

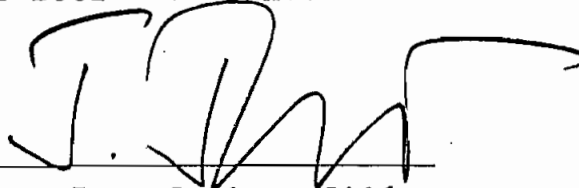
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

"OPTIMIZACION DE CIRCUITOS LOGICOS CON AYUDA  
DEL COMPUTADOR DIGITAL EN LOGICA NAND DE  
HASTA TRES NIVELES".

Lucio V. Velasco P.

1976

CERTIFICO que el presente trabajo  
ha sido realizado en su totalidad  
por el señor LUCIO V. VELASCO P.



Sr. Ing. Jacinto Jijón  
DIRECTOR DE TESIS

Octubre de 1.976

## A G R A D E C I M I E N T O

Expreso mi reconocimiento y gratitud a los señores Profesores Ingeniero Herbert Jacobson e Ingeniero Jacinto Jijón, por su valiosa ayuda como Directores de Tesis y al Cuerpo Docente de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica por haberme transmitido sus conocimientos a lo largo de toda mi carrera estudiantil.

## INDICE GENERAL

INTRODUCCION	1
CRITERIO DE MINIMALIDAD	6
METODOS DE MINIMIZACION DE LA FUNCION BOOLEANA	8
- Método del Mapa de Karnaugh	8
- Método de Quine-McCluskey	10
- Método de Mott (Consensus)	19
- Método de Perlowski	29
ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS PRINCIPALES METODOS	35
MINIMIZACION EN LOGICA NAND	38
- Método de Dietmeyer-Su	38
- Método de Muroga-Ibaraki	38
- Transformación de Lógica AND-OR a Lógica NAND	39
PROGRAMAS	42
- Programa correspondiente al Método de Quine-McCluskey	42
- Macrodiagrama de Flujo	43
- Guía del usuario	48
- Listados	50

- Programa correspondiente al Método de Mott	54
- Macrodiagrama de Flujo	55
- Guía del usuario	60
- Listados	62
EJEMPLOS	68
- Ejemplo N° 1	68
- Ejemplo N° 2	75
- Ejemplo N° 3	85
CONCLUSIONES	96
BIBLIOGRAFIA	98

## INTRODUCCION

Las actuales presiones de la competencia en el mercado, obligan al diseñador a utilizar técnicas cada vez más eficaces de minimización. Dichas técnicas deben ser capaces de proporcionar resultados que se sometan a las especificaciones, restricciones y limitaciones impuestas por la tecnología moderna, la cual ha mostrado un interés cada vez creciente por el diseño con ayuda de un computador.

Si damos una mirada a la historia del diseño lógico, vemos que ésta va paralela a la historia del desarrollo de los circuitos integrados. Así en sus comienzos, el diseño lógico, estaba circunscrito a la utilización de compuertas lógicas individuales, construídas a partir de elementos concentrados tales como transistores, diodos, resistencias, etc., por lo cual una minimización tenía un carácter eminentemente práctico, ya que reducía considerablemente el costo de fabricación de un aparato lógico. Con la introducción de los circuitos integrados, esta técnica ha sido desplazada y actualmente el Ingeniero utiliza en sus diseños funciones dadas por módulos monolíticamente construídos y no ya circuitos de compuertas individuales.

Podemos apreciar la incidencia del desarrollo de los circuitos integrados, sobre el costo de fabricación de un sistema en las figuras la), lb) y lc).

La figura 1a) representa el número de circuitos integrados de un sistema lógico como función de la complejidad (número de elementos de cada circuito integrado). En ella es evidente que la relación es lineal e inversamente proporcional.

El costo de cada circuito integrado como función de la complejidad, está dado en la figura 1b). La curva (a) corresponde a circuitos "SSI" (SHORT SCALE INTEGRATION) y la curva (b) corresponde a circuitos "MSI" (MIDDLE SCALE INTEGRATION). Se ve claramente que en los circuitos integrados "MSI", se ha logrado extender la zona de costos bajos hasta niveles elevados de complejidad. Dicho en otras palabras, para un mismo costo, con los circuitos "MSI" se logra un número mucho mayor de compuertas por circuito integrado; que con la técnica "SSI".

En la figura 1c) tenemos las curvas correspondientes a costo de un sistema como función de la complejidad; la curva a) para circuitos "MSI" y la curva b) para "SSI". El mínimo para circuitos "MSI", es menor y está corrido hacia una mayor complejidad, lo que nos indica que el costo por compuerta será muchísimo menor con esta técnica que con la de los circuitos "SSI".

Veamos en forma práctica las diferencias arriba anotadas; un circuito tal como el CD001C, contiene cuatro compuertas lógicas y su costo es de US\$ 0.49 lo que nos da US\$ 0.12 por compuerta; y un módulo tal como el CD4014C que contiene setenta

y cinco compuertas y su costo es de US\$ 1.51 con un costo por compuerta de US\$ 0.02. Ha existido pues, una notable reducción del costo por compuerta al fabricar un circuito lógico mediante la técnica "MSI".

Existe una nueva técnica denominada "LSI" (LARGE SCALE INTEGRATION) que logra costos mínimos a elevadísimos niveles de complejidad. Aunque estos circuitos "LSI" son usados restringidamente todavía, nos dan una idea de la proyección que tiene en el futuro el Circuito Integrado.

Lo expuesto anteriormente nos lleva a una conclusión; en la actualidad una Minimización que tienda a encontrar expresiones mínimas con compuertas individuales es obsoleta, pero sigue el problema en vigencia por lo menos en el diseño de circuitos integrados "MSI" y mientras esto ocurra, la minimización de circuitos lógicos con ayuda de un computador, seguirá en vigencia.

Debe aclararse que aunque los métodos de minimización automática constituyen una efectiva ayuda, están siempre sujetos a serias limitaciones. Corroboran lo antedicho, el sinnúmero de trabajos realizados por estudiosos de la materia, sin lograrse aún, un algoritmo de carácter "universal" dentro de esta rama de la ciencia.

En el presente trabajo no se pretende agregar un algoritmo



más a los ya existentes, sino demostrar la factibilidad del uso del computador como herramienta de diseño lógico. Para cumplir este cometido, este estudio estará dividido en dos fases: En la primera se intentará la Minimización de la función Booleana como tal y en la segunda la minimización en Lógica NAND.

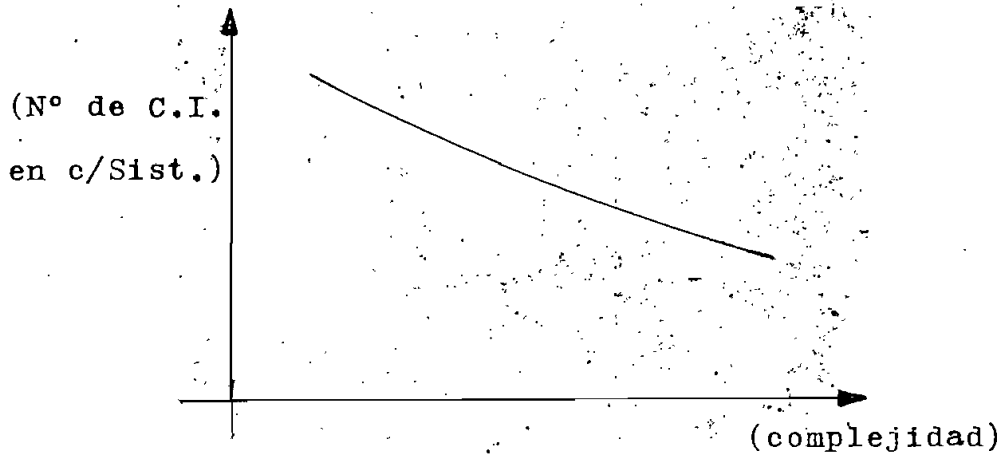


fig. 1a)

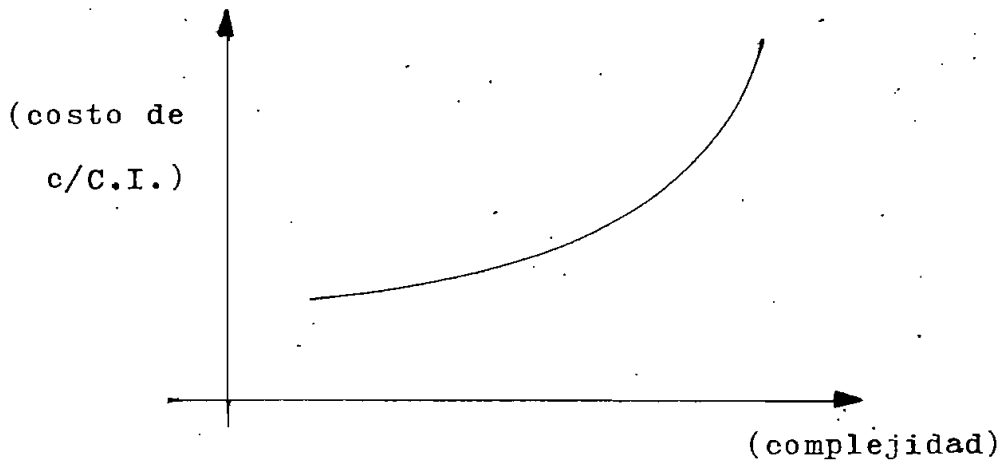


fig. 1b)

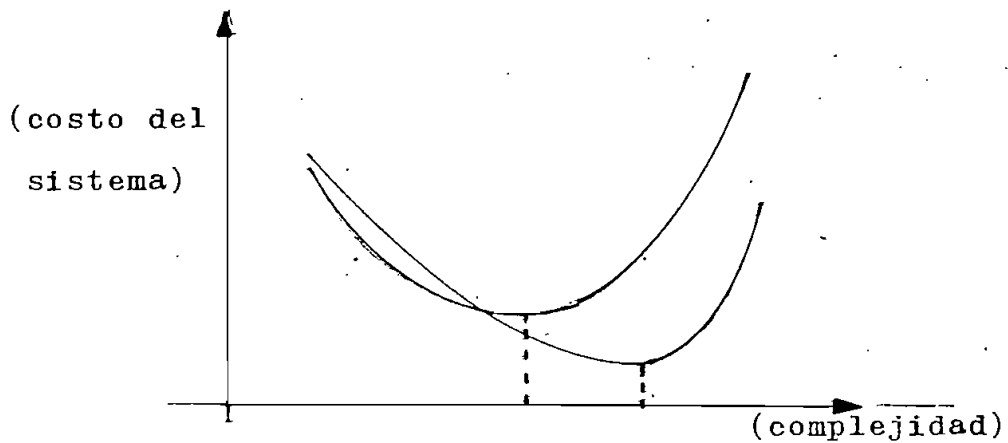


fig. 1c)

### CRITERIO DE MINIMILIDAD

Existen varios criterios, los cuales tienden a determinar, cual de las expresiones equivalentes de una función lógica es mínima. Los criterios más usados son tres:

- 1.- La expresión mínima, es la expresión con el MENOR NUMERO DE LITERALES.
- 2.- La mínima expresión, es la expresión con el MENOR NUMERO DE TERMINOS, con tal que no exista otra expresión con el mismo número de terminos y menor número de literales.
- 3.- La expresión mínima es la expresión que requiere el MENOR NUMERO DE ELEMENTOS LOGICOS para su construcción. El número de elementos lógicos, está determinado por la suma del número términos con el número de literales con tenidos en la función.

De estos tres criterios, el tercero, que contiene a los otros dos es el generalmente más usado. Se puede afirmar que todos los criterios provienen de un criterio más general y practico y que es el criterio del menor costo.

Veamos como inciden en la reducción de costos estos criterios.

Sea la función:

$$F := \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3$$

que puede ser implementada por las siguientes expresiones:

$$1) : F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_3 + x_2 x_3 + x_1 x_2$$

$$2) : F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_3 + x_1 x_2$$

$$3) : F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 + x_2 x_3 + x_1 x_2$$

Tanto la expresión 2) como la 3) contiene el menor número de literales y el menor número de terminos; por lo tanto, de acuerdo al primero y segundo criterio estas dos expresiones son igualmente mínimas. Si queremos implementar la función utilizando elementos concentrados, necesitamos para la expresión 1), doce diodos y dos transistores; mientras que, para las expresiones 2 ó 3, solamente precisamos de nueve diodos y dos transistores. En consecuencia, nuevamente las expresiones 2) y 3) son igualmente mínimas, esta vez de acuerdo con el tercer criterio.

Es evidente que un número menor de elementos conlleva un menor costo, y por lo tanto, cualquiera de los criterios anotados tienden a reducir el costo. Sin embargo, cuando se trata de una construcción utilizando circuitos integrados, estos tres criterios no pueden ser estrictamente aplicados; limitaciones intrínsecas en número de entradas y compuertas en los módulos, dificultan la formulación de un criterio más general.

## METODOS DE MINIMIZACION DE LA FUNCION BOOLEANA

Un estudio de algunos de los Métodos de Minimización de la Función Booleana como tal, será abordado en este capítulo. De éste ha de perfilarse la posibilidad de una programación de alguno ó algunos de los métodos.

### METODO DEL MAPA DE KARNAUGH

Basicamente el Mapa de KARNAUGH, es una forma gráfica de representación de la misma información contenida en la tabla de verdad que define dicha función. Para una función de "r" variables, el mapa contiene  $2^r$  cuadros, uno por cada combinación posible, de las "r" variables de entrada. A cada cuadro se designan valores particulares de dichas combinaciones. Bajo esta convención se coloca un "1" en cada cuadro que representa una combinación para la cual la función toma el valor uno (1); se coloca un cero (0) en cada cuadro que represente a una combinación para la cual la función toma el valor cero; y se coloca una "i" en aquellos cuadros correspondientes a condiciones de entrada "indefinidas" (Don't care).

EJEMPLO:

Sea  $F(x_1, x_2, x_3)$ , una función booleana representada por la tabla de verdad de la figura 2). El Mapa de Karnaugh para dicha función se ilustra en la figura 3)

Siguiendo ciertas reglas, es facil visualizar los agrupamiento

tos que nos lleven a una solución mínima.

TABLA DE VERDAD DE  
UNA FUNCION BOOLEANA

$x_1$	$x_2$	$x_3$	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	i
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	i
1	1	1	0

fig. 2)

MAPA DE KARNAUGH DE  
UNA FUNCION BOOLEANA

$x_3$	$x_1x_2$			
	00	01	11	10
0	1	i	i	0
1	1	1	0	0

fig. 3)

Como el número de combinaciones y por lo tanto el de cuadros crece exponencialmente con el número de variables (para 7 variables se requieren 128 cuadros), el método deja de ser práctico para seis o mas variables.

El método del mapa de Karnaugh no presenta características optimas para una programación por dos razones: primero, el método es visual, y al programarlo pierde esta característica y segundo, demanda un consumo exagerado de tiempo y posiciones de memoria.

#### METODO DE QUINE - MCCLUSKEY

El método TABULAR o de QUINE - MCCLUSKEY, consiste en una técnica sistemática de enumeración basada en la relación

$$xy + \overline{xy} = x$$

donde "x" es cualquier expresión producto representando una ó más variables y "y" es una sola variable.

El proceso de minimización se lleva a cabo siguiendo el algoritmo detallado a continuación:

1.- Formar la expansión canónica en suma de productos de la función a minimizar.

2.- Examinar todos los productos y aplicar la reducción

$$xy + \overline{xy} = x$$

tantas veces como sea posible. Los nuevos términos así formados, tendrán una variable menos que los términos originales.

3.- Al nuevo conjunto de términos aplicar nuevamente el paso 2. Cuando ya no existan más reducciones posibles con los pasos 1 y 2, obtendremos el conjunto de implicantes primos asociados a la función a ser minimizada.

4.- De este conjunto de implicantes primos se obtendrá la mínima expresión de la función booleana.

A continuación se ilustra el método mediante un ejemplo.

Partimos del hecho de que disponemos de la tabla de verdad de la fig. 4). Con el fin de generalizar el método se ha escogido una función de cuatro variables, donde se ha incluido condiciones no implementadoras o indefinidas.

La expansión canónica de la función a ser minimizada es la siguiente:

$$F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4$$

Son condiciones indefinidas los productos,

$$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \quad \text{y} \quad \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$$



TABLA DE VERDAD DE

UNA FUNCION BOOLEANA

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

fig. 4)

Para la ejecución del segundo paso, tabulamos los términos productos añadiendo a la lista, las condiciones indefinidad y aplicando al conjunto la relación

$$xy + \overline{xy} = x$$

tantas veces como fuese necesario. Comparemos pues, el primer término de la primera columna de la fig. 5),  $(0\ 0\ 0\ 0)$ , con los demás términos de la misma columna; vemos que es posible aplicar la reducción solamente con el segundo y tercer término  $(0\ 0\ 1\ 0)$  y  $(1\ 0\ 0\ 0)$ , obteniendo así los términos reducidos  $(0\ 0\ -\ 0)$  y  $(-\ 0\ 0\ 0)$ , a los que les colocamos en la columna 2, de la misma figura. Continuamos la operación con todos los términos originales.

En el paso 3, a los nuevos términos resultantes del paso anterior, aplicamos el principio de reducción hasta cuando no encontremos más posibilidades de simplificación obteniendo en consecuencia el conjunto de implicantes primos de la función tratada.

En la tabla de la fig. 5) se muestran los resultados de los pasos 2. y 3.; en la primera columna se encuentra el conjunto original con las condiciones incluidas; en la segunda, los resultados de la primera reducción y en la tercera columna la reducción final. Se ha colocado una marca (V) en aquellos términos que se han utilizado en alguna reducción y por lo tanto, no constituyen implicantes primos. Se han señalado con (°) aquellos términos que no han tomado parte en una reducción, constituyendo en sí, implicantes primos.

Con la tabla de implicantes primos obtenida en los pasos anteriores se procederá a determinar la mínima expresión de la

función original a ser minimizada.

PROCESO DE REDUCCION Y CALCULO

DE IMPLICANTES PRIMOS

				PRIMERA				SEGUNDA			
				REDUCCION				REDUCCION			
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
0	0	0	0	0	0	-	0	-	0	-	0
0	0	1	0	-	0	0	0	-	0	1	-
1	0	0	0	0	0	1	-	-	-	1	1
0	0	1	1	-	0	1	0	-	1	-	1
0	1	0	1	1	0	-	0				
1	0	1	0	1	-	0	0				
1	1	0	0	0	-	1	1				
0	1	1	1	-	0	1	1				
1	0	1	1	0	1	-	1				
1	1	0	1	-	1	0	1				
1	1	1	1	1	0	1	-				
				1	1	0	-				
				-	1	1	1				
				1	-	1	1				
				1	1	-	1				

fig.5)

Para la determinación de la mínima expresión de la función, se seguirá el siguiente procedimiento:

- a.- Formar la tabla de Selección.
- b.- Determinar los implicantes primos esenciales.
- c.- Determinar y eliminar aquellos implicantes que sean absolutamente eliminables.
- d.- Seleccionar los Implicantes primos elegibles.
- e.- Formar la Tabla Reducida de Selección.
- f.- Seleccionar el grupo o grupos de implicantes primos que cubran la función en forma mínima.

La Tabla de Selección para el problema del ejemplo se ilustra en la fig.6).

TABLA DE SELECCION

IMPLICANTES PRIMOS	TERMINOS PRODUCTO								
	0011	0101	0111	1000	1010	1011	1100	1101	1111
1-00				v			v		
110-							v	v	
-0-0				v	v				
-01-	v				v	v			
--11	v		v			v			v
-1-1		v	v					v	v

fig. 6)

En la tabla de la fig. 6), cada columna corresponde a un término producto de la expresión original y cada fila corresponde a un implicante primo. Notese que no se han incluido los términos de condición "indefinida". Se ha colocado una marca "v" para cada implicante primo, en las columnas cuyos términos producto están contenidos en ese implicante primo; así por ejemplo, el implicante primo (1-00) contiene a los términos producto (1000) y (1100).

De la misma tabla, podemos extraer el conjunto de implicantes primos esenciales, absolutamente eliminables y elegibles, tomando en consideración las siguientes observaciones:

- Un implicante primo que no contenga (-), contiene a un solo término producto; si contiene una (-) dos términos producto estarán implicados por él. En general un implicante que contenga s (-), implicará a  $2^s$  términos producto.
- Es posible tener uno ó más términos producto, que estén contenidos en un solo implicante primo. Los implicantes primos que cumplan esta función se denominan implicantes primos esenciales. En el ejemplo, (-1-1) es esencial.
- Un implicante primo es absolutamente eliminable, si todas las columnas que han sido marcadas en la fila correspondiente a este implicante primo, están también marcadas en una o más filas correspondientes a los implicantes primos esenciales. En el ejemplo no existe ningún implicante primo que cumpla este requisito.

- Los implicantes primos, que no se encuentren en ninguna de las dos clases definidas anteriormente constituyen el conjunto de implicantes primos elegibles. Por lo tanto, son elegibles los implicantes: (1-00), (110-), (-0-0), (-01-) y (--11).

La tabla reducida de selección nos permite determinar que conjunto de implicantes representarán a la función su forma más simple. Esta tabla es la misma Tabla de Selección en la que constan solamente las filas y columnas correspondientes a los implicantes primos elegibles y a los términos productos implicados por éstos respectivamente. La fig. 7) ilustra a la tabla reducida de selección del ejemplo.

TABLA REDUCIDA DE SELECCION

IMPLICANTES PRIMOS	TERMINOS PRODUCTO				
	0011	1000	1010	1011	1100
1-00.		v			v
110-					v
-0-0		v	v		
-01-	v		v	v	
--11	v			v	

fig. 7)

Para encontrar la mínima expresión con la ayuda de esta tabla,

debemos seleccionar grupos de implicantes primos, de tal suerte que todos los términos producto que han formado parte en esta tabla, esten cubiertos por dichos grupos. Aquel grupo que unido al conjunto de implicantes primos esenciales cumpla con los criterios de minimalidad dados en el capítulo anterior constituirán la mínima expresión de la función. Procediendo de la manera indicada obtendremos, en el ejemplo los siguientes grupos:

Grupo 1	(1-00), (-01-)
Grupo 2	(1-00), (-0-0), (--11)
Grupo 3	(110-), (-0-0), (-01-)
Grupo 4	(110-), (-0-0), (--11)

Obviamente existen otros grupos a más de los cuatro anteriores, por ejemplo, tomemos el grupo formado por los implicantes (110-), (-0-0), (-01-) y (--11). Si examinamos la fig. 7) vemos que la fila correspondiente al implicante primo (--11), está completamente cubierta por la fila correspondiente al implicante (-01-); por lo tanto, sería redundante considerar al implicante (--11) como miembro de este grupo.

El grupo 1 cumple con el tercer criterio de minimalidad y por lo tanto constituye junto con el implicante primo esencial (-1-1), la mínima expresión que representa la función en suma de productos, quedando esta como sigue:

$$F = x_2x_4 + x_1\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_2x_3$$

En muchos casos la selección de los grupos necesarios para

completar la mínima representación de la función es obvia. Sin embargo, en algunas situaciones, se necesita de un algoritmo capaz de generar en forma sistemática el grupo de cobertura mínima. Taylos L. Booth presenta un algoritmo algébrico para la solución de este problema.

Este método como se puede apreciar en su estudio resulta bastante claro y sencillo, presentando buenas características para una posible programación.

#### METODO DE MOTT (CONSENSUS)

Por el mismo tiempo que Quine-MacCluskey desarrollaban el método tabular de minimización, Samson y Mills trabajaban sobre una nueva técnica denominada de Consensus, que Quine la define como CONSENSUS ITERADO. Más tarde Mott combinó el método de Consensus con el Tabular y consiguió una mínima expresión de la función booleana, al mismo tiempo que puso en evidencia la posibilidad de adaptar este método para la programación.

El Consensus Iterado consiste en dos operaciones básicas; una es la operación de consensus y otra es la relación de subsuma

#### Operación de Consensus.-

Si dos términos X y Y contienen una y solo una variable afirmada en el uno y negada en el otro, se puede escribir un nuevo término Z, de consensus, formado por el producto de todas



las variables restantes, eliminando aquella que está afirmada en el uno y negada en el otro. Entonces se puede escribir que  $X + Y = X + Y + Z$ , donde el símbolo (=) significa equivalencia booleana.

Ejemplos:

$$x_1x_2\bar{x}_3 + x_1x_2x_3 = x_1x_2\bar{x}_3 + x_1x_2x_3 + x_1x_2$$

donde  $x_1x_2 = Z$  (término de consensus)

$$x_1x_2 + \bar{x}_1x_3 = x_1x_2 + \bar{x}_1x_3 + x_2x_3$$

donde  $x_2x_3 = Z$  (término de consensus)

No existe consensus cuando: 1) No hay un par de variables opuestas. Ejemplo:

$$x_1x_2 + x_2x_3$$

2) Cuando hay más de una variable opuesta. Ejemplo:

$$x_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2x_3$$

### Relación de Subsuma.-

Si cada variable de X está contenida en Y, y Y contiene variables adicionales, luego Y subsuma a X. Un término que subsuma a otro puede ser eliminado sin alterar la función, Ej:

$$F = x_1x_2x_3 + x_2x_3 + x_1x_2$$

$x_1x_2x_3$  subsuma a  $x_1x_2$  y por lo tanto  $x_1x_2x_3$  puede ser eliminada

de quedando,

$$F = x_2x_3 + x_1x_2$$

El consensus iterado, es un proceso por el cual una expresión dada puede ser transformada en un conjunto de implicantes primos. El procedimiento es llevado a cabo en dos pasos; en el primero se remueven los términos contenidos en otros (relación de subsuma), en el segundo, a los términos resultantes del primer paso se aplica la operación de consensus.

Para aclarar el método, apliquemoslo a un ejemplo, pero antes debemos hacer las siguientes anotaciones:

- Una variable afirmada es representada por 10
- Una variable complementada por 01
- Una variable ausente por 00

La función que queremos minimizar es:

$$F = x_1\bar{x}_3 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + x_1\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3$$

Si hacemos uso del convenio anterior obtenemos la siguiente tabla (fig. 8), en la que cada fila representa un término producto.

Se va a tomar cada uno de los términos y se procederá a probar el criterio de Subsuma con todos los restantes. Si un término queda así eliminado, este ya no interviene en las siguientes pruebas.

TABLA DE TERMINOS PRODUCTO

CODIFICADOS

PRODUCTOS	VARIABLES			
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1 \bar{x}_3$	10	00	01	00
$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$	10	01	01	00
$x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	10	00	01	01
$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$	01	01	00	01
$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$	01	10	01	00

fig. 8)

Para esto escribimos cada pareja de términos de acuerdo a los codigos anteriores y procedemos a sumar verticalmente todos los símbolos individuales existentes, recordando que:

$$0 + 0 = 0; \quad 0 + 1 = 1; \quad 1 + 1 = 1.$$

Tomemos el primero y segundo término y apliquemos la operación descrita a esta pareja:

10	00	01	00
10	01	01	00
10	01	01	00

con la consecución del segundo término reproducido en el resultado, lo que significa que está contenido en el primero y que por lo tanto, podemos eliminarlo.

De igual manera eliminamos el tercer término ( $x_1\bar{x}_3\bar{x}_4$ ) y la función toma la forma de:

$$F = x_1\bar{x}_3 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3$$

que en forma codificada está representada en la tabla de la fig. 9)

TABLA DE TERMINOS PRODUCTO

CODIFICADOS

PRODUCTOS	VARIABLES			
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1\bar{x}_3$	10	00	01	00
$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4$	10	01	00	01
$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$	01	10	01	00

fig. 9)

al primero y segundo término de la tabla anterior, aplicamos la segunda parte del método y para ello sumamos en la forma ya descrita y obtenemos:

10	00	01	00
01	01	00	01
11	01	01	01

De la definición de operación de consensus podemos deducir

que si existe solamente un término "11", existirá consensus y éste puede ser obtenido fácilmente, reemplazando "11" por "00". En el ejemplo,  $(\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4)$  00 01 01 01, será el término de consensus. A este término lo añadimos al final de la lista de la figura 9) y nuevamente aplicamos la primera parte del método, con el fin de eliminar, si existen, términos que subsumen a otros. La lista final, una vez que no existan términos de consensus y términos que subsumen a otros, es la lista de Implicantes Primos de la función tratada.

En nuestro problema del ejemplo la función queda reducida a:

$$F = x_1\bar{x}_3 + \bar{x}_3\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_3$$

Si en el problema aparecen condiciones "indefinidas", éstas son incluidas y tratadas junto a los productos implementadores con el procedimiento anterior.

Una vez obtenido el conjunto de implicantes primos, se procede a determinar la mínima expresión de la función. Mott propone para la resolución de este problema, la creación de una matriz denominada "Matriz de Cubrimiento, muy similar a la tabla de Selección del método tabular. Para formar esta matriz hay que expandir la función original a su forma canónica aplicando en ella la relación :

$$X = XY + X\bar{Y}$$

Realicemos la expansión del primer término de la función original del ejemplo;

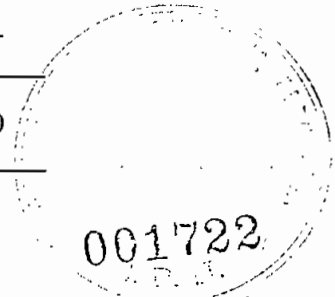
$$x_1 \bar{x}_3 = x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 = x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$$

Continuando de la misma manera con los restantes términos, que no estén en su forma canónica, obtenemos la expansión de la función original como la ilustrada por la tabla de la fig. 10). En esta operación ya no intervienen los productos de condición indefinida.

=====  
 TABLA DE TERMINOS PRODUCTO  
 DE LA FUNCION EXPANDIDA  
 =====

PRODUCTOS	VARIABLES			
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1) : $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	01	01	01	01
2) : $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	01	10	01	01
3) : $\bar{x}_1 x_2 x_3 x_4$	01	10	01	01
4) : $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	10	01	01	01
5) : $x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$	10	01	01	10
6) : $x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	10	10	01	01
7) : $x_1 x_2 x_3 x_4$	10	10	01	10

fig. 10)



La Matriz de Cubrimiento, es una matriz  $M \times N$ , donde  $M$  es el número de productos de la función expandida canónicamente y  $N$  es el número de Implicantes Primos de la función. Si  $m_{ij}$  es un elemento de dicha matriz y si  $X_j$  y  $Y_i$  son un término producto y un implicante primo respectivamente ( $j = 1, \dots, M$ ;  $i = 1, \dots, N$ ) entonces:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } Y_i \text{ cubre a } X_j \\ 0 & \text{si } Y_i \text{ no cubre a } X_j \end{cases}$$

Para clarificar la forma de obtener cada elemento de la Matriz de Cubrimiento, se encontrarán los elementos  $m_{11}$  y  $m_{21}$ . La fig. 11) contiene al conjunto de implicantes primos de la función del ejemplo.

=====  
 TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS  
 =====

IMPLICANTES PRIMOS		VARIABLES			
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1)	$x_1 \bar{x}_3$	10	00	01	00
2)	$\bar{x}_3 \bar{x}_4$	00	00	01	01
3)	$x_2 \bar{x}_3$	00	10	01	00

fig. 11)

Investiguemos si el Implicante Primo 1)(fig. 11) cubre al término producto 1) (fig. 10), sumando dichos términos en la for

ma acordada;

$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	01	01	01	01
$x_1 \bar{x}_3$	10	00	01	00
	11	01	01	01

El resultado nos indica que los elementos sumados no se subsuman y por lo tanto, el implicante  $x_1 \bar{x}_3$  no contiene o cubre a  $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$  y en consecuencia el elemento matricial  $m_{11}$  es 0.

Tomemos luego, el implicante 2 y el término producto 1)

$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	01	01	01	01
$\bar{x}_3 \bar{x}_4$	00	00	01	01
	01	01	01	01

y el resultado nos indica que el término producto está cubierto por el implicante primo, por lo tanto,  $m_{21} = 1$

MATRIZ DE CUBRIMIENTO

[	0	0	0	1	1	1	1	]
[	1	1	0	1	0	1	0	]
[	0	1	1	0	0	1	1	]

fig. 12)



El siguiente paso previo a la obtención de la mínima expresión, es el de determinar cuales son los implicantes primos "esenciales". Si existe uno o más terminos producto de la expresión expandida que estén cubiertos por un solo implicante primo, este implicante será esencial puesto que no existe posibilidad de que sea reemplazado por otro implicante primo. Esta condición es visible en la matriz de cubrimiento de la fig. 12) cuando alguna columna contiene solamente un "1"; el implicante primo esencial será el correspondiente al de la fila en la que se encuentra ese "1". Las columnas 1), 3), y 5) contienen solamente un "1" en las filas 2), 3), y 1) respectivamente; en consecuencia los implicantes correspondientes a las filas anteriormente mencionadas serán esenciales.

Nuestro paso final será seleccionar grupos de implicantes primos, en los cuales estén involucrados todos los implicantes primos esenciales y que cumplan con el requisito de que al sumar las filas correspondientes al grupo escogido, en la matriz de cubrimiento se obtenga un vector cubierto de "unos". Si esta restricción no se cumple, entonces aquel grupo no formará la mínima expresión de la función tratada y por lo tanto se deberá escoger otro.

METODO DE PERLOWSKI

Este método está basado en el consensus iterado. La diferencia principal con el método de Mott radica en la forma de obtención de la mínima expresión de la función, a partir del conjunto de implicantes primos. En efecto, como hemos visto, Mott combina el consensus con el método tabular, mientras Perlowski aplica la teoría del consensus hasta alcanzar la mínima cobertura. Por esta razón nuestra atención va a dirigirse hacia el problema de la mínima cobertura de la función, suponiendo que contamos con el conjunto de implicantes primos previamente obtenido por aplicación del consensus iterado.

Sea la función a minimizar:

$$F := x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$$

cuya tabla de implicantes primos es la siguiente:

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1 x_2 \bar{x}_3$	10	10	01	00
$x_1 x_3 \bar{x}_4$	10	00	10	01
$x_2 \bar{x}_3 x_4$	00	10	01	10
$x_1 x_2 \bar{x}_4$	10	10	00	01

fig. 13)

Con los datos de la fig. 13), procedemos a determinar la mí-

nima expresión de la función dada. Para ello seguimos los siguientes pasos:

1.- Determinar el conjunto de implicantes primos esenciales. Esto se lleva a cabo, separando un implicante primo del resto de implicantes y aplicando la siguiente regla: El implicante primo separado es esencial si no es generado por aplicación del consensus iterado al resto de implicantes. Repitiendo el procedimiento con todos y cada uno de los implicantes primos se obtiene el conjunto de implicantes primos esenciales. Para aplicar este primer paso al ejemplo, separemos el implicante  $(x_1x_2\bar{x}_3)$  de la fig.13) y realicemos la operación de consensus con los implicantes  $(x_2\bar{x}_3x_4)$  y  $(x_1x_2\bar{x}_4)$  lo que nos da como resultado,  $x_1x_2\bar{x}_3$ , con lo que hemos generado el término previamente separado, hecho que significa que éste no es implicante primo esencial. Ahora separamos del grupo al término  $(x_1x_3\bar{x}_4)$  y sobre el grupo restante aplicamos la operación de consensus; esto solo es posible con  $(x_2\bar{x}_3x_4)$  y  $(x_1x_2\bar{x}_4)$ , produciéndose el término  $(x_1x_2\bar{x}_3)$ ; esto nos indica que el término separado,  $(x_1x_3\bar{x}_4)$ , es esencial. De igual manera encontramos que el término  $(x_2\bar{x}_3x_4)$  es un implicante primo esencial.

Veamos si los resultados anteriores son esperados mediante el método de Mott. En la fig. 14) consta la matriz de cubrimiento de la función del ejemplo; es facil visualizar en ella que el segundo y tercer implicante constituyen implicantes primos esenciales; resultado que coincide con el encontrado por el método de Perlowski

2.- Determinar los implicantes primos eliminables

Son eliminables los implicantes primos que no son esenciales. Por lo tanto, basta con separar los implicantes primos esenciales del conjunto de implicantes primos, para obtener los eliminables. En el ejemplo,  $(x_1x_2\bar{x}_3)$  y  $(x_1x_2\bar{x}_4)$  son eliminables.

3.- Determinar los implicantes absolutamente eliminables

Un procedimiento del consensus iterado sobre el conjunto de implicantes primos esenciales, nos indica cuales de los implicantes primos eliminables son absolutamente eliminables. Si la operación de consensus nos genera un implicante eliminable, luego este será absolutamente eliminable, pues estará contenido en el conjunto de esenciales. Los implicantes  $(x_1x_3\bar{x}_4)$  y  $(x_2\bar{x}_3x_4)$  del ejemplo, son esenciales y sobre estos no es posible aplicar la operación de consensus lo que nos indica que ninguno de los implicantes eliminables es absolutamente eliminable.

4.- Eliminar los implicantes primos absolutamente eliminables

De esta manera la expresión de la función estará dada por los implicantes primos esenciales y los condicionalmente eliminables.

5.- Obtener la expresión mínima

- a). Tomar el conjunto de implicantes primos esenciales más un eliminable y sobre este conjunto aplicar el

MATRIZ DE CUBRIMIENTO

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \underline{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \underline{1} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

TERMINOS PRODUCTO

- 1)  $x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$
- 2)  $x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$
- 3)  $x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$
- 4)  $x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$
- 5)  $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$

IMPLICANTES PRIMOS

- 1)  $x_1 x_2 \bar{x}_3$
- 2)  $x_1 x_3 \bar{x}_4$
- 3)  $x_2 \bar{x}_3 x_4$
- 4)  $x_1 x_2 \bar{x}_4$

consensus iterado. Si todos los implicantes primos son obtenidos de esta operación, el conjunto tomado es una expresión mínima de la función. El procedimiento se repite tomando cada vez un implicante eliminable y el conjunto esencial; esto es necesario puesto que la función puede tener una o más expresiones con igual número de términos. Si no se ha obtenido todos los implicantes primos de la operación de consensus entonces el procedimiento se continúa.

b). Se realiza el mismo paso anterior pero esta vez tomando dos implicantes primos eliminables. Si aun así no se encuentra todos los implicantes primos eliminables de la operación de consensus, será necesario tomar tres implicantes primos eliminables y en algunos casos hasta cuatro. Generalmente siguiendo este procedimiento se llega a obtener una expresión mínima.

Para aplicar esta parte del método en nuestro ejemplo, tome mos los dos implicantes primos esenciales,  $(x_1x_3\bar{x}_4)$  y  $(x_2\bar{x}_3x_4)$  más el término eliminable  $(x_1x_2\bar{x}_3)$ . De este grupo, con los términos  $(x_1x_2\bar{x}_3)$  y  $(x_1x_3\bar{x}_4)$ , realizamos la operación de consensus, lo que nos da como resultado  $(x_1x_2\bar{x}_4)$ , que es el otro implicante primo eliminable, razón por la cual el grupo que hemos escogido constituye ya una mínima expresión. Tomemos ahora el grupo formado por  $(x_1x_3\bar{x}_4)$ ,  $(x_2\bar{x}_3x_4)$   $(x_1x_2\bar{x}_4)$ ; un consensus entre estos dos últimos nos restituye  $(x_1x_2\bar{x}_3)$ , el implicante eliminable sobrante, y en consecuencia este grupo elegi

do es también una expresión mínima. La función nos quedaría reducida a cualquiera de las dos expresiones siguientes:

$$F_1 = x_1 x_3 \bar{x}_4 + x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 \quad (1)$$

$$F_2 = x_1 x_3 \bar{x}_4 + x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_4 \quad (2)$$

el procedimiento termina aquí.

## ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS PRINCIPALES METODOS

Como hemos visto en el capítulo anterior, el método del Mapa de Karnaugh, es un método visual bastante eficaz, siempre y cuando se cuente con funciones de no más de cuatro variables, lo que constituye una seria limitación. Podemos anotar otra desventaja y es el hecho de que nada nos dice este método sobre la mínima expresión de la función, puesto que solo nos genera el conjunto de implicantes primos, siendo preciso recurrir a otros métodos para resolver el problema de la mínima cobertura.

El uso de las condiciones no implementadoras o indefinidad en el método de Karnaugh, resulta ser una característica interesante del mismo.

El método tabular, al igual que el de Karnaugh, usa las condiciones no implementadoras para la obtención de la tabla de implicantes primos, pero presenta la ventaja de que no está limitada por el número de variables, al menos si de programación se trata.

Cuando se intenta programar este método se aprecia su adaptabilidad al lenguaje de máquina y su sencillez de algoritmización. Sin embargo, puede acarrear dificultades si no se cuenta con un computador de mediana o gran capacidad de memoria. Pese a sus limitaciones podemos considerar a este método como



útil, eficaz y versátil, que en la generalidad de los casos nos lleva a soluciones mínimas muy aceptables.

El método de Mott reúne las cualidades y ventajas del método tabular, sin embargo, el método en si mismo es menos directo y cuando se lo programa se encuentra mayor dificultad. Una característica por la cual el método de Mott aventaja al de Quine-MacCluskey, es el hecho de que la función no necesariamente debe estar en su forma canónica, lo cual en algunas ocasiones resulta muy ventajoso por el ahorro de tiempo y trabajo demandados al expandir la función a su forma canónica. Al respecto hay que aclarar lo siguiente: el método de Mott, como se ha visto en el capítulo anterior, requiere para la obtención de la mínima expresión que la función esté en su forma canónica; razón por la cual si el método es realizado a mano no existe tal ventaja, pero cuando el método está ya programado esta ventaja se hace realidad puesto que el programa se encargará de realizar la expansión.

El método de Mott combina el consensus iterado con la tabulación. Perlowski en su método elimina esta mezcla, pues encuentra la mínima expresión aplicando en forma reiterada el principio del consensus. Si el método de Perlowski es programado se logra ahorrar tiempo y memoria de computación ya que una misma subrutina puede ser utilizada, tanto para la determinación de los implicantes primos, como de la mínima expresión. Aun así, el método de Mott es preferido en razón de que utili

za las condiciones no implementadoras, por lo cual los resultados son más óptimos cuando el problema a tratarse contiene dichas condiciones.

De lo anterior puede deducirse que los métodos más representativos y utilizados son el método tabular o de Quine-MacCluskey y el método de Mott. También en este trabajo han sido preferidos y escogidos para una ulterior programación.

A partir de los resultados de cualquiera de estos dos métodos se procederá a encontrar una solución del problema en lógica NAND de hasta tres niveles.

## MINIMIZACION EN LOGICA NAND

En el presente capítulo se estudiarán métodos de simplificación en Lógica NAND propiamente dicha.

### METODO DE DIETMEYER-SU,

Este es un método utilizado cuando existe restricción del número de entradas por compuerta (Fan-in limitado). Consiste en la búsqueda de un factor común que cumpla además con ciertos requisitos. En general estos requisitos se reducen al encuentro de una máxima figura de mérito.

Los autores presentan para la resolución del problema, tres algoritmos y algunas sofisticaciones de los mismos. El algoritmo a usarse depende del problema y los tres pueden o no dar resultados diferentes.

El método es sumamente complejo y las subrutinas que los autores dan como referencia están compilados en una obra de difícil consecución en nuestro País. Por estas razones y por el hecho de que el método solo es útil cuando el número de variables es grande, se ha desistido de una programación del mismo.

### METODO DE MUROGA-IBARAKI

El método, capaz de resolver problemas de minimización tanto en Lógica NAND, NOR, o Lógica Combinada, tiene como punto de partida un código de Programación Entera denominado "ILLIP"

(Illinois Integer Programming Code) y que está basado en la enumeración implícita, consiste en la transformación del problema de minimización a un problema de programación lineal entera y como tal es luego implementado y resuelto. Al parecer este método es bastante versátil ya que puede resolver problemas con cualquier tipo de restricción.

Este método no se programó por dos razones:

1.- Como ya se anotó anteriormente, el método precisa de una codificación especial, por lo que se requiere de información adicional, cuya consecución se lograría en un tiempo no razonable.

2.- Resolver una programación lineal entera está fuera del alcance y perspectivas de este trabajo.

Considero que un estudio ampliado puede ser de interés y utilidad.

#### TRANSFORMACION DE LOGICA AND-OR A LOGICA NAND

Una de las reglas básicas del Algebra Booleana denominada "Teorema de Morgan" nos ayuda a transformar una expresión de Lógica AND-OR a Lógica NAND. En efecto estos teoremas vienen expresados por:

$$1) \quad \overline{X + Y} = \overline{X} \overline{Y}$$

$$2) \quad \overline{X Y} = \overline{X} + \overline{Y}$$

donde X y Y son literales o expresiones booleanas.

Si a la expresión 1) la complementamos en sus dos lados tenemos:

$$\overline{\overline{X + Y}} = \overline{\overline{X} \overline{Y}}$$

lo cual da como resultado:

$$X + Y = \overline{\overline{X} \overline{Y}}$$

Con lo que se ha logrado la transformación deseada.

Ejemplo:

$$\text{Sea } F = x_1 x_4 + \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} + x_3 x_4 + x_1 \overline{x_3}$$

la función que deseamos transformar, entonces;

$$F = \overline{\overline{x_1 x_4 + \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} + x_3 x_4 + x_1 \overline{x_3}}}$$

será la expresión de F en lógica NAND

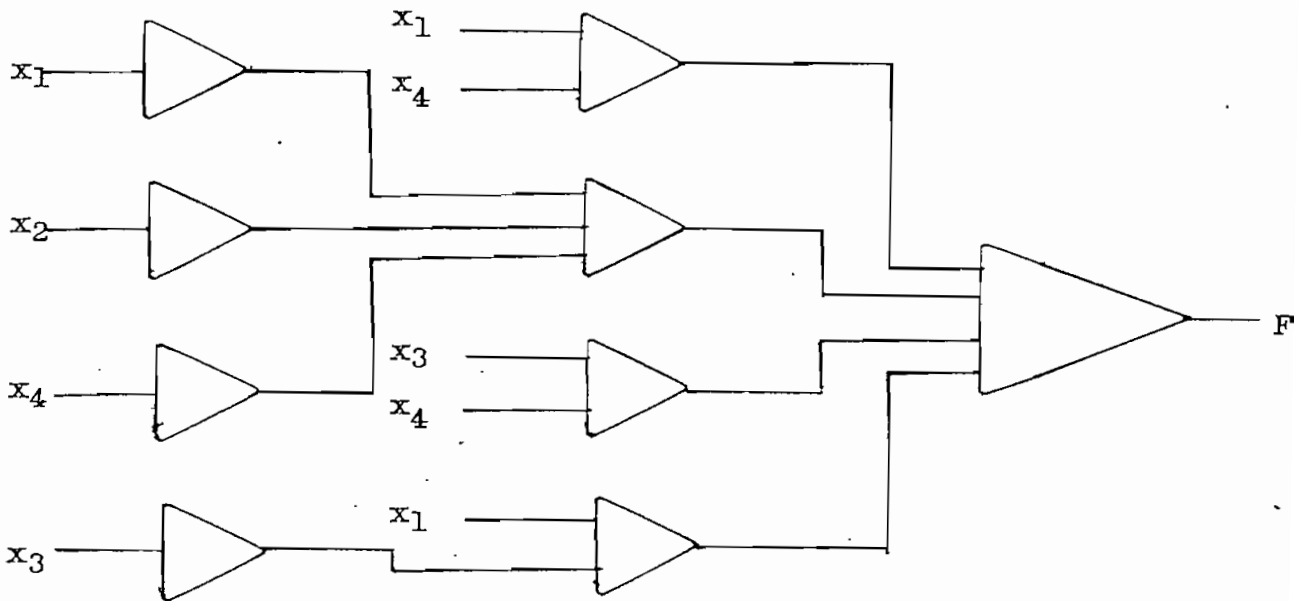


fig. 15)

De lo anterior podemos deducir las siguientes reglas para la transformación AND-OR a NAND:

- 1) Invertir todos los productos
- 2) Transformar las sumas a productos
- 3) Invertir la expresión resultante de los pasos anteriores

Las reglas anteriores pueden reducirse a remplazar las compuertas AND-OR por compuertas NAND.

Este tipo de transformación es válida cuando no se tiene ningún tipo de restricción.

Podemos aplicar esta transformación a una función minimizada por cualquiera de los métodos estudiados en el capítulo anterior. El resultado que obtendríamos sería una implementación mínima o cuasi mínima en Lógica NAND de hasta tres niveles, considerando un nivel más debido a la inversión en las entradas.

Esta transformación la vamos a utilizar en nuestro problema de Minimización en Lógica NAND, ya que resulta sumamente sencillo y no precisa de una variación o ampliación de los programas para minimización de la Función Booleana.

## PROGRAMAS

### Programa correspondiente al Método de Quine-MacCluskey

Para cumplir con los objetivos de este trabajo se programó el Método de Quine-Mac-Cluskey en FORTRAM IV 360/370.

En este programa, las matrices usadas no son significativas, pues pierden su información inicial y su uso cambia de acuerdo a las necesidades del programa.

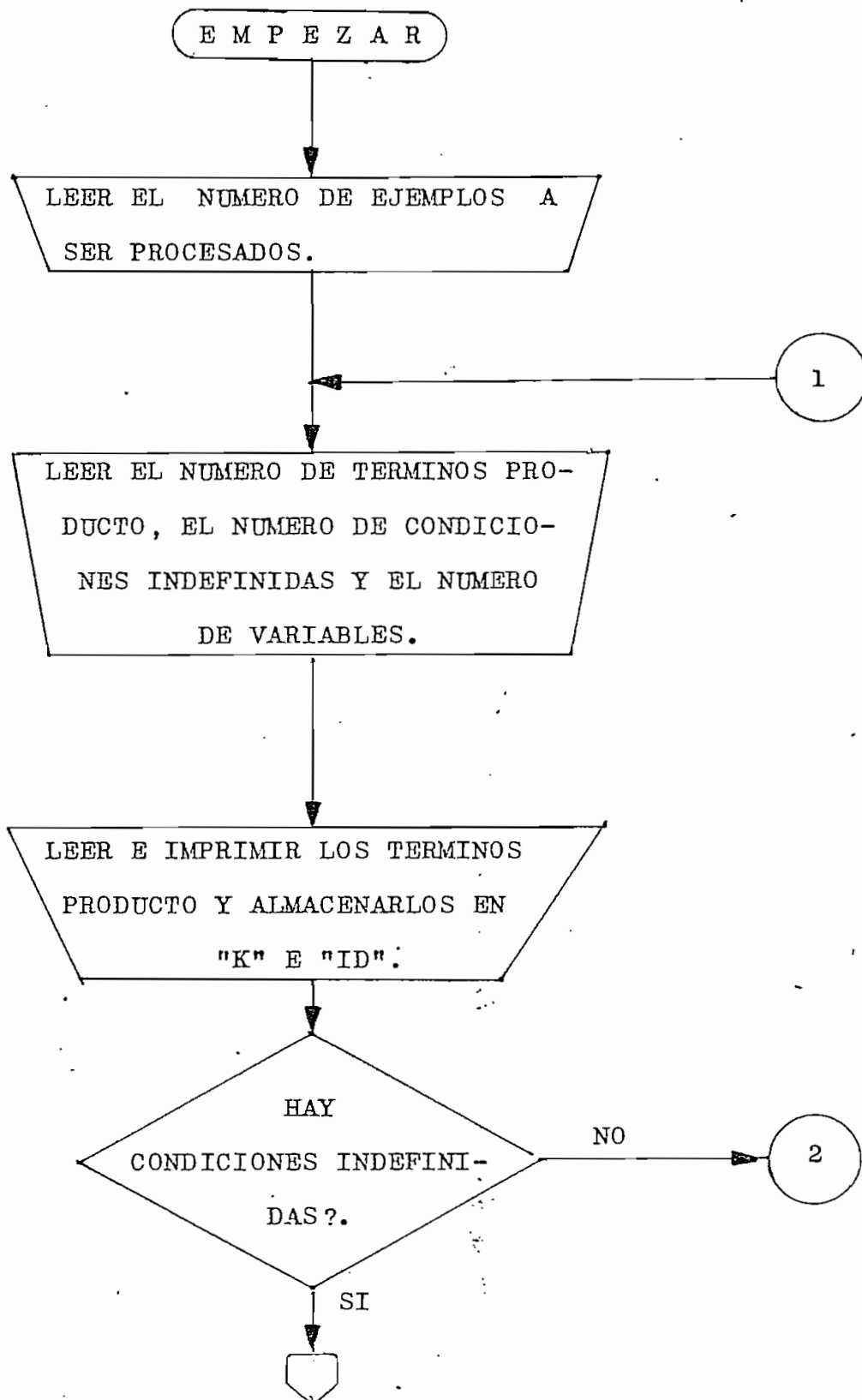
La Matriz "K", almacena en un principio, los elementos correspondientes a la función a ser minimizada. Las condiciones indefinidas también son guardadas en esta Matriz.

La Matriz "K" junto con la Matriz "KR" y el Vector "NP" se utiliza para la obtención de los implicantes primos.

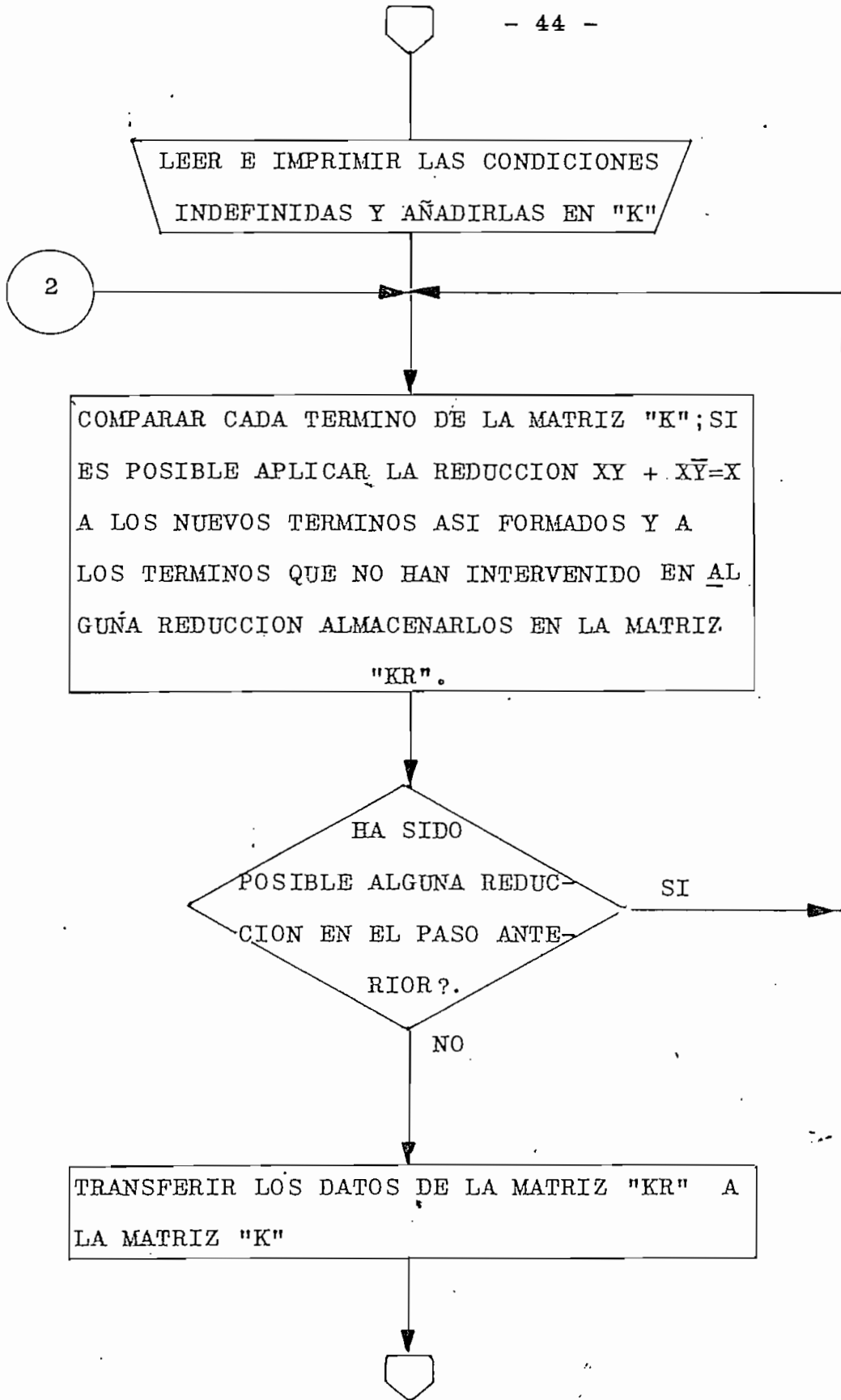
La Matriz "ICHOI" esta encargada de contener los datos de las Tablas de Selección. Para la formación de estas tablas de selección se utiliza la Matriz "K"

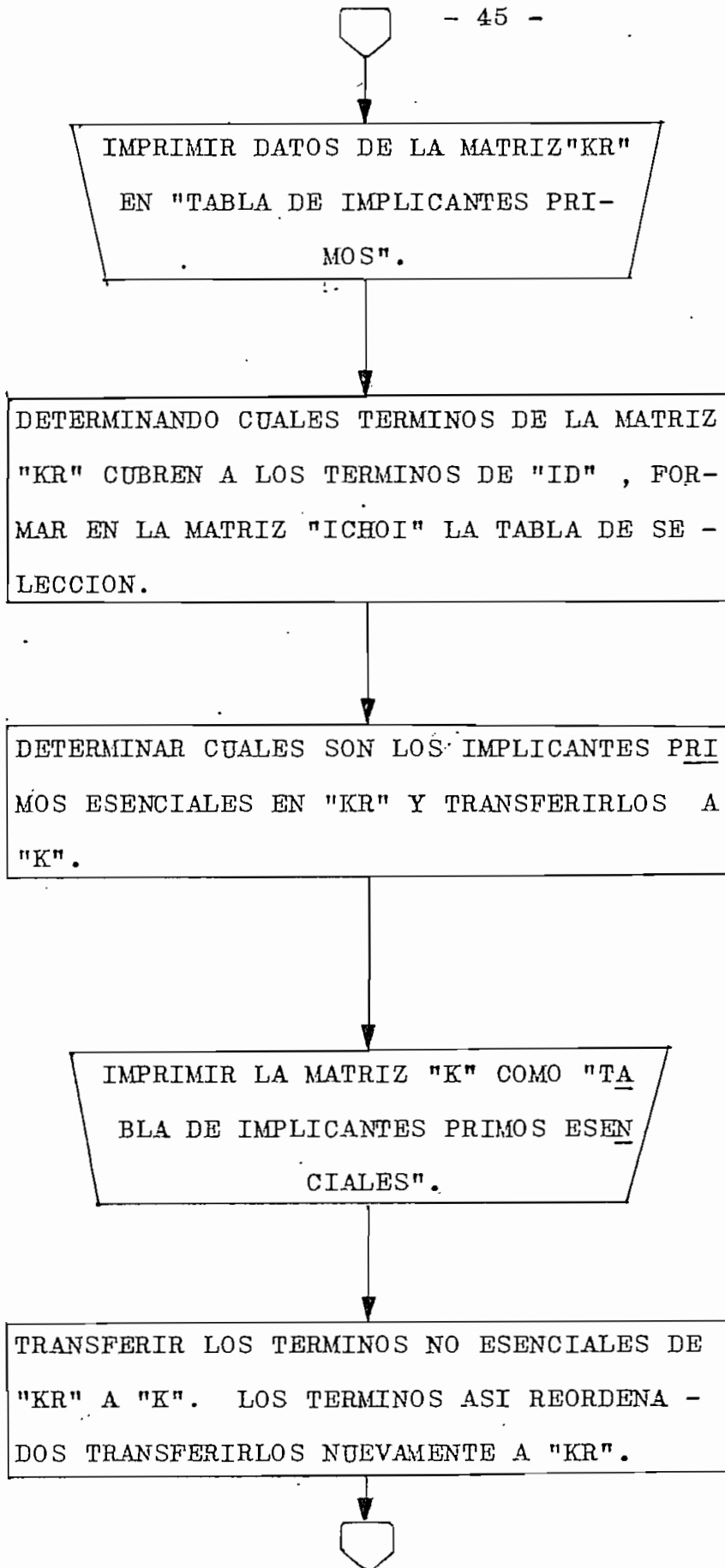
Para la selección de los Implicantes Primos Esenciales y Elegibles se utilizan las Matrices "K", "KR", "ICHOI" y "KES".

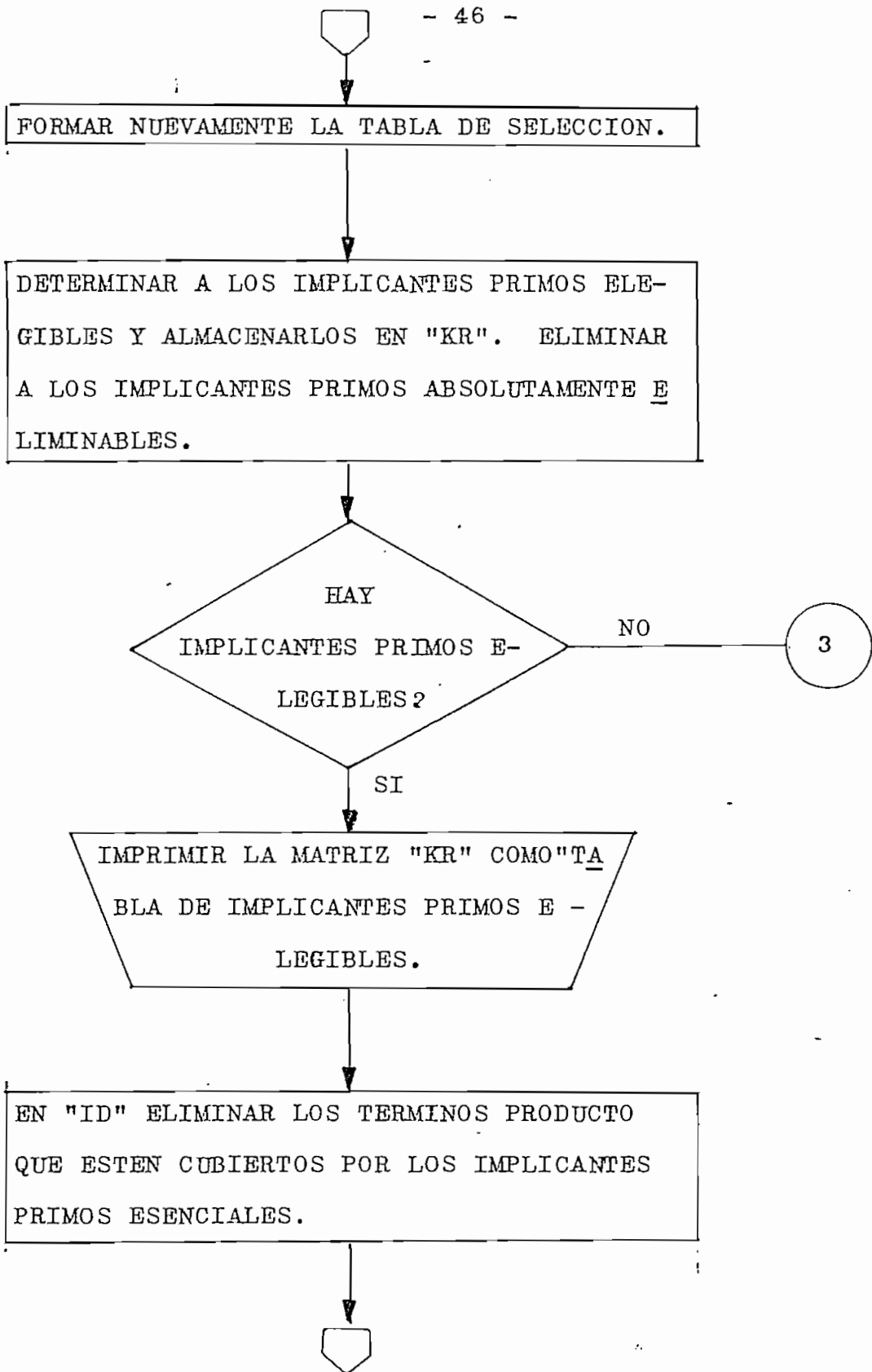
Las dimensiones correspondientes a las matrices y a los vectores constan en el listado del programa.

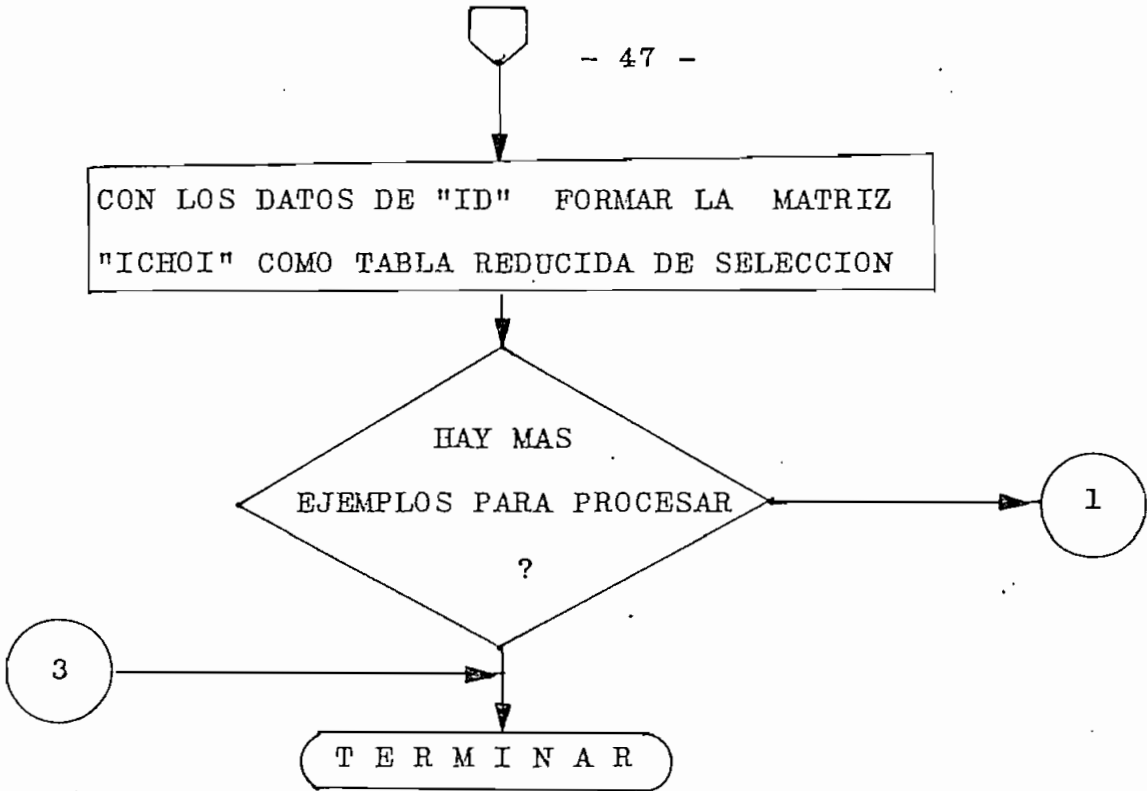












GUIA DEL USUARIO DEL PROGRAMA CORRESPONDIENTE AL METODO DE  
QUINE MACCLUSKEY.

El usuario de este programa debe atenerse a las siguientes instrucciones:

- La primera tarjeta de datos llevará perforado en las columnas 1 y 2 el número de ejemplos a ser procesados.
- A continuación vendrán grupos de tarjetas correspondientes a cada ejemplo a procesar. Estos grupos estarán compuestos de una tarjeta que en las columnas 1 y 2 lleve el número de variables de la función; en las columnas 3 y 4 el número de productos que hacen la función igual a 1; en las columnas 5 y 6 el número de condiciones indefinidas; luego vendrá la(s) tarjeta(s) que con formato 80A1 contendrán los datos correspondientes a los términos producto de acuerdo al siguiente código:

- "1" representa una variable afirmada
- "0" representa una variable negada
- "\*" representa una variable ausente

Completando cada grupo irá la(s) tarjeta(s) que contenga(n) los datos correspondientes a las condiciones "indefinidas". Estas tarjetas estarán perforadas de acuerdo al formato y código indicados.

Ejemplo:

$$\text{Sea } F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3$$

con las siguientes condiciones indefinidas:

$$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3$$

La primera tarjeta llevaría en la columna 1 y 2, 01; la segunda tarjeta llevaría en la columna 1 y 2, 04; en las columnas 3 y 4, 05; en las columnas 5 y 6, 02. La tarjeta N° 3 llevaría desde la columna 1 lo siguiente:

000001011110111

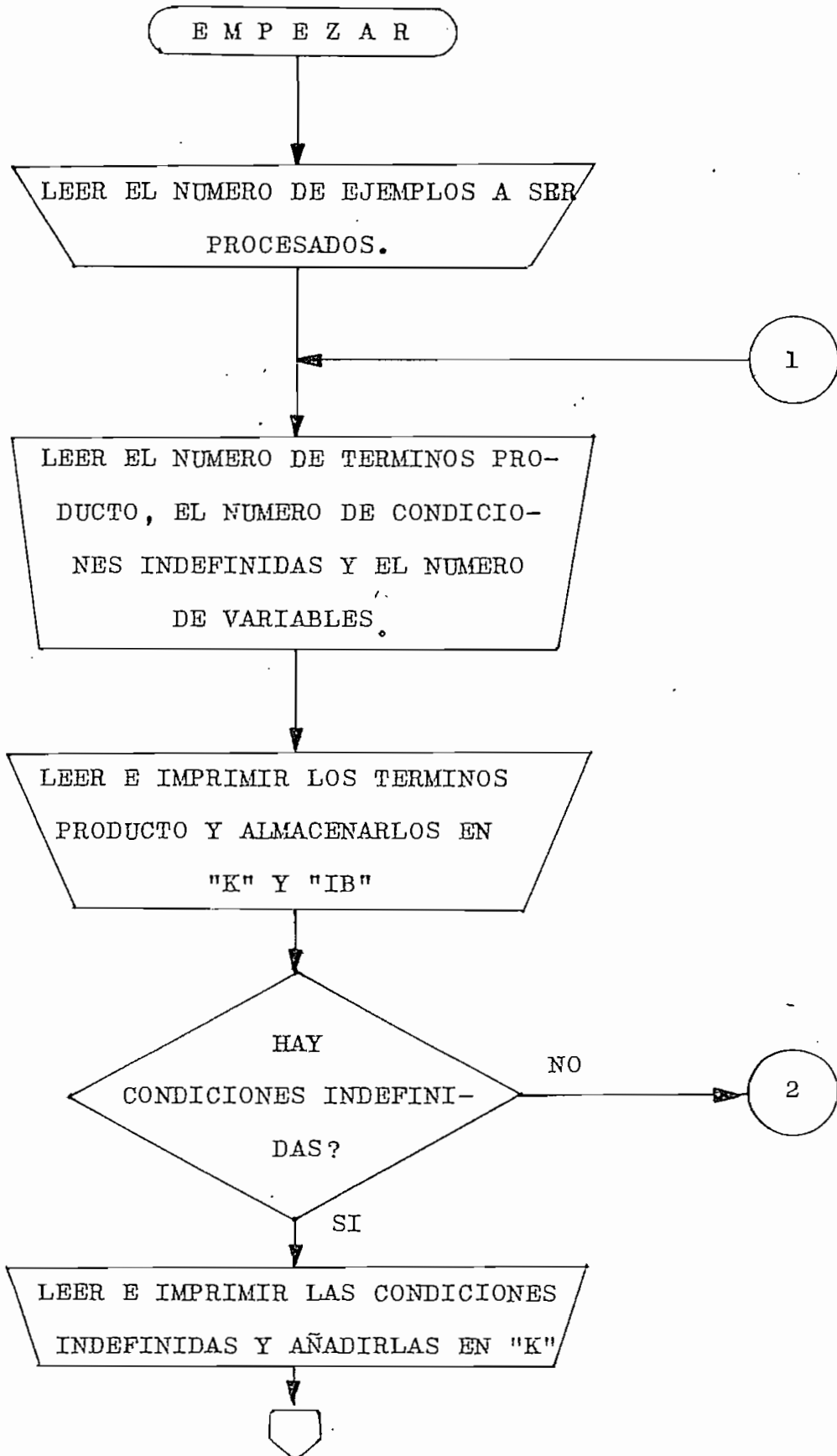
La cuarta tarjeta llevaría a partir de la columna 1 lo siguiente:

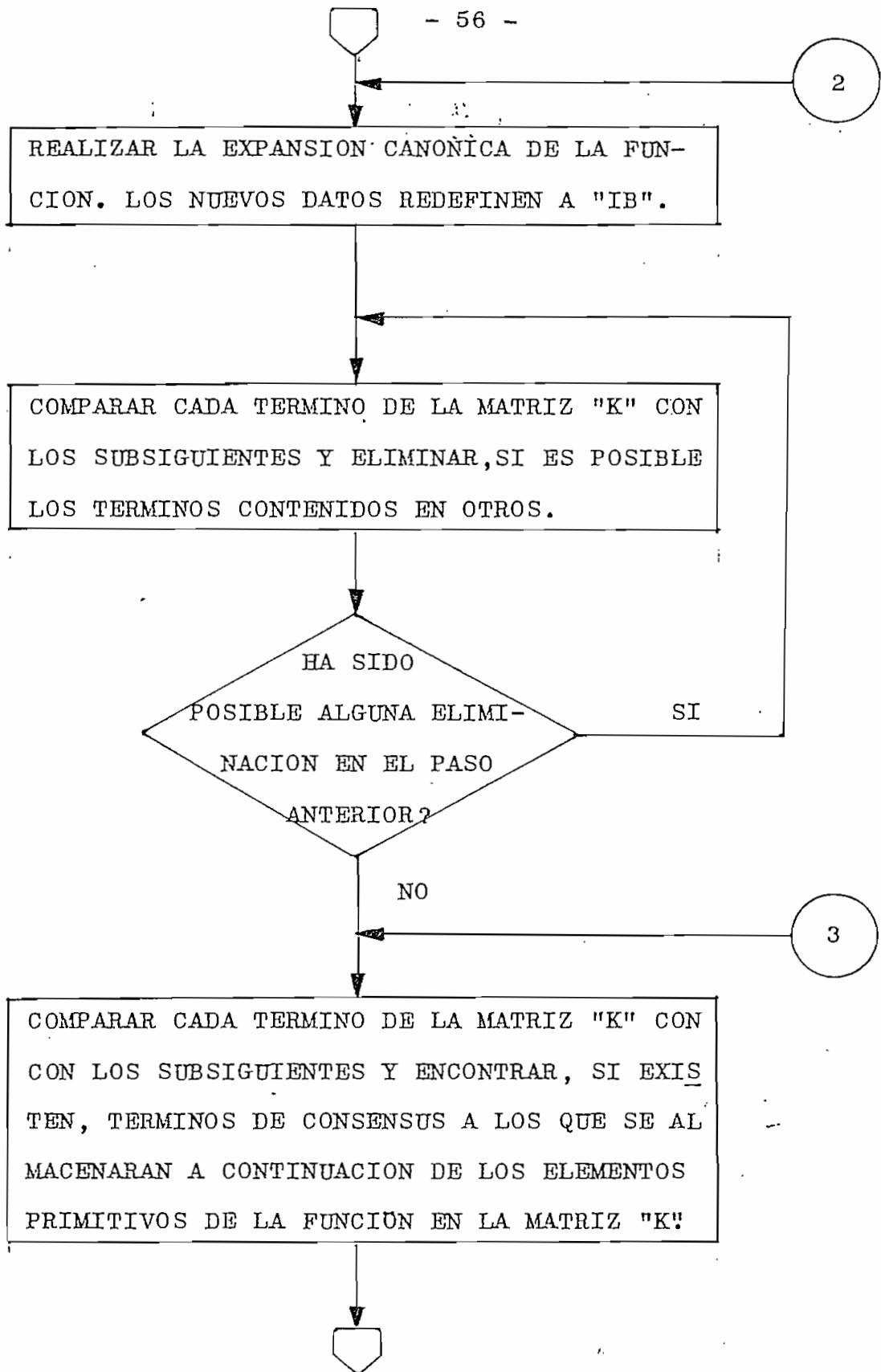
010101

El programa nos dará como resultado lo siguiente:

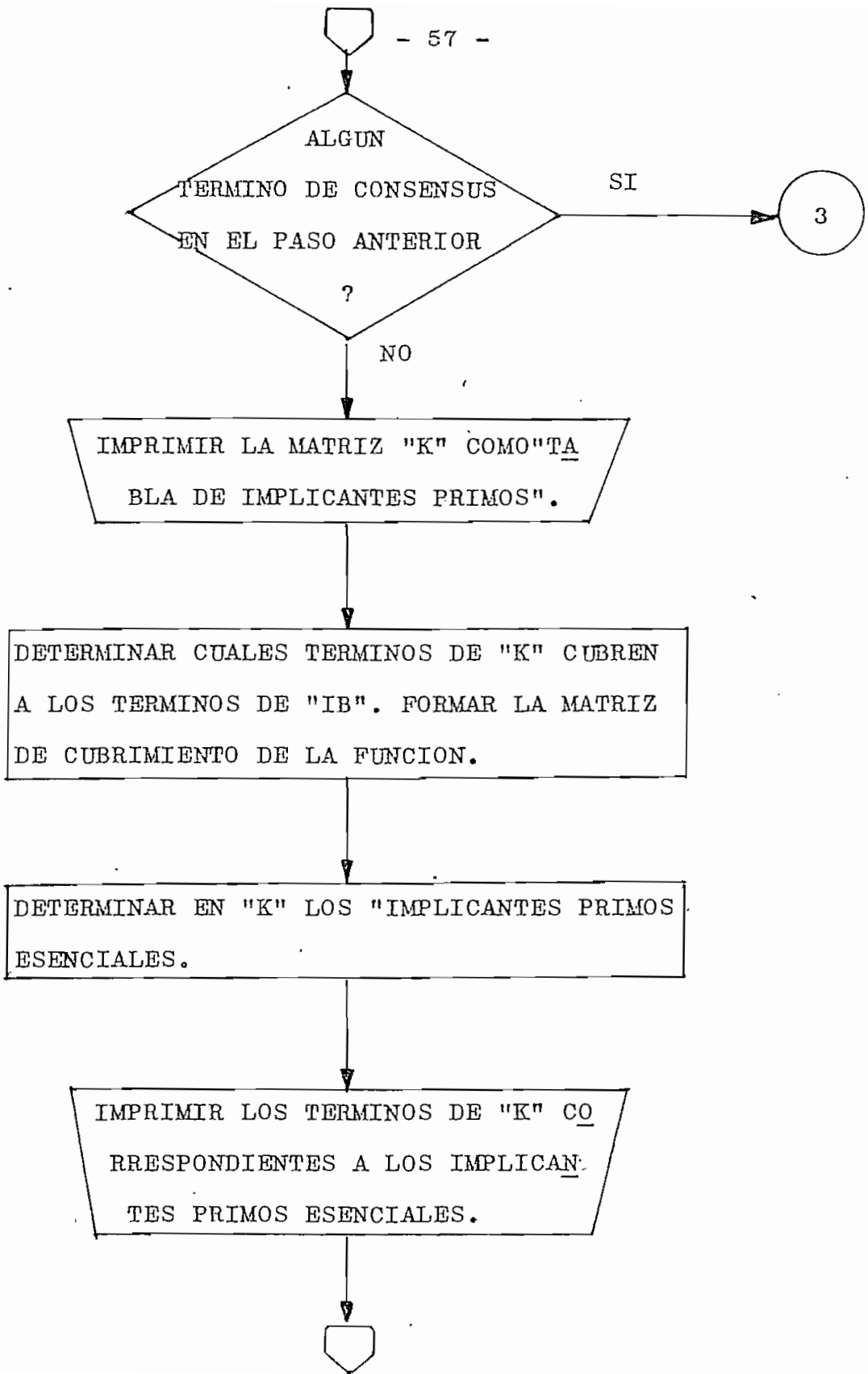
- 1) Tabla de Implicantes Primos
- 2) Tabla de Implicantes Primos Esenciales
- 3) Tabla de Implicantes Primos Elegibles, solamente si existe
- 4) Tabla Reducida de Selección, si existe Implicantes Primos Elegibles

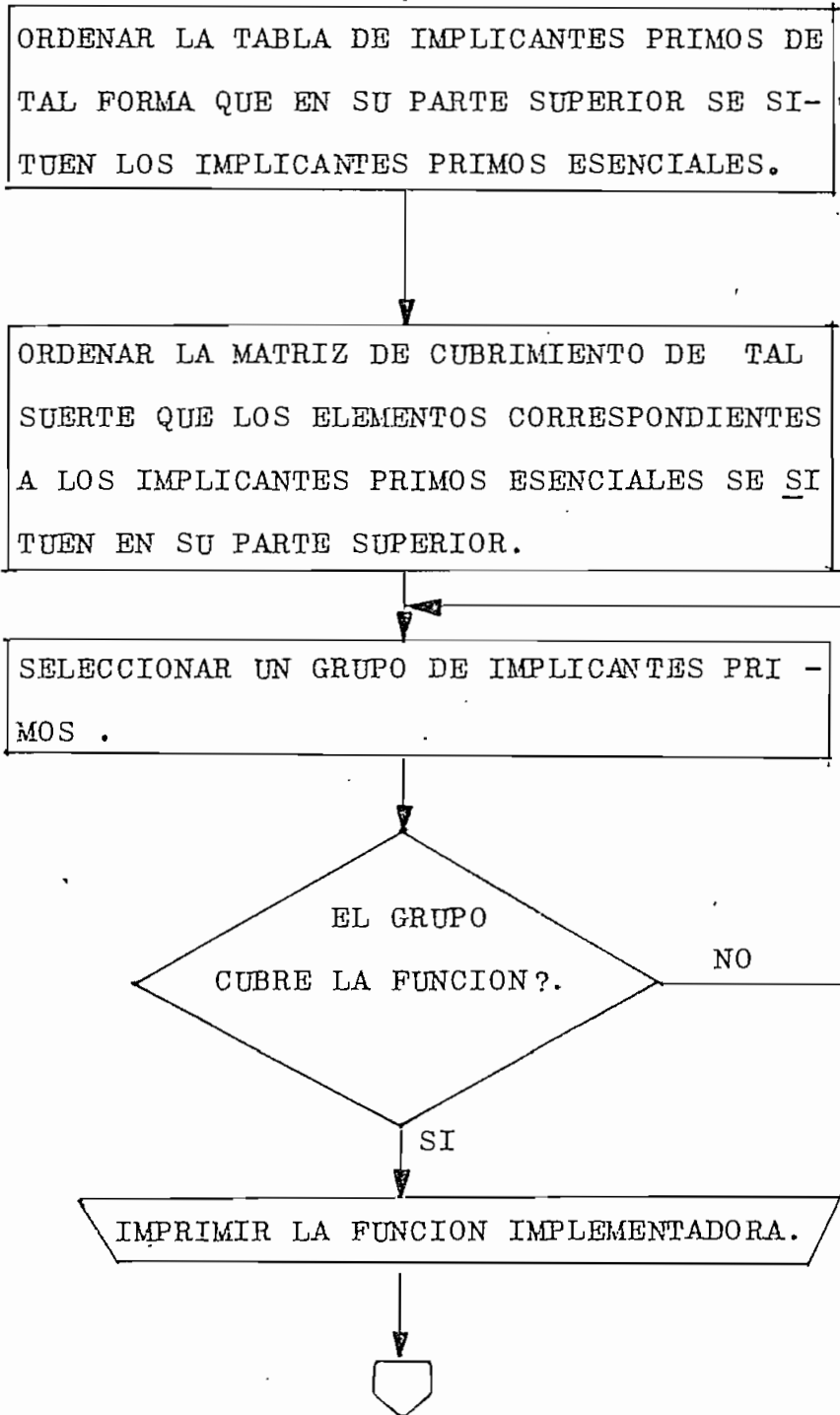
Como puede observarse, este programa no nos dá directamente la(s) mínima(s) expresion(es); en su lugar la tabla reducida de selección impresa nos permitirá encontrar la mínima expresión de acuerdo con lo estudiado en capítulos previos.

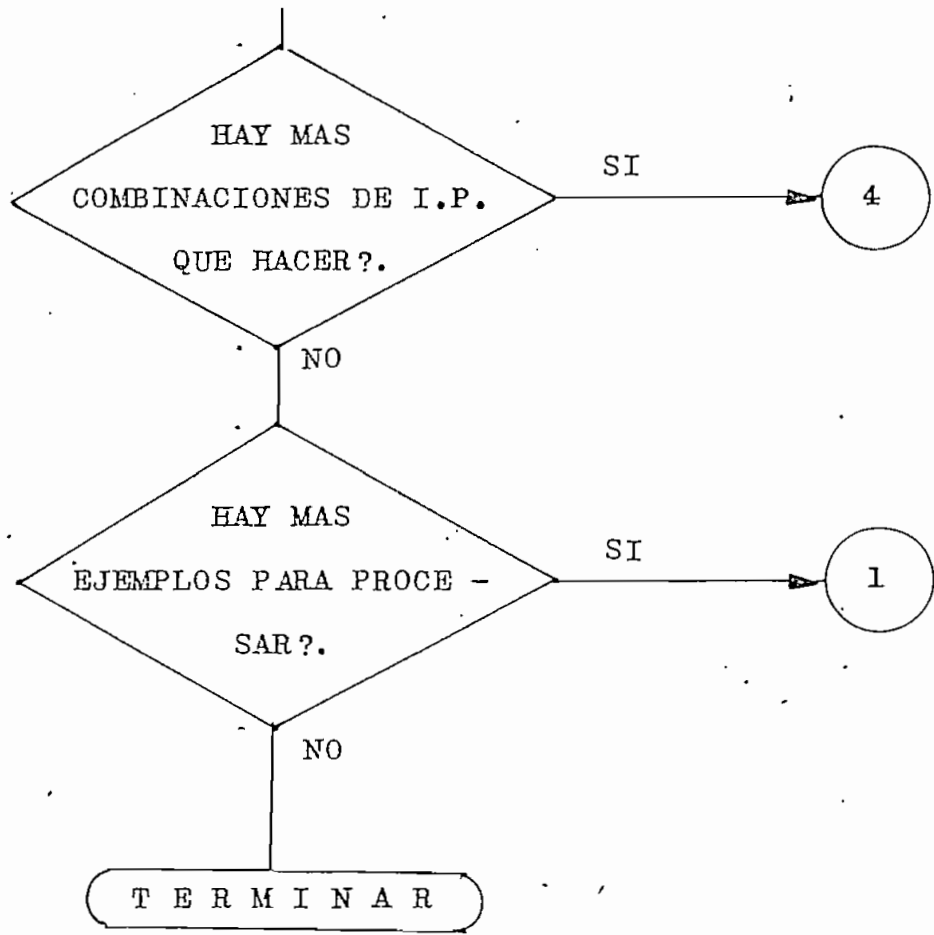












GUIA DEL USUARIO DEL PROGRAMA CORRESPONDIENTE AL METODO DE MOTT

El usuario de este programa debe atenerse a las siguientes instrucciones:

- La primera tarjeta de datos llevará perforada en las columnas 1 y 2 el número de ejemplos a ser procesados.
- A continuación vendrán grupos de tarjetas correspondientes a cada ejemplo. Estos grupos estarán compuestos de una tarjeta que en las columnas 1 y 2 lleve el número de productos implementadores; en las columnas 3 y 4, el número de productos de condición indefinida; en las columnas 5 y 6 el número de variables. Luego vendrá la(s) tarjeta(s), que con formato 40A2 contendrá los datos correspondientes a los productos implementadores, de acuerdo al siguiente código:
  - "10" representa una variable afirmada
  - "01" representa una variable negada
  - "00" representa una variable ausente

Completando cada grupo de las tarjetas que contenga los datos correspondientes a cada ejemplo vendrán tarjeta(s) que contenga(n) a los productos de condición indefinida; dichas tarjetas estarán perforadas de acuerdo al formato y código indicados.

Ejemplo:

$$\text{Si } F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 + x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4$$

y si los siguientes productos son de condición indefinida:

$$x_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$$

La primera tarjeta de datos llevaría en la columna 1 y 2, 01; la segunda tarjeta llevaría en las columnas 1 y 2, 05; en las columnas 3 y 4, 02; y en las columnas 5 y 6, 02. La tarjeta N° 3 llevaría desde la columna 1 lo siguiente:

0101100001010010001001011010100110010110

La cuarta tarjeta llevaría a partir de la columna 1 lo siguiente:

0010101010011001

El programa nos dará como resultado lo siguiente:

- 1) Tabla de Implicantes Primos
- 2) Tabla de Implicantes Primos Esenciales
- 3) Un grupo de funciones que implementen a la función original.

C        \*PROGRAMA PARA MINIMIZAR UNA FUNCION BOOLEANA  
 C        POR EL METODO DE MOTT(CONSENSUS)  
 C

```

0001            DIMENSION KA(20,20),K(50,10),KB(20,20),IK(50),IB(20,2
0002            DIMENSION KM(30),NK(30)
0003            DATA K1,K2,K3,K4/'00','01','10','11'/
0004            100    FORMAT (3I2)
0005            101    FORMAT (40A2)
0006            102    FORMAT (10X,32I2)
0007            103    FORMAT (10X,A2,2X,A2,2X,A2,2X,A2,2X,A2,2X,A2,2X,A2//)
0008            105    FORMAT(///,2X,'TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES
                 1/,1X,40('*'))
0009            106    FORMAT(///,2X,'TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS',4X,
                 1'METODO DE MOTT        ',/,1X,70('*'))
0010            107    FORMAT(///,2X,70('='),///,2X,'FUNCION IMPLEMENTADORA N
                 1'MERO',13,/,5X,35('='),///)
0011            108    FORMAT(1H1,1X,'FUNCION BOOLEANA A MINIMIZAR',/,6X,
                 1'ESTA REPRESENTADA POR LA SUMA DE LOS SIGUIENTES ',
                 1'PRODUCTOS',/,5X,50('='),///)
0012            109    FORMAT(///,10X,'LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES ',
                 1'INDEFINIDAS',/,5X,50('='),///)
0013            READ(1,100)NEJ
0014            DO 7000 NTR=1,NEJ
0015            READ(1,100)NI,ND,MJ
0016            IROZ=NI+1
0017            N =NI+ND

```

C        LEE E IMPRIME LA FUNCION A SER MINIMIZADA  
 C

```

0018            READ(1,101)((K(M,J),J=1,MJ),M=1,NI)
0019            WRITE(3,108)
0020            DO 200 NAL=1,NI
0021            200    WRITE(3,103)(K(NAL,J),J=1,MJ)
0022            DO 201 LU=1,NI
0023            DO 201 J=1,MJ
0024            201    IB(LU,J)=K(LU,J)
0025            IF(ND.EQ.0)GO TO 210

```

C        LEE E IMPRIME LAS CONDICIONES INDEFINIDAS  
 C

```

0026            READ(1,101)((K(M,J),J=1,MJ),M=IROZ,N)
0027            WRITE(3,109)
0028            DO 220 NAL=IROZ,N
0029            220    WRITE(3,103)(K(NAL,J),J=1,MJ)

```

C        REALIZA LA EXPANSION DE LA FUNCION A SU FORMA ESTANDAR  
 C

```

0030            210    NUD=NI
0031                   ISA=NUD
0032            202    DO 211 LU=1,NUD
0033                   DO 212 J=1,MJ
0034                   IF(IB(LU,J).EQ.K1)GO TO 230
0035                   GO TO 212
0036            230    IB(LU,J)=K2
0037                   DO 204 KAS=1,MJ
0038            204    IB(ISA+1,KAS)=IB(LU,KAS)
0039                   IE(ISA+1,J)=K3
0040                   ISA=ISA+1
0041            212    CONTINUE
0042            211    CONTINUE
0043                   IF(ISA.EQ.NUD)GO TO 215
0044            214    NUD=ISA
0045                   GO TO 202

```

C        SE INICIA EL CALCULO DE IMPLICANTES PRIMOS  
 C

```

0046            215    NUS=0
0047                   NCK=N
0048                   NASA=1
0049            216    M1=1
0050                   KAPA=0
0051            217    L3=N-1
0052            218    DO 1000 LV=M1,L3
0053                   KP2=LV+1
0054                   DO 280 N3=KP2,N
0055                   DO 270 J=1,MJ
0056                   IF(K(LV,J).EQ.K1)GO TO 221
0057                   IF(K(LV,J).EQ.K2)GO TO 222
0058                   IF(K(LV,J).EQ.K4)GO TO 223

```

```

0059 IF(K(N3,J).EQ.K1)GO TO 223
0060 IF(K(N3,J).EQ.K2)GO TO 225
0061 GO TO 221
0062 222 IF(K(N3,J).EQ.K1)GO TO 223
0063 IF(K(N3,J).EQ.K2)GO TO 221
0064 GO TO 225
0065 221 KA(LV,J)=K(N3,J)
0066 GO TO 270
0067 223 KA(LV,J)=K(LV,J)
0068 GO TO 270
0069 225 KA(LV,J)=K4
0070 270 CONTINUE
0071 N1=0
0072 N2=0
0073 DO 276 J=1,MJ
0074 IF(KA(LV,J).EQ.K(LV,J))GO TO 272
0075 IF(KA(LV,J).EQ.K(N3,J))GO TO 275
0076 GO TO 276
0077 272 IF(KA(LV,J).EQ.K(N3,J))GO TO 273
0078 GO TO 274
0079 273 N1=N1+1
0080 N2=N2+1
0081 GO TO 276
0082 274 N1=N1+1
0083 GO TO 276
0084 275 N2=N2+1
0085 276 CONTINUE
0086 IF(N1.EQ.MJ)GO TO 278
0087 IF(N2.EQ.MJ)GO TO 284
0088 GO TO 280
0089 278 IF(N2.EQ.MJ)GO TO 283
0090 DO 310 I=LV,L3
0091 DO 310 J=1,MJ
0092 310 K(I,J)=K(I+1,J)
0093 KAPA=KAPA+1
0094 IF(LV.GE.L3)GO TO 282
0095 M1=LV
0096 N=N-1
0097 L2=N-1
0098 GO TO 217
0099 282 N=N-1
0100 L2=K-1
0101 GO TO 1000
0102 283 NUS=89
0103 284 IF(N3.GE.N)GO TO 287
0104 DO 286 I=N3,L3
0105 DO 286 J=1,MJ
0106 286 K(I,J)=K(I+1,J)
0107 287 IF(LV.GE.L3)GO TO 282
0108 N=N-1
0109 L3=N-1
0110 L2=N-1
0111 KAPA=KAPA+1
0112 M1=LV
0113 GO TO 218
0114 280 CONTINUE
0115 1000 CONTINUE
0116 IF(KAPA.EQ.0)GO TO 292
0117 IF(NUS.EQ.89)GO TO 293
0118 GO TO 295
0119 292 GO TO (296,293),NASA
0120 293 IF(NK2.GE.N)GO TO 400
0121 GO TO 294
0122 294 KAP=NK2+1
0123 GO TO 297
0124 295 KAP=NK2
0125 GO TO 297
0126 296 M2=1
0127 NASA=2
0128 L2=N-1
0129 DO 450 MAN=M2,L2
0130 KAP=MAN+1
0131 297 DO 400 NK2=KAP,N
0132 NCNCE=0
0133 DO 307 J=1,MJ
0134 IF(K(MAN,J).EQ.K1)GO TO 304
0135 IF(K(MAN,J).EQ.K2)GO TO 302
0136 IF(K(MAN,J).EQ.K4)GO TO 305
0137 IF(K(NK2,J).EQ.K1)GO TO 305
0138 IF(K(NK2,J).EQ.K2)GO TO 306

```

```

0139      GO TO 304
0140 302   IF(K(NK2,J).EQ.K1)GO TO 305
0141      IF(K(NK2,J).EQ.K2)GO TO 304
0142      GO TO 306
0143 304   KA(MAN,J)=K(NK2,J)
0144      GO TO 307
0145 305   KA(MAN,J)=K(MAN,J)
0146      GO TO 307
0147 306   KA(MAN,J)=K4
0148      NACHO=J
0149      NONCE=NONCE+1
0150 307   CONTINUE
0151      IF(NONCE.EQ.1)GO TO 308
0152      GO TO 400
0153 308   DO 309J2=1,MJ
0154 309   K(N+1,J2)=KA(MAN,J2)
0155      K(N+1,NACHO)=K1
0156      N=N+1
0157      L2=N-1
0158      GO TO 216
0159 400   CONTINUE
0160 450   CONTINUE

```

```

C
C   IMPRIME TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS
C

```

```

0161      WRITE(3,106)
0162      DO 311LO=1,N
0163 311   WRITE(3,103)(K(LO,JO),JO=1,MJ)

```

```

C
C   FORMA LA MATRIZ DE CUBRIMIENTO
C

```

```

0164      DO 327 M=1,N
0165      DO 326 NO=1,NUD
0166      NSTER=0
0167      DO 323 J=1,MJ
0168      IF(K(M,J).EQ.K1)GO TO 318
0169      IF(K(M,J).EQ.K2)GO TO 316
0170      IF(K(M,J).EQ.K4)GO TO 319
0171      IF(IB(NO,J).EQ.K1)GO TO 319
0172      IF(IB(NO,J).EQ.K2)GO TO 320
0173      GO TO 318
0174 316   IF(IB(NO,J).EQ.K1)GO TO 319
0175      IF(IB(NO,J).EQ.K2)GO TO 318
0176      GO TO 320
0177 318   KA(M,J)=IB(NO,J)
0178      GO TO 321
0179 319   KA(M,J)=K(M,J)
0180      GO TO 321
0181 320   KA(M,J)=K4
0182 321   IF(KA(M,J).EQ.IB(NO,J))GO TO 322
0183      GO TO 323
0184 322   NSTER=NSTER+1
0185 323   CONTINUE
0186      IF(NSTER.EQ.MJ)GO TO 324
0187      GO TO 325
0188 324   KE(M,NO)=1
0189      GO TO 326
0190 325   KB(M,NO)=0
0191 326   CONTINUE
0192 327   CONTINUE
0193      WRITE(3,105)

```

```

C
C   SELECCIONA LOS IMPLICANTES PRIMOS ESCENCIALES
C

```

```

0194      DO 331 KNM=1,M
0195 331   IK(KNM)=0
0196      DO 335 NO=1,NUD
0197      KSUCO=0
0198      DO 333 M=1,N
0199      IF(KE(M,NO).EQ.1)GO TO 332
0200      GO TO 333
0201 332   NUMER=M
0202      KSUCO=KSUCO+1
0203 333   CONTINUE
0204      IF(KSUCO.EQ.1)GO TO 334
0205      GO TO 335
0206 334   IK(NUMER)=1
0207 335   CONTINUE
0208      DO 336 KOLA=1,N
0209 336   KM(KOLA)=9999

```



```
0210 KARA=1
0211 DO 338 KNM=1,N
0212 IF(IK(KNM).EQ.1)GO TO 337
0213 GO TO 338
```

```
C
C IMPRIME TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESCENCIALES
```

```
C
337 WRITE(3,103)(K(KNM,J),J=1,MJ)
      KM(KARA)=KNM
0215 KARA=KARA+1
0216 NIMPR=KARA
0217 NUIPR=KARA
0218 338 CONTINUE
0219 JN=0
0220 DO 343 M=1,N
0221 IF(IK(M).EQ.1)GO TO 341
0222 DO 340 J=1,MJ
0223 340 IE(KARA,J)=K(M,J)
0224 KARA=KARA+1
0225 GO TO 343
0226 341 JN=JN+1
0227 DO 342 J=1,MJ
0228 342 IE(JN,J)=K(M,J)
0229 343 CONTINUE
0230 JR=0
0231 DO 348 M=1,N
0232 IF(IK(M).EQ.1)GO TO 346
0233 DO 345 J=1,NUD
0234 345 K(NIMPR,J)=K(M,J)
0235 NIMPR=NIMPR+1
0236 GO TO 348
0237 346 JR=JR+1
0238 DO 347 J=1,NUD
0239 347 K(JR,J)=K(M,J)
0240 348 CONTINUE
0241
```

```
C
C SELECCIONA UN GRUPO DE IMPLICANTES Y PRUBA SI CUBREN LA
```

```
C
0242 NPRIM=NUIPR
0243 NFUN=0
0244 DO 349 NO=1,NUD
0245 349 NK(NO)=0
0246 KOMTA=1
0247 MA=NUIPR-1
0248 DO 351 M=1,MA
0249 DO 350 NO=1,NUD
0250 350 NK(NO)=NK(NO)+K(M,NO)
0251 351 CONTINUE
0252 352 DO 353 NO=1,NUD
0253 IF(NK(NO).LE.0)GO TO 357
0254 353 CONTINUE
0255 NFUN=NFUN+1
```

```
C
C IMPRIME UNA FUNCION IMPLIMENTADORA
```

```
C
0256 WRITE(3,107)NFUN
0257 KROCA=NUIPR-1
0258 DO 354 NMA=1,KROCA
0259 354 WRITE(3,103)(IB(NMA,J),J=1,MJ)
0260 DO 355 J=1,MJ
0261 IF(IB(KROCA,J).EQ.IB(MA,J))GO TO 355
0262 GO TO 356
0263 355 CONTINUE
0264 GO TO 357
0265 356 WRITE(3,103)(IB(MA,J),J=1,MJ)
0266 357 IF(NUIPR-1.GE.N)GO TO 7000
0267 IF(KOMTA.EQ.1)GO TO 361
0268 DO 360 NO=1,NUD
0269 360 NK(NO)=NK(NO)-K(MA,NO)
0270 361 IF(MA.GE.N)GO TO 370
0271 368 MA=MA+1
0272 KOMTA=3
0273 DO 369 NO=1,NUD
0274 369 NK(NO)=NK(NO)+K(MA,NO)
0275 GO TO 352
0276 370 NUIPR=NUIPR+1
0277 KOMTA=1
0278 MA=NUIPR-1
0279 DO 371 M=1,MA
0280 DO 371 NO=1,NUD
```

DOS FORTRAN IV 360N-FQ-479 3-8

MAINPGM

DATE 21/10/76

```

0281      371  NK(NO)=NK(NO)+K(M,NO)
0282      IF(MA.GE.N)GO TO 7000
0283      GO TO 368
0284      7000  CONTINUE
0285      END

```

DOS FORTRAN IV 360N-FQ-479 3-8

MAINPGM

DATE 21/10/76

SCALAR MAP

SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
K1	444	K2	448	K3	44C	K4	
NTR	452	NI	45C	ND	460	MJ	
N	46C	M	470	J	474	NA	
NUD	480	ISA	484	KAS	488	NU	
NASA	494	M1	498	KAPA	49C	L3	
KP2	4A8	N3	4AC	N1	4B0	N2	
L2	4BC	NK2	4C0	KAP	4C4	M2	
NONCE	4D0	NACHO	4D4	J2	4D8	LO	
NO	4E4	NSTER	4E8	KNM	4EC	KS	
KOLA	4F8	KARA	4FC	NIMPR	500	NU	
JR	50C	NPRIM	510	NFUN	514	KC	
KRGCA	520	NMA	524				

ARRAY MAP

SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
KA	528	K	862	KB	1338	SY	
KM	2080	NK	20F8			IK	

SUBPROGRAMS CALLED

SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
IBCOM#	2170						

FORMAT STATEMENT MAP

SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
100	2174	101	217A	102	2180		
106	21E0	107	2224	108	2264		

EJEMPLOS

Ejemplo N° 1.

Se trata de diseñar un conmutador telefónico hipotético, capaz de comunicar entre si a los teléfonos denominados N° 1 y N° 2, que cumpla con las siguientes condiciones:

$$S_{12} = \begin{cases} 1 & \text{si el conmutador conecta N° 1 con N° 2} \\ 0 & \text{si no conecta N° 1 con N° 2} \end{cases}$$

$$Ph_1 = \begin{cases} 1 & \text{si el auricular N° 1 está levantado} \\ 0 & \text{si el auricular N° 1 está colgado} \end{cases}$$

$$Ph_2 = \begin{cases} 1 & \text{si el auricular N° 2 está levantado} \\ 0 & \text{si el auricular N° 2 está colgado} \end{cases}$$

$$H_1 = \begin{cases} 1 & \text{si el teléfono N° 1 está hablando} \\ 0 & \text{si el teléfono N° 1 no está hablando} \end{cases}$$

$$H_2 = \begin{cases} 1 & \text{si el teléfono N° 2 está hablando} \\ 0 & \text{si el teléfono N° 2 no está hablando} \end{cases}$$

$$M_1 = \begin{cases} 1 & \text{si N}^\circ 1 \text{ es llamado} \\ 0 & \text{si N}^\circ 1 \text{ no es llamado} \end{cases}$$

$$M_2 = \begin{cases} 1 & \text{si N}^\circ 2 \text{ es llamado} \\ 0 & \text{si N}^\circ 2 \text{ no es llamado} \end{cases}$$

$$S^{(m-1)}_{12} = \begin{cases} 1 & \text{si N}^\circ 1 \text{ y N}^\circ 2 \text{ est\u00e1n conectados previamente} \\ 0 & \text{si N}^\circ 1 \text{ y N}^\circ 2 \text{ no est\u00e1n conectados previamente} \end{cases}$$

Vemos entonces que  $S_{12}$  que es la salida, depende de siete variables, incluyendo su propio estado anterior.

Con estas condiciones podemos construir una tabla de verdad. De los 128 t\u00e9rminos posibles, s\u00f3lo 3 nos dan una salida igual a 1, y corresponden a las siguientes situaciones:

- 1) Los tel\u00e9fonos N\u00b0 1 y N\u00b0 2 no han sido previamente conectados entre si.

$$s^{(m-1)}_{12} = 0$$

Los auriculares N/1 y N\u00b0 2 est\u00e1n levantados

$$Ph_1 = Ph_2 = 1$$

Por ninguno de los tel\u00e9fonos se est\u00e1 hablando

$$H_1 = H_2 = 0$$

Teléfono N° 1 no es llamado

$$M_1 = 0,$$

Teléfono N° 2 es llamado

$$M_2 = 1$$

2) Los teléfonos N° 1 y N° 2 no han sido previamente conectados entre si.

$$S(m-1)_{12} = 0$$

Los auriculares N° 1 y N° 2 están levantados

$$Ph_1 = Ph_2 = 1.$$

Por ninguno de los teléfonos se está hablando

$$H_1 = H_2 = 0$$

Teléfono N° 1 es llamado

$$M_1 = 1$$

Teléfono N° 2 no es llamado

$$M_2 = 0$$

3) La conexión entre N° 1 y N° 2 es mantenida

$$S(m-1)_{12} = 1$$

Auriculares N° 1 y N° 2 están levantados

$$Ph_1 = Ph_2 = 1$$

Por los dos teléfonos se está hablando

$$H_1 = H_2 = 1$$

Ningún teléfono es llamado

$$M_1 = M_2 = 0$$

Existen además 56 condiciones indefinidas debido a situaciones que no pueden darse, v.g. no pueden existir dos teléfonos llamados simultáneamente entre sí, etc.

Este ejemplo fue corrido en el programa correspondiente al Método de Quine-MacCluskey.

===== FUNCION A MINIMIZAR POR EL METODO DE QUINE-MACLUSKEY =====

1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
2	0	1	1	0	0	0	1	0	0
3	1	1	1	1	1	1	1	0	0

===== LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS =====

4	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	1
6	1	0	0	0	0	0	0	1	0
7	1	0	0	0	0	0	0	1	0
8	1	0	0	0	0	0	0	1	0
9	1	0	0	0	0	0	0	1	0
10	1	0	0	0	0	0	0	1	0
11	1	0	0	0	0	0	0	1	0
12	1	0	0	0	0	0	0	1	0
13	1	0	0	0	0	0	0	1	0
14	1	0	0	0	0	0	0	1	0
15	1	0	0	0	0	0	0	1	0
16	1	0	0	0	0	0	0	1	0
17	1	0	0	0	0	0	0	1	0
18	1	0	0	0	0	0	0	1	0
19	1	0	0	0	0	0	0	1	0
20	1	0	0	0	0	0	0	1	0
21	1	0	0	0	0	0	0	1	0
22	1	0	0	0	0	0	0	1	0
23	1	0	0	0	0	0	0	1	0
24	1	0	0	0	0	0	0	1	0
25	1	0	0	0	0	0	0	1	0
26	1	0	0	0	0	0	0	1	0
27	1	0	0	0	0	0	0	1	0
28	1	0	0	0	0	0	0	1	0
29	1	0	0	0	0	0	0	1	0
30	1	0	0	0	0	0	0	1	0
31	1	0	0	0	0	0	0	1	0
32	1	0	0	0	0	0	0	1	0
33	1	0	0	0	0	0	0	1	0
34	1	0	0	0	0	0	0	1	0
35	1	0	0	0	0	0	0	1	0
36	1	0	0	0	0	0	0	1	0
37	1	0	0	0	0	0	0	1	0
38	1	0	0	0	0	0	0	1	0
39	1	0	0	0	0	0	0	1	0
40	1	0	0	0	0	0	0	1	0
41	1	0	0	0	0	0	0	1	0
42	1	0	0	0	0	0	0	1	0
43	1	0	0	0	0	0	0	1	0
44	1	0	0	0	0	0	0	1	0
45	1	0	0	0	0	0	0	1	0
46	1	0	0	0	0	0	0	1	0
47	1	0	0	0	0	0	0	1	0
48	1	0	0	0	0	0	0	1	0
49	1	0	0	0	0	0	0	1	0
50	1	0	0	0	0	0	0	1	0
51	1	0	0	0	0	0	0	1	0
52	1	0	0	0	0	0	0	1	0
53	1	0	0	0	0	0	0	1	0
54	1	0	0	0	0	0	0	1	0
55	1	0	0	0	0	0	0	1	0
56	1	0	0	0	0	0	0	1	0
57	1	0	0	0	0	0	0	1	0
58	1	0	0	0	0	0	0	1	0
59	1	0	0	0	0	0	0	1	0

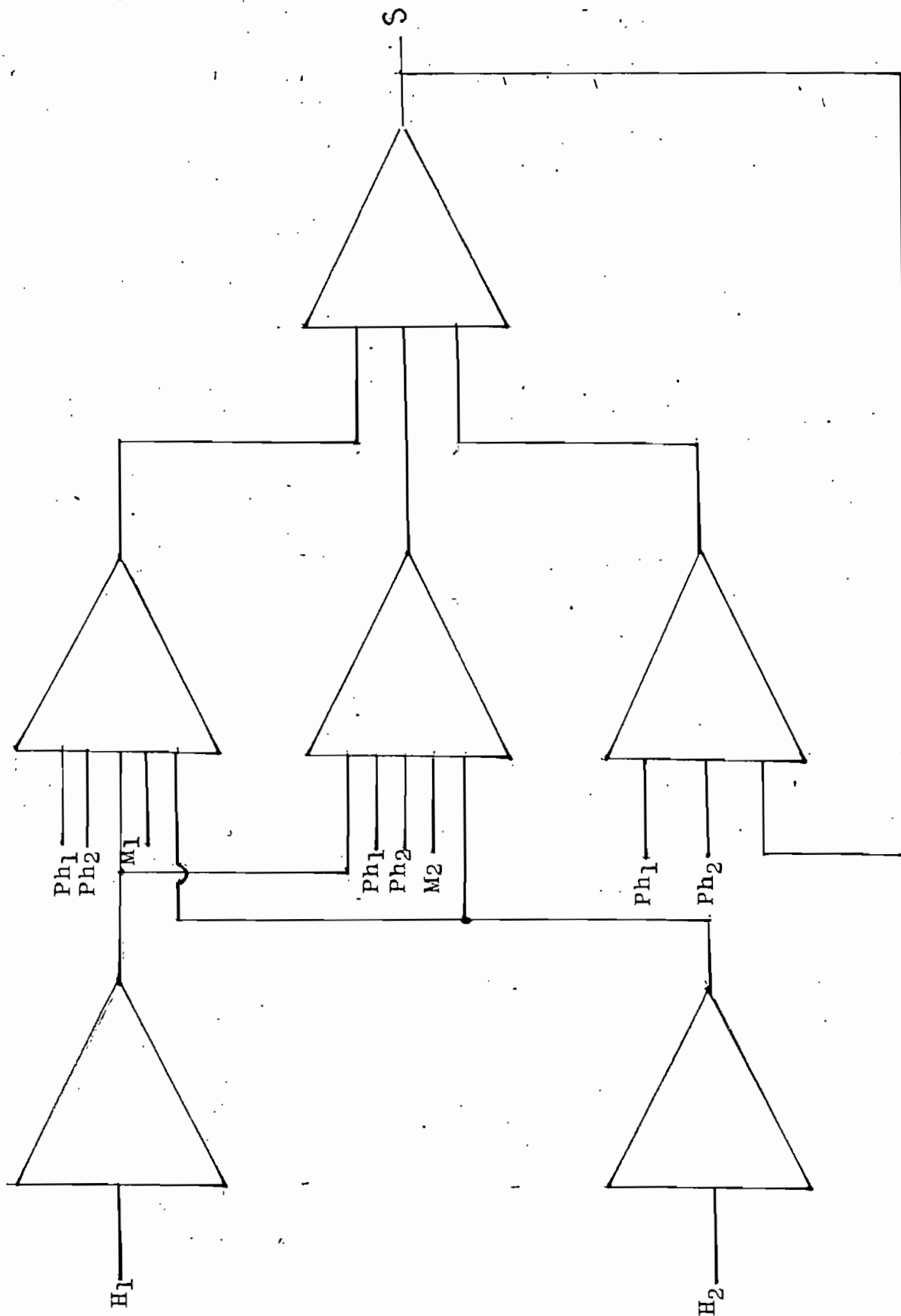
Los resultados nos indican que no existen implicantes primos elegibles y que por lo tanto, la función está cubierta únicamente por los implicantes primos esenciales. La salida  $S_{12}$  viene expresada en lógica combinada como:

$$S_{12} = Ph_1 Ph_2 \bar{H}_1 \bar{H}_2 M_1 + Ph_1 Ph_2 \bar{H}_1 \bar{H}_2 M_2 + S(m-1)_{12} Ph_1 Ph_2$$

y en lógica NAND será:

$$S_{12} = \overline{\overline{Ph_1 Ph_2 \bar{H}_1 \bar{H}_2 M_1} : \overline{Ph_1 Ph_2 \bar{H}_1 \bar{H}_2 M_2} \cdot \overline{S(m-1)_{12} Ph_1 Ph_2}}$$





Realización en lógica NAND del Ejemplo N° 1.

EJEMPLO N° 2

La Fig. representa un Display de 7 elementos de un Decodificador Digital-Analógico. En el van a representarse los números 1,2,3,4,5,6,7,8,9, y 0 y las letras "E" (error) "F" (lleno) y el simbolo "-" (negativo).

	Representación digital				Representación Analógica
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	2
3	0	0	1	1	3
4	0	1	0	0	4
5	0	1	0	1	5
6	0	1	1	0	6
7	0	1	1	1	7
8	1	0	0	0	8
9	1	0	0	1	9
10	1	0	1	0	-
11	1	0	1	1	E
12	1	1	0	0	F
13	1	1	0	1	i (indefinido)
14	1	1	1	0	i (indefinido)
16	1	1	1	1	i (indefinido)

De la tabla anterior en la que constan las relaciones dígito-analógicas del Decodificador en mención, obtenemos la Tabla de Verdad correspondiente a los siete elementos.

<u>Entradas</u>				<u>Salidas</u>						
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$z_a$	$z_b$	$z_c$	$z_d$	$z_e$	$z_f$	$z_g$
0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	indefinido						
1	1	1	0	indefinido						
1	1	1	1	indefinido						

Podemos ahora obtener las funciones implementadoras de las salidas, para ser procesadas por el computador

$\alpha =$  FUNCION A MINIMIZAR POR EL METODO DE QUINE-MACLUSKY

1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	1
5	0	1	1	1
6	1	0	0	1
7	1	0	0	1
8	1	0	1	1
9	1	1	0	0

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS

10	1	1	0	1
11	1	1	1	0
12	1	1	1	1

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS

1	0	0	*	0
2	*	0	0	0
3	0	0	1	*
4	*	*	1	1
5	*	1	*	1
6	1	*	0	*
7	1	*	*	1
8	1	1	*	*

QUITO

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESSENCIALES

1	*	1	*	1
---	---	---	---	---

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ELIGIBLES

1	0	0	*	0
2	*	0	0	0
3	0	0	1	*
4	*	*	1	1
5	1	*	0	*
6	1	*	*	1
7	1	1	*	*

TARLA REDUCIDA DE SELECCION

1	*	*	-	*	-	-	-
2	*	-	*	-	-	-	-
3	-	*	*	-	*	-	-
4	-	-	*	-	*	-	-
5	-	-	-	*	*	-	-
6	-	-	-	*	*	-	-

B =

FUNCION A-MINIMIZAR POR EL METODO DE QUINEMACUSKE

1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	1
3	0	1	1	0	0
4	0	1	1	0	1
5	0	0	1	1	0
6	0	1	0	0	0
7	1	0	0	0	0
8	1	0	0	1	0
9	1	0	0	1	1
10	1	1	1	1	0

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS

1	1	1	1	0	1
12	1	1	1	1	0
13	1	1	1	1	1

TARLA DE IMPLICANTES PRIMOS

QUINEMACUSKE

1	*	0	1	*
2	*	*	1	0
3	*	1	0	*
4	*	1	*	0
5	1	*	*	*

TARLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESSENCIALES

1	*	0	1	*
2	*	1	0	*
3	1	*	*	*

TARLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESSENCIALES

1	*	*	1	0
2	*	1	*	0

TABLA REDUCIDA DE SELECCION

1 \*  
2 \*

C =

FUNCION A MINIMIZAR POR EL METODO DE QUINE-MACLUSKEY

1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	1
5	0	1	1	0
6	1	0	0	0
7	1	0	1	1

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS

8	1	1	0
9	1	1	1
10	1	1	1

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS

1	0	0	*	0
2	*	0	0	0
3	0	0	1	*
4	0	*	1	0
5	*	0	1	1
6	*	1	0	1
7	*	1	1	0
8	1	*	1	1
9	1	1	*	1
10	1	1	1	*

QUITO

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES

1	*	1	0	1
2	*	0	0	0

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ELEGIBLES

1	0	0	*	0
2	0	0	1	*
3	0	*	1	0
4	*	0	1	1
5	*	1	1	0
6	1	*	1	1

1	*			
2	*	*	-	-
3	*	-	*	-
4	-	*	-	*
5			*	
6	-	-	-	*

d =

FUNCION A MINIMIZAR POR EL METODO DE QUINE-MACLUSKEY

1	0	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	1	0	0	0
6	1	0	0	1
7	1	0	1	1
8	1	1	0	0

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS

9	1	1	0
10	1	1	1
11	1	1	1

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS

1	*	*	0	0
2	*	1	0	*
3	*	1	*	0
4	1	*	0	*
5	1	*	*	1
6	1	1	*	*

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES

1	*	*	0	0
2	*	1	0	*
3	*	1	*	0
4	1	*	*	1

e =

FUNCION A MINIMIZAR POR EL METODO DE QUINE-MACLUSKEY

1	0	0	0	0
2	0	0	0	1
3	0	0	1	0
4	0	0	1	1
5	0	1	0	0
6	0	1	1	1
7	1	0	0	0
8	1	0	0	1

POLITECNICA

UNIVERSIDAD

2000

9	1	1	0	1
10	1	1	1	0
11	1	1	1	1

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS

1	0	0	*	*
2	0	*	0	0
3	*	0	0	*
4	0	*	1	1
5	*	1	1	1
6	1	*	0	1
7	1	1	*	1
8	1	1	1	*

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESSENCIALES

1	0	0	*	*
2	0	*	0	0
3	*	0	0	*

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ELEGIBLES

1	0	*	1	1
2	*	1	1	1

TABLA REDUCIDA DE SELECCION

1	*
2	*

QUITO

$f =$

FUNCION A MINIMIZAR POR EL METODO DE QUINE-MACCLUSKEY

1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS

7	1	1	0	1
---	---	---	---	---

ESCUELA POLITECNICA



12 L

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS

1	0	0	*	0
2	*	0	0	0
3	0	*	1	0
4	*	1	1	0
5	1	*	0	0
6	1	*	1	1
7	1	1	*	*

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES

1	1	*	1	1
---	---	---	---	---

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS FLEGIBLES

1	0	0	*	0
2	*	0	0	0
3	0	*	1	0
4	*	1	1	0
5	1	*	0	0
6	1	1	*	*

POLITECNICA

TABLA REDUCIDA DE SELECCION

1	*	*	-	-	-
2	*	-	-	*	-
3	-	*	*	-	-
4	-	-	*	-	-
5	-	-	-	*	*
6	-	-	-	-	*

POLITECNICA

$f =$

FUNCION A MINIMIZAR POR EL METODO DE QUINE-MACCLUSKEY

QUITO

1	0	0	0	0
2	0	0	0	1
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS

10	1	1	0	1
11	1	1	1	0
12	1	1	1	1

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS

1	0	*	0	*
2	*	0	0	*
3	0	*	*	1
4	*	*	0	1
5	0	1	*	*
6	*	1	*	1
7	*	1	1	*

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES

1	0	*	*	1
2	*	0	0	*

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ELEGIBLES

1	0	*	0	*
2	0	1	*	*
3	*	1	1	*

POLITECNICA

TABLA REDUCIDA DE SELECCION

1	*	-
2	*	*
3	-	*

FPN MSJ5 TIEMPO DE UCP UTILIZADO POR EL PROGRAMA LUCIO -----> 55,6

SELECCION

QUITO

Nos resta interpretar las Tablas de Selección generadas por el Computador y determinar las mínimas coberturas para las siete funciones del ejemplo.

A continuación se da las mínimas expresiones correspondientes a las funciones representativas del Decodificador.

$$z_a = \overline{x_2 x_4} \cdot \overline{\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4}} \cdot \overline{x_3 x_4} \cdot \overline{x_1 \overline{x_3}}$$

$$z_b = \overline{\overline{x_2} x_3} \cdot \overline{x_2 \overline{x_3}} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_3 \overline{x_4}}$$

$$z_c = \overline{x_2 \overline{x_3} x_4} \cdot \overline{\overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_1} x_3 \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_2} x_3 x_4}$$

$$z_d = \overline{\overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{x_2 \overline{x_3}} \cdot \overline{x_2 \overline{x_4}} \cdot \overline{x_1 x_4}$$

$$z_e = \overline{\overline{x_1} \overline{x_2}} \cdot \overline{\overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_2} \overline{x_3}} \cdot \overline{x_2 x_3 x_4}$$

$$z_f = \overline{x_1 x_3 x_4} \cdot \overline{\overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_1} x_3 \overline{x_4}} \cdot \overline{x_1 x_2}$$

$$z_g = \overline{\overline{x_1} x_4} \cdot \overline{\overline{x_2} \overline{x_3}} \cdot \overline{\overline{x_1} x_2}$$

EJEMPLO N° 3

Este ejemplo tiene por objeto utilizar el programa correspondiente al método de Mott y comparar los resultados obtenidos mediante el de Quine-McCluskey. Para ello usamos cuatro de las funciones del ejemplo N° 2 y son aquellas que corresponden a:  $z_a$ ,  $z_b$ ,  $z_c$  y  $z_d$ .

El programa de Mott nos da los siguientes resultados para estas cuatro funciones:

$$z_a = \overline{x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{x_1 x_4} \cdot \overline{x_2 x_3} \cdot \overline{\overline{x_1} \overline{x_2} x_3}$$

$$z_b = \overline{x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_1} \overline{x_2} x_3} \cdot \overline{x_1 x_4} \cdot \overline{\overline{x_1} x_2 \overline{x_3}} \cdot \overline{x_2 \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{x_3 \overline{x_4}}$$

$$z_c = \overline{\overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4} \cdot \overline{\overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{x_1 x_2 \overline{x_3} x_4} \cdot \overline{\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_2} x_3 x_4}$$

$$z_d = \overline{x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4}} \cdot \overline{\overline{x_1} x_2 \overline{x_4}} \cdot \overline{x_2 \overline{x_3}} \cdot \overline{x_1 x_4}$$

Los resultados anteriores provienen de la menor función implementadora de las generadas para cada caso.

Si comparamos los resultados obtenidos, por los dos progra-

mas, salta a la vista que el programa correspondiente al Método Tabular ha generado en todos los cuatro casos funciones implementadoras menores, lo que nos lleva a pensar que este programa, cuando se parte de la función expandida da mejores resultados.

FUNCION BOOLEANA A MINIMIZAR  
ESTA REPRESENTADA POR LA SUMA DE LOS SIGUIENTES PRODUCTOS

a

```
01 01 01 01
01 01 10 01
01 01 10 10
01 10 01 10
01 10 10 10
10 01 01 01
10 01 01 10
10 01 10 10
10 10 01 01
```

7307111000

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS

```
10 10 01 10
10 10 10 01
10 10 10 10
```

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS METODO DE MOTT

```
10 10 01 01
01 01 00 01
00 01 01 01
10 10 10 00
01 01 10 00
00 10 00 10
10 00 00 10
00 00 10 10
```

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES

```
10 10 01 01
00 01 01 01
00 10 00 10
10 00 00 10
```

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 1

```
10 10 01 01
00 01 01 01
00 10 00 10
10 00 00 10
01 01 10 00
```

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 2

```
10 10 01 01
00 01 01 01
00 10 00 10
10 00 00 10
01 01 00 01
01 01 10 00
```

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 3

=====

10	10	01	01
00	01	01	01
00	10	00	10
10	00	00	10
01	01	00	01
00	00	10	10

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 4

=====

10	10	01	01
00	01	01	01
00	10	00	10
10	00	00	10
01	01	00	01
10	10	10	00
01	01	10	00

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 5

=====

10	10	01	01
00	01	01	01
00	10	00	10
10	00	00	10
01	01	00	01
10	10	10	00
00	00	10	10

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 6

=====

10	10	01	01
00	01	01	01
00	10	00	10
10	00	00	10
01	01	00	01
10	10	10	00
01	01	10	00
00	00	10	10

b FUNCION BOOLEANA A MINIMIZAR  
ESTA REPRESENTADA POR LA SUMA DE LOS SIGUIENTES PRODUCTOS

=====

01	01	10	01
01	01	10	10
01	10	01	01
01	10	01	10
01	10	10	01
10	01	01	01
10	01	01	10
10	01	10	01
10	01	10	10
10	10	01	01

```

10 10 01 10
10 10 10 01
10 10 10 10
    
```

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS METODO DE MOTT

```

*****
10 01 01 01
01 01 10 00
01 10 01 00
00 10 01 01
01 10 00 01
00 10 01 10
00 00 10 01
10 00 00 10
10 00 10 00
10 10 00 00
    
```

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES

```

*****
10 01 01 01
01 01 10 00
10 00 00 10
    
```

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 1

=====

```

10 01 01 01
01 01 10 00
10 00 00 10
01 10 01 00
00 10 01 01
00 00 10 01
    
```

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 2

=====

```

10 01 01 01
01 01 10 00
10 00 00 10
01 10 01 00
00 10 01 01
01 10 00 01
00 00 10 01
    
```

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 3

=====

```

10 01 01 01
01 01 10 00
10 00 00 10
01 10 01 00
00 10 01 01
01 10 00 01
10 00 10 00
    
```



=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 4

=====

10	01	01	01
01	01	10	00
10	00	00	10
01	10	01	00
00	10	01	01
01	10	00	01
00	10	01	10
00	00	10	01

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 5

=====

10	01	01	01
01	01	10	00
10	00	00	10
01	10	01	00
00	10	01	01
01	10	00	01
00	10	01	10
10	00	10	00

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 6

=====

10	01	01	01
01	01	10	00
10	00	00	10
01	10	01	00
00	10	01	01
01	10	00	01
00	10	01	10
00	00	10	01
10	00	10	00

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 7

=====

10	01	01	01
01	01	10	00
10	00	00	10
01	10	01	00
00	10	01	01
01	10	00	01
00	10	01	10
00	00	10	01
10	10	00	00

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 8 .  
 =====

10	01	01	01
01	01	10	00
10	00	00	10
01	10	01	00
00	10	01	01
01	10	00	01
00	10	01	10
00	00	10	01
10	00	10	00
10	10	00	00

FUNCION BOOLEANA A MINIMIZAR  
 ESTA REPRESENTADA POR LA SUMA DE LOS SIGUIENTES PRODUCTOS  
 =====

01	01	01	01
01	01	10	01
01	01	10	10
01	10	01	10
01	10	10	01
10	01	01	01
10	01	10	10

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS  
 =====

10	10	01	10
10	10	10	01
10	10	10	10

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS METODO DE MOTT  
 \*\*\*\*\*

01	10	01	10
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
00	01	01	01
10	00	10	10
01	00	10	01
01	01	10	00
10	10	10	00

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES  
 \*\*\*\*\*

01	10	01	10
00	01	01	01

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 1  
 =====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01

=====

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
01	00	10	01

=====

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 3

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
10	00	10	10

=====

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 4

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
01	00	10	01

=====

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 5

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
01	01	10	00

=====

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 6

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
10	10	10	00

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 7

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
10	00	10	10
01	00	10	01

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 8

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
10	00	10	10
01	01	10	00

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 9

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
10	00	10	10
10	10	10	00

=====

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 10

=====

01	10	01	10
00	01	01	01
10	10	01	10
01	01	00	01
00	01	10	10
00	10	10	01
10	00	10	10
01	00	10	01
01	01	10	00

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 11

```

=====
01 10 01 10
00 01 01 01
10 10 01 10
01 01 00 01
00 01 10 10
00 10 10 01
10 00 10 10
01 00 10 01
10 10 10 00

```

FUNCION IMPLEMENTADORA NUMERO 12

```

=====
01 10 01 10
00 01 01 01
10 10 01 10
01 01 00 01
00 01 10 10
00 10 10 01
10 00 10 10
01 00 10 01
01 01 10 00
10 10 10 00

```

FUNCION BOOLEANA A MINIMIZAR  
 ESTA REPRESENTADA POR LA SUMA DE LOS SIGUIENTES PRODUCTOS

```

=====
01 01 01 01
01 10 01 01
01 10 01 10
01 10 10 01
10 01 01 01
10 01 01 10
10 01 10 10
10 10 01 01

```

LAS SIGUIENTES SON CONDICIONES INDEFINIDAS

```

=====
10 10 01 10
10 10 10 01
10 10 10 10

```

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS METODO DE MOTT

```

*****
10 01 01 01
01 00 01 01
01 10 00 01
00 10 01 00
10 00 00 10
10 10 00 00

```

TABLA DE IMPLICANTES PRIMOS ESENCIALES

```

*****
10 01 01 01
01 00 01 01
01 10 00 01
00 10 01 00
10 00 00 10

```

=====

ACION IMPLEMENTADORA NUMERO 1

=====

10	01	01	01
01	00	01	01
01	10	00	01
00	10	01	00
10	00	00	10

=====

ACION IMPLEMENTADORA NUMERO 2

=====

10	01	01	01
01	00	01	01
01	10	00	01
00	10	01	00
10	00	00	10
10	10	00	00

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han estudiado métodos de minimización de la Función Booleana y métodos de minimización en Lógica NAND. De los primeros se han seleccionado para ser programados a los más representativos, el Método Tabular o de Quine MacCluskey y el Método de Mott basado en el Consensus Iterado.

En la parte de minimización en Lógica NAND se han estudiado dos métodos: el Método de Dietmeyer-Su, de realización sumamente difícil y engorrosa, que no justifica su programación; el Método de Muroga-Ibaraki, muy interesante y versátil, pero que lastimosamente está basado en una codificación desarrollada en la Universidad de Urbana, cuya consecución no ha sido posible, y que además requiere de programación lineal entera, tampoco justifica su programación.

Una transformación, basada en los teoremas de Morgan ha sido expuesta. Su sencillez y simplicidad, más el hecho de no requerir variación alguna de los programas de simplificación de la función Booleana, demuestran su utilidad para los fines que persigue este trabajo.

De los ejemplos se desprende la eficacia de los programas; se observa también que uno de ellos, el correspondiente al Método Tabular, supera al otro en efectividad. En compensación, el programa correspondiente al Método de Mott requiere menos

BIBLIOGRAFIA

- 1) Bartee - Lebow - Reed. "THEORY AND DESIGN OF DIGITAL MACHINES". McGraw - Hill - 1.962. Pág. 49 - 69
- 2) Taylos L. Booth. "DIGITAL NETWORKS AND COMPUTER SYSTEMS". John Wiley and Sons, Inc. - 1.971. Pág. 122 - 145.
- 3) E.J.M. Van Lantschoot. "A PDP-S PROGRAM FOR MINIMIZATION OF LOGICAL FUNCTIONS". Artículo presentado en el International Symposium, Bruselas, Septiembre 17 1969.
- 4) Andrew A. Perlowski. " A MINIMIZATION OF BOOLEAN FUNCTION USING A DIGITAL COMPUTER". IEEE Computer Society - 1970.
- 5) D.L. Dietmeyer and Y-H Su. "LOGICAL DESIGN AUTOMATION OF GAN-IN LIMITED NAND NETWORKS". IEEE Computer Society - 1968.
- 6) Saburo Muroga - Toshihide Ibaraki. "DESIGN OF OPTIMAL SWITCHING NETWORKS BY INTEGER PROGRAMING". IEEE Transactions on Computers, Vol. C-21, N° 6, Junio 1972.



memoria para su realización; en efecto, son necesarios catorce mil ochocientos bytes para este programa, en comparación con los treinta y seis mil novecientos noventa y cuatro bytes requeridos por el Método de Quine-McCluskey, es decir menos del 50% para resolver problemas de igual embergadura. En el ejemplo N° 1 es necesario una mayor capacidad de memoria debido a su particular magnitud.

En el Ejemplo número uno, el programa del método tabular, utiliza 102.53 segundos para minimizar una función de cincuenta y nueve productos de los cuales cincuenta y seis son condiciones indefinidas, con siete variables. En el Ejemplo No. 2 el mismo programa emplea 55.68 segundos para minimizar siete funciones de cuatro variables.

En el Ejemplo N° 3, el programa correspondiente al Método de Mott utiliza 59.99 segundos en simplificar cuatro funciones de cuatro variables.

Estos tiempos han sido logrados por un computador I.B.M. 370/125 en el cual han sido corridos los programas.

- 7) Daniel D. McCracken. "PROGRAMACION FORTRAN IV". Limusa Wiley - 1967.
- 8) IBM,S.A.E. Departamento de Traducciones y Ediciones.  
"IBM SISTEMA/360 Y SISTEMA/370 LENGUAJE FORTRAN IV" International Business Machines Corporation, USA - 1971.
- 9) David Gordon Dutra. "COMPUTER REDUCTION OF BOOLEAN EXPRESSIONS". IEEE Computer Society 1967.
- 10) Pierre Tison. "APLICACION OF CONCENSUS THEORY TO THE MINIMIZATION OF BOOLEAN FUNCTIONS". IEEE Computer Society 1966.