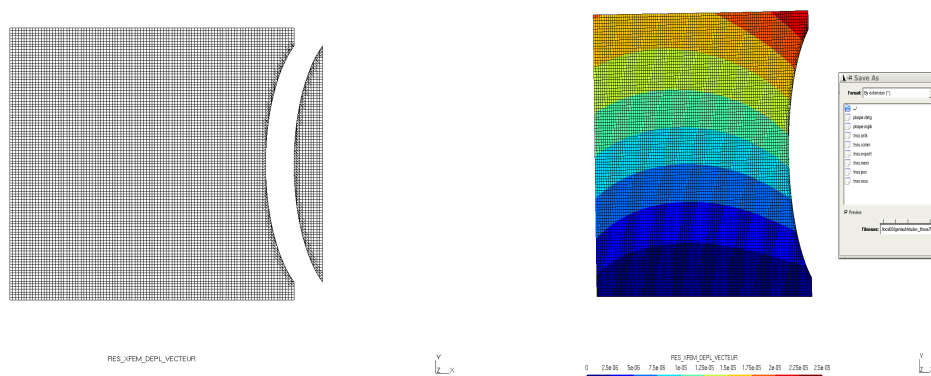


Figure 5-b : déformée non amplifiée (gauche) et amplifiée (droite)

On procède de la même façon que pour un cas sans contact. Mais il faut veiller à bloquer les modes rigides de la partie vide, par exemple en bloquant deux nœuds de la partie grisée. Le mieux est même d'imposer un déplacement important sur ces deux nœuds, de manière à ce qu'il translate la partie vide loin de la plaque. Cet artifice permet de ne visualiser que la plaque sans la partie vide (voir Figure 5-b). Rappel : utiliser `STAT_NON_LINE` pour la résolution.

Pour imposer un chargement de pression sur l'interface, il faut procéder comme pour les fissures : imposer une pression sur les 2 cotés de l'interface (bien qu'imposer la pression uniquement sur le coté « dans la matière » sera suffisant). Voir le §2.6.

## 6 Conseils et recommandations

### 6.1 Maillage

L'utilisation de la méthode X-FEM permet de lever certaines difficultés liées au maillage. Notamment, un maillage libre de la structure saine suffit. Cependant, un **maillage suffisamment fin** reste nécessaire dans les zones à fort gradient (autour du fond de fissure par exemple). Il est vrai qu'en élasticité linéaire, l'enrichissement par les fonctions asymptotique améliore la précision de la méthode : à même taille de maille, les éléments X-FEM seront donc plus précis en fond de fissure que les éléments classiques. Mais cela n'a une influence que très localement. Il faut donc un maillage relativement raffiné en fond de fissure.

À titre de comparaison entre un maillage classique avec un tore à  $n$  couches d'éléments en fond de fissure et un maillage libre X-FEM, on peut dire que la taille des éléments X-FEM en fond de fissure doit être de l'ordre de celle des éléments de la couche  $n/2$  du tore.

Pour fixer les idées, pour une fissure de longueur  $a$  en milieu infini, la taille des éléments en fond de fissure doit être entre  $a/10$  et  $a/20$  pour obtenir une erreur sur le taux de restitution d'énergie entre 1% et 2%.

Ainsi, l'obtention d'un maillage X-FEM sur une structure industrielle n'est pas si aisée. Deux approches peuvent être envisagées : l'introduction d'un bloc fissure, ou l'adaptation de maillage.

L'introduction d'un bloc fissure consiste à définir lors de la création du maillage, une boîte englobant la fissure. Le maillage dans cette boîte sera réglé, et la finesse du maillage doit être un paramètre de la procédure de maillage. La boîte doit être suffisamment large si l'étude la propagation de la fissure est envisagée. Il est aussi nécessaire de créer une zone de raccord entre la boîte réglée, et le reste de la structure maillée en libre. Cette approche a récemment été utilisée dans plusieurs études (voir les notes d'étude [7] et [8]).

La deuxième approche consiste à réaliser un maillage adéquat par raffinements successifs d'un maillage libre initial jugé grossier. Le critère de raffinement (ou critère d'erreur) est la distance au fond de fissure. Un exemple d'utilisation de cette approche par adaptation de maillage avec le logiciel Homard est présenté dans [9]. Sa mise en œuvre est dorénavant très aisée, grâce à la macro-commande `RAFF_XFEM` qui crée le champ d'erreur directement à partir de la liste des fissures. Ce champ d'erreur doit ensuite être donné en entrée de la macro-commande `MACR_ADAP_MAIL` (voir un exemple d'adaptation de maillage pour X-FEM avec le cas test `sslp317a`).

Remarque :

La taille de l'arête minimale dans le maillage ainsi que le nombre de points en fond de fissure (points d'intersection du fond avec les bords des éléments traversés) sont affichés dans le fichier message, lors de l'exécution de `DEFI_FISS_XFEM`.

### 6.2 Enrichissement

L'influence de la zone d'enrichissement asymptotique est notable. Plus la zone d'enrichissement est étendue, meilleure est la précision (en mécanique de la rupture élastique linéaire). Cependant, on ne peut pas étendre à toute la structure cette zone d'enrichissement car cela ajoute de nombreux ddls supplémentaires et surtout, cela dégrade fortement le conditionnement de la matrice de rigidité, à tel point que le calcul peut s'arrêter brutalement pour cause de pivot nul. Une étude détaillée de l'influence de la taille de la zone d'enrichissement sur la précision, le taux de convergence de l'erreur et le conditionnement du système est présentée dans [10]. Il en ressort qu'il faut limiter le nombre de couches d'éléments enrichis à sept couches, un bon compromis étant quatre couches.

Le choix de la zone d'enrichissement se fait à l'heure actuelle dans la commande `DEFI_FISS_XFEM` par le mot-clé `TYPE_ENRICHISSEMENT = 'TOPOLOGIQUE'` ou `'GEOMETRIQUE'`. Dans le cas de l'enrichissement géométrique, on renseigne soit la valeur du rayon d'enrichissement avec `RAYON_ENRI`, soit le nombre de couches avec `NB_COUCHES` ; si aucun de ces 2 mot-clé n'est présent un enrichissement sur 4 couches est effectué par défaut.

## 6.3 Paramètres de CALC\_G

L'utilisation de la méthode G-thêta avec X-FEM soulève les mêmes questions quant aux choix des paramètres numériques que pour une fissure maillée : valeurs des rayons de la couronne  $R_{inf}$  et  $R_{sup}$ , type de lissage en 3D (et degré si lissage de type Legendre).

Le fait que la fissure soit maillée (méthode classique) ou pas (méthode X-FEM) ne change pas la manière de procéder. On trouvera donc des conseils complémentaires dans le guide d'utilisation des opérateurs de mécanique de la rupture [13].

### Choix de la couronne

D'une manière générale, il ne faut pas que la couronne soit trop proche du fond de fissure (indépendamment de la taille des mailles), mais suffisamment loin des bords de la structure (attentions aux structures trouées) pour que l'hypothèse de fissure en milieu infini reste valable. Pour fixer un ordre d'idées, certaines études [14-15] ont montré que le choix  $R_{inf}=2h$  et  $R_{sup}=5h$  où  $h$  est la taille d'un élément en fond de fissure, est un choix satisfaisant.

Un calcul est jugé bon lorsque les résultats sont indépendants du raffinement du maillage et indépendants du choix des rayons  $R_{inf}$  et  $R_{sup}$ .

Une fois que la couronne est validée, si on raffine le maillage il vaut mieux garder la même couronne que de choisir une couronne qui dépend de la taille des mailles.

Notons que pour X-FEM et un enrichissement géométrique, il est préférable que le rayon  $R_{inf}$  soit supérieur au rayon d'enrichissement.

### Choix du type de lissage

Deux familles de lissage sont disponibles :

- le lissage par les polynômes de Legendre :  $G$  (ou  $K$ ) est alors une combinaison linéaire de polynômes de Legendre. Cette solution donne des résultats réguliers et est moins coûteuse en temps de calcul que le lissage de type Lagrange. Les polynômes de Legendre de degré élevé amplifient cependant les erreurs numériques aux extrémités du fond de fissure [13] ;
- le lissage de type Lagrange est basé sur les fonctions de forme des éléments linéiques du fond de fissure. Ainsi, s'il y a beaucoup de points le long du fond de fissure, le calcul de  $G$  sera coûteux (car proportionnel au nombre de points le long du fond de fissure). De plus, le résultat sera souvent très irrégulier le long du fond de fissure, du fait de la distance variable entre deux points successifs du fond.

La solution pour améliorer les résultats du lissage de Lagrange et pour diminuer les temps de calcul est de réduire le nombre de points en fond de fissure et de répartir uniformément. Cela est possible à l'aide du mot clé NB\_POINT\_FOND de CALC\_G. Un rapport de l'ordre de 4 entre le nombre total de points initial et le nombre de points équi-répartis semble un bon compromis.

### Conclusion

Il est fortement recommandé de valider son modèle en comparant les résultats obtenus pour différents raffinements de maillage, pour différentes couronnes d'intégration et pour deux types de lissage (par exemple Legendre de degré 5 et Lagrange avec équi-répartition des points du fond).

## 6.4 Paramètres de POST\_K1\_K2\_K3

Le seul paramètre à choisir est l'abscisse curviligne maximale  $s$ . On conseille de prendre  $s$  supérieure au rayon d'enrichissement. On conseille également de lier le choix de  $s$  à la taille des mailles.

Pour réduire les temps de calcul avec POST\_K1\_K2\_K3 qui peuvent rapidement devenir prohibitifs, on conseille de limiter le nombre de points de post-traitement à l'aide du mot clé NB\_POINT\_FOND.

## 6.5 Post-traitement sur plusieurs fonds de fissure

Dans les calculs X-FEM, plusieurs fonds de fissure peuvent être définis dans la même structure de données `fiss_xfem` (commande `DEFI_FISS_XFEM`). Chaque appel à un opérateur de post-traitement (`CALC_G` ou `POST_K1_K2_K3`) permet de calculer  $G$  et  $K$  pour un seul fond à la fois (opérande `NUME_FOND`). Or dans le cas d'une étude de propagation de fissures avec `PROPA_FISS` (voir §22), il faut disposer d'une seule table contenant les résultats sur tous les fonds de fissure. Cela est possible par appel aux opérateurs `CALC_G` ou `POST_K1_K2_K3` autant de fois que de fonds de fissure, puis par concaténation des tables en une seule table (voir cas-test `sslp318a`).

## Remarque :

Si on veut rester en `PAR_LOT='OUI'`, cela nécessite de connaître à l'avance le nombre de fonds de fissure. Dans des cas de propagation complexe où le fond se sub-divise en plusieurs fonds ou bien si les fonds se recombinaient entre-eux, on ne peut pas connaître à l'avance le nombre de fonds, et il faut alors récupérer ce nombre dans la `sd_fiss_xfem` (en `PAR_LOT='NON'` donc).

## 6.6 Propagation

Un calcul de propagation est basé sur trois ingrédients :

- un critère de propagation (donnant l'incrément d'avancée de la fissure),
- un critère de bifurcation (donnant l'angle de bifurcation),
- un algorithme de mise à jour de la fissure.

Pour qu'un calcul de propagation soit correct, il faut que ces trois ingrédients le soient aussi. Les deux premiers ingrédients sont communs aux fissures maillées ou non. Seul le troisième présente des spécificités propres au cadre X-FEM.

### Critère de propagation

Usuellement, on utilise une loi de Paris dont les entrées sont des paramètres matériaux, les facteurs d'intensité des contraintes et le nombre de cycles à simuler. Il est donc nécessaire de connaître d'une part ces paramètres matériaux. De plus, la précision et la régularité des facteurs d'intensité des contraintes est un élément clé de la propagation. Une erreur faible (de l'ordre de 1 ou 2 % sur  $\Delta K$ ) peut entraîner des différences importantes sur la durée de vie (figure 48 de [16]). Le nombre de cycles à simuler est normalement un paramètre libre. Cependant, un choix trop faible de ce nombre de cycles pouvait impliquer une propagation d'une longueur très inférieure à un élément. Il est donc plus commode, de piloter l'avancée non pas en nombres de cycles mais en incrément maximal d'avancée (`'DA_MAX'`). Il est recommandé de choisir une avancée maximale de 1 ou 2 éléments.

### Critère de bifurcation

Une comparaison des plusieurs critères de bifurcation n'a pas encore été faite. Mais il semblerait qu'en 2D, tous les critères de bifurcation se valent, ce qui n'est pas le cas en 3d. Une thèse est en cours sur un modèle de propagation de fissure en fatigue en mode mixte avec le LMT Cachan et AREVA [17].

### Algorithme de mise à jour de la fissure

Dans le cadre X-FEM, les fissures étant représentées par des level sets, la mise à jour de la fissure revient à la mise à jour (ou réactualisation) des level sets). L'opérateur `PROPA_FISS` propose 3 méthodes pour cela (cf. §9). Ces trois méthodes n'ont pas de limite théorique d'utilisation, mais dans la pratique elles ne se valent pas toutes, et elles ont chacune des spécificités.

D'une manière générale, la méthode `UPWIND` nécessite que le maillage soit régulier. Si ce n'est pas le cas, il est impératif de créer une grille auxiliaire (régulière) et la définir dans `PROPA_FISS`. La méthode `'SIMPLEXE'` donne de meilleurs résultats sur des maillages libres que sur ces maillages réglés. Si cela est possible, on privilégiera la méthode `'UPWIND'` à la méthode `'SIMPLEXE'`.

En 2d :

Pour un maillage suffisamment fin, les 3 méthodes donnent des résultats très similaires, mais la méthode `'MAILLAGE'` est la plus rapide. On recommande donc d'utiliser en 2d la méthode `'MAILLAGE'`. On pourra se référer à [11] pour des exemples de propagation 2d avec la méthode `'MAILLAGE'` et à [15] pour des comparaisons entre les trois méthodes en 2d.

En 3d :

En propagation plane, une comparaison entre les trois méthodes pour la propagation 3d [18] a montré que les 3 méthodes donnent des résultats similaires sur une structure industrielle, mais que la méthode 'MAILLAGE' semble la plus performante, suivie de près par la méthode 'UPWIND'. Notons toutefois que la méthode 'UPWIND' est plus délicate à mettre en place sur des maillages libres en raison de l'ajout d'une grille auxiliaire.

En propagation non-plane, une étude [19] a montré que la méthode 'MAILLAGE' n'est plus totalement robuste lorsque la propagation devient vraiment non-plane. Dans ce cas, on conseille la méthode 'UPWIND'.

On pourra aussi se référer à [12] pour des exemples de propagation 3d plane avec la méthode 'MAILLAGE'.

Le cas-test sslv317a présente un cas de propagation hors-plane avec raffinement adaptatif suivant l'évolution du fond de fissure avec la méthode 'MAILLAGE'.

Remarque :

Il est aussi possible de mettre à jour les level sets sans passer par PROPA\_FISS : en modifiant à chaque pas de propagation les caractéristiques de la fissure à forme imposée, dans DEFI\_FISS\_XFEM (similaire à la méthodologie PROFAT). Cette technique donne des résultats satisfaisants [16], mais reste limitée aux cas de propagations planes, avec une fissure qui se propage en gardant la même forme (semi-elliptique par exemple).

En résumé :

- pour la propagation 2d, 3d plane ou 3d quasi-plane, il vaut mieux utiliser la méthode 'MAILLAGE' ;
- pour la propagation 3d hors-plan, il vaut mieux utiliser la méthode 'UPWIND' (sur le maillage d'origine s'il est régulier ou sur une grille auxiliaire).

## 6.7 Contact frottement

L'utilisation du contact-frottement avec la méthode X-FEM est présente dans le code à titre expérimental, et est l'objet de recherches. La prise en compte des termes de frottement n'est pas correcte dans le cas général. En particulier, seules les fissures de faible courbure donneront des résultats corrects.

Par ailleurs, la convergence de la méthode continue est loin d'être systématique. Dans l'état actuel, le choix du schéma d'intégration pour les termes de contact-frottement est un point crucial pour la convergence des simulations X-FEM. Les schémas conseillés sont les schémas contenant les nœuds de l'élément comme points d'intégrations (INTEGRATION='NOEUD', 'SIMPSON', 'NCOTES' sous le mot-clé CONTACT).

## 7 Conclusions

---

Ce document rassemble les éléments d'informations disponibles sur la méthode X-FEM dans *Code\_Aster*. Les limites et les possibilités de X-FEM sont rappelées, et des exemples de mise en œuvre dans un cas sans puis avec contact sont présentés.

Dans un futur proche, ce document sera complété par :

- l'utilisation d'indicateurs d'erreur pour X-FEM,
- le post-traitement des termes de contact sur le modèle de visualisation.



## 8 Bibliographie

- [1] S. Geniaut, P. Massin, N. Moës, eXtended Finite Element Method, Documentation de Référence de *Code\_Aster* n° [R7.02.12], 2007
- [2] S. Geniaut, Opérateur `DEFI_FISS_XFEM`, Documentation d'Utilisation de *Code\_Aster* n° [U4.82.08], 2007
- [3] J. Pellet, Opérateur `CREA_CHAMP`, Documentation d'Utilisation de *Code\_Aster* n° [U4.72.04], 2007
- [4] S. Geniaut, Opérateur `MODI_MODELE_XFEM`, Documentation d'Utilisation de *Code\_Aster* n° [U4.41.11], 2007
- [5] S. Geniaut, Opérateur `POST_MAIL_XFEM`, Documentation d'Utilisation de *Code\_Aster* n° [U4.82.21], 2007
- [6] S. Geniaut, Opérateur `POST_CHAM_XFEM`, Documentation d'Utilisation de *Code\_Aster* n° [U4.82.22], 2007
- [7] S. Geniaut, Analyse avec X-FEM de nocivité d'un défaut en zone singulière des manchettes thermiques des tubulures d'aspersion des pressuriseurs CP0, Note H-T64-2007-02191-FR, 2007
- [8] E. Galenne, S. Geniaut, J. Rivière, Prestation DCNS : étude de la nocivité d'une fissure avec la méthode X-FEM, Note H-T64-2007-03094-FR, 2007
- [9] S. Geniaut, Utilisation des level sets pour le maillage adaptatif, CR-AMA-07.215, 2007
- [10] S. Geniaut, Convergences en mécanique de la rupture : validation des éléments finis classiques et X-FEM dans *Code\_Aster*, Note H-T64-2008-00047-FR, 2008
- [11] S. Geniaut, E. Galenne, Méthodologie pour la propagation manuelle de fissure 2D avec X-FEM, CR-AMA-07.196, 2007
- [12] E. Galenne, Propagation automatique de fissures 3D avec X-FEM : méthode de projection, CR-AMA-08.269, 2008
- [13] I. Debost, G. Debruyne, Y. Wadier, Domaine d'application des opérateurs de mécanique de la rupture du *Code\_Aster* et conseils d'utilisation, Documentation d'Utilisation de *Code\_Aster* n° [U2.05.01], 2003.
- [14] E. Galenne, Calcul des facteurs d'intensité des contraintes et propagation de fissures en 3D, Rapport de stage de Dominique Joffin, CR-AMA-08.270, 2008
- [15] S. Geniaut, J. Messier, Validation d'un outil de propagation de fissures en 2d avec X-FEM sous *Code\_Aster*, Rapport de stage de M. Fiabane, CR-AMA-09.172, 2009
- [16] S. Taheri, J. Cabirol, Propagation de fissure en 3D sous fatigue thermique, remaillage automatique et XFEM, CR-AMA-08.250, 2008
- [17] E. Galenne, Étude d'opportunité pour une thèse sur un modèle de propagation de fissure en fatigue en mode mixte avec le LMT Cachan et AREVA, CR-AMA-08.279, 2008
- [18] E. Galenne, Étude avec la méthode X-FEM de la propagation par fatigue de deux fissures dans un piquage sous pression, CR-AMA-09.183, 2009
- [19] S. Geniaut, Propagation de fissures 3d avec X-FEM sur un benchmark international - Rapport de stage de L. Chappé, CR-AMA-10.222, 2010