Roberto Vacca

ANCHE TU FISICO

La fisica spiegata - in modo comprensibile - a chi non la sa

INDICE

* * * *

CAPITOLO 1

Il mondo e' fatto di macchie colorate che si muovono a caso - o possiamo capirne i meccanismi?

La terra comincio' a tremare nel villaggio tolteco di Tepoztlan. Nella piccola casa i bambini corsero ad abbracciare il padre. Tremavano e gli chiesero:

"Padre, che cosa e' questo? Un uragano come gia' ci e' successo?"

Il padre li strinse a se. "No, figli. L'uragano e' il gigante Hurican, che batte uno solo dei suoi grandi piedi. Questo e' il gigante Barbican, che batte tutti e due i suoi grandi piedi. E' il terremoto. Muove la terra intera e fa cadere le case e le montagne. Contro di lui non possiamo fare niente. Anche se fuggiamo, potrebbe aprire la terra davanti ai nostri piedi. Stendiamoci a terra e speriamo di non morire."

Restarono così fermi per ore. Il terremoto li risparmio', ma restarono con la paura del gigante e non avevano nessuna nozione degli strati geologici profondi che si assestavano e scorrevano gli uni sugli altri.

I popoli primitivi vivevano tutti i fenomeni naturali intorno a loro come causati da divinita' o da mostri. Anche i greci, alcuni dei quali fondarono la scienza, parlavano del sole come del carro di fuoco del dio Apollo. Consideravano i fulmini come strali di Giove e vedevano nell'arcobaleno la scia di Iride, messaggera degli dei. Non avevano idea dei meccanismi regolari che spiegano e permettono di prevedere i processi naturali.

Perfino Archimede che scoprì le leggi della statica e dell'idrostatica e intuì il calcolo infinitesimale, non sapeva come e perche' si muovessero i corpi pesanti. Perfino Aristotele che fondo' la logica credeva che le velocita' assunte dai corpi fossero proporzionali alle forze applicate ad essi. Solo due millenni piu' tardi Isaac Newton capì davvero come andavano le cose. Da allora sono passati altri tre secoli, ma la maggioranza della popolazione anche nei paesi piu' avanzati continua a non sapere quasi niente su come funzionano i fenomeni naturali, ne' quelli artificiali inventati dall'uomo.

Sono restati a livelli primitivi non solo quelli che sono andati poco a scuola. Ci sono restati anche molti di quelli che hanno conseguito lauree o diplomi - certo soprattutto in specialita' non tecniche.

Sanno pochissimo sui meccanismi naturali - e non se ne vergognano. Questo accade anche nei Paesi piu' avanzati. Nel numero del 6 Luglio 1989 la rivista scientifica inglese Nature pubblico' i risultati di un sondaggio effettuato su 2.000 inglesi e 2.000 americani per determinare cosa sapessero del mondo. L'esito era sorprendente. Piu' del 60% degli inervistati sostenevano di essere molto interessati alla scienza. Pero' solo il 34% dei britannici e il 46% degli americani sapeva che la terra gira intorno al sole una volta l'anno; solo il 28% dei britannici e il 25% degli americani sapeva che gli antibiotici non sono efficaci contro i virus. Sondaggi simili non sono stati fatti nella maggioranza degli altri Paesi così detti avanzati. In effetti sono rari anche i sondaggi seri miranti a valutare il livello culturale medio di un'intera popolazione. Sarebbe bene farli: sapendo come stanno le cose, potremmo cercare in modo piu' efficace di migliorare la situazione.

Gia' quaranta anni fa l'inglese C.P. Snow - fisico e romanziere - scrisse un libretto: *Le due culture*. Lamentava anche lui quanto fossero ignoranti di scienza anche gli intellettuali umanisti. E' famosa la sua battuta: "Secondo i piu' chi non ha letto Shakespeare, e' un ignorante, invece, chi non sa che cosa sia il secondo principio della termodinamica, e' uno che non ha tempo di occuparsi di dettagli tecnici, ne' dei trucchetti degli sperimentatori."

E così la maggioranza della popolazione nei paesi avanzati, usa apparecchi elettrici ed elettronici, ogni tanto prende la scossa, ma si limita a sapere, tutto al piu', che i due (o tre) fili che portano corrente a una lampada o al televisore devono stare isolati gli uni dagli altri. Se si toccano - rame contro rame, senza isolante - "salta tutto". Cioe' manca l'elettricita' - ma non sanno bene perche'.

Questo triste stato di cose dipende dalla pigrizia umana - fomentata dalla mancanza di esempi, dalla difficolta' per chi vuole imparare di trovare facili occasioni, dalla mancanza di una tradizione di cultura scientifica. In Italia, una parte della responsabilita' va accollata alla cultura idealistica crociana. Benedetto Croce affermo' perfino che matematica e scienza non accrescono il nostro sapere perche' conducono solo a formare pseudoconcetti e non costituiscono una realta' razionalizzabile, ma solo utile a fini pratici. E scrisse:

"Le finzioni delle scienze naturali e matematiche postulano di necessita' l'idea di un'idea che non sia finta. La logica, come scienza del conoscere, non puo' essere nel suo oggetto proprio, scienza di finzioni e di nomi, ma scienza della scienza vera e percio' del concetto filosofico e quindi filosofia della filosofia." - frase roboante, ma priva di significato.

E' curioso: il figlio di Giovanni Gentile (l'altro filosofo idealista - quello fascista) era un buon fisico teorico. Una volta il padre presento' Giovanni Gentile, jr. a Croce il quale chiese:

"Di che si occupa il giovanotto?"

Il padre rispose: "E' fisico teorico."

E Croce commento': "Ah, un tecnico, dunque. Bene, bene." - dimostrando così di non conoscere nemmeno la differenza fra scienza e tecnica, che e' una delle cose che cerchero' di spiegare in questo libro.

Cerchero' di spiegare anche altre cose: non certo tutta la fisica - ci vuole altro, e non ne so abbastanza! Chi voglia imparare la fisica a livelli piu' avanzati dovra' studiare libri scritti da fisici veri: testi liceali o universitari. Io consiglio "La Fisica di Feynman" (testo a fronte inglese e italiano, Intereuropean Editions, 1975): sono lezioni tenute dal premio Nobel

Richard P. Feynman al California Institute of Technology. Non sono facili, ma sono molto illuminanti.

Capire la fisica non e' cosa riservata a superuomini o a extraterrestri. Credo sia essenziale rendersi conto del fatto che ogni fenomeno fisico obbedisce sempre a un meccanismo che puo' capire chiunque, purche' ci si avvicini con metodo e si procuri gli strumenti intellettuali che gli mancano.

Allora comincio proprio elaborando questo concetto, che e' stato messo a fuoco da pochi secoli - anche se Archimede ne aveva capito buona parte. Si tratta di questo: i modi in cui si muovono i corpi, in cui fluiscono i liquidi e le correnti elettriche, in cui la luce viaggia e attraversa certe sostanze, in cui l'energia si trasforma e il calore viene trasmesso, vengono descritti molto bene per mezzo di relazioni matematiche. Altra cosa notevole che raccontero' e' che spesso una stessa equazione matematica descrive con la stessa esattezza fenomeni molto diversi.

C'e' un'equazione differenziale che, con le sue soluzioni, descrive i modi in cui oscillano pendoli, molle, onde su mare e laghi e onde elettromagnetiche - che sono cose molto diverse fra loro. Equazioni identiche descrivono i modi in cui il calore si propaga all'interno di un materiale e quelli in cui si propagano le cariche elettriche. Sono circostanze sorprendenti - e interessanti.

Che per capire il mondo ci vuole la matematica, lo aveva gia' detto bene Galileo Galilei:

[Non riusciamo a capire la natura ...] "se prima non si impara a intender la lingua e a conoscere i caratteri ne' quali e' scritto questo grandissimo libro dell'Universo. Egli e' scritto in lingua matematica e i caratteri sono triangoli, cerchi e altre figure geometriche, senza i quali mezzi e' impossibile intenderne umanamente parola; senza questi e' un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto."

Al tempo di Galileo non esistevano ancora ne' l'algebra, ne' il calcolo infinitesimale, eppure lui aveva intuito bene come stanno le cose.

Cerchero' di illustrare come si usino formule per descrivere certi processi naturali e per prevedere - calcolare - eventi futuri. Secondo alcuni lo scopo della fisica matematica e' proprio quello di prevedere i risultati di esperimenti che ancora non sono stati fatti. Naturalmente le teorie usate vengono rafforzate quando poi gli esperimenti danno proprio i risultati previsti.

In queste pagine non daro' lunghe spiegazioni di matematica (altro che in casi eccezionali). Gli strumenti matematici che servono, non certo per diventare professionisti, ma per capire davvero (a un livello elementare) come funziona la fisica, li ho forniti in un altro libretto ANCHE TU MATEMATICO (Garzanti, 1989 - ma ha avuto un buon successo e la undicesima edizione e' del Marzo 2000). Comunque per leggere questo libretto di fisica non e' proprio necessario aver letto l'altro di matematica appena citato - ma te lo consiglio caldamente.

Dunque presentero' fenomeni che avvengono nel campo della meccanica e altri che si verificano in quello della termodinamica. Poi parlero' di elettricita' e, brevemente di elettronica. Questo non e' un trattato. E' una serie di monografie collegate. Se le leggi e le studi, sarai un po' meno timido verso la fisica, imparerai a fare calcoli (che ti potranno anche essere utili) e a usare nuovi strumenti di pensiero.

Non mi limitero' a indicare quali formule servano per capire quali fenomeni. Mostrero', invece, come si faccia a mettere i numeri dentro le formule fino a raggiungere un risultato finale confrontabile con la realta'. Il punto cruciale e' proprio questo: bisogna che i calcoli vadano d'accordo con le osservazioni. Non basta certo applicare formule matematiche in un modo qualunque per arrivare a risultati giusti: i calcoli si possono sbagliare in tantissimi modi. Dobbiamo riflettere che le equazioni matematiche costituiscono un linguaggio con cui si possono fare discorsi precisi. Ma tanti discorsi sembrano giusti e non lo sono. Lo affermo' Galileo:

"Cio' che l'esperienza e i sensi ci dimostrano, devesi anteporre a ogni discorso ancorche' ne paresse assai fondato."

Per rendere precise le indicazioni delle nostre esperienze sensoriali, occorre eseguire misure. Questo non e' sempre possibile: spesso dobbiamo basarci su stime. Se queste sono ben fatte, potremo arrivare a risultati noti solo entro un intervallo di incertezza - ma avremo almeno un'idea di come vadano le cose.

Infine provero' ad accennare idee sulla relativita', sulla elettrodinamica quantistica e sulle superstringhe. Queste sono cose difficili e non vi serviranno a nessuno scopo pratico. Pero' serviranno a farvi intravedere quanto siano complicati i ragionamenti che si devono fare su fenomeni che non possiamo percepire direttamente con i nostri sensi. Apprezziamo, allora, quel che succede utilizzando strumenti sofisticati. Capire almeno qualcuna di queste cose ha notevole valore culturale: non si tratta certo di idee finte. Sono idee che ci forniscono visioni approssimative almeno dei contorni di problemi, la cui analisi gettera' luce sui limiti della logica e dei concetti che abbiamo di causa ed effetto.

Io faccio l'ingegnere - e sostengo di essere un metalmeccanico quando qualcuno mi chiama "intellettuale" : qui racconto, dunque, alcune cose che ho capito e altre che ho appena intravisto. Lo ritengo doveroso. Spero che ti serva per stare meglio al mondo. E' un mondo variopinto, ma non ha senso guardarlo come se fosse fatto di macchie di colore che si muovono a caso. E' complicato, ma comprensibile (almeno in parte). Sembra minaccioso a chi non lo capisce. Ti scorre accanto sempre piu' amico, quanto meglio ne conosci i meccanismi.

CAPITOLO 2

Ogni tipo di equazione descrive un fenomeno naturale, o no? Ogni fenomeno naturale puo' essere descritto in termini matematici?

Friedrich Wilhelm Bessel avrebbe avuto molte ragioni per essere in alti spiriti.

Aveva quasi finito le osservazioni astronomiche e i calcoli delle posizioni di alcune migliaia di stelle, che Bradley aveva individuato anni prima ben piu' rozzamente.

Era stato il primo a calcolare la distanza di una stella in base a osservazioni della parallasse: aveva determinato che la 61 Cygni dista circa dieci anni.luce dalla terra.

Aveva appena ricevuto una bella lettera di Gauss, il piu' grande matematico del mondo. Il Principe dei Matematici si congratulava con lui per il suo lavoro su certe funzioni di variabile complessa. Gli aveva scritto:

"La stessa concezione di queste funzioni, che comincio subito a chiamare Funzioni di Bessel (come faranno tutti fra breve) e' estremamente elegante e la illustrazione da Lei fatta e' di una chiarezza e di una concisione ammirevoli. Mi dispiace solo che la Sua produzione matematica non sia piu' copiosa, ma ardisco pensare che Ella abbia voluto accettare il mio motto: "Pauca, sed matura." - poche cose, ma mature - ben meditate."

Gauss era notoriamente parco di lodi. Quel riconoscimento avrebbe dovuto dargli sicurezza, riempirlo di gioia. Invece Bessel era profondamente depresso. Girava senza meta per le strade di Königsberg. Uscì dalla Junkerstrasse e ando' avanti fino al fiume. Imbocco' uno dei quattro ponti

che collegano la citta' con l'isola Kneiphof. Si appoggio' alla spalletta e guardo' l'acqua fluente. Piu' lontano un quinto ponte collega l'isola con il promontorio che divide il fiume in due rami e lo stesso promontorio e' collegato alle due rive con un sesto e un settimo ponte.
Bessel si chiese: "Sara' possibile percorrere i sette ponti di seguito passando una sola volta su ciascuno?" Gli sembrava che non fosse possibile, ma non avrebbe saputo dire perche'.
Pensava: "Devo essere proprio stupido, se non riesco a risolvere subito un problemino così ..." - scosse la testa facendo ondeggiare i suoi lunghi capelli ricci - "... e anche il Professor Gauss e' stato gentile a scrivermi quelle belle cose, ma le mie funzioni di Bessel a che cosa servono? Non serviranno mai a niente. Non cambieranno di un pelo alcun evento. Sono proprio un uomo inutile."
Faceva male Bessel a pensare così. Sbagliava di grosso. Infatti circa 60 anni dopo il fisico inglese Lord Kelvin scoprì che, quando una corrente ad alta frequenza fluisce in un conduttore di grosso diametro, la densita' della corrente e' alta sulla superficie esterna del conduttore e diminuisce rapidamente fino quasi ad azzerarsi quando si procede verso l'asse del filo. Il fenomeno si chiama "effetto pellicolare (skin effect)" o "effetto Kelvin".
Be': e' impossibile calcolare come varia la densita' della corrente dalla pelle esterna all'asse del conduttore, se non si usano le funzioni di Bessel. Purtroppo nel 1824, quando Bessel invento' le sue funzioni, le correnti elettriche ad alta frequenza non erano note. Il matematico-astronomo morì nel 1846 ancora convinto di essere inutile.

Allora ci chiediamo:
Anche le moltissime funzioni, teoremi e teorie matematiche sviluppate dai matematici puri e prive finora di ogni pratica applicazione, saranno necessarie per spiegare qualche fenomeno naturale di cui oggi non supponiamo nemmeno l'esistenza?

e ancora:

Possiamo essere sicuri che ogni fenomeno o processo fisico in ogni parte dell'universo - da quelle lontanissime e grandissime (stelle, galassie) a quelle piccolissime (sub-atomiche) - possa essere descritto e spiegato per mezzo di formule matematiche che magari non conosciamo ancora?

Queste due domande si possono riassumere in una sola:

L'universo e' isomorfo con la matematica pura?

"Isomorfo" vuol dire che ha la stessa forma. Quest'ultima domanda, percio', significa: la matematica e il mondo sono una lo specchio dell'altro, o no?

Qui si potrebbe riflettere che la matematica comprende la logica e che e' quindi una disciplina razionale. Allora qualcuno potrebbe sostenere che una risposta alle domande appena fatte era stata anticipata da Hegel con la sua famosa affermazione "Tutto quel che e' razionale e' reale, tutto quel che e' reale e' razionale".

Non avrebbe senso occuparsi della cosa, perche' Hegel aveva la brutta abitudine di non definire i termini che usava e, comunque, non capiva niente di matematica, ne' di fisica.

Registriamo, dunque, il fatto che molte equazioni matematiche non hanno ancora trovato applicazione per descrivere la realta'. Poi registriamo l'altro fatto che i meccanismi di molti fenomeni naturali non sono stati ancora compresi, tanto che nessuno sa prevederne gli andamenti futuri. Fra questi:

- l'origine dell'universo e la sua evoluzione;
- gli andamenti della meteorologia a lungo e lunghissimo termine;
- i meccanismi del cervello umano;
- struttura e comportamento delle particelle sub-atomiche;
- gli andamenti dell'economia, della politica, della vita associata

E' probabile che alle questioni riportate sopra non sapremo mai dare risposte definitive. Pero' non ci conviene abbandonarci all'angoscia perche' tante cose non le sa ancora nessuno. Per il momento concentriamoci a sapere almeno qualche cosa su questioni e meccanismi sui quali alcuni di noi la sanno veramente lunga.

La fisica, notoriamente, e' una scienza. Quindi nel prossimo capitolo cerchero' di illustrare la differenza fra scienza e tecnica e di chiarire alcune questioni connesse.

Un'osservazione. Sentirete ogni tanto qualcuno che parla di "scienza ufficiale", come se esistesse un ufficio centrale preposto a certificare cosa la scienza debba accettare come vero e cosa no. Non e' così. La scienza ufficiale non esiste. Naturalmente ci sono scienziati bravi e scienziati sciocchi e pecioni. La maggioranza sono bravi e gli uni giudicano quello che viene prodotto dagli altri. (Questa revisione da parte dei propri pari si chiama in inglese "peers' review"). Quando si trovano esperimenti o teorie sbagliate, si provvede a scartarle.

In genere quelli che sostengono di essere stati incompresi e imbavagliati dalla scienza ufficiale sono personaggi un po' strani, amareggiati perche' nessuno ascolta le loro teorie folli o prive di senso.

CAPITOLO 3

Scienza e tecnica

Se domandi a un ricercatore italiano che studia la struttura della materia o l'ingegneria genetica, che mestiere faccia, probabilmente risponde:
"Sono un fisico. Faccio ricerche sullo stato solido" oppure "Sono un biochimico. Mi occupo di DNA ricombinante."
Un inglese o un americano, invece, risponderebbero in modo generico:
"*I am a scientist*. - Sono uno scienziato."
Non so bene le ragioni di questa differenza. Forse gli scienziati italiani temono di sembrare vanitosi. Certo nei paesi anglosassoni ci si occupa di scienza piu' che in Italia: oltre il doppio - a parita' di popolazione e di reddito. Quindi lì uno scienziato puo' ammettere di esserlo, come una cosa normale, di ogni giorno.
Le parole sono importanti. Attenti, per esempio, alla parola "scientista". Alcuni la usano, sbagliando, come equivalente a "scienziato" o per indicare qualcuno che si appassiona alla scienza. Invece la parola definisce: "chi sostiene che la scienza spiega con precisione infinita qualunque cosa, che ha gia' risolto ogni possibile problema oppure che, se c'e' ancora qualche cosa inspiegata, la spieghera' fra pochissimo tempo". Degli scientisti e' meglio non occuparsi. Ovviamente sono ingenui. Invece gli scienziati non lo sono affatto: evitano di saltare a conclusioni affrettate. Vediamo un esempio.
Elenchiamo le citta' italiane mettendo al primo posto quella in cui esiste il massimo numero di chiese e man mano ai posti seguenti quelle che ne hanno meno. Poi su ogni riga scriviamo il numero annuo di assassini che si verificano in ciascuna citta'. Vedremo, allora, che il numero degli assassini e' maggiore dove ci sono piu' chiese. Il primo numero e' proporzionale al secondo. Ne deduciamo, forse, che nelle chiese si predica l'uccisione del prossimo? Ovviamente no. C'e' una causa comune. Sia il numero di chiese,

sia il numero di assassini sono proporzionali alla popolazione delle citta' considerate.
Questo e' solo un esempio per illustrare quanto sia importante capire quali siano le cause e quali gli effetti. E' questo uno degli obiettivi della scienza.
La scienza, poi, non mira certo a raggiungere precisione infinita. Ogni teoria scientifica costituisce solo un modello piu' o meno rozzo della realta'. In casi favorevoli, la precisione nelle misure effettuate o previste raggiunge perfino una parte su centomila miliardi [equivalente a misurare la distanza fra Roma e New York con un errore massimo uguale a un millesimo dello spessore di un capello] – ma questa non e' certo una accuratezza infinita, che e' irraggiungibile. Conosciamo, invece, anche con milioni di decimali i valori di costanti matematiche (ad esempio quello di pi greco (π = 3,1415…). Questa circostanza, pero', non deve trarci in inganno: precisioni così spinte sono impossibili quando misuriamo grandezze fisiche.

Vediamo, dunque: che cosa sono scienza, tecnica e tecnologia?
La scienza e' l'insieme dei modi razionali in cui conosciamo e capiamo la natura. La scienza studia i modi migliori per ottenere conoscenza e comprensione e per individuare procedure che, invece, siano da scartare.
Il primo passo in ogni attivita' scientifica e' l'osservazione: guardiamo come si comporta la natura, mentre non facciamo niente per modificarne il comportamento.
Il passo seguente e' l'esecuzione di esperimenti, cioe' l'osservazione di come la natura reagisce a qualche nostra azione. Per esempio, se flettiamo con le mani un bastoncino, riusciamo a romperlo. Per spezzare bastoni piu' grossi, ci sforziamo di piu'. Se, per fletterli, li afferriamo alle estremita' – a parita' di diametro - i bastoni piu' lunghi si rompono piu' facilmente di quelli corti.

Da osservazioni ed esperimenti lo scienziato cerca di generalizzare – cioe’ di capire come vadano le cose in generale: quali siano le regolarita’ significative di un certo fenomeno. In altre parole: la comprensione della natura diventa scientifica quando riesce a capire il meccanismo di un fenomeno: ad esempio a capire quali siano le cause e quali gli effetti.

Fare osservazioni non basta: bisogna anche interpretarle bene. Aristotele, nel quarto secolo a.C., concluse che la velocita' con cui cadono i corpi e' tanto piu' alta quanto piu' essi sono pesanti. Il ragionamento si basava sul fatto che un sasso cade piu' veloce di una piuma. La conclusione era sbagliata perche' le condizioni erano alterate dalla resistenza dell'aria. L'esperimento giusto lo fece Galileo Galilei, quasi 400 anni fa, lasciando cadere nello stesso momento dalla torre di Pisa due palle di marmo, una delle quali pesava 10 volte piu' dell'altra. Le palle toccarono terra insieme: dunque le loro velocita' erano identiche. Cadendo da circa 50 metri, le palle avevano raggiunto la velocita' di 110 km/h, alla quale la resistenza dell'aria e' trascurabile rispetto alla forza di gravita' - per oggetti così densi (aventi un peso grande rispetto al volume).

Affrontare un problema in modo scientifico vuol dire, allora, generalizzare le nostre percezioni (quel che sentiamo, vediamo, tocchiamo) e anche quel che misuriamo, cercando di formulare concetti con cui riusciamo a spiegare altri fatti oltre a quelli osservati. Lo vedremo meglio nei capitoli seguenti.

Chiamiamo, dunque, scienza sia i metodi corretti di osservare, sperimentare e interpretare i risultati, sia l'insieme delle nozioni prodotte dalla applicazione di quei metodi.

Spesso le prime conoscenze in un certo campo furono acquistate per scopi pratici - produrre cibo, vestiti, armi o misurare terreni o merci. Dunque la tecnica ha alimentato e alimenta ancora la scienza o, almeno, le offre degli spunti. Che cosa e' la tecnica? E' l'insieme delle regole e procedure, delle applicazioni di conoscenza fatte per modificare la natura. Così si

trasformano sostanze naturali in arnesi o manufatti, si utilizzano forze naturali (di animali, dell'acqua) per far muovere macchine, per trasportare oggetti o persone.
I tecnici utilizzano spesso formule empiriche - che funzionano, anche se non si sa bene perche'. Gli scienziati, invece, cercano di costruire una struttura mentale che spieghi i meccanismi dei fenomeni fisici. Definiscono modelli matematici. Un modello e' una cosa che somiglia a un originale (si parla del modellino di una macchina o di un edificio). I modelli matematici (fatti di formule) forniscono previsioni numeriche che sono identiche (o almeno molto vicine) alle misure delle grandezze che variano mentre si svolge un fenomeno.
La fisica puo' essere descritta e insegnata anche usando solo parole, invece di formule, ma, allora, e' arduo, se non impossibile, usarla come strumento di previsione.

Si parla spesso di ricerca per indicare attivita' sia scientifiche, sia tecniche. Nel primo caso si parla di ricerca di base, nel secondo, di ricerca applicata. Si chiama "invenzione" la scoperta di nuovi fenomeni fisici o di nuove macchine o processi per sfruttare fenomeni noti o anche la formulazione di una teoria che spieghi meglio delle teorie precedenti, fenomeni fisici gia' noti.
Si chiama "innovazione" il trasferimento alle applicazioni pratiche - e utili - di un'invenzione.

Come facciamo a costruire teorie scientifiche vere? La prima risposta che viene in mente e' "ragionando in modo logico". Pero' bisogna bene che ragioniamo partendo da punti sicuri, per esempio da affermazioni su stati di fatto o di relazioni così convincenti da non richiedere dimostrazione. Un'affermazione di questo tipo si chiama "assioma".
Nel III secolo prima della nostra era il greco Euclide detto' 5 assiomi che sono alla base della geometria (e li chiamava "nozioni comuni" - comunemente accettate):

1. Le cose uguali a una stessa cosa sono uguali fra loro
2. Se a cose uguali si aggiungono cose uguali, i risultati sono uguali
3. Se a cose uguali si tolgono cose uguali, i resti sono uguali
4. Cose che si possono sovrapporre esattamente una sull'altra sono uguali
5. Il tutto e' maggiore della parte.

Partendo da certi assiomi deduciamo logicamente certe conseguenze. Metteremo in dubbio gli assiomi, se una deduzione tratta da essi appare assurda o contrasta con la realta'. Quindi gli assiomi non sono verita' assolute: sono ipotesi considerate ovvie.
In fisica si incontrano princìpi che per un certo tempo appaiono come verita' assolute. Poi si eseguono esperimenti nuovi o si fanno ragionamenti mai fatti prima e si riconosce che quei princìpi generali sono, invece, validi solo in certe condizioni particolari. Per esempio, se i valori di una certa grandezza escono da un intervallo dato, la relazione che essa ha con un'altra grandezza cambia tipo o si modifica: talora una terza grandezza che prima non aveva nessun effetto, comincia a influire sull'andamento del fenomeno.
Che regole dobbiamo seguire per raggiungere princìpi generali giusti? Francesco Bacone, filosofo inglese del XVII secolo, suggerì di ricorrere alla enumerazione. Se registriamo un grande numero di casi in cui, senza

eccezione, si verifica una data circostanza, concludiamo che quella circostanza e' una caratteristica costante della natura. Bacone suggerì anche di registrare anche lunghe serie di casi negativi che permettano di escludere certe affermazioni generali. Seguì questo processo di enumerazione ed esclusione per ragionare sulla causa del calore e ritenne di individuarla nel movimento. Questo risultato e' stato confermato in modo ben piu' preciso e approfondito dalla fisica moderna. Il modo in cui lo aveva esposto Bacone rimase abbastanza astratto e privo di conseguenze significative.

Il processo con cui passiamo dalla conoscenza di tanti fatti particolari a conoscenze piu' generali, si chiama "induzione". Si prende come vera un'ipotesi suggerita da osservazioni ed esperimenti e si deducono le conseguenze della sua accettazione.

Il metodo scientifico basato sui passi descritti si chiama ipotetico-deduttivo. Quando si dimostra che una teoria ipotetica e' in accordo con l'esperienza e permette di fare previsioni giuste, si dice che essa e' verificata: questo **non** significa che e' dimostrata assolutamente vera.

Che cosa vuol dire “falsificare” una teoria?

Quando gli eventi che si dovrebbero verificare in certe condizioni se una data teoria fosse vera, non si verificano affatto e, invece, accadono cose che non dovrebbero accadere secondo la teoria, diciamo che la teoria e' stata falsificata. Questo vuol dire che la teoria e' stata dimostrata falsa. ["Falsificare" non si usa qui nel senso di produrre banconote od oggetti d'arte che sembrano veri e non lo sono].

Il risultato ottenuto falsificando una teoria e' piu' definitivo di quello che si ottiene quando una teoria e' verificata. Infatti non si puo' escludere che quest'ultima possa essere falsificata in avvenire. Invece possiamo escludere che una teoria falsificata possa essere di nuovo verificata in avvenire.

L'esperimento di Galileo gia' citato falsifico' la teoria di Aristotele secondo cui le velocita' di caduta sarebbero state proporzionali ai pesi degli oggetti lasciati cadere.

Che differenza c’e’ fra invenzione e scoperta? E la realta' fisica esiste davvero?

All'inizio di questo capitolo ho scritto che un'invenzione e' una scoperta, etc. Ma c'e' differenza fra invenzione e scoperta? Si puo' sostenere ragionevolmente che una scoperta sia il ritrovamento di qualche cosa che esisteva gia'. Un'invenzione. invece, e' la definizione, la concezione o il progetto di una cosa nuova mai esistita prima. Così parliamo della scoperta dell'America, ma dell'invenzione delle macchine a vapore.

Quelli che preferiscono parlare di scoperte tendono a dar ragione a Platone. Questo filosofo, infatti, sosteneva che esiste un mondo delle idee ove gia' si trova ogni possibile concetto di ogni possibile cosa che esiste o che esistera' in avvenire. Dunque James Watt scoprì il concetto di macchina a vapore che preesisteva dall'eternita'.

Chi parla piuttosto di invenzioni sostiene, invece, che i modi potenziali di mettere insieme oggetti e risorse esistenti sono innumerevoli e che l'inventore ne crea uno - ovviamente fra quelli interessanti, perche' di invenzioni che non funzionano affatto, sì, possiamo trovarne infinite.

Le teorie matematiche, invece, non sono arbitrarie. Come scrisse mio padre (lo storico della scienza Giovanni Vacca): "Gli enti matematici, per coloro che alla matematica hanno sacrificato tutta la loro vita, tutte le loro forze, appaiono eterni, immutabili, perfetti, non molto diversamente dal modo col quale li videro per i primi Pitagora e Platone."

Sono tentato di dare ragione ai platonici almeno nel senso che il mondo esterno ha realta' oggettiva (mutevole) e che noi la scopriamo, non la inventiamo, ne' la creiamo. L'opinione contraria potrebbe essere criticata o ridicolizzata in modi estremi - come e' accaduto qualche anno fa.

L'idea bislacca che la "realta'" fisica e' una costruzione mentale condizionata da fattori sociali e linguistici: "e' un dogma imposto dall' egemonia post-illuministica sulle "visioni" intellettuali occidentali" e' stata sostenuta sfrontatamente (in perfetta malafede e, ovviamente, senza prova alcuna) da Alan Sokal, fisico della New York University, in un articolo lungo 48 pagine e pieno di citazioni di fisici, matematici, psicanalisti - tutte vere, ma contraddittorie, irrilevanti e interpretate in modi perversi. Badate: non si parla delle *teorie* sulla realta' fisica - ma della *realta'* stessa.

Sokal ha inviato l'articolo alla rivista universitaria di sociologia "SOCIAL TEXT" (pubblicata dalla Duke University) - il cui direttore lo ha preso sul serio e lo ha pubblicato (nel numero Primavera/Estate 1996) senza commenti cautelativi.

Ecco alcune citazioni dall'articolo:

"Le speculazioni psicoanalitiche di Lacan sono state confermate da recenti sviluppi della teoria quantistica dei campi." "L'assioma dell'uguaglianza nella teoria matematica degli insiemi e' analogo al concetto omonimo affermato dal movimento femminista". "Le teorie quantistiche gravitazionali hanno profonde implicazioni politiche "progressive". " "La scienza "postmoderna" ha abolito il concetto di realta' oggettiva".

Certo Sokal fece un orrido scherzo da prete ai sociologi della Duke University. Pero' loro hanno fatto una figura miserevole perche' uno studente di fisica appena serio si sarebbe accorto subito che il testo era folle.

Occorre, dunque, che gli scandali si verifichino, ma guai ai responsabili. I guai sono venuti quando Sokal ha raccontato la storia in un altro articolo sulla rivista Linguafranca. Qui ha analizzato la carenza di rigore intellettuale dei sociologi e sottolineando che questa si accompagna spesso alla totale vaghezza amplificata dall' uso delle virgolette. Lui stesso aveva messo fra virgolette: "realta", "visioni", "postmoderno", "nonlinearita'", "transitivita'", etc., così le rendeva piu' vaghe ed evocava una furbesca complicita' del lettore, (Notoriamente le virgolette si possono usare solo per parlare della parola invece che dell' oggetto [il leone e' carnivoro; "leone" e' una parola di 5 lettere] o per riportare le parole di altro autore).

Sokal, dunque, ha dimostrato che almeno quei sociologi (e tanti altri che non si sono scandalizzati della faccenda) non si rendono conto se le idee loro - e quelle degli altri - abbiano alcun senso o legame coi fatti. I sociologi hanno accusato Sokal di malafede, falso e provocazione - una difesa piuttosto debole.

CAPITOLO 4

Come si misura la realta' con i numeri. Pesi e forze ferme

"Durand mi ha imbrogliato, signor giudice! Mi ha venduto un terreno di un acro (cioe' un quadrato con il lato di 90 passi) e poi mi ha consegnato un quadrato con il lato di 65 passi!" - grido' il grasso Dupont facendo rimbombare l'aula del tribunale.

"No, signor giudice!" - rispose Durand - "Gli ho venduto un arpent de Paris, perche' io sono parigino - e l'arpent ha un lato di 65 passi."

La voce del giudice era severa: "Oggi 4 luglio 1781 sentenziamo che l'accordo fra le parti e' impossibile. Quindi l'area del terreno dovra' essere di uno jugero militare d'ordinanza, cioe' intermedia fra l'acro di Normandia e l'arpent de Paris. La seduta e' tolta."

In tutti i paesi del mondo si verificavano pasticci come questo a causa della mancanza di unita' di misura accettate universalmente. Le cose migliorarono molto quando il sistema metrico decimale - idea semplice e brillante - fu introdotto in Francia il 18 Germinale dell'anno Terzo della Repubblica Francese (cioe' il 7 Aprile 1795) per poi diffondersi in tutto il mondo. Il metro fu definito come la quarantamilionesima parte del meridiano terrestre. Nota che il simbolo con cui si indica il metro e' semplicemente una m minuscola [e' sbagliato scrivere ml, per metri lineari per distinguerli dai metri quadrati o cubi]. Un cubo con un decimo di metro (un decimetro) di lato fu preso come unita' di misura di volume e chiamato "litro". Il peso di un centimetro cubo d'acqua distillata a 25°C fu preso come unita' di misura di peso (o massa: chiariro' piu' oltre): il grammo (da cui il kilogrammo (kg) uguale a 1000 grammi - peso di un litro d'acqua) e da queste misure si e' partiti per definire il sistema di misura internazionale (SI - detto anche MKSA, dalle iniziali di Metro, Kilogrammo, Secondo, Ampere) che e' l'unico valido per legge in Italia.

In effetti le definizioni del 1795 si sono rivelate imprecise, anche se possiamo continuare a usarle quando facciamo misure correnti, non scientifiche. Le definizioni vere sono quelle riportate qui di seguito in carattere piccolo: le riferisco per completezza, ma potete saltarle, se i vostri interessi non sono strettamente scientifici.

Il metro e' una lunghezza uguale a 1.650.763.73 volte la lunghezza d'onda nel vuoto della radiazione corrispondente alla transizione fra i livelli $2p_{10}$ e $5d_5$ del cripto-86. Il kilogrammo e' definito come il peso di un campione conservato a Sèvres, in Francia. Il secondo e' un tempo uguale a 9.192.631.770 periodi della radiazione emessa dal cesio-133 (nello stato fondamentale $^2S_{1/2}$ nella transizione fra i livelli F=4 M=0 ed F=3 M=0) - non si fa piu' riferimento, quindi, a 1/60 di minuto, che e' 1/60 di ora, che e' 1/24 della durata del giorno medio. Un Ampere e' la corrente elettrica (continua) che fa attrarre due conduttori paralleli a distanza di 1 m con forza di 2.10^{-7} Newton/m (e vedremo piu' oltre come si definisce un Newton). Un grado Kelvin e' definito in modo che il punto triplo dell'acqua sia alla temperatura di 273,16°K (e non ve lo diro' nemmeno che cosa sia il punto triplo).

Ricorda che si possono sommare solo numeri espressi nelle stesse unita' di misura: non si possono sommare "pere e mele" (a meno di cambiare unita' dicendo che 6 mele piu' 7 pere sono 13 frutti).
Ovviamente le superfici si misurano in metri quadrati (m^2). Anche i bambini sanno che una stanza di 3 metri per 4 ha un'area di 12 m^2, e che non ha senso sommare metri a metri quadrati. I volumi si misurano in metri cubi (m^3) . Un metro cubo si chiama anche "stere".
Lunghezze, aree e volumi sono dimensioni fisiche. Si chiamano così per distinguerle dai numeri puri. E' un numero puro il rapporto fra due lunghezze (ad esempio fra circonferenza e diametro di un cerchio cioè 3,1415...(π)). Per definire le dimensioni di una grandezza si mette fra parentesi quadre l'indicazione: [L] per le lunghezze, [L^2] per le aree ed [L^3] per i volumi. Definiro' le altre dimensioni man mano che introduco i concetti relativi.
Intanto, misurando distanze e tempi possiamo gia' calcolare velocita'. Siamo gia' abituati a usare unita' di misure diverse: nel sistema internazionale si tratta di multipli e sottomultipli per cui si tratta solo di spostare la virgola

nelle espressioni numeriche. Pero' le cose vengono complicate dalle misure di tempo con le divisioni sessagesimali (in 60 parti) di ore e minuti. Scriviamo una tabella di velocita' usuali espresse in m/sec e in km/h. E' ovvio come costruirla (ricorda che in un'ora ci sono 3.600 secondi).

metri/secondo	**km/h**
1	3,6
10	36
20	72
30	108
40	144
50	180
60	216
70	252
80	288
90	324
100	360

Questa tabella servira' piu' oltre per fare semplici calcoli, ma è gia' utile perche' ci ricorda che quando guidiamo a 180 km/h (velocita' usuale per molte auto moderne), a ogni secondo che passa avanziamo di ben 50 m rispetto alla posizione precedente. Dato che il nostro tempo di reazione medio e' di circa 0,3 secondi, se vediamo un ostacolo o riceviamo un segnale di pericolo, prima di cominciare a reagire siamo andati avanti gia' di 15 metri.

Le velocita' si misurano in metri/secondo o in km/ora - in generale con unita' di lunghezza divise per unita' di tempo. Le dimensioni fisiche di una velocita' sono, dunque, lunghezze diviso tempi. Il simbolo per la lunghezza gia' introdotto e' [L], quello per i tempi e' [T], percio' le dimensioni di una velocita' si indicano come [L/T] o come $[LT^{-1}]$, dato che dividere per una grandezza e' la stessa cosa che moltiplicare per quella grandezza elevata all'esponente -1 (meno uno). (v. il citato ANCHE TU MATEMATICO).

Qui parlo di velocita' costanti, in pratica rare. Sono quasi costanti:

- la velocita' alla quale i pianeti si muovono nella loro orbita attorno al sole;
- (per tempi brevi) la velocita' di un treno o di un'auto;
- la velocita' di un corpo (anche di un uomo) che cade da grande altezza (parecchie centinaia di metri) in modo tale che la resistenza dell'aria costituisce una forza uguale e contraria al peso.

Quest'ultima situazione fu divinata da Galileo Galilei che, immaginando solo l'esperimento (che non poteva fare) scrisse ("Dialogo dei Massimi Sistemi", Giornata Seconda):

"Un corpo mobile, come una palla perfettissimamente rotonda che si trovi su un piano esquisitamente pulito (per rimuover tutti gli impedimenti esterni ed accidentali - compresa la resistenza dell'aria) che non fusse ne' acclive, ne' declive, se avesse impeto verso qualche parte, seguirebbe il muoversi verso quella parte senza accelerazione, ne' ritardamento. E se lo spazio in quella superficie fosse interminato, il moto in esso sarebbe parimente senza termine, cioe' perpetuo."

[Le parole che ho riportato sono tutte di Galileo. Si vede che sono antiquate: "acclive" vuol dire in salita e "declive" vuol dire in discesa. Ho riordinato il discorso che sarebbe altrimenti troppo dannatamente prolisso anche a causa del dialogo fra i tre personaggi Salviati, Simplicio e Sagredo].

Il senso del discorso e' chiaro: un corpo che sia in moto a una certa velocita' e sul quale non agisca alcuna forza esterna, continua indefinitamente a muoversi in linea retta alla stessa velocita'.

Dicevo sopra che Galileo immagino' l'esperimento che non poteva fare. Non conosceva la legge di attrazione universale e, quindi, non gli poteva venire in mente l'idea di un meteorite che viaggia a distanza infinita da ogni altro corpo e va in linea retta a velocita' costante. La situazione, pero', e' del tutto analoga a quella della sfera pesante su un piano senza attrito: infatti peso della sfera e reazione del piano che la sostiene sono identici e non entrano affatto nel processo. Galileo non aveva sfere perfette, ne' un piano infinito "esquisitamente pulito". Credo che sia stato il primo a definire un esperimento pensato e non eseguito (ne' eseguibile) per chiarire i termini di una questione. In fisica e' normale proporre questi esperimenti pensati e non fatti che si chiamano con termine tedesco "Gedankenexperiment".

Galileo scrisse anche chiaramente che un corpo fermo sul quale non agisca nessuna forza non comincia a muoversi- continua a stare fermo ("Dialogo dei Massimi Sistemi", Giornata Prima):

"Ogni corpo costituito per qualsivoglia causa in istato di quiete, ma che per sua natura sia mobile, quando e' fusse indifferente a tutti [cioe' non soggetto ad alcuna forza] restera' nella sua quiete non avendo maggior ragione di muoversi a questo che a quello".

Differenza fra massa e peso

Ho scritto sopra che il kilogrammo fu definito nel 1795 come l'unita' di peso. In effetti nel sistema internazionale (SI) questa unita' serve per misurare le masse. Una massa si definisce come una quantita' di materia, un peso, invece, e' una forza. Questo vuol dire che un oggetto che abbia la massa di un kilogrammo (o di qualunque altro valore) avra' la stessa massa se viene portato sulla luna dove la gravita' e' molto piu' bassa di quella terrestre, su Giove, dove la gravita' e' molto maggiore o nello spazio a distanza enorme da qualunque altro corpo - tanto che il suo peso si annulla. Invece il peso e' una forza - e le forze sono quelle cose (fattori? agenti?) che applicate ai corpi materiali li fanno muovere (piu' oltre vedremo come).

Qui si genera una certa confusione perche' quando parliamo di pesi (che, come detto sopra, sono forze) ci riferiamo, nella quasi totalita' dei casi, ai pesi che gli oggetti hanno quando si trovano nel campo gravitazionale terrestre. Non c'e' possibilita' di errore, quando, usando il linguaggio comune, diciamo: "Io peso 80 chili." In effetti fino a qualche anno fa si usava (e si usa ancora per scopi tecnici) un sistema di misure, detto il sistema pratico o degli ingegneri, in cui l'unita' di forza era il kilogrammo - e veniva chiamato "kilogrammo peso". Una bicicletta che pesa 15 kg (15 kilogrammi peso) ha la massa di 15 kilogrammi.

Quando si parla di forze, e' opportuno parlare anche di accelerazioni. Quindi rimando il seguito del discorso su forze e masse al Capitolo 5. Qui per ora parlo solo di forze che non si muovono e non mettono niente in movimento. Potra' sembrare una limitazione notevole, ma, in realta', parlero' (sia pure in modo breve e rudimentale) della statica e delle resistenza dei materiali.

Multipli e sottomultipli

Quando diciamo a un negoziante: "Mi dia 3 kili di patate." in genere non riflettiamo al fatto che il prefisso "kilo" significa mille. In effetti stiamo chiedendo 3.000 grammi di patate. Usiamo, dunque, spesso multipli e sottomultipli delle unita' di misura del Sistema Internazionale. In fondo al libro riporto una lista di tutte le unita' di misura del SI. Qui apro un inciso per ricordare quali siano i multipli e i sottomultipli. Tutti dovrebbero sapere che "deci" vuol dire un decimo dell'unita' che segue, "deca" vuol dire dieci volte e "centi" un centesimo. Pero' e' bene elencare tutti i multipli e sottomultipli per comodità e perche' i piu' insoliti sono meno facili da ricordare, mentre lentamente stanno entrando nell'uso.

Multipli	**Nome**	**Simbolo**	**Sottomultipli**	**Nome**	**Simbolo**
10	deca	da	0,1	deci	d
100	etto	h	0,001	centi	c
1000	kilo	k	0,0001	milli	m
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a

E' triste notare che molte persone ignorano l'uso corretto di questi multipli e sottomultipli che in Italia e' imposto dalla legge. Anche banche e ministeri abbreviano "milioni" in "mio" e "miliardi" in "mld". Queste abbreviazioni illegali sono prive di significato. Invece bisogna scrivere 15 ML (si legge: megalire) per abbreviare 15 milioni di lire e 35 GL (si legge: gigalire) per parlare di 35 miliardi. Il debito pubblico italiano e' di circa 2,4 PL (petalire) cioe' di 2 milioni e mezzo di miliardi.
Bisognerebbe anche evitare di parlare di quintali e tonnellate. Un quintale sono 100 kg e una tonnellata si dovrebbe chiamare "megagrammo" (Mg).
Adeguiamoci - e rispettiamo la legge.

Le forze ferme

Se tengo in braccio una bella ragazza che pesa 56 kg (con il mio braccio destro sotto la sua schiena e il mio braccio sinistro sotto la piegatura dietro le sue ginocchia) la situazione puo' essere molto piacevole. Se fra noi c'e' un'affettuosa amicizia (come dicono i rotocalchi), ci guardiamo negli occhi e ci baciamo. Pero' il peso di lei - giusto, non eccessivo - si fa sentire. E' una forza che tira verso il basso e che io contrasto perche' lei non cada a terra. Non provo nemmeno a sollevarla piu' in alto, ma fatico ugualmente e dopo un certo tempo considero favorevolmente l'ipotesi di depositarla su qualche sostegno confortevole che eserciti al mio posto una forza verso l'alto uguale al peso di 56 kg.
Alla pagina precedente ho scritto che le forze sono quelle cose che applicate ai corpi materiali li fanno muovere. La frase e' incompleta. Bisogna dire: "fanno muovere i corpi, se non sono contrastate da altre forze uguali e contrarie". Il discorso all'inizio del paragrafo da' esempi di forze uguali e contrarie che, quindi, non producono movimento. Se ne elimino una (abbandonando le mie braccia lungo i fianchi), la forza-peso della ragazza non e' piu' contrastata e lei cade a terra. Probabilmente si incrinano il suo

coccige e i nostri rapporti e vedremo piu' oltre quanto tempo impieghera' per arrivare a terra dalla quota di circa 1,6 metri alla quale la tenevo.

E' vitale che non si muovano le forze presenti nelle costruzioni: case, ponti, tralicci delle linee elettriche. Se si muovessero, queste strutture subirebbero deformazioni e, magari, crollerebbero.

Non c'e' bisogno che le forze ferme di cui parliamo si annullino due a due: ciascuna con un'altra forza uguale e contraria. L'importante e' che la loro forza risultante sia nulla. Per esempio puo' accadere che in un traliccio ci siano 4 elementi (in genere profilati di ferro) che sono incernierati in uno stesso punto N - come rappresentato in Figura 1. Le forze trasmesse da queste sbarre rettilinee sono dirette secondo l'asse delle sbarre stesse. Possiamo rappresentarle graficamente con frecce che abbiano la stessa direzione dell'asse delle sbarre e lunghezza proporzionale all'intensita' della forza. Allora nel punto N agiscono le 4 forze dovute alle 4 sbarre e la loro risultante deve essere zero, cioe' il poligono delle 4 forze deve essere chiuso, come rappresentato in figura.

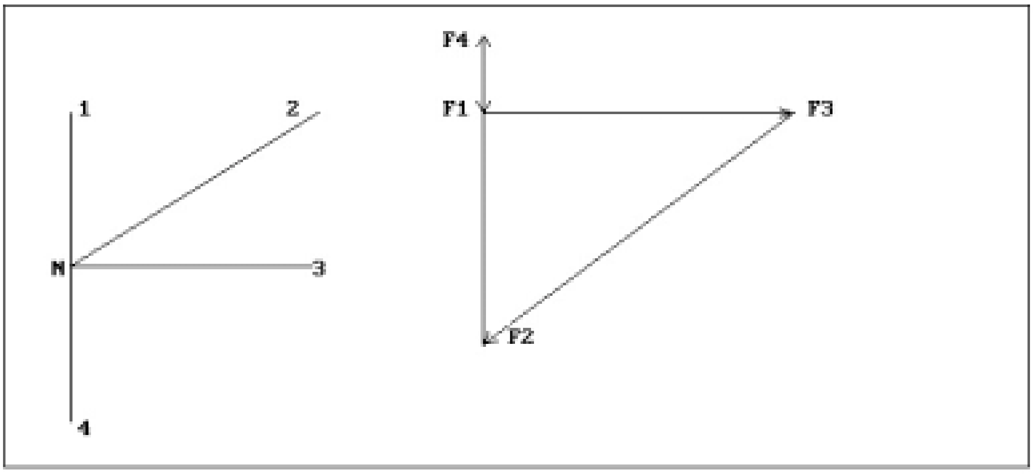


Fig.1 - POLIGONO DELLE FORZE AGENTI SUL NODO N DALLE 4 SBARRE 1, 2, 3 E 4

La forza F1 e' diretta dall'alto verso il basso e la freccia corrispondente parte dalla punta della forza F4 (diretta dal basso verso l'alto). Dunque F1 ed F4 si bilanciano parzialmente, ma F4 ha valore maggiore di F1. Le sbarre 1 e 4 sono dunque compresse (tecnicamente si chiamano "puntoni"). La parte di F4 non bilanciata da F1 viene contrastata dalla componente verticale della forza F2, che anch'essa spinge sul nodo N (anche la sbarra 2 e' un puntone). Invece la forza F3 esercita una trazione diretta verso destra sul nodo N, la quale bilancia la componente orizzontale diretta. La sbarra 3 e' un tirante.

Se la punta della freccia della forza F3 non andasse a finire dove comincia la freccia della forza F2, allora il segmento che unisce la punta di F3 con l'inizio di F2 rappresenterebbe la forza risultante sul punto N - non contrastata da altre forze. Il punto si muoverebbe - e la struttura si deformerebbe.

Qualcuno mi obiettera' che questo modo di presentare le cose non e' da fisici, ma e' da carpentieri metallici (o metalmeccanici). Anzitutto rispondo che qualunque fisico e' perfettamente in grado di fare considerazioni e calcoli come questi sui tralicci metallici e, poi, in questo modo credo di aver chiarito come si debbano bilanciare le forze sulle strutture ferme destinate a sorreggere pesi (tetti, edifici, travature, ponti).

La resistenza dei materiali

"Che cosa succede quando una forza irresistibile si scontra con un corpo del tutto infrangibile e inamovibile?" - Richard Feynman, il fisico premio Nobel, raccontava che suo padre gli pose questa domanda quando era ragazzo.

Ovviamente la domanda non ha risposta. Infatti gli enti citati - forze irresistibili e corpi inamovibili - non esistono: nessuno ne ha mai suggerito una definizione, ne' ne abbiamo esperienza.

Abbiamo esperienza, invece, della rottura di oggetti, che si usurano (come le parti dei motori), vanno a pezzi (come le coppe di cristallo che cadono a terra), si corrodono (come il ferro dei balconi nelle case al mare). Qui evitero' di parlare delle conseguenze degli urti, sebbene l'argomento sia interessante. Galileo Galilei fece osservazioni acute su questi eventi che sono stati studiati con successo. La trattazione, pero', e' un po' complicata e conviene rimandarla a un eventuale seguito del presente libro. La stessa considerazione vale per i fenomeni di corrosione (per capirli bene bisogna sapere parecchia chimica) e per quelli di usura (che sembrano semplici, ma non lo sono).

Ora ci occuperemo solo della resistenza dei materiali a carichi fermi che li comprimono o li tirano (li sottopongono a trazione). Se questi carichi sono eccessivi, il materiale si rompe.

Tutti conoscono la storia proverbiale del cammello sulla cui schiena gradatamente era stato messo un carico enorme. Poi qualcuno ci aggiunse un filo di paglia - e la schiena del cammello si ruppe. La storia non e' letteralmente vera, ma da' l'idea del fatto che per ogni materiale esiste un valore della sollecitazione, tale che, se viene superato il materiale si rompe. [La sollecitazione - di pressione o di trazione - va riferita alla sezione del materiale che la sopporta: l'area della sezione di una corda, di un profilato metallico o di un pilastro, l'area (in pianta) di un muro che sostiene un tetto (oltre a se stesso). Dunque la sollecitazione si misura in kg/mm^2.

ATTENTI QUI! I kilogrammi (kg) di cui parliamo sono forze - in genere pesi. Cioe' sono le forze corrispondenti a certe masse in conseguenza del fatto che su di esse agisce la forza di gravita' dell'attrazione terrestre. Ci avviamo a parlare di questioni tecniche e useremo, percio', i kilogrammi-peso (v. Capitolo 4). Poi nel capitolo seguente dovrai disimparare a usarli e userai l'unita' di forza del sistema internazionale - il Newton - piu' conveniente per ragioni che vedremo.

Quando si applica una forza a un oggetto qualsiasi, questo si deforma. Lo vediamo bene quando tiriamo un elastico di gomma o una piccola molla presa da un giocattolo: la forza con cui li tiriamo e' piccola e la deformazione e' grande - di centimetri. Ci accorgiamo anche di quanto balli un pavimento antico, se ci camminiamo o saltiamo sopra. Quando balla si deforma perche' i travetti sono di legno e sono sottili. Invece non ci rendiamo conto delle deformazioni di una sedia pesante quando ci sediamo, ne' di quelle di un pavimento moderno sorretto da una travatura in cemento armato. Eppure queste deformazioni ci sono, anche se sono piccolissime - e quando la forza applicata viene tolta, scompaiono: il materiale torna a prendere la forma originaria.

Quando un materiale si comporta così, si dice che e' elastico (vedi piu' oltre il paragrafo " Uso tecnico di parole usuali "). Uno dei materiali piu' elastici e' l'acciaio (che e' una lega di ferro e carbonio). Le molle e le balestre delle auto sono fatte di acciaio. Una biglia di acciaio rimbalza piu' o meno come una palla di gomma, anche se la deformazione che subisce e' molto piu' piccola - difficile da apprezzare.

La deformazione percentuale di un materiale conseguente alla applicazione di una forza e' proporzionale alla tensione (compressione o trazione) prodotta nel materiale stesso. Questa legge di proporzionalita' fu scoperta dal fisico britannico Hooke e si scrive normalmente:

$$\sigma = E\,\varepsilon$$

σ (sigma) è la tensione espressa in kg/ mm^2 , ε (epsilon) e' la deformazione percentuale, che, quindi, e' un numero puro. In altre parole ε è il rapporto (moltiplicato per 100) fra la deformazione (accorciamento o allungamento) del materiale e la sua lunghezza originaria. E e' una costante caratteristica di ogni materiale: si chiama modulo di Young e ha le dimensioni di una tensione (kg/ mm^2).

La tabella seguente da' per alcuni materiali i valori del peso specifico (ricordi? il peso specifico dell'acqua vale 1 , in base alla definizione originaria del kilogrammo), del modulo E, della sollecitazione F_{DP} e della sollecitazione F_R.

F_{DP} è il valore della sollecitazione oltre la quale il materiale rimane deformato anche dopo che viene tolta la forza applicata - il materiale, cioe', non si comporta piu' in modo elastico. F_R e' il valore della sollecitazione che causa la rottura del materiale.

[Quando parlo di sollecitazioni, mi riferisco a valori di forze per unita' di superficie: si tratta di tensione (se tiro) e di pressione (se comprimo). Le dimensioni fisiche di queste grandezze sono illustrate nei Capitoli 5 e 6].

I valori riportati sono puramente indicativi. Per varie essenze di legno, vari tipi di leghe metalliche e vari processi di fabbricazione, i valori possono variare notevolmente

Materiale	densità (kg/dm^3)	F_{DP} (kg/mm^2)	F_R (kg/mm^2)	E (kg/mm^2)
legno	0,5		5	10^3
fiberglass	2,2		15	$1,5 \cdot 10^3$.
muro di mattoni e calce	2		0,05	$0,1 \cdot 10^3$
lega di alluminio	2,7	20	30	$7 \cdot 10^3$
acciaio	7,8	25	50	$21 \cdot 10^3$
titanio	4,5	50	80	$11 \cdot 10^3$

Quando si progetta una struttura naturalmente non ci si limita a prevedere l'impiego di elementi costruttivi la cui sollecitazione di rottura massima F_R sia appena appena maggiore di quella prodotta dai carichi previsti. Si introducono coefficienti di sicurezza di 4 -5 o anche piu' in modo che i carichi previsti producano al massimo sollecitazioni uguali a 1/4, 1/5 o 1/N di quella di rottura. Così ci si trova in condizioni di sicurezza anche se i carichi sono maggiori di quelli previsti per imprudenza o per cause accidentali.

Provo, ora, a illustrare come si possano impiantare semplici calcoli di ingegneria strutturale usando solo le 4 operazioni - e un po' di buon senso.

Consideriamo il calcolo strutturale di un edificio tradizionale in mattoni pieni: e' molto piu' semplice del calcolo di strutture in cemento armato. Bisogna considerare solo il peso dei muri, dei solai, del tetto e dei sovraccarichi gravanti sui pavimenti (mobili, persone, macchine) e determinare lo spessore dei muri adeguato a sostenerlo. Il buon senso suggerisce correttamente che se un mattone viene caricato con un peso eccessivo si sbriciola. Non si puo' superare un certo valore di kg di peso per centimetro quadrato del mattone [che e' 100 volte maggiore di F_R (carico di rottura per mm^2) diviso per il coefficiente di sicurezza - prendiamo, dunque 5 kg/cm^2]. Se il peso e' tanto, bisogna fare il muro piu' largo - cosi' ci sono piu' centimetri quadrati. Naturalmente così il muro pesa di piu' e i muri sottostanti devono sostenerlo.

Dunque il peso totale sara' quello (che chiamiamo P_1) di tutte le strutture dei piani superiori (tetto, solai, altri muri, sovraccarichi) piu' il peso del muro che e' uguale al suo volume per il suo peso specifico (chiamiamolo d). Il volume e' dato dal perimetro (S) moltiplicato per lo spessore (L) e per l' altezza (A) del piano. La superficie che sostiene il peso e' uguale al perimetro per lo spessore. Dunque la pressione da calcolare (che dovra' essere molto piu' bassa di quella di rottura per garantire la sicurezza) e' data dalla quantita' [P1 + S . L . A . d] divisa per l' area [S . L]. La pressione, dunque, e'

$$p = (P_1/SL) + A . d.$$

Il peso specifico d si misura in kg/cm^3 [in queste unita' - dato che un dm^3 contiene 1000 cm^3 - per la muratura d = 0,002 kg/cm^3]; l' altezza A del muro in cm - dunque il risultato e' una pressione (in kg/cm^2). Se la pressione cosi' calcolata risulta troppo alta, si fa crescere lo spessore L e la pressione cala. Una volta determinato uno spessore del muro con il quale la pressione sia giusta, si calcola il peso del muro appena calcolato, ci si aggiungono di nuovo i pesi dei solai e dei carichi che insisteranno su di essi e si determina cosi' un nuovo valore del peso P_1 che insiste sul muro del piano inferiore. Lo spessore di questo si calcola, allora, nello stesso modo gia' descritto sopra.

Naturalmente il progetto dovra' comprendere parecchi altri calcoli, ma quello che ho riportato si fa davvero: e' parte essenziale del progetto.

Le forze ferme che tendono a far rotare gli oggetti

"Datemi un punto di appoggio e sollevero' il mondo!" - pare dicesse Archimede dopo aver capito bene il funzionamento delle leve di ogni tipo. Dovremmo averlo capito bene. Supponi di voler sollevare un vaso di fiori che pesa 120 kg, per inserirci sotto qualche pezzetto di mattone (così sta alto e il foro sottostante fa sfogare l'acqua). Se non sei un gigante forzuto, non ce la fai e , se ci provi, rischi uno strappo muscolare. Allora ti procuri un pezzo di legno robusto o un profilato di ferro con la sezione di qualche centimetro. Lo infili sotto il bordo del vaso e ci metti sotto un pezzetto di mattone o un sasso. La distanza fra il sasso e il bordo del vaso sara' di 3 cm e diciamo che la sbarra sia lunga 90 cm - così sporge dal sasso di 3 cm verso il vaso e di 87 cm dalla parte tua. Ora afferri l'estremita' della sbarra e la spingi in basso. Se la tua mano e' larga 10 cm, eserciterai lo sforzo verso il basso a 5 cm dall'estremita', cioe' a 82 cm dal sasso. Dovrai sollevare solo meta' del peso del vaso, perche' l'altra meta' appoggia a terra dalla parte opposta a quella dove inserisci la sbarra. Dunque devi sollevare 60 kg che gravano alla distanza dal fulcro (detta "braccio") di 3 cm. Invece la forza che eserciti tu dista dal fulcro di 82 cm (ha un braccio 27 volte piu' grande). Se spingi con una forza di 3 cm x 60 kg/82 cm = 2,195 kg, il vaso stara' ancora in equilibrio - stara' lì lì per muoversi. Se spingi piu' forte, il vaso si solleva e con l'altra mano ci puoi infilare sotto i pezzetti di mattone.

Il principio mi pare chiaro: un corpo rigido non ruota intorno a un asse (una retta) se e' zero la somma di tutti i prodotti delle forze (che potrebbero tendere a farlo rotare) per le distanze di ciascuna forza dall'asse.

Se ci sono due forze si ha equilibrio se

$$F_1 . b_1 = F_2 . b_2$$

se le forze sono N allora si ha equilibrio quando

$$\Sigma^N_{i=1} \quad F_i \, b_i = 0$$

Per brevita' un prodotto di una forza per la distanza da un asse si chiama "momento". Nella sommatoria si prendono come positivi i momenti che tendono a far rotare l'oggetto in senso orario e come negativi quelli che tendono a farlo rotare in senso antiorario.

Il calcolo dei momenti e' importante quando consideri il peso di un balcone su cui stai in piedi - e il peso P del tuo corpo costituisce un carico che tende a far rotare verso il basso le travi che fissano il balcone a un muro. Si spera bene che le travi non ruotino e a questo scopo i prodotti delle forze per le distanze dal punto di incastro devono essere uguagliati e contrastati da prodotti contrari tra le forze che il muro esercita sulla parte incastrata della trave e il fulcro dell'incastro.

Tu non precipiti in strada, perche' il muro esercita sulla trave una forza diretta verso l'alto uguale al tuo peso, come abbiamo visto nel paragrafo "Le forze ferme". In effetti questa forza che bilancia il tuo peso e' la risultante delle forze esercitate dal muro sulla trave verso l'alto (vicine alla superficie esterna del muro) e delle forze esercitate dal muro sulla trave verso il basso (vicine all'estremita' della trave infissa nel muro). Il peso P e la risultante delle forze esercitate dal muro costituiscono una coppia, che tende a far ruotare la trave in senso antiorario (vedi Figura 2). Il momento della coppia

$$M = P\,L$$

si chiama momento flettente ed e' bilanciato dal momento delle coppie costituite dalla forze sopra descritte che il muro esercita sulla parte incastrata della trave.

In Figura 2 e' rappresentata schematicamente una trave incastrata di lunghezza L che si flette per effetto del peso P applicato alla estremita' libera (a sinistra). (Per renderle piu' facili da apprezzare, le deformazioni sono esagerate: una trave così grossa si fletterebbe tanto solo se fosse fatta di gomma)

Se il peso P fosse appeso a una trave lunga 2L produrrebbe un momento flettente 2PL doppio del precedente. Nel Capitolo 3 avevo accennato che "Se, per fletterli, li afferriamo alle estremita' – a parita' di diametro - i bastoni piu' lunghi si rompono piu' facilmente di quelli corti." Ora capiamo perche': a parita' di forza applicata il momento flettente e' maggiore nei bastoni piu' lunghi.

Al momento dovuto al peso P appeso all'estremita' della trave bisogna aggiungere quello dovuto al peso proprio della trave. Se questo e' piccolo rispetto a PL, possiamo trascurarlo. I momenti flettenti si possono calcolare in tutte le sezioni della trave. Abbiamo visto che all'incastro il momento flettente e' PL. A meta' della lunghezza della trave e' PL/2. A un quarto della lunghezza dalla punta, il momento e' PL/4 - e così via.

E quali sono le forze che formano coppie e bilanciano questi momenti flettenti? Per capirlo basta pensare all'esperienza che tutti abbiamo avuto di spezzare un ramo di albero per fare il fuoco. Quando lo flettiamo, si incurva. Le fibre del legno site all'esterno (nella parte convessa) si tendono (sono sottoposte a trazione). Le fibre del legno site all'interno (nella parte concava) sono compresse. La resistenza del legno a trazione e' minore della resistenza a compressione, quindi, quando il ramo si rompe, si spezzano prima le fibre esterne.

Gli sforzi sul ramo che flettiamo (o sulle travi flesse) passano gradatamente da trazione (all'esterno), decrescono fino a una fibra interna su cui la sollecitazione e' zero e poi diventano di pressione (e raggiungono il valore massimo di compressione all'interno). La somma di tutte le coppie elementari di trazione e compressione costituisce il momento resistente a quello esterno.

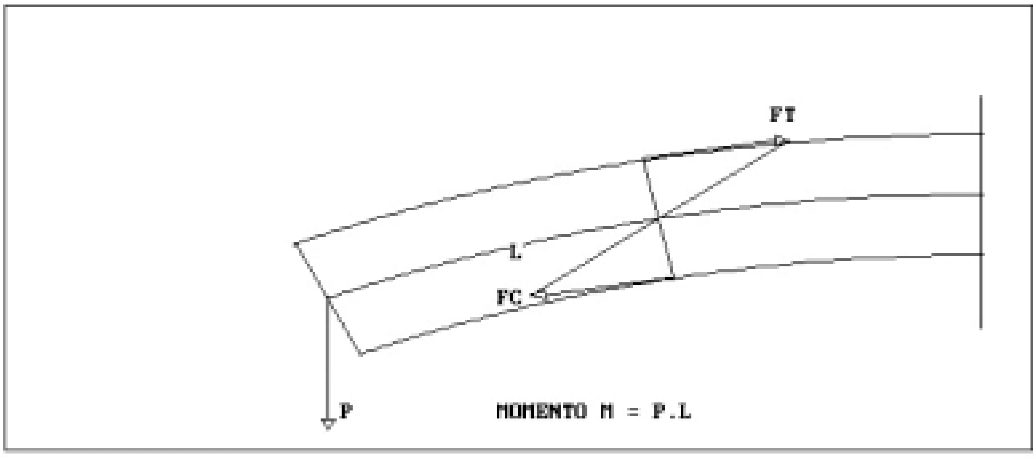


FIG.2 - MOMENTO FLETTENTE IN UNA TRAVE INCASTRATA A UN ESTREMO

In una generica sezione intermedia sul bordo superiore della trave la parte destra esercita lo sforzo di trazione FT sulla parte sinistra. Sul bordo inferiore della stessa sezione, la parte destra esercita lo sforzo di compressione FC sulla parte sinistra. Nel punto intermedio fra il bordo

superiore e l'inferiore lo sforzo è nullo: cresce linearmente verso l'alto (trazione) fino a raggiungere il valore FT. Cresce linearmente verso il basso (compressione) fino a raggiungere il valore FC.
Se, invece, la trave e' molto lunga, il momento dovuto al peso proprio e' notevole. Dato che ogni tratto di trave da' un suo contributo al momento e che la dipendenza e' lineare, all'incastro il momento dovuto al peso proprio e' uguale al prodotto del peso totale della trave PT per la meta' della sua lunghezza. Galileo Galilei affronto' e risolse per primo il problema di calcolare la lunghezza massima che una trave incastrata a un estremo puo' raggiungere senza rompersi per effetto del peso proprio.

Un altro esempio di momenti e' quello di un albero cilindrico orizzontale su cui siano state montate due pulegge (ruote scanalate sulla periferia in modo che ci si possa far scorrere una corda). Se una puleggia ha il raggio di un metro (1 m) e l'altra ha il raggio di 0,5 m, l'albero non gira se attacchi alla corda della prima puleggia un peso di 40 kg e alla corda della seconda (avvolta in senso opposto alla prima) un peso di 80 kg. Qui la forza dei due pesi (120 kg) viene bilanciata dalla forza che l'albero esercita sulla prima puleggia (40 kg) e da quella che esercita sulla seconda (80 kg), mentre le due coppie (40 kg x 1 m = 80 kg x 0,5 m) si bilanciano fra loro.
Si possono fare tanti altri esempi: una gru che solleva un peso ed e' bilanciata da un contrappeso; un bullone che comincia a girare quando il prodotto della forza che esercito sulla chiave inglese per la lunghezza della chiave uguaglia e poi supera la somma dei prodotti delle forze che serrano il bullone e che creano attrito a distanza dall'asse per quelle distanze.
Sono esempi ovvi dopo quanto detto e mi pare inutile insistere. Ricorda solo che non si muovono, ne' ruotano i corpi quando sono zero sia la somma delle forze esterne applicate, sia la somma dei momenti esterni.

Uso tecnico di parole usuali

Quando parliamo di cose scientifiche o tecniche, e' importante esprimersi con precisione - e anche usare parole che non lascino dubbi in chi ascolta - o legge. Spesso ci sono due o piu' parole che hanno lo stesso significato (sinonimi). Pero' alcune di esse sono piu' usuali di altre - e faremo bene a usare proprio quelle. Ci succede di leggere una pagina e di trovarla difficile: poi ci spiegano bene un paio di parole che non avevamo capito e tutto risulta chiaro.

Per esempio quasi tutti sanno che "perpendicolare" significa "ad angolo retto". Qualche volta alcuni scrivono "ortogonale" invece di "perpendicolare" e non si fanno capire da chi non sa che questi due aggettivi sono sinonimi - vogliono dire la stessa cosa.

Quando parliamo in modo familiare, usiamo parole con significati un po' vaghi. Per esempio diciamo che qualcuno ha la testa dura - o che ha la testa di legno. Consideriamo il legno un materiale duro e, certo, non e' soffice. Per essere precisi, la durezza è una caratteristica della superficie dei materiali. E' difficile rigare o consumare la superficie di un oggetto duro. Gli oggetti duri talora sono fragili come il vetro. Il ferro non e' molto duro, ma e' piu' duro del piombo. L'acciaio e' piu' duro del ferro, ma soprattutto e' piu' elastico del ferro.

Ho gia' raccontato sopra che cosa significhi davvero "elastico". Quando usiamo questa parola, non dovremmo pensare subito a piccoli anelli di gomma in genere a sezione quadrata con cui teniamo insieme fasci di carte o evitiamo che un foglio arrotolato si srotoli. Il contrario di "elastico" e' "plastico". E' plastico il piombo. E' ancora piu' plastica la creta. A certe sostanze plastiche possiamo dare una forma qualsiasi finche' restano a una certa temperatura: portate a una temperatura superiore si induriscono e conservano la forma assunta. Per questo si chiamano "termoindurenti".

La durezza e l'elasticita' non indicano quanto sia facile o difficile rompere un oggetto. Abbiamo gia' visto nel paragrafo sulla resistenza dei materiali che esiste uno sforzo massimo (espresso in kg/cm^2 o in kg/mm^2) oltre il quale il materiale si rompe. Gli sforzi possono essere causati da trazione, compressione, flessione, torsione e taglio (questi ultimi sono causati dalla applicazione di due forze uguali e contrarie che hanno lo stesso effetto di una cesoia).

Ho detto che non parlero' qui degli urti. Dico solo che la caratteristica di un materiale di resistere a urti (martellate, scontri) si chiama "resilienza". Si misura con macchine apposite. Anche il tuo modo di parlare si puo' arricchire, se dici che e' resiliente una persona capace di resistere non solo a situazioni pesanti continue, ma anche a gravi colpi improvvisi del destino.

La precisione nell'esprimere i numeri

Parecchi anni fa le temperature minime e massime misurate dall'Ufficio Meteorologico dell'Aeronautica per le varie citta' venivano date (e lette alla radio) specificando anche i decimi di grado. Torino 2,8°C, Milano 3,4°C, Roma 9,3°C. Oggi i decimi di grado vengono trascurati. Le temperature elencate vengono date come: Torino 3°C, Milano 3°C, Roma 9°C. E' piu' ragionevole fare così perche' la precisione delle informazioni precedenti era illusoria. La temperatura si misura in un solo punto - in genere all'aeroporto, ma intorno al punto di misura e nel territorio di una citta' le temperature variano di uno o due gradi. Registrare i decimi di grado fornisce una precisione solo ideale che non corrisponde a valori reali.

La precisione piu' opportuna delle misure e dei numeri che usiamo dipende dal nostro scopo finale. La distanza dall'inizio dell'Autostrada del Sole a Milano fino al Grande Raccordo Anulare di Roma e' di 553 km. Se il nostro scopo e' quello di valutare quanta benzina consumeremo su questo percorso o quanto tempo durera' il viaggio, non ci importa sapere se, in effetti, quella distanza e' di 553,1 km oppure di 553,9. Fra i due casi la differenza nella quantita' di benzina consumata e' di un decimo di litro e quella nei tempi di viaggio e' di una ventina di secondi.

Se, invece, stiamo facendo la contabilita' dei lavori con la ditta costruttrice, la precisione deve essere di pochissimi metri e non di centinaia di metri, perche' un kilometro di autostrada costa alcuni miliardi.

Un caso in cui e' bene esprimere i numeri che trattiamo con una precisione molto spinta (anche di una parte su un miliardo o piu') e' quello di calcoli molto lunghi e complessi eseguiti su computer. Questo dipende dal fatto che, se ci limitassimo a usare tre o quattro decimali, a ogni operazione che eseguiamo arrotonderemmo il risultato per difetto. Ricordiamo che se moltiplichiamo due numeri espressi con 3 decimali come, 8,367 e 9,863 otteniamo un numero con 6 decimali (82,523721). Se di questo risultato conserviamo solo tre decimali, perdiamo approssimazione - cioe' buttiamo via una parte della precisione ottenuta. Se continuiamo a fare così per migliaia e migliaia di volte, alla fine avremo introdotto nei calcoli un grosso errore (detto di arrotondamento) tanto che i risultati finali saranno affetti da errori gravi o addirittura privi di senso.

Per imparare bene quali siano i metodi di calcolo migliori, come si evitino gli errori e così via bisogna studiare una disciplina che si chiama *calcolo numerico*. Si insegna nelle facolta' di scienze e di ingegneria.

CAPITOLO 5

Come si muovono i corpi che si muovono

Galileo Galilei era cattolico osservante e assisteva spesso alla messa nel Duomo di Pisa. Conosceva a memoria tutte le preghiere e la liturgia ripetute dal prete che, quindi, spesso non riuscivano più a catturare la sua attenzione. Si distraeva a seguire i suoi pensieri complicati e a guardare le cose che si muovevano intorno a lui. Si era anche domandato se fosse valida una messa cui avesse assistito pensando ad altro. Aveva risolto la questione concludendo che anche osservare qualche dettaglio del creato era una forma di preghiera.

Quella mattina del 1583 Galileo prima della messa aveva visto il sacrestano che accendeva i lampadari appesi al soffitto con lunghe catene. Il lampadario a lui piu' vicino oscillava. Gli era venuto spontaneo misurare il tempo impiegato per un'escursione completa da destra a sinistra e di nuovo fino al punto piu' alto a destra. Sei battiti del suo cuore.

Poi si era ripreso e aveva mormorato le parole della messa: "*Sursum corda. Habemus ad Dominum. Gratias agamus Domino Deo nostro. Dignum et iustum est. Vere dignum et iustum est, aequum et salutare nos tibi semper et ubique gratias agere ...*"

Non aveva potuto fare a meno di notare che il lampadario compiva ora escursioni piu' corte. Stimava che il percorso fosse quasi dimezzato. Misurò ancora il tempo di un'oscillazione completa: era lo stesso. Di nuovo sei battiti del suo cuore. Piu' tardi entrarono alcune folate di vento dal grande portale aperto e le oscillazioni del lampadario si fecero un po' piu' ampie che all'inizio quando la sua quiete era stata disturbata per l'accensione. E ancora una volta le oscillazioni complete prendevano sei battiti di cuore.

Galileo registrò quei fatti, su cui costruì certe sue ben note teorie. [Ricordi? A scuola devono averti insegnato che "le piccole oscillazioni dei pendoli sono isocrone": e' proprio quello che scoprì Galileo appena ventenne.]

Parecchio tempo dopo Galileo fece l'esperimento delle due palle di marmo di peso diverso che, fatte cadere dalla torre di Pisa arrivarono a terra insieme. Ma si chiese: "quanto ci hanno messo?" Senza un cronometro preciso trovava difficile misurare quel tempo di caduta. Tre battiti del suo cuore? Forse quattro, ma non aveva modo di valutare le frazioni di battito.

Avrebbe dovuto rallentare la caduta. Provo' a far scendere pezzi di marmo in un recipiente d'acqua, ma non era l'esperimento giusto. L'immersione nell'acqua aveva per effetto una diminuzione del peso del marmo. Lo aveva trovato Archimede: l'oggetto immerso riceve una spinta verso l'alto uguale al peso dell'acqua spostata. Ma i corpi di peso diverso cadono in tempi uguali su distanze uguali - nell'aria. Nell'acqua il rallentamento dipende dalla resistenza del mezzo che e' molto maggiore di quella dell'aria - ma non gli veniva in mente nessun modo per misurarla.

Poi pensò che per rallentare la discesa di una sfera e' piu' conveniente farla rotolare su un piano inclinato. Così fece costruire da un mastro d'ascia una grossa tavolona di legno lunga 30 canne e ci fece praticare una scanalatura levigata larga mezzo palmo. Fece ricoprire la canaletta con un foglio ben adattato di pergamena lucida. Quando la tavola era orizzontale, una sfera di bronzo ben levigata con diametro appena appena inferiore a quello della scanalatura, ci scorreva facilmente. Se la spingeva con un dito, correva quasi fino alla fine: l'attrito era basso. Infine fece costruire un trespolo per sollevare un'estremita' della tavolona di metà della sua lunghezza: 15 canne. E comincio' a segnare le distanze che la sfera percorreva dopo una, due, tre pulsazioni - ma appena alla terza, la sfera era arrivata in fondo alla tavola. Allora ne fece fare una piu' lunga e la inclino' di meno.

Senza riprendere le misure antiche di Galileo, vediamo come andarono le cose con le misure nostre moderne del Sistema Internazionale. Fissiamo le idee su una tavola lunga 50 m che venga sollevata a un'estremita' di 5 m, 2,5 m e di un solo metro.

La situazione e' rappresentata in Figura 1. Il segmento AC ha la lunghezza L (50 m). Il segmento AB ha altezza h: in questa simulazione che facciamo degli esperimenti di Galileo, gli diamo i 3 valori di 1 metro, 2,5 e 5 metri.

Galileo, dunque, fece parecchie misure segnando i tempi con i battiti del

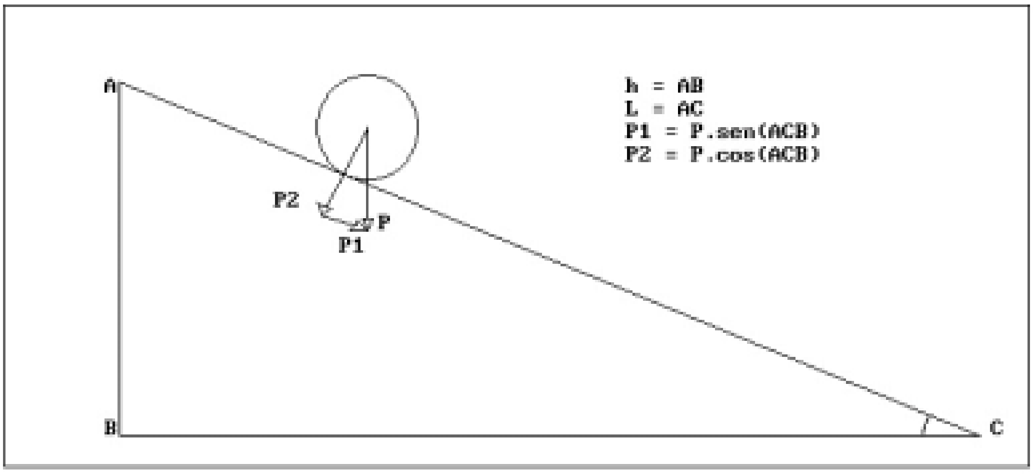


FIG.1 - SFERA CHE ROTOLA SU UN PIANO INCLINATO: SCOMPOSIZIONE DEL PESO

suo cuore e segno' le distanze percorse alle varie inclinazioni. Nella tabella alla pagina seguente, ho riportato i tempi nella prima riga e ho supposto che il cuore di Galileo battesse a 60 pulsazioni al minuto - un battito al secondo. Seguono nella tabella tre gruppi di 4 righe ciascuno relativi ai tre valori di h scelti. Nella prima riga di ogni gruppo ho riportato i tempi percorsi. Nella seconda riga le velocita' medie (ottenute dividendo gli spazi percorsi per i tempi impiegati) e nella terza riga le velocita' finali, che, come spiego più oltre, sono uguali al doppio delle velocita' medie. Nella quarta riga ho segnato i dislivelli di cui la sfera è scesa dalla posizione iniziale al secondo indicato in colonna. Le 4 righe del secondo gruppo si fermano al secondo 14 e le 4 righe del terzo si fermano al secondo 10, perchè nei due casi chi sperimenti davvero vedrà a quei tempi la sfera arrivare alla fine del piano inclinato.

h	tempi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1 m	spazi (m)	.098	.39	.88	1.57	2.45	3.53	4.8	6.28	7.95	9.81	11.87	14.12	16.57	19.22	22.05	25.08	28.32	31.75	35.38	39.2
	Vm (m/s)	.098	.196	.29	.39	.49	.59	.69	.78	.88	.98	1.08	1.18	1.27	1.37	1.47	1.57	1.67	1.76	1.86	1.96
	Vfin (m/s)	.196	.39	.58	.78	.98	1.18	1.37	1.57	1.77	1.96	2.16	2.36	2.54	2.74	2.94	3.14	3.33	3.53	3.73	3.92
	dislivello (m)	.002	,008	.018	.031	.05	.07	.096	.125	.16	.196	.237	.28	.33	.38	.44	.5	.566	.635	.7	.784
2,5 m	spazi (m)	.245	.98	2.2	3.92	6.12	8.82	12	15.68	19.84	24.5	29.65	35.28	41.4	48						
	Vm (m/s)	.245	.49	.73	.98	1.22	1.47	1.71	1.96	2.2	2.45	2.68	2.94	3.18	3.43						
	Vfin (m/s)	.49	.98	1.47	1.96	2.45	2.94	3.42	3.92	4.4	4.9	5.39	5.88	6.36	6.862						
	dislivello (m)	.012	.049	.11	.196	.306	.441	.6	.784	.992	1.225	1.48	1.76	2.07	2.4						
5 m	spazi (m)	.49	1.96	4.41	7.84	12.25	17.64	24	31.36	39.69	49										
	Vm (m/s)	.49	.98	1.47	1.96	2.45	2.94	3.42	3.92	4.4	4.9										
	Vfin (m/s)	.98	1.96	2.94	3.92	4.9	5.88	6.862	7.84	8.82	9.8										
	dislivello (m)	.049	.196	.441	.784	1.225	1.764	2.4	3.136	3.969	4.9										

TABELLA 1

Tempi (in secondi) e spazi percorsi (in metri) da una sfera levigata che rotola in una scanalatura su un piano inclinato lungo 50 metri e con una estremita' sollevata da terra di un'altezza h, uguale a 1 metro, 2,5 metri e 5 metri.

In ciascuna colonna sotto la casella dello spazio percorso e' riportata Vm che è la velocita' media in metri al secondo, cioe' lo spazio scritto nella riga superiore diviso il tempo. Nella casella ancora inferiore e' riportata la velocita' finale Vfin (in metri al secondo) che è uguale al doppio della velocita' media (v. testo).

Notate niente nei numeri di questa tabella? Guardate bene: i numeri minori di 1 sono scritti senza lo zero davanti e con un punto invece della virgola. [c'e' scritto .098 invece di 0,098]. Tutte le volte che in Italia metteremmo una virgola, ho usato un punto [2.2 invece di 2,2]. Questa e' la convenzione usata in USA e in Inghilterra (che usa le virgole quando noi usiamo i punti per separare le migliaia, che sta diventando internazionale. Faremmo bene a uniformarci anche noi come gli anglosassoni si stanno uniformando al Sistema Internazionale. Nel resto del libro continuo a usare le convenzioni italiane. Lascio questa tabella così per provocazione e per memoria.

Galileo non fece esattamente gli esperimenti che ho descritto qui. Ne fece, pero', altri essenzialmente equivalenti. La sua trave scanalata era lunga 12 cubiti, larga mezzo cubito e spessa 3 dita. Non ho controllato l'equivalenza di queste misure perchè è inessenziale. Se Galileo avesse usato il Sistema Internazionale sarebbe giunto alle stesse conclusioni.

Non raccontò i suoi esperimenti con il linguaggio che userò qui (impiegando qualche semplice risultato della trigonometria). Uso' un linguaggio piu' discorsivo, ma non c'e' dubbio che capì esattamente le leggi del moto degli oggetti che cadono per la forza della gravita' che chiamo' per primo "moto uniformemente accelerato".

Galileo scrisse, infatti, nel Dialogo dei Massimi Sistemi (Giornata Seconda):

"... l'accelerazione del moto retto dei gravi si fa secondo i numeri impari ab unitate, cioe' che segnati quali e quanti si voglino tempi uguali, se nel primo tempo partendosi il mobile dalla quiete, avera' passato un tale spazio, come una canna, nel secondo tempo passera' tre canne, nel terzo cinque, nel quarto sette e così conseguentemente secondo i succedenti numeri caffi [dispari] ... è l'istesso che il dire che gli spazi passati dal mobile dipartendosi dalla quiete hanno tra di loro proporzione duplicata di quella che hanno i tempi ne' quali tali spazi sono misurati, o vogliam dire che gli spazi passati son tra loro come i quadrati de' tempi."

Il discorso sul moto "che si fa secondo i numeri impari" puo' risultare oscuro. In effetti e' del tutto equivalente a quello perfettamente comprensibile nelle ultime parole della citazione. Infatti se sommi tutti i numeri dispari fra di loro, ottieni a ogni passo i quadrati dei numeri interi:

1+3 = 4 = 2 x 2

1+3+5 = 9 = 3 x 3

1+3+5+7 = 16 = 4 x 4

1+3+5+7+9 = 25 = 5 x 5

1+3+5+7+9+11 = 36 = 6 x 6   etc.

Della cosa si puo' dare una interpretazione grafica ovvia. Prendi un foglio di carta a quadretti e annerisci un quadratino. Ora hai quadrati neri: 1 (che e' il quadrato di 1). Ora annerisci i 3 (secondo numero dispari) quadratini adiacenti a quello nero (uno a destra e due sotto). Ora hai quadrati neri: 4 (che e' il quadrato di 2). Continuando così, vedi che ogni volta aggiungi il seguente numero dispari di quadratini e ottieni un quadrato nero che e' il quadrato seguente.

E come arrivo' Galileo a queste conclusioni? Lo ricostruiamo esaminando la Tabella 1.

Basta ragionare sulle 3 righe degli spazi (misurati in metri) e si vede che gli spazi percorsi alla fine di ogni secondo sono uguali a quello percorso nel primo secondo moltiplicato per il quadrato del numero di secondi trascorsi dall'inizio.

Esempio: con la trave sollevata a un estremo di 1 m, nel primo secondo la sfera si sposta di 0,098 m (cioè di 9,8 cm) e alla fine del sedicesimo secondo avrà viaggiato per 9,8 cm x 16^2 = 9,8 x 256 = 2508 cm = 25,08 m.

Altro esempio: con la trave sollevata a un estremo di 5 m, nel primo secondo la sfera si sposta di 0,49 m (cioè di 49 cm) e alla fine del decimo secondo avrà viaggiato per 49 cm x 10^2 = 49 x 100 = 4900 cm = 49 m. Puoi controllare tutte le 44 colonne della tabella e troverai conferma: gli spazi percorsi da un corpo che cade liberamente scorrendo su un piano inclinato sono proporzionali ai quadrati dei tempi trascorsi dall'inizio della caduta. E' proprio quel che scrisse Galileo nell'ultima frase della citazione in corsivo alla pagina precedente. E non basta.

Guarda ora la riga delle velocità medie Vm. Ti accorgerai che ogni valore si puo' ottenere da quello immediatamente precedente aggiungendogli il valore della velocità media alla fine del primo secondo. In altre parole per ogni secondo che passa, la velocita' media Vm cresce della stessa quantità, cioè la velocita' media dipende linearmente dal tempo. Nei 3 casi (altezze h di sollevamento di un estremo della trave di 1, 2,5 e 5 m) le formule che danno le velocità medie in funzione del numero t di secondi trascorsi (ATTENTI: e' un numero, non un tempo!) sono:

per h = 1m Vm = 0,098 m/sec * t

per h = 2,5 m Vm = 0,245 m/sec * t

per h = 5m Vm = 0,49 m/sec * t

[qui ho usato l'asterisco * per indicare la moltiplicazione].

Ora: attenti! Se la velocita' media Vm cresce in modo lineare in funzione del tempo (come indicano le 3 formule qui sopra), anche la velocita' istantanea alla fine di ogni secondo deve crescere linearmente. Dunque la velocita' media deve essere uguale alla metà della somma della velocita' finale (detta anche "istantanea") e di quella iniziale - che è zero. Quindi la velocità' media e' la meta' di quella istantanea.

Come abbiamo gia' visto, otteniamo le velocita' istantanee (alla fine di ogni secondo) raddoppiando i valori di quelle medie. E così possiamo scrivere le formule che danno le velocita' finali in funzione del tempo:

per h = 1m Vfin = 0,196 m/sec * t

per h = 2,5 m Vfin = 0,49 m/sec * t

per h = 5m Vfin = 0,98 m/sec * t

Ragioniamo ora sul diagrammino delle forze in Figura 1. Si vede che la forza del peso P della sfera rotolante sul piano inclinato si scompone in una forza P2 perpendicolare al piano (che viene bilanciata da una forza di reazione del piano uguale e contraria -- infatti la sfera non si infila nel piano) e in una forza P1 parallela al piano - che è quella che causa il movimento della sfera. Ma il triangolo formato dalle 3 forze P, P1 e P2 e' simile al triangolo ABC. Quindi possiamo calcolare P1 (che è quella che causa il moto) in funzione di P e la formula che la esprime [qui devi sapere un po' di trigonometria: se non la sai, studiala, se non la vuoi studiare prendi per fede quel che segue - ma non sta bene]:

P1 = P * sen(ACB)

Ma, usando i dati di Tabella 1, dobbiamo dare 3 valori al seno di ACB, dato che si esprime come rapporto fra h (AB) (che, appunto, ha 3 valori) ed L (AC) (che e' sempre L = 50 m), cioè

sen(ACB) = h/L = AB/AC

h (in metri)	**sen(ACB)**	**Velocità alla fine del primo secondo**
1	0,02	0,196
2,5	0,05	0,49
5	0,1	0,98

TABELLA 2

Nella terza colonna ho riportato la velocita' raggiunta alla fine del primo secondo come appare nella Tabella 1. Si vede subito che queste 3 velocita' stanno fra loro come i 3 valori del sen(ACB): la prima e' un quinto e la seconda e' la meta' della terza. Con questo confermiamo la validita' della legge del moto trovata da Galileo e possiamo calcolare quale sarebbe la velocita' alla fine del primo secondo se la sfera cadesse liberamente nell'aria: il suo moto sarebbe verticale (come il piano inclinato) e il seno dell'angolo ACB sarebbe uguale a 1. Quindi alla fine del primo secondo la velocita' di un corpo che cade e' di 9,81 m/sec.

Ma in tutti i secondi seguenti, la velocita' cresce della stessa quantita'. Questa variazione della velocita' nel tempo si chiama accelerazione e si misura in m/sec (di cambiamento della velocità) per ogni secondo che passa. Le dimensioni fisiche di una accelerazione secondo la notazione del capitolo precedente, sono $[LT^{-2}]$: lunghezza divisa tempo al quadrato. L'accelerazione di gravita', dunque, e' di 9,81 m/s^2: per il suo effetto a ogni secondo che passa la velocita' di un corpo che cade cresce di 9,81 m/s.

La formula che da' la velocita' e'

$$v = g\ t = 9{,}81\ .\ t$$

la velocita' media, come abbiamo visto, e' la meta' di quella istantanea al tempo t

$$Vm = g\ t/2$$

e lo spazio percorso e' uguale alle velocita' media moltiplicata per il tempo

$$s = g\ t^2/2$$

se moltiplichiamo i due membri dell'equazione per g otteniamo

$$s\ g = g^2\ t^2/2 = v^2/2 \qquad \text{da cui}$$
$$v = \sqrt{(2\ g\ s)}$$

Quest'ultima formula esprime la velocita' raggiunta da un corpo in caduta libera dopo che ha percorso s metri.
E dall'equazione $s = g\ t^2/2$ si deduce subito che il tempo necessario a cadere da un'altezza s e'

$$t = \sqrt{(2s/g)}$$

Abbiamo trovato, quindi, che le accelerazioni sono costanti per effetto della gravita' e che sono proporzionali alle forze applicate. Sfere di peso diverso rotolano con le stesse accelerazioni e le stesse velocita' gia' viste **- e questo Galileo lo aveva capito molto bene**. Però sfere (o in genere corpi) di peso diverso quando cadono sono soggette a forze diverse. Il coefficiente di proporzionalita' tra forza applicata e accelerazione e' la massa del corpo. La legge, **che Galileo era stato sul punto di capire bene e che non aveva formulato esplicitamente** e'

$$\mathbf{F = m\,a}$$

dove **F** e' la forza applicata a un corpo, **m** e' la sua massa e **a** e' l'accelerazione. E' la legge fondamentale della dinamica e la scoprì Isaac Newton. In quel che segue dedurremo da essa parecchie cose.

Le dimensioni di una forza sono quelle di una massa moltiplicata per un'accelerazione. Riguarda quel che ho scritto sopra sulle dimensioni di una accelerazione e vedi subito che le dimensioni di una forza si scrivono

$$[F] = [MLT^{-2}]$$

e, come detto, le unità di misura usate sono kg.metri al secondo per secondo (cioe' kilogrammi per metri al secondo quadro: kg $m.s^{-2}$ - e qui i kilogrammi sono masse [kilogrammi-massa]).

<u>Aristotele sbagliava: le forze sono proporzionali alle accelerazioni</u>

Galileo dimostrò che Aristotele aveva torto: le velocita' di caduta non dipendono dal peso dei corpi e le forze, quindi, non sono proporzionali alle velocità. Fu già un grosso passo avanti dato che a quel tempo molti credevano ancora che Aristotele avesse detto tutto giusto.

Galileo avrebbe dovuto considerare che la forza dovuta al peso non varia quasi affatto per piccole variazioni dell'altezza dal suolo. Dunque la forza di gravità e' costante e dato che l'accelerazione di gravita' e' pure costante, abbiamo gia' una forte presunzione che le forze sono proporzionali alle accelerazioni.

Interessanti conseguenze si possono dedurre dall'equazione **F = ma** , introdotta sopra e nota come secondo principio della dinamica (fra queste c'e' anche la legge della gravitazione universale).

[Il terzo principio della dinamica e' che a ogni forza corrisponde una reazione uguale e contraria. Se stai seduto, la forza del tuo peso e' trasmessa dal sedere alla sedia - e la sedia esercita una forza uguale e contraria per cui stai fermo. Se ti levo la sedia da sotto, la forza del tuo peso e' esattamente uguale al prodotto della tua massa per l'accelerazione -- fino a quando sbatti il sedere sul pavimento. Poi la reazione e' fornita dal pavimento].

Galileo aveva anche capito perfettamente che un peso portato in alto accumula per questo una certa quantita' di energia e spiegò che questa energia (che chiamiamo "energia potenziale") si trasforma in velocita' quando il corpo cade. Quando il corpo sbatte per terra questa energia va a deformarlo o si trasforma in calore (e questo Galileo non lo aveva capito). Aveva capito che in un pendolo l'energia (potenziale) del peso al punto piu' alto si trasforma tutta in velocita' e poi quando il pendolo risale si trasforma di nuovo in energia potenziale.

L'energia immagazzinata dal corpo portato in alto e' maggiore se e' maggiore il suo peso (e quindi la sua massa) ed e' maggiore, se e' maggiore l'altezza. Dunque l'energia immagazzinata e' uguale al prodotto dell'altezza per il peso (che a sua volta e' uguale al prodotto massa per accelerazione di gravita'). Queste definizioni confermano l'esperienza ovvia che fai una fatica (cioè un lavoro, un dispendio di energia) doppia a sollevare un peso di 20 kg all'altezza di 10 metri - rispetto alla fatica che fai a sollevarlo di 5 metri.

Le dimensioni di un'energia sono quelle di una forza per una lunghezza e si scrivono:

$$[E] = [F \, . \, L] = [ML^2T^{-2}]$$

e si misurano in kg. per metri al quadrato diviso secondi al quadrato.
Le dimensioni di una sollecitazione (di tensione o di pressione) di cui abbiamo gia' parlato nel Capitolo 4, si deducono da quelle delle forze, che basta dividere per una superficie (cioe' per una lunghezza al quadrato).

$$[p] = [MLT^{-2}\, L^{-2}] = [M\, L^{-1}\, T^{-2}]$$

Riguarda un momento la Tabella 1. Vedrai che nei tre casi di diverse inclinazioni del piano, quando il dislivello rispetto alla posizione iniziale e' di 0,44 m, i tempi trascorsi sono nei 3 casi : 15", 6" e 3", ma la velocita' raggiunta e' identica: 2,94 m/s. Quando il dislivello e' di 1,76 m nel secondo e nel terzo caso, la velocita' finale e' 5,88 m/s. Quando il dislivello e' di 2,4 m nel secondo e nel terzo caso, la velocita' finale e' 6,86 m/s. Se la sfera cade liberamente, raggiunti gli stessi dislivelli, la velocità verticale di caduta assume esattamente gli stessi valori.
L'equazione che esprime questa trasformazione equivalente della energia potenziale dovuta all'altezza in energia del moto - detta energia cinetica (o, per ragioni storiche, "forza viva") e':

$$m\, g\, h = ½\, m\, v^2$$

dove m e' la massa del corpo (in kg), g è l'accelerazione di gravita' (9,81 m/s^2, come abbiamo gia' visto sopra) e h e' l'altezza (o quota) in metri rispetto a un livello di riferimento fissato; v e' la velocita' in m/s.
Supponiamo che la sfera usata negli esperimenti abbia la massa di 1 kg. L'ultimo caso considerato di una velocita' di 6,862 m/s acquisita dopo che la sfera e' scesa di un dislivello di 2,4 m, conferma la validità dell'equazione, che con i numeri ora detti si scrive al primo membro:

$$2 \text{ kg x } 9{,}81 \text{ m/s}^2 \text{ x } 2{,}4 \text{ m} = 47{,}08 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$$

e al secondo membro:

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 6{,}862^2\ m^2/s^2 = 47{,}08\ kg\ m^2/s^2$$

E qui introduciamo un'altra unita' di misura che equivale a kg m/s^2 che si chiama Newton (abbreviato "N"). ed e' la forza che imprime alla massa di 1 kg l'accelerazione di 1 m/s^2. Quindi la forza che la gravita' esercita su una massa di 1 kg e' uguale a 9,81 Newton. Poi introduciamo l'unita' di misura dell'energia, che e' una forza moltiplicata per una lunghezza: $kg.m^2/s^2$ = Newton . metro (Nm) che si chiama Joule (abbreviato J).

Sul nome dell'unita' di misura delle forze c'e' una storia divertente. In un congresso di fisici tenuto in Italia negli anni Trenta qualcuno propose di chiamare l'unità di forza (quella che imprime alla massa di 1 kg l'accelerazione di 1 m/s^2) il nome di "vis": la parola latina che significa forza. La denominazione sembrava avviata a essere accettata da tutti, ma l'anno dopo si tenne un altro congresso in Francia dove si decise rapidamente di adottare, invece, il nome di Newton. Perche'? Ma perche' "vis" (pronunciato "vì") e' una delle parole francesi più comuni che indica l'organo sessuale maschile. Puoi immaginare cosa sarebbe successo in un liceo francese quando il professore di fisica avrebbe dato un esercizio dicendo: "On suppose qu'une force de 1000 vis est appliquée ..."

Altra parola volgare francese per indicare l'organo sessuale maschile e' "bite". Nei corsi di informatica, anche i francesi usano "bit" per indicare una cifra binaria, e nelle scuole gli studenti fanno scherzetti volgari e ovvi. Talora i professori tendono a dire "chiffre binaire" o "unité élementaire d'information" invece di "bit". Invece non usano affatto "byte" e per indicare un carattere composto da otto cifre binarie, usano "octet".

Esperimento con un pendolo

L'equivalenza tra energia potenziale ed energia cinetica puo' essere constatata con un esperimento semplice che puoi costruire abbastanza facilmente. Si tratta di costruire un pendolo e di misurare l'energia potenziale, quando si trova al punto più alto, e la velocita' (e quindi l'energia cinetica) quando si trova al punto più basso, per mostrare che sono uguali.

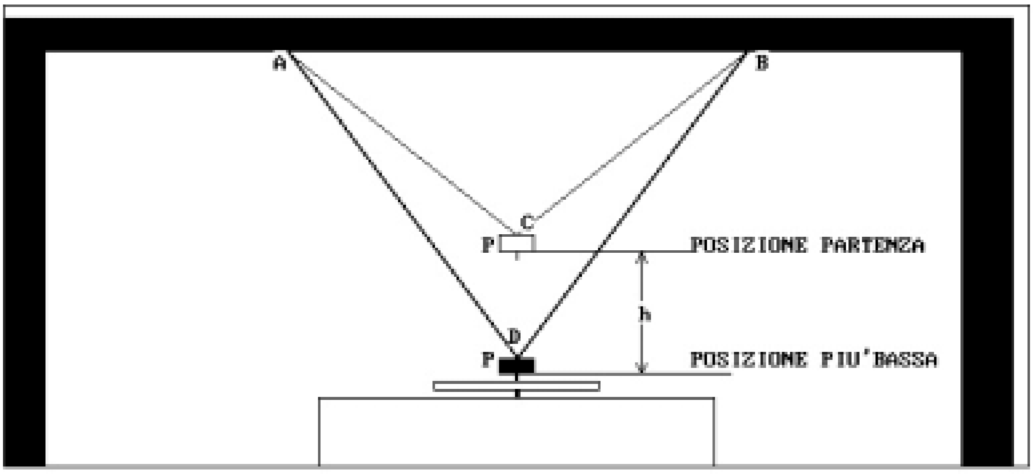


FIG.2 - PENDOLO CHE TRACCIA LA SUA TRAIETTORIA SU UN GIRADISCHI

L'esperimento si realizza come rappresentato in Figura 2 che rappresenta un pendolo che oscilla in un piano perpendicolare a quello del foglio. Il telaio bianco si può fare di legno. Deve essere alto circa 1 m ed essere abbastanza rigido. L'elemento orizzontale superiore è lungo un po' più di 1 m. Nei punti A e B si attaccano le estremita' di uno spago nel cui punto di mezzo si attacca il peso P che occupa la posizione D quando sta a riposo. Realizzando il pendolo in questo modo, ci assicuriamo che dondoli in un piano verticale. Se, invece, usassimo un filo singolo, il pendolo potrebbe svergolare seguendo traiettorie curiose, ad esempio spirali.

Sotto il peso P si attacca una punta scrivente: può essere un pennino antico, ma è più facile realizzarla con un singolo filo di rame preso da una normale treccia elettrica. Il filo si piega nella parte inferiore ad angolo acuto e, durante l'esperimento, si riempie con una goccia di inchiostro in modo che possa tracciare una riga sottile quando si muove.

A riposo la punta del filo di rame deve toccare appena appena un cartoncino attaccato sopra un vecchio giradischi che vada a 78 oppure a 33 giri/s - e si deve trovare esattamente nel centro, cioè sopra il perno del piatto.

Ora bagniamo di inchiostro il pennino di filo di rame e, con il giradischi fermo, solleviamo il peso P dalla posizione D alla posizione C che si trova a una quota più alta di quella minima della quantità h . Poi abbandoniamo a se stesso il peso P e questo dondolerà tracciando una linea retta sul foglio disposto sopra il giradischi.

Ora togliamo il foglio e ne mettiamo uno pulito. Mettiamo in moto il giradischi, solleviamo di nuovo il peso all'altezza h e rilasciamolo. Questa volta traccera' sul foglio una curva, perchè la carta sta in rotazione.

Consideriamo il tratto di curva dall'inizio Y (appena il pennino tocca il foglio) fino al centro di rotazione C. Dal centro tracciamo la retta che congiunge Y al centro C , e misuriamo la lunghezza L_{YC} del segmento YC, e la tangente alla curva in C. L'angolo α fra queste due rette misura (rozzamente) il tempo che il peso ha impiegato dal momento in cui ha toccato il foglio a quello in cui è arrivato al centro. Se il giradischi va a 78 giri al minuto, impiega 0,769 s a fare un giro (cioè a rotare dell'angolo2 π).

La rotazione dell'angolo α prende, dunque, un tempo T_α = 0,769 s . $\alpha/2\pi$.

La velocita' del peso P nel punto piu' basso sara' un poco maggiore del valore $V = L_{YC}/ T_\alpha$. Infatti la velocita' in Y è un po' minore che in C. Poi calcoliamo i valori dei due membri dell'equazione $mgh = ½ mv^2$ e li confrontiamo.

Ho eseguito l'esperimento sollevando un peso di 100 g a 14 cm e a 7 cm ed ho ottenuto i risultati seguenti:

h (m)	mgh (J)	α	α/360	T_α	L_{YC} (m)	V (m/s)	½ m V^2	Differenza %
0,14	0,1373	17°	0,0472	0,0363	0,057	1,57	0,123	8,9
0,07	0,068	35°	0,097	0,0747	0,08	1,07	0,057	16

TABELLA 3

Le differenze percentuali sono piuttosto alte - e il valore di ½mV^2 risulta minore di quello di mgh. Questo dipende in parte dal fatto che le velocita' sono sottostimate, perche' si prendono valori medi invece del valore istantaneo al punto piu' basso, e in parte perchè ho realizzato tutto l'esperimento in modo piuttosto rozzo. Quanto meno l'ordine di grandezza e' confermato. Vedi se riesci a fare di meglio.

La quantita' di moto

Dai ragionamenti precedenti risulta che l'energia si conserva: in un sistema chiuso (cioe' che non ha rapporti con l'esterno - non e' soggetto a forze esterne) l'energia e' costante. Si puo' trasformare da cinetica a potenziale, da meccanica in termica e in altri modi che vedremo nel capitolo prossimo, ma la somma di tutte queste forme di energia e' costante.

C'e' un'altra grandezza fisica che si conserva nei sistemi chiusi: e' la quantita' di moto, definita come il prodotto della massa di un corpo per la sua velocita'. Si denota con

$p = m\,v$ e ha le dimensioni $[p] = [M\,L\,T^{-1}]$

Si misura in kg . m/secondi.

[E' molto ovvio che se a un corpo viene applicata una forza esterna, per la seconda legge della dinamica si produce una accelerazione, quindi cambia la sua velocita' -- e la quantita' di moto NON si conserva].

Considerare la quantita' di moto (oltre all'energia) consente di fare ragionamenti interessanti e di calcolare quello che succede quando corpi diversi entrano in collisione. Questi ragionamenti, poi, si applicano anche alle collisioni fra particelle elementari (neutroni, elettroni, muoni, etc.). Di queste non parlero' in questo libro, ma e' utile chiarire subito questi concetti. La conservazione della quantita' di moto si sperimenta facilmente su un biliardo. Se una palla che corre alla velocita' v colpisce un'altra palla ferma in modo assiale (cioe' muovendosi sulla retta che unisce i loro centri), accade che la palla in moto si ferma e quella inizialmente ferma parte alla velocita' e nella direzione che aveva prima l'altra. Se, invece, un corpo plastico (come una palla di pongo) di massa m, procedendo alla velocita' v colpisce un'altra palla uguale di massa m, ci si appiccica e la mette in moto, che accade? La quantita' di moto iniziale era $p_1 = m\ v_1$, ma dopo l'urto, la massa e' raddoppiata, dunque la velocita' deve essere dimezzata, cioe':

$$p_2 = 2\ m\ v_2 = p_1 = m\ v_1 \qquad \text{da cui } v_2 = v_1/2$$

Attenti ora: che succede con l'energia? L'energia cinetica iniziale era

$$E_{c1} = m\ v_1^2/2$$

Dopo l'urto, l'energia della massa doppia a velocita' $v_2 = v_1/2$ e'

$$E_{c2} = 2\ m\ v_2^2/2 = m\ v_1^2/4$$

Quindi l'energia cinetica e' dimezzata. La meta' dell'energia iniziale si trasforma in calore quando le due palle plastiche si deformano. Lo si deduce dal fatto che la quantita' di moto non cambia, altrimenti non sapremmo calcolarlo. Se, invece, le due palle sono perfettamente elastiche (ad esempio d'acciaio) la deformazione e' temporanea e breve e si conserva non solo la quantita' di moto, ma anche la massima parte dell'energia cinetica.

Corpi che girano (motori, ruote, volani): energia immagazzinata e momento d'inerzia (con una storiella da tecnici)

L'equazione di Newton $F = m\ a$ spiega molte altre cose. Vediamo come si usa per analizzare la dinamica dei corpi rotanti intorno a un asse. Nella sezione seguente vedremo come Newton dedusse da queste analisi la legge di gravitazione universale. Consideriamo un corpo di massa m che ruota attorno a un asse da cui si trova alla distanza d. Supponiamo che le

dimensioni del corpo siano piccole rispetto alla distanza d, così che tutte le sue parti possano essere considerate alla stessa distanza dall'asse.
Per fissare le idee, diciamo che il corpo sia un sasso (di massa m) attaccato a un filo lungo R. Hai dato un impulso al filo e il corpo gira. Trascuriamo la resistenza dell'aria e l'attrito del filo sulla tua mano: per un certo tempo quel sasso gira, dunque, a velocita' costante V e fa n giri/secondo. Ogni giro corrisponde a un angolo 2π per cui la velocità V si può esprimere come

$$V = 2\pi R n = 2\pi R/T = \omega R$$

dove $T = 1/n$ e' il tempo impiegato a compiere un giro e $\omega = 2\pi/T$ si chiama "velocità angolare" (cioè l'ampiezza dell'angolo espressa in radianti, di cui gira il sasso a ogni secondo). Ho detto che, per un certo tempo, la velocita' V e' costante. Questo e' vero se la misuriamo in m/s (cioè: è costante in modulo), ma, dato che il sasso gira, la velocita' cambia direzione di continuo mantenendosi tangente al cerchio di raggio R .Ma cambiare velocità vuol dire accelerare e, se non cambia il valore della velocita', vuol dire che l'accelerazione e' perpendicolare alla velocita'. Dato che la velocita' ha la direzione della tangente al cerchio, l'accelerazione deve avere la direzione del raggio che unisce il sasso al centro del cerchio che percorre.

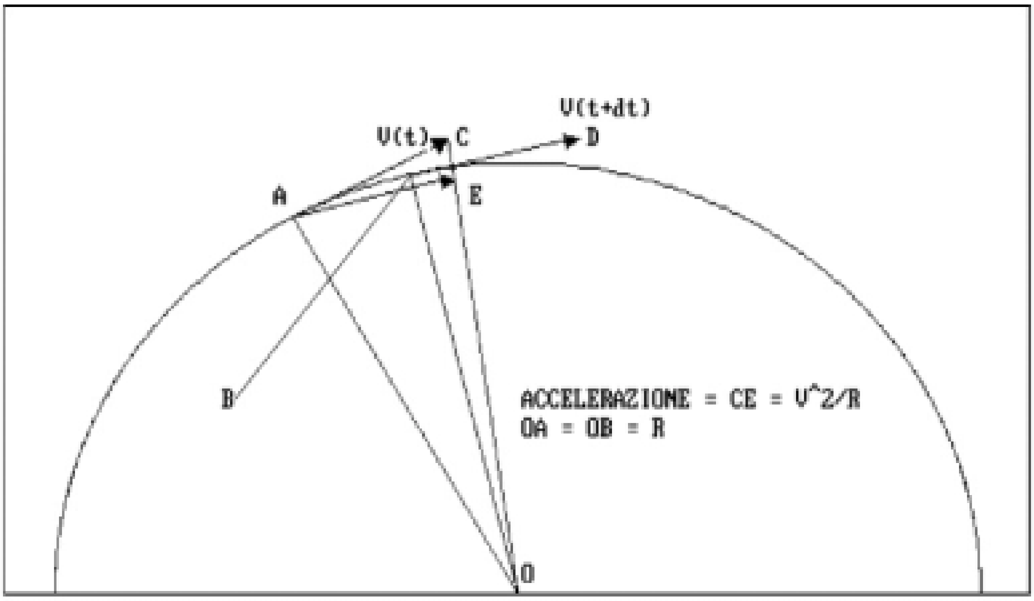


FIG.3 - ACCELERAZIONE RADIALE IN UN MOTO CIRCOLARE UNIFORME

La situazione e' illustrata nella Figura 3 alla pagina precedente.

Nel punto A la velocita' del sasso e' V(t) [notazione che vuol dire semplicemente la velocità al tempo t] ed è rappresentata dal segmento AC. Dopo un breve tempo dt (che in figura e' dilatato perchè la differenza tra le velocità sia apprezzabile), il sasso si trova nel punto B e la sua velocità e' V(t+dt), rappresentata dal segmento BD. Riportiamo ora il vettore V(t+dt) dal punto B al punto A parallelamente a se stesso: ora la velocità al tempo t+dt e' rappresentata dal segmento AE. La differenza fra la velocità V(t) e la velocità V(t+dt) e' rappresentata dal segmento CE che cong iunge l'estremita' del primo vettore (la punta della freccia in figura) all'estremita' del secondo.

Il valore dell'accelerazione e'

$$a = V^2/R$$

dove R e' il raggio del cerchio. E, se ricordiamo la formula scritte prima: $V = \omega R$, possiamo esprimere l'accelerazione come

$$a = \omega^2 R = (2 \pi n)^2 . R$$

Alla fine di questa sezione - per chi è interessato e vuole capire meglio i meccanismi - spiego perche' in un moto circolare uniforme e' vero che

$$a = V^2/R = \omega^2 R$$

Ora, invece, mostro come si usa questa formula per calcolare la forza di trazione a cui e' sottoposto il filo che collega alla tua mano il sasso che gira. Non c'è bisogno di fare nessun discorso per confermare che il filo e' tirato: infatti è dritto - sembra un bastone rigido.

Se tagliassimo il filo, il sasso volerebbe via per la tangente. Perchè? Ma perchè gli viene a mancare la forza del filo che lo collega a distanza costante dal centro O del cerchio (la tua mano) e non soggetto più a forze esterne non cambia più (la direzione del)la sua velocità e prende a volare in linea retta. E' proprio quello che accadeva quando un fromboliere faceva girare un sasso in un pezzo di cuoio legato con 2 fili e, poi, lasciava uno dei 2 fili e faceva partire il sasso contro il nemico. Fece così Davide a uccidere Golia.

Qui, allora, la forza di tensione del filo che collega il sasso alla mano, e' quella che produce l'accelerazione radiale e che e' uguale a questa accelerazione moltiplicata per la massa del sasso.

Se il sasso ha la massa di 1 kg e se lo facciamo girare a 3 giri/s, attaccato a un filo lungo 60 cm, la forza e'

$$F = ma = m\,\omega^2 R = 213 \text{ kg m/s}^2 = 213 \text{ N}$$

$$\text{dove } \omega^2 = (2\,\pi\,n)^2 = (18{,}84)^2 = 355\ (\text{rad/s})^2$$

cioè una forza uguale al peso di una massa di circa 22 kg.

E quanta energia immagazzina il sasso? Questa e' la sua forza viva cioe' meta' della massa moltiplicata per il quadrato della velocita'. La circonferenza che ha il raggio di 0,6 m e' lunga 3,77 m e viene percorsa 3 volte al secondo per cui la velocita' e' $V = 3{,}77 \,.\, 3$ m/s = 11,31 m/s

e l'energia e'

$$E = ½\, m\, v^2 = ½ .\ 1 \,.\, 11{,}31^2 = 64 \text{ Joule}$$

E' la stessa energia che il sasso immagazzinerebbe (raggiungendo la velocità di 11,31 m/s) dopo essere caduto dall'altezza di 6,5 m.

Controlla che se facessi girare il sasso a 6 giri/s, la velocita' sarebbe doppia (22,62 m/s) e l'energia 4 volte maggiore (256 J) equivalente a una caduta da 26 m di altezza - e la trazione sul filo sarebbe di 852 N, cioè una forza uguale al peso di una massa di 87 kg.

* * *

Adesso ti mostro come l'ultima formula scritta si puo' trasformare in un modo che sembra ovvio - ma che, invece, ci permette di introdurre un concetto nuovo che risulta utile per fare calcoli che vedremo nei capitoli seguenti. La trasformazione e' questa:

$$E = ½\, m\, v^2 = ½\, m\, \omega^2 R^2 = ½\, (mR^2)\, \omega^2 = ½\, I\, \omega^2$$

Questi passaggi sono ovvi in base alle formule che abbiamo gia' visto prima ($V = 2\pi\, R\, n = 2\pi\, R/T = \omega\, R$), tranne l'ultimo basato sulla definizione:

$$I = mR^2$$

La grandezza I si chiama "momento d'inerzia". E' semplicemente il prodotto della massa di un corpo per il quadrato della distanza da un asse attorno al quale il corpo eventualmente gira. Questa definizione vale per un corpo che abbia dimensioni piccole rispetto alla distanza R. Per i corpi più grossi e per distanze R piccole e variabili da punto a punto il momento di inerzia e' la somma di tutti i momenti di inerzia delle singole particelle che compongono il corpo. E' abbastanza facile calcolarlo per un cilindro rispetto al suo asse (vale $½\, \pi\, \delta\, H\, R^4$ per un cilindro omogeneo di altezza H, raggio R e densita' δ -- riesci a vedere perche'? Si tratta di fare un semplice integrale di R^3). E' più difficile calcolarlo per corpi di forma strana, come l'albero a gomiti di un motore d'auto.

L'importante e' il concetto, che serve a calcolare l'energia immagazzinata in un corpo in rotazione (vedi l'ultima formula alla pagina precedente) e ad applicare ad esso il secondo principio della dinamica. Ecco come:

Ricordi bene che in un moto circolare <u>anche non uniforme</u>, cioè a velocita' variabile, vale sempre la relazione $v = \omega\, R$. Poi ricordi che l'accelerazione e' la variazione nel tempo (cioè la derivata rispetto al tempo) della velocita'. Allora, dato che R è costante in un moto circolare, puoi scrivere:

$$F = m\ a = m\ dv/dt = m\ d(\omega R)/dt = m\ R\ d\omega/dt$$

Moltiplica per R sia il primo, sia l'ultimo membro e ottieni:

$$F \cdot R = m\ R^2\ d\omega/dt = I\ d\omega/dt = Me$$

Questo significa che se applichi, alla distanza R dal centro, una forza al corpo che gira attorno al centro O descrivendo una circonferenza di raggio R, il prodotto della forza per la distanza R (F R) e' uguale al prodotto della derivata della velocita' angolare per il momento di inerzia. Non e' solo un'analogia. Conoscendo massa m e forza F, calcoliamo subito l'accelerazione. Conoscendo momento d'inerzia e coppia esterna [che si chiama "momento esterno totale" Me -- perchè anche i fisici hanno fatto un po' di pasticci con i nomi], calcoliamo subito l'accelerazione angolare. Forse non hai capito bene tutto. Non fa niente: si capisce tutto meglio nel capitolo 7 quando guarderemo in dettaglio l'esempio tratto dal funzionamento di un'auto.

Da quello che ho appena detto capisci perche' e' importante il concetto di momento di inerzia. Se provi a far girare una ruota, sai bene che una ruota di bicicletta si mette in rotazione spingendola con un dito; una ruota di automobile richiede uno sforzo applicato con tutta la mano. Se provi a far girare un grosso volano costituito da una grossa ruota di ferro del diametro di qualche metro, ti ci devi attaccare con tutte e due le braccia - e fatichi.

Il fatto che la massa sia il fattore di proporzionalita' fra forza e accelerazione significa che quanto maggiore e' la massa di un corpo, tanto maggiore deve essere la forza applicata per accelerarla - cio' per fargli acquistare velocita'. Per i corpi rotanti, l'analogia e' immediata. Il momento di inerzia e' il fattore di proporzionalita' fra momento applicato e accelerazione angolare. Questo significa che quanto maggiore e' il momento di inerzia di un corpo, tanto maggiore deve essere il momento esterno applicato per accelerarlo angolarmente - cioe' per fargli acquistare velocita' angolare. Se hai due corpi della stessa massa, fai piu' fatica a far girare intorno a un asse quello che ha la massa piu' distante dall'asse (cioe' che ha un momento di inerzia piu' grande).

Lo sanno bene gli acrobati che fanno i salti mortali. Una volta che stanno rotando per aria per l'impulso che si sono dati, per girare piu' in fretta (per aumentare la loro velocita' angolare) raccolgono braccia e gambe a formare una palla - così diminuiscono il loro momento di inerzia. Ma se volano per aria, non sono soggetti a momenti esterni e il prodotto tra momento di inerzia e accelerazione angolare deve essere zero. Se il momento di inerzia diminuisce, la velocita' angolare deve crescere: il loro prodotto deve essere costante. Da quanto detto nella sezione precedente sulla quantita' di moto, vedi che il prodotto momento d'inerzia per velocita' angolare e' identico al momento della quantita' di moto rispetto allo stesso asse. In assenza di momenti esterni, il momento della quantita' di moto non varia. La sua conservazione e' uno dei principi fondamentali della fisica.

Ora che sai che cosa è il momento di inerzia, puoi sorridere dell'ignoranza di un giornalista che descriveva il varo di una nave. Scriveva:

" ... la madrina lascia andare la bottiglia di spumante. I puntelli vengono tolti. La grande nave sembra avere un attimo di esitazione (il "momento di inerzia" dei tecnici) e poi si slancia in mare in una gloria spumeggiante ..."

E ora viene un pezzetto "scritto piccolo" - come nei libri di scuola. Volendo lo puoi saltare. Però ora non sei più a scuola. Se lo salti, ti metti da solo in seconda classe. Meglio viaggiare in prima. E se ci sono cose che non capisci, informati, chiedi, fa indagini su Internet (puoi cominciare da:

http://www.dept.physics.upenn.edu/physics/gladney), datti da fare fin quando capisci tutto.

Come si dimostra che $a = V^2/R = \omega^2 R$

Qui ci vuole un po' di geometria analitica e conoscenza delle derivate. La trovi nel mio libretto ANCHE TU MATEMATICO o altrove. Informati.

Le coordinate x e y di un punto che si muove su un cerchio di raggio R a velocita' costante sono:

$$x = R \operatorname{sen}\alpha \qquad ; \qquad y = R \cos\alpha$$

dove α e' l'angolo che il raggio forma con la sua posizione iniziale (per la quale $\alpha = 0$). Per calcolare la velocita' dobbiamo derivare separatamente rispetto al tempo queste due coordinate. E otteniamo:

$$v_x = dx/dt = R \cos\alpha \,(d\alpha/dt) \; ; \; v_y = dy/dt = - R \operatorname{sen}\alpha \,(d\alpha/dt)$$

che sono le componenti della velocità secondo l'asse x e l'asse y. (E ricorda che $(d\alpha/dt)$ e' la derivata dell'angolo rispetto al tempo. Dato che la velocita' del punto e' costante, e' $d\alpha/dt = \omega$ = costante.)Per ottenere le componenti dell'accelerazione, deriviamo rispetto al tempo le due formule ora scritte e otteniamo:

$$a_x = d^2x/dt^2 = - R \operatorname{sen}\alpha \,(d\alpha/dt)^2 \; ; \; v_y = d^2y/dt^2 = - R \cos\alpha \,(d\alpha/dt)^2$$

Queste due componenti secondo l'asse x e l'asse y della accelerazione hanno il modulo $R = R\,(d\alpha/dt)^2 = R\,\omega^2$, che è proprio l'accelerazione assiale (perpendicolare alla velocita') e che la fa rotare di continuo, di cui abbiamo gia' parlato.

La legge di gravitazione universale di Newton: altro che la mela!

Fu proprio Newton a fare per primo tutti questi calcoli. Non li aveva studiati su altri libri: li invento' lui (o li scoprì). E poi continuo'.

Se l'accelerazione di gravita' sulla terra (cioe' a 6.371 km dal centro della terra) ha il valore di 9,81 m/s^2, quale sara' il valore dell'accelerazione di gravita' (terrestre) a cui e' soggetta la luna?

Il raggio terrestre R_t e' uguale a 6.371 km. La luna dista dal centro della terra 384.400 km (R_L) e ci mette 27,3 giorni (cioe' 655,2 ore = 2.358.720 s) a fare un giro attorno alla terra. Dunque:

$$\omega = 2\,\pi/2.358.720\ \text{s} = 2{,}6637\ \ 10^{-6}\ \ \text{sec}^{-1}$$

e allora

$$\omega^2\,R = (2{,}6637\ \ 10^{-6}\ \ \text{sec}^{-1})^2\ .\ (384{,}4\ .10^6) = 0{,}0027\ \text{m sec}^{-2}$$

Newton si dovette fare una tabella come quella seguente, dalla quale dedusse che le accelerazioni di gravità e, dunque, le forze di attrazione devono essere inversamente proporzionali alle distanze fra le masse che si attraggono. Infatti si vede dalla tabella che il rapporto fra il quadrato della distanza della luna dal centro della terra e il quadrato del raggio terrestre e' 3640 - praticamente identico all'inverso del rapporto fra le accelerazioni di gravita'.

Luogo	Distanza dal centro della terra	Quadrato della distanza	Accelerazione di gravita'
Superf.terrestre	6.371 km	40,589 10^6	9,81 m sec^{-2}
Luna	384.400 km	147.763 10^6	0,0027 m sec^{-2}
Rapporto fra valore 3^a e 2^a riga	60,33	3.640,46	0,0002752 il cui inverso è: 3.633,33

TABELLA 4

Newton intuì la legge della gravitazione universale secondo la quale la forza F di attrazione fra due corpi pesanti aventi masse M ed M' e che si trovino alla distanza R, e'

$$F = G\, M\, M'/R^2$$

ma non riuscì a determinare con precisione il valore della costante G (detta costante di gravitazione universale), dato che non conosceva la massa della terra. Le dimensioni fisiche di G sono quelle di una forza [kg m/s^2] moltiplicate per il quadrato di una lunghezza [m^2] e divise per il quadrato di una massa [kg^2] cioe' [$m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$].

Il valore della costante G fu determinato da Henry Cavendish meno di un secolo dopo Newton. Questo fisico inglese misuro' la torsione di un filo a cui erano appese in posizione simmetrica due piccole sfere che venivano attratte da due grosse sfere di ferro. La misura di G e' stata rifatta con apparecchi di misura moderni raggiungendo precisioni più spinte. Pero' la forza di gravita' e' molto debole per cui G e' nota con una accuratezza piuttosto scarsa: $6{,}67259 \pm 0{,}00085\ 10^{-11}\ m^3/kg \cdot sec^2$, il che significa che potrebbe avere valore qualunque compreso fra $6{,}67174\ 10^{-11}\ m^3/kg \cdot sec^2$ e $6{,}67344\ 10^{-11}\ m^3/kg \cdot sec^2$: non siamo sicuri nemmeno della terza cifra decimale. Chi vuole saperne di piu' può collegarsi su Internet alle pagine del professore ungherese D. Sarkady: il nome del sito e'

http://www.meltingpot.fortunecity.com/libya/805/pend.html/

Ora sei in grado anche di calcolare per i satelliti artificiali che viaggino a differenti distanze R dal centro della terra, l'accelerazione di gravità cui sono soggetti, la velocita' a cui vanno, il tempo che ci mettono a fare un giro. A questo scopo usi le formule:

$$g = (R_t/r) \cdot 9{,}81\ m/s^2 = V^2/R$$

e ottieni l'accelerazione di gravita in m/s^2

Poi calcoli

$$V = \sqrt{(gR)}$$

e ottieni la velocita' in m/s. Dividi per 1000 e moltiplichi per 3600 e ottieni la velocita' in km/h. Moltiplichi per 2 π il valore R della distanza dal centro della terra e dividi per la velocita' e ottieni il tempo di un giro. Comincia a controllare la tabella seguente e poi continua a calcolare valori per altre distanze.

R (km)	**g (m/s^2)**	**V (m/s)**	**V (km/h)**	**T (h)**	**T (unità indicate)**
6.371	9,81	7.905	28.460	1,4	5.060 s
10.000	3,98	6.309	22.714	2,76	9.958 s
36.000	0,307	3.325	11.973	18,88	67.967 s
42.222	0,223	3.070	11.053	24	86.400 s
384.400	0,0027	1.018	3.663	659	27,4 giorni

TABELLA 5

La prima riga della tabella riporta dati, in parte gia' visti, sulla superficie terrestre dove la velocita' minima con cui si va in orbita (detta velocita' di fuga) e' 8 km/s. La quarta riga si riferisce ai satelliti geosincroni che fanno un giro della terra in 24 ore e, quindi, stanno sempre allo stesso posto sopra la terra. Per questo sono utili per le telecomunicazioni. (Si trovano alla quota di 42.222 - 6.371 = 35.851 km).

L'ultima riga e' relativa alla luna che gira alla velocita' di 3.663 km/h. In effetti non gira attorno al centro della terra, ma a un altro punto interno alla terra che e' il vero centro attorno a cui gira il sistema costituito dalla terra e dalla luna. Ma qui andiamo un po' sul complicato.

Vedi che questi calcoli sono semplici (tranne quelli scritti piccoli nelle pagine precedenti) eppure sono proprio quelli di base che servono per fare calcoli di astronautica. Ora guarda la tabella e cerca di ragionare: che succede se un satellite accende razzi per aumentare la sua velocita'? Andra' a girare a quota piu' alta o piu' bassa? (La risposta e' in fondo al volume).

Le condizioni iniziali e la mente superiore di Laplace

Abbiamo visto come si applichi l'equazione $F=ma$ per calcolare l'accelerazione e quindi la velocita' del corpo di massa m (inizialmente fermo) a cui viene applicata la forza F. Abbiamo visto, poi, come si applichi l'equazione $Me = I\, d\omega/dt$ per calcolare l'accelerazione angolare e quindi la velocita' angolare del corpo di momento di inerzia I (che inizialmente non gira). Per sapere dove si troverà (o come girera') questo corpo, pero', dobbiamo partire dalle coordinate della sua posizione iniziale e calcoliamo velocita' e, quindi, spostamenti (o rotazioni) che ci permettono di determinare le sue posizioni seguenti.

Il caso piu' generale e' quello di corpi che sono gia' in movimento. Allora le equazioni ora citate si applicano dopo aver registrato la posizione iniziale e la velocita' iniziale del corpo. Queste condizioni sono 6: tre coordinate nello spazio (x, y e z) e le 3 componenti della velocita' secondo tre assi (v_x, v_y e v_z). Se abbiamo un sistema composto da n corpi (o da n particelle) dobbiamo conoscere le 6 condizioni iniziali citate per ogni corpo (o particella). Se poi qualcuno ci dice quali forze (o momenti) saranno applicati a ciascun corpo (o particella) in tutti i tempi successivi, possiamo calcolare dove saranno e si sposteranno tutti i corpi (o particelle).

Naturalmente accade che le forze (o momenti) applicate a un corpo (o particella) siano dovute al moto (o all'attrazione) di altri corpi. Percio' capisci che almeno in linea di principio, con le equazioni di Newton e con le informazioni citate puoi calcolare cosa accade in avvenire a sistemi anche complessi.

Questo stato di cose fu descritto in modo ambizioso e drammatico dal matematico e astronomo francese Laplace:

"Supponiamo per un istante che esista una mente capace di comprendere tutte le forze dalle quali e' animata la natura e la situazione rispettiva di tutti gli esseri che la compongono - una mente abbastanza vasta da saper analizzare tutti questi dati. Essa abbraccerebbe, allora, nella stessa formula i moti dei piu' grandi corpi dell'universo e quelli degli atomi piu' leggeri. Per questa mente niente sarebbe incerto e l'avvenire, come il passato sarebbero presenti ai suoi occhi."
E' una visione affascinante, che prescinde, pero', dai molti tipi di incertezza cui e' soggetta la nostra conoscenza. Torneremo sull'argomento.
E' curioso: qualcuno potrebbe pensare che Laplace alludesse a una mente divina come capace di calcolare ogni dettaglio del mondo. Non era così: pare che Napoleone ascoltò Laplace che esponeva le sue teorie sul cosmo e sulla sua genesi e gli chiese: "Come mai non parla mai di un Dio creatore?" Laplace avrebbe risposto: "Non ho avuto bisogno di questa ipotesi."

La composizione dei moti

Un'altro concetto che Galileo espresse chiaramente e' quello della composizione dei moti: se un corpo e' soggetto a piu' forze, si muove in modo che alla fine di ogni intervallo di tempo che consideriamo la sua posizione e la sua velocita' sono le stesse di quelle che si avrebbero se in quel tempo avesse prima agito una sola forza e, poi, in ulteriori tempi tutti uguali al primo avessero agito una dopo l'altra tutte le altre forze.
La composizione dei moti fu descritta da Galileo per il caso della forza (la carica di un cannone che esplode) che imprime velocita' a un proiettile la cui traiettoria viene, poi, determinata dalla forza di gravita'. La situazione e' quella descritta nella figura 4.
La retta orizzontale e' la traiettoria che seguirebbe il proiettile in assenza di gravita'. Supponiamo che la velocita' iniziale in uscita dalla bocca di fuoco sia di 200 m/s (720 km/h - una velocita' molto piu' bassa di quella raggiunta

dai cannoni di oggi) allora gli spazi percorsi in orizzontale (x) e in verticale (y) dal proiettile alla fine dei secondi da 1 a 8 sono dati dalla tabella seguente e in figura si vede che la traiettoria e' una parabola. (Per chi vuole rifare i conti, l'equazione della parabola e'

$$y = (44.19/90.000)\ x^2)$$

Dopo secondi dallo sparo :	L'ascissa orizzontale x e' (in metri)	L'ascissa verticale y e' (in metri)
1	200	4,9
2	400	19,6
3	600	44,1
4	800	76,24
5	1000	122
6	1200	178
7	1400	240
8	1600	313,6

TABELLA 6

Nota che nel grafico la scala delle ascisse e' diversa da quella delle ordinate. Se avessi usato la stessa scala, sarebbe stato difficile apprezzare i piccoli spostamenti in basso del proiettile attratto dalla terra

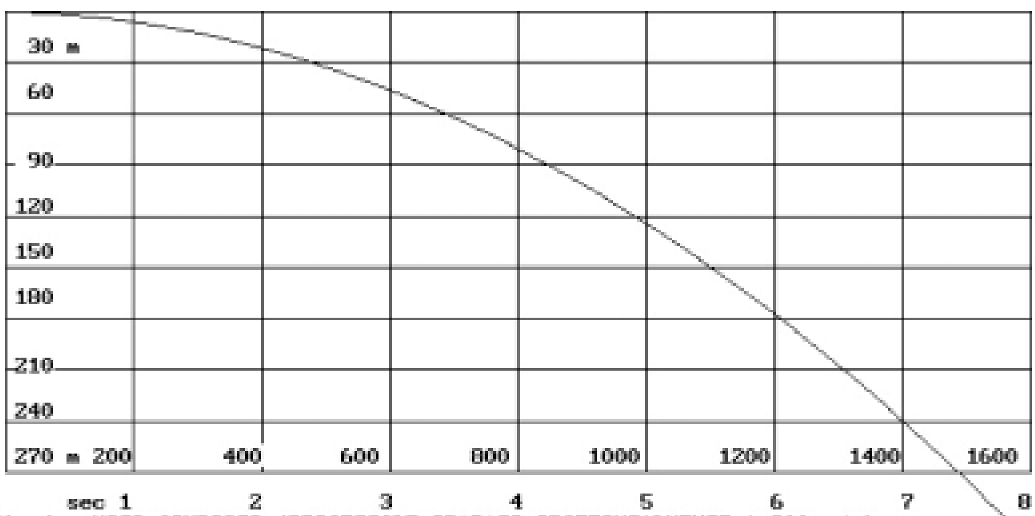


Fig.4 - MOTO COMPOSTO (PROIETTILE SPARATO ORIZZONTALMENTE A 200 m/s)

Ogni volta che si lancia un corpo nel campo gravitazionale terrestre, la traiettoria e' una parabola. Prova a disegnarne una per un proiettile lanciato a 45 gradi con velocita' iniziale sempre di 200 m e in terreno piano. Non e' difficile: devi sottrarre gli spazi di caduta alla fine di ogni secondo ai valori costanti di quota in ascesa del proiettile fin quando il proiettile smette di salire. Poi riscende e i conti si fanno come ho mostrato sopra. [Ricorda che la velocita' iniziale del proiettile si scompone in una componente orizzontale di 141 m/s e in una componente verticale identica di 141 m/s. Poi rispondi alla domanda: a che distanza dal cannone il proiettile torna a terra ? Cioe' con quella elevazione e quella velocita' iniziale, quale e' la gittata? Quando l'hai trovata, nota che con un angolo di lancio di 45 gradi la gittata e' la massima ottenibile (a parita' di velocita' iniziale): prova a calcolare la gittata con altri angoli e vedi che viene minore. Pero' puoi anche cercare di dimostrare che la gittata massima si ottiene con un angolo di 45 gradi -- il primo che lo dimostro' fu Nicolo' Tartaglia.].

Qui trascuriamo l'effetto della resistenza dell'aria, ma si dovrebbe tenerne conto anche a velocita' inferiori a quella del suono. Nell'esempio fatto sopra di un proiettile che parte alla velocita' di 200 m/s, la resistenza dell'aria ha un effetto notevole: la velocita' diminuisce continuamente dopo che il proiettile e' uscito dal cannone. Questi fenomeni sono studiati dalla balistica esterna e si trova che la traiettoria dei proiettili non e' affatto parabolica. Puoi provare a calcolare qualche traiettoria per punti tenendo conto che la resistenza dell'aria e' una forza proporzionale al quadrato della velocita' e diretta in senso opposto alla velocita' istantanea. I calcoli non sono semplici e non ce ne occupiamo ulteriormente

Newton ando' piu' avanti e calcolo' quale debba essere la velocita' inziale di un proiettile perche' non cada mai, ma entri in orbita attorno alla terra. Attenti qui: un proiettile (o un satellite) puo' entrare in orbita solo ad alta quota dove la resistenza dell'aria e' nulla o minima. A bassa quota verrebbe subito frenato e cadrebbe.

Newton ragiono' cosi'. Se la velocita' del proiettile e' tale che dopo un secondo si e' allontanato tanto dal punto di partenza che la curvatura della terra compensa la caduta di 4,90 m dovuta alla gravita', la situazione si ripete nel secondo seguente e il proiettile continua a cadere, ma non arriva mai a terra. Per calcolare questa distanza, che ci da' la velocita' di fuga gia' determinata prima in altro modo, ragioniamo così: se il proiettile andasse via tangente alla terra in assenza di gravita' dopo 1 s andrebbe a trovarsi in un punto che dista dalla terra del raggio terrestre piu' 4,9 m. Abbiamo dunque un triangolo rettangolo con un cateto che e' il raggio terrestre (R = 6.371.000 m) e l'ipotenusa che e' uguale a R + 5 m (6.371.005 m). Per calcolare l'altro cateto (che e' la distanza dall'origine cercata) usa il teorema di Pitagora: il cateto cercato e' la radice quadrata della differenza fra il quadrato dell'ipotenusa e il quadrato dell'altro cateto (cioe' $\sqrt{[(R+5)^2 - R^2]}$.
Ma dall'algebra sappiamo che

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

se poniamo:

$$a = R + 5 \quad ; \quad b = R \quad , \text{otteniamo}$$

$$(R+5)^2 - R^2 = (2R + 5) . 5$$

cioe' la distanza cercata (che un proiettile deve percorrere in un secondo per non cadere mai -- in assenza d'aria) e'

$$\sqrt{[(2 . 6371 + 5) . 5]} = \sqrt{(12.742 . 5)} = \sqrt{63.710} = 7.905 \text{ m}$$

che e' lo stesso valore gia' trovato per altra via (vedi TABELLA 6).

I ragionamenti fatti si applicano anche al caso di moti composti, potremmo dire, per sovrapposizione. Se corro a 10 km/h su una nave che viaggia a 50 km/h nella stessa direzione, la mia velocita' rispetto a riferimenti fissi sara' di 60 km/h. Se dalla stessa nave sparo davanti alla prua un proiettile che va a 1.000 km/h rispetto a riferimenti fissi, viaggera' a 1.050 km/h.

CAPITOLO 6

Lavoro, energia, potenza

Il Primo Principio della Termodinamica lo sai gia' - e ora puoi calcolare i numeri relativi

"Voi sapete molte cose - e non vi rendete conto di saperle. Il buon senso e l'esperienza ve le hanno insegnate: stanno dentro di voi e non sapete tirarle fuori. Con le mie domande io vi aiuto a esprimerle, come una levatrice aiuta le partorienti a far venire alla luce i loro figlietti."

Pare che Socrate dicesse cose simili ai suoi discepoli. [Non lo sappiamo bene, perche' non scrisse niente e leggiamo riflessi del suo pensiero solo negli scritti di Platone. C'e' da dubitare su che cosa intendessero davvero certi grandi uomini che non si sono mai compromessi a scrivere alcunchè].

Il titolo di questo paragrafo non implica che io intenda seguire il metodo socratico (chiamato "maieutica"). Sostengo, però, che chi vive normalmente in un Paese moderno conosce perfettamente per esperienza continua il primo principio della termodinamica. Cominciamo a vedere alcuni esempi pratici di situazioni in cui sono in gioco energie e potenze.

Primo caso pratico. E' ovvio che l'ascensore serve a fare il lavoro di portare piu' in alto il peso dei passeggeri: fornisce, dunque, un'energia meccanica uguale al dislivello fra i piani per il peso dei passeggeri (piu' quello della cabina, meno quello del contrappeso e piu' l'energia assorbita dagli attriti). Da dove prende questa energia? Lo sai: dal motore elettrico che a sua volta la riceve dalla rete elettrica. E il primo principio sostiene proprio questo: che l'energia elettrica si puo' trasformare in energia meccanica. Lo fa con rendimento alto. E come calcoli con che legge, con che regole avvenga questa trasformazione? Ecco una procedura per eseguire il calcolo.

Individua nel palazzo in cui abiti (o in un altro piu' alto: vedrai perche') dove sta il contatore di elettricita' che misura l'energia consumata

dall'ascensore. Vedrai che il contatore ha un numeratore che segna i kWh (kilowattora: fra poco vedremo meglio che cosa sono). Allora controlla che l'ascensore stia al pianterreno, poi vai a leggere quanto segna il contatore. Poi prendi l'ascensore e vai dal pianterreno al quarto piano. A questo punto torna (a piedi!) al contatore e leggi quanto segna. La differenza dalla lettura precedente sarà piccolissima - di centesimi di kWh. Poi riporta l'ascensore al pianterreno, leggi il contatore e questa volta sali all'ottavo piano. Se vai (a piedi) a leggere il contatore dovresti leggere una differenza doppia della precedente. Però le energie sono così piccole che non riesci a leggere niente: i cilindretti ruotano così poco che la lettura e' impossibile.
Allora guarda il disco zigrinato che appare da una finestrella sul quadrante del contatore. Sopra c'e' scritto:

1 kWh = 600 giri del disco

Forse, invece di 600, c'e' scritto un altro numero. Non fa differenza: usa il numero che c'e' scritto e fai i conti giusti. Ora hai bisogno di un'altra persona che ti aiuti e che controlli quanti giri fa il disco quando vai dal pianterreno al quarto piano e quanti ne fa quando vai dal pianterreno all'ottavo piano. Vedrai che il secondo numero di giri e' doppio del primo.
Ora dovresti calcolare a quanti Joule (cioè N.m = Newton.metro) corrisponde un kilowattora. Potresti farlo con precisione solo se sapessi quanto pesa la cabina dell'ascensore, quanto pesa il contrappeso e quanta energia viene assorbita dagli attriti. Allora potresti confrontare il lavoro fatto (innalzamento di pesi piu' attriti) con l'energia elettrica spesa. Come dicevo, mancano vari dati e il calcolo e' disagevole. Pero', più semplicemente basta che ragioni su come si definisce un kWh.
E' ovvio che con un motore piu' grosso (che assorbe piu' energia elettrica e piu' corrente) si puo' realizzare un ascensore che va piu' veloce. Senza pensare ai motori, puoi riflettere sulla fatica che fai salendo le scale a piedi.

Se pesi 80 kg, la gravità esercita sul tuo corpo una forza di circa 800 N. Se sali al quarto piano che sta a 15 m piu' alto del pianterreno, l'energia spesa e'

800 N . 15 m = 12.000 J.

Se riesci a salire i 4 piani in un minuto (60 s), fai una fatica notevole: se non sei in buona forma fisica, non ce la fai. Alla fine hai il fiato grosso e il tuo polso accelera.

Se sali i 4 piani in 4 minuti, fatichi molto meno: arrivi senza fatica apparente.

Dunque quello che ti affatica non e' l'energia che produci, ma quanto rapidamente la produci. **La produzione di energia nell'unita' di tempo si chiama "potenza" e si misura in Joule/secondo (J/s). Un Joule/secondo si chiama Watt (abbreviazione: W). Il multiplo del Watt e'. naturalmente il kW (kiloWatt) e l'energia prodotta da una potenza di 1 kW che sia erogata per un'ora di seguito e' 1 kWh (kiloWattora).**

Le dimensioni di una potenza sono quelle di una energia divisa per un tempo, dunque:

$$[P] = [E/T] = [ML^2T^{-3}]$$

I motori elettrici degli ascensori, a seconda delle dimensioni, possono avere potenze da pochi kW a qualche decina di kW.

Attenti, dunque, a distinguere energia (misurata in Joule (J) o in kilowattora (kWh)) da potenza (energia divisa tempo, misurata in Watt (W) o kilowatt (kW)). Dimostra subito la sua incompetenza chi scrive di una centrale elettrica che ha una potenza di un milione di kilowattora o chi parla di consumi eccessivi di migliaia di kilowatt.

Una delle ragioni di misurare l'energia in kWh invece che in Joule e' che 1 kWh corrisponde a una quantita' di energia molto maggiore. Usando questa unita', quindi, i numeri che adoperiamo sono più piccoli e maneggevoli.

Calcoliamo ora la costante con cui trasformare kWh in Joule (ci servirà in altri calcoli che faremo più oltre). E' immediato: basta ricordare che 1 W = = 1 Joule/secondo (v. pagina precedente).

1 kWh = 1.000 W . 1 h = 1.000 W . 1 h . 3.600 secondi/h =

= 3.600.000 W . secondi = 3.600.000 Joule

Vedi che il kW e il kWh sono definiti in base a grandezze meccaniche. Come mai il contatore elettrico, che misura grandezze elettriche, e' tarato in kWh? Vedremo meglio in uno dei prossimi capitoli che le unita' di misura elettriche sono state scelte proprio in modo che l'energia abbia le dimensioni e le unita' di misura gia' viste.

Il primo principio della termodinamica stabilisce, in generale, che l'energia e' una stessa grandezza che si manifesta come: energia potenziale meccanica, energia meccanica cinetica, calore o energia elettrica.

<u>Secondo caso pratico</u>. Un uomo robusto puo' produrre 200 W (cioe' un quinto di kW) per breve tempo - come fa se corre su per 4 piani di scale in un minuto [con i numeri già introdotti: 12.000 Joule/60 s = 200 W]. Se lavora di continuo per qualche ora, non riesce a superare i 100 W.

Dunque in una giornata di 10 ore di lavoro intenso un uomo robusto che si limiti a girare una manovella per produrre energia riesce a produrre 1 kWh. Se guardi la bolletta dell'energia elettrica di casa tua, vedi che paghi 1 kWh circa 300 lire. In Italia nessuno sarebbe disposto ad accettare questa paga infima, ma in certi paesi primitivi sì: ci sono uomini che lavorano a queste tariffe ridotti a faticare come le bestie.

Quando fai ginnastica, devi stare attento a non erogare una potenza eccessiva per tempi lunghi perche' questo può danneggiarti il cuore. Vediamo un esempio: supponi di fare flessioni sulle gambe (e che il tuo peso sia di 80 kg come dicevamo sopra). A ogni flessione, le tue anche si abbassano di circa 70 cm (0,7 m): ma, mentre vai giù, non ti sforzi -- lasci solo che la forza di gravità ti attragga. La fatica la fai quando torni su. In parte il tuo corpo (le gambe) si muove poco. Diciamo che siano solo 60 kg (600 N) ad andare su e giu'. L'energia spesa in ogni flessione è

$$E = 600\ N\ .\ 0{,}7\ m = 420\ J$$

Se fai 10 flessioni al minuto, l'energia e' 10 volte di più e la potenza e'

$$P = 10\ E/60\ s = 4200\ J/60\ s = 70\ W$$

che non e' una potenza eccessiva. Puoi continuare anche abbastanza a lungo (fin quando non ti cominciano a far male i muscoli delle gambe a causa dell'accumulo di acido lattico, in cui si e' trasformato il glicogeno).

Se facessi 20 flessioni al minuto, l'energia raddoppierebbe e anche la potenza: 140 W cominciano a essere tanti e, a meno che tu non sia un atleta, farai bene a non erogarli per piu' di un minuto o due.

Ai tempi antichi (fino a qualche decennio fa) le potenze si calcolavano in cavalli.vapore (abbreviato CV, oppure HP dall'inglese Horse.Power) - e un CV e' l'equivalente di 736 W. La cosa ha ormai solo un interesse storico.

Il primo principio della termodinamica afferma, inoltre, che l'energia meccanica e quella elettrica si possono trasformare in calore (energia termica). Questo avviene facilmente e con rendimento alto. Vedremo nel capitolo 8 che per il secondo principio della termodinamica la trasformazione inversa da calore in energia meccanica avviene a rendimento piu' basso (e vedremo di quanto).

L'energia termica si misura in calorie. Una Caloria e' l'energia che serve per far salire la temperatura di un kg di acqua da 14,5°C a 15,5°C. Vediamo ora a quante Calorie equivale 1 kWh con un esperimento semplice che chiunque puo' fare.

<u>Terzo caso pratico</u>. Basta disporre di un frullatore e di un contatore elettrico. A casa tua puoi usare il contatore "della luce", ma, per fare le misure che ora descrivo, bisogna che stacchi tutte le alimentazioni a: lampadine, frigo, radio, TV, lavatrice, lavastoviglie, scaldabagno elettrico, etc. Stacca tutto e controlla che il disco rotante del contatore sia fermo.

A questo punto leggi l'indicazione del contatore - oppure come visto prima preparati a contare i giri del disco per tutta la durata dell'esperimento.
Poi metti mezzo litro d'acqua in un frullatore e misurane la temperatura con un termometro (attendendo il tempo necessario a che la lettura del termometro si stabilizzi). Poi accendi il frullatore e lascialo girare per 10 minuti. Fermalo e misura subito di nuovo la temperatura e poi leggi l'indicazione del contatore elettrico o traduci in kWh il numero di giri del disco che hai contato (se il disco ha fatto 15 giri e la targhetta dice "600 giri del disco = 1 kWh", l'energia erogata e' 1/40 di kWh cioe' 25 Wh).
Ora i gradi di aumento della temperatura moltiplicati per 0,5 litri misurano (in Calorie) il calore trasmesso all'acqua. L'energia elettrica e' misurata dal contatore. Io ho fatto l'esperimento e la temperatura dell'acqua e' cresciuta di 15°C, mentre l'energia elettrica era 25 Wh, da cui vedi che

7,5 Calorie = 0,025 kWh   cioè   1 kWh = 300 Calorie

Semplice, no? Certo: e' semplice - e sbagliato. Infatti i manuali indicano che l'equivalenza giusta e'

860 Calorie = 1 kWh.

L'esperimento fatto mostra che 1 kWh si trasformava solo in 300 Calorie trasmesse all'acqua perchè una parte del calore (piccola) e' stata trasmessa all'ambiente circostante, mentre un'altra parte (notevole) dell'energia elettrica e' andata a compensare le perdite del motore del frullatore e quelle per attrito. Ho ripetuto l'esperimento avvolgendo il frullatore in una coperta e ho registrato un aumento di 17°C con un consumo di 25 Wh. Ora l'energia di 25 Wh ha prodotto 340 Calorie, il che vuol dire che il rendimento del frullatore e' solo 340/860 = 29,5 %, Prova a fare l'esperimento e vedi a quanto riesci ad arrivare. Se l'acqua è isolata bene e non perde calore verso l'ambiente, il rapporto fra le Calorie misurate sperimentalmente e il valore di 860 misura appunto il rendimento del frullatore.

Quarto caso pratico. Tanto per avere un altro punto di riferimento, quanta energia si immagazzina in uno scaldabagno elettrico? Supponi che innalzi la temperatura di 80 litri d'acqua da 15°C a 80°C. L'energia termica è:

80 . (80 - 15) = 80 . 65 = 5.200 Calorie

equivalenti a

5.200 Calorie .1 kWh/860 Calorie = 6,046 kWh

Ma la temperatura dell'acqua non arriva a 80°C se lasci acceso uno scaldabagno da 1 kWh per 6 ore e 3 minuti perchè man mano che l'acqua si scalda cede una parte del suo calore all'ambiente esterno - anche se lo scaldabagno e' isolato abbastanza bene. Talora, poi, l'isolamento dello scaldabagno e' scarso e la perdita di calore verso l'esterno e' notevole. Accade ancora più spesso che sia scarso l'isolamento dei tubi che portano l'acqua dallo scaldabagno ai rubinetti del bagno. Allora ogni volta che apri l'acqua calda, prima di usufruirne scaldi i muri e poi, magari, usi acqua calda solo per lavarti le mani. In conseguenza il rendimento medio effettivo di uno scaldabagno elettrico e' solo del 20%, mentre quello teorico sarebbe del 100% perche' nella trasformazione dell'energia elettrica in termica teoricamente non ci dovrebbero essere perdite.

Il Primo Principio della Termodinamica: enunciato

Visti questi semplici esempi, possiamo enunciare così il primo principio della termodinamica: la variazione dell'energia U di un certo sistema puo' dipendere da assorbimento (o cessione) di calore e da variazione di quota (energia potenziale) o di velocità (energia cinetica). Questa variazione dell'energia U e' uguale alla somma del calore Q trasmesso al sistema e del lavoro W fatto sul sistema.

Variazione di U = Q + W

La scoperta del primo principio e' normalmente attribuita a J.R. von Mayer che determinò sperimentalmente il valore citato di 860 Calorie/kWh. In effetti il concetto dell'equivalenza fra energia meccanica e calore era stato trovato nel 1795 da Benjamin Thompson, un fisico geniale e cagliostresco, mentre trapanava getti di bronzo per farne cannoni per l'esercito bavarese. J.P. Joule calcolò in base ai dati di Thompson un fattore di equivalenza di 1.164 Calorie/kWh (con un errore di circa il 35%).

Che cosa non sai più della tua auto e che cosa sai calcolare di ogni possibile auto

Era una calda notte d'estate del 1972. Tornavo in auto da Ancona a Roma, quando l'acceleratore smise di funzionare. Il pedale era molle. Il motore girava al minimo. Era facile capire la causa del guasto: si era spezzato il filo d'acciaio che collegava il pedale del gas alla levetta di comando della valvola a farfalla del carburatore. Ero fermo in mezzo alla campagna e non c'era traffico: inutile sperare nell'intervento di un meccanico. Allora trovai nel bagagliaio uno spezzone di filo elettrico lungo 3 o 4 metri. Aprii il cofano e ne legai un capo alla levetta sopra il carburatore. Richiusi il cofano senza far scattare il fermo: così restava socchiuso, ma il vento della corsa lo avrebbe tenuto giù perche' fortunatamente era incernierato nella parte anteriore. Ora dal posto di guida potevo tirare il cavetto elettrico e accelerare - lasciarlo andare e decelerare. Tornai a Roma così - e mi sembrava di guidare un cavallo con la briglia, anche se la dovevo manovrare all'incontrario: tirarla per correre e lasciarla lenta per rallentare.

Questa riparazione era ovvia e facile. Ma ai tempi antichi girava la battuta che per riparare certe macchine italiane, bastava avere un paio di pinze e un pezzo di filo di ferro. Non era vero. In genere ci voleva ben altro. E oggi le cose si sono complicate di molto. La carburazione e altre funzioni della maggior parte delle auto sono governate da un computer. In caso di guasti complessi, non basta nemmeno un meccanico capace ed esperto di informatica: ci vuole una workstation speciale con cui analizzare anche le malfunzioni dei microprocessori di bordo.

Malgrado questo, puoi calcolare le grandezze fisiche variabili mentre usi la tua auto qualunque sia il fabbricante, il modello, la versione, il tipo di motore. Vediamo come si fa, supponendo che la macchina con il suo carico pesi 1.000 kg (il peso di questa massa di 1.000 kg e' una forza di 9.810 Newton, per semplicità consideriamo che siano 10.000 N). Se il libretto delle caratteristiche tecniche ti dice che il peso e' diverso e se trasporti 5 persone più bagaglio, fai presto a fare il conto del peso totale e a modificare i calcoli che seguono in modo ovvio eseguendo qualche moltiplicazione.
Se la tua auto parte da un certo posto e poi va in salita fino a un altro posto che si trova a una quota piu' alta di 200 metri, l'energia potenziale E che ora immagazzina (e che deve essere fornita dal motore) è

$$E_{200} = 10.000 \text{ N} \,.\, 200 \text{ m} = 2.000.000 \text{ J}$$

per tradurli in kWh dobbiamo dividere per 3.600.000 J/kWh (l'equivalenza e' stata gia' spiegata poche pagine fa) e otteniamo

$$E_{200} = 2.000.000 \text{ J}/3.600.000 \text{ J/kWh} = 0{,}555 \text{ kWh}$$

Se con la stessa auto fossi andato in cima a un monte alto 1.000 m, l'energia immagazzinata sarebbe 5 volte di più, cioè E_{1000} = 2,775 kWh.
Sia nel primo caso, sia nel secondo bisogna aggiungere l'energia consumata per vincere la resistenza dell'aria (che notoriamente e' tanto maggiore quanto più alta e' la velocita'), gli attriti nel motore e l'attrito delle ruote sulla strada. Nella sezione seguente vedremo come si calcolano gli attriti e la resistenza dell'aria (che si chiamano rispettivamente "resistenze passive" e "resistenza del mezzo" - espressione usata già da Galileo). Intanto vediamo: quanta strada farà l'auto per arrivare alla quota di 200 m e a quella di 1.000 m? Se supponiamo che la pendenza media sia del 5%, il percorso minimo in linea retta sarebbe di 20 volte la quota raggiunta, cioe' nei due

casi: 4 km e 20 km. E' normale che la strada segua qualche deviazione per cui arrotondiamo queste due distanze in 5 km e 25 km (e la pendenza media sarà in ambo i casi del 4%). Come gia' detto, questi calcoli valgono per auto diesel, a benzina o elettriche, qualunque ne sia la marca o l'età. Quelle piu' vecchie saranno meno aerodinamiche e più pesanti, avranno rendimenti piu' bassi e consumeranno di più per raggiungere lo stesso risultato. Le differenze, però, saranno piccole. Gli ordini di grandezza sono quelli detti.

Come si calcolano potenza, coppia, accelerazione, energia e resistenze passive in un'auto

Quanto ci metti con la tua auto a percorrere i 25 km che abbiamo visto arrivando a una quota di 1.000 m? Introduciamo ipotesi semplificatrici, altrimenti il calcolo e' arduo o impossibile. Supponiamo che:

- sulla strada tu sia solo: se ci fosse traffico, ti rallenterebbe o fisicamente o perchè devi procedere con prudenza maggiore.
- tu vada a velocita' costante
- non ci sia vento nè favorevole, nè contrario (perchè sia pure di poco altererebbe la resistenza dell'aria).

Ora è chiaro che con una vecchia 500 ci metteresti molto più tempo che con una grossa Alfa Romeo. In queste due ipotesi bisognerebbe rifare i conti perche' la 500 pesa meno di 1000 kg e la grossa Alfa pesa di più. Consideriamo, allora, un'auto media che percorre i 25 km a 72 km/h (cioè a 20 m/s). Il tempo impiegato sarà

t = 25.000 m/20 m/s = 1.250 secondi = 20' 50'' = 0,347 h

Abbiamo visto prima che l'energia per portare a 1000 m di quota un'auto che pesa 1000 kg, cioe' E_{1000} = 2,775 kWh. In prima approssimazione la potenza erogata per circa 21 minuti è

$P_{1000} = E_{1000}/t$ = 2,774 kWh/0,347 h = 8 kW

Ma non è proprio così: bisogna aggiungere la potenza necessaria a vincere la resistenza dell'aria e gli attriti.

Cominciamo con la resistenza dell'aria. Qui fidati: grosso modo la resistenza dell'aria dipende dal quadrato della velocita'. Ti puoi ricordare questi dati empirici (io stranamente per averli usati spesso quasi 50 anni fa, li ricordo ancora a memoria):

Velocità dell'aria (km/h)	Velocità dell'aria (m/s)	Forza esercitata (kg/m^2)
65	18,05	19
130	36,11	76

Dalla tabella si deduce facilmente la formula che da' la forza F (esercitata dal vento su ogni m^2 di superficie ad esso perpendicolare - ed espressa in Newton/m^2) in funzione della velocità V (in km/h) :

$$F = 0{,}044 \; V^2$$

Nell'esempio che stiamo analizzando, la velocita' dell'auto e' di 72 km/h e supponiamo che la sua sezione trasversale sia di 2 m^2. Allora la forza che si oppone al moto a causa della resistenza dell'aria e'

$$F_a = 0{,}044 \; . \; 72^2 \; N/m^2 \; . \; 2 \; m^2 = 456 \; N$$

Questa forza si oppone al moto e assorbe 456 Joule per ogni metro che l'auto avanza. Per conoscere la potenza, bisogna dividere per il tempo. In altre parole la potenza P_a che il motore deve fornire e' uguale alla forza F_a moltiplicata per la velocita' in m/s (e 72 km/h equivale a 20 m/s). Dunque:

$$P_a = F_a \; . \; V = 456 \; N \; . \; 20 \; m/s = 9{,}12 \; kW$$

che vanno aggiunti agli 8 kW necessari a spostare l'auto su una salita con pendenza del 4%. Per ora il totale e' circa **17 kW -** e notiamo che la potenza necessaria a vincere la resistenza dell'aria e' maggiore di quella che serve per far andare l'auto in salita. E dobbiamo ancora aggiungere la potenza necessaria a vincere gli attriti. Limitiamoci a considerare l'attrito delle ruote contro la strada. Qui potremmo andare a leggere un manuale che ci suggerisca come si calcola l'attrito. Pero' questo libro pretende di farti fare qualche passo per diventare tu stesso un fisico (almeno un po' approssimativo e pecione, però grosso modo corretto).

Dunque accetta il concetto che l'attrito e' una forza che si oppone al moto e che e' proporzionale al peso dell'oggetto che si muove strisciando o rotolando per terra. Accettato il principio, esegui questa semplice misura: prendi una bicicletta mettila in piano, disponi un pedale nella posizione piu' alta, sali su questo pedale e poi facci gravare il tuo peso in modo che scenda alla posizione più bassa e che trasmetta energia alla ruota posteriore attraverso la catena. La bicicletta andra' avanti -- e tu intanto stai in equilibrio su quel pedale, con le mani sul manubrio. Infine: misura la distanza D, cioe' di quanti metri la bicicletta avanza prima di fermarsi.

Questo ti permette di valutare l'attrito delle ruote per terra. Ecco come. L'energia che fornisci e' la forza del tuo peso che si abbassa del doppio della lunghezza del pedale

$$E = P_N . 2\ L \qquad \text{in Joule}$$

La forza dell'attrito e' uguale a una frazione f del peso P_N espresso in Joule. La forza $f . P_N$ moltiplicata per la distanza D deve essere uguale all'energia fornita E. Dunque:

$$E = P_N . 2\ L = f . P_N . D$$

da cui

$$f = 2\ L/D.$$

Ho fatto l'esperimento. Il pedale era lungo 0,25 m (= L) e la bici cammino' per 25 metri. Percio'

$$f = 0,5/25 = 0,02$$

che e' un numero puro (adimensionale) essendo il rapporto fra due lunghezze.

[L'attrito misurato sulla bicicletta o calcolato per l'auto e' basso. La forza relativa é solo il 2 % del peso dell'oggetto mobile. Questo attrito e' cosi' basso perche' non dipende da una superficie che striscia su un'altra (con un tipo di attrito che si chiama "radente" e che ricorda il rumore che fa uno che si rade con un rasoio e che incontra la resistenza dei peli della barba): le ruote rotolano (e l'attrito si chiama "volvente"). In tutti e due i tipi di attrito, la resistenza al moto e' inizialmente (cioe' prima che l'oggetto si metta in moto) piu' alta e si chiama "attrito di primo distacco": ne abbiamo esperienza diretta se spingiamo una cassa pesante su un pavimento: farla muovere richiede molto sforzo - una volta che e' in moto la fatica cala. Se un treno ha molti vagoni e la locomotiva non ha una grande potenza puo' essere che non ce la faccia a mettere in moto tutti i vagoni insieme vincendo l'attrito di primo distacco di tutti. Allora il macchinista fa marcia indietro e spinge insieme tutti i vagoni in modo da creare del lasco su tutte le connessioni fra vagoni. Quando riparte dovra' vincere dapprima solo l'attrito di primo distacco del primo vagone. Quando questo si e' mosso, la connessione col secondo si tende, poi si vince l'attrito di primo distacco del secondo vagone che si mette in moto, tende la connessione col terzo e cosi' via.]

Supponiamo arditamente che le cose vadano nello stesso modo per l'automobile e per la bicicletta e accettiamo rozzamente questo valore f = 0,02. Perche' dico "rozzamente"? Ma perche' una misura sola fatta su una macchina diversa non e' molto significativa. Stiamo implicando, poi, che l'attrito non dipende dalla velocita' e prescindiamo da ipotesi piu' precise su quanto sia liscia o ruvida la strada e quale sia lo stato delle gomme. Dunque la forza di attrito che si oppone al moto e' uguale a f che moltiplica il peso dell'auto (10.000 Newton) cioe' 200 Newton.

(Potresti fare un controllo mettendo la tua auto in folle e in piano, mettendoci dietro una bilancia pesa persone e spingendo sul piatto della bilancia fino a muovere l'auto. Ricorda che 200 N equivalgono circa a 20 kg. Vedi un po' se ci riesci - anche questo sistema di misura e' rozzo e goffo.)

Comunque, come nel caso della resistenza dell'aria, moltiplichiamo questa forza per la velocita' di 20 m/s e otteniamo la potenza necessaria a vincere gli attriti che e'

$$Pp = 200\ N\ .\ 20\ m/s = 4\ kW$$

che dobbiamo aggiungere al totale gia' trovato di 17 kW. La potenza totale e', quindi, di 21 kW.

E non basta ancora perche' la potenza prodotta dal motore viene ridotta in conseguenza delle perdite per attrito: nel cambio, nel differenziale e nelle pasticche dei freni che, anche quando non freni, toccano appena appena i dischi (e queste non le avevamo considerate prima). Tutte queste perdite assorbono circa il 25% dell'energia fornita dal motore. Quindi per trovare la potenza prodotta dal motore devi dividere per 0,75 il valore di 21 kW trovato - e ottieni **28 kW.**

Questa è la potenza a regime per andare su a velocita' costante per questa salita con pendenza del 4%. E se vuoi accelerare, quanta potenza devi tirare fuori? (Ricorda che anche questa potenza addizionale andra' divisa per 0,75 per tener conto degli attriti nel cambio, nel differenziale, etc.)

Supponi di voler passare da 72 km/h (20 m/s) a 90 km/h (25 m/s) in un tempo di 25 secondi. L'accelerazione dell'auto dovra' essere

$$a = (5\ m/s)/\ 25\ s = 0{,}2\ m\ s^{-2}$$

La massa e' di 1.000 kg dunque la forza e' $F = 1.000$ kg . 0,2 m s^{-2} = 200 N. E la potenza? Questa la calcoli moltiplicando la forza per la velocità. e sara' massima alla fine dell'accelerata :'

P2 = 200 N . 25 m/s = 5 kW

che, divisa per 0,75 da' circa 7 kW che vanno ad aggiungersi ai 28 kW gia' calcolati: siamo a 35 kW. Ma la resistenza dell'aria, che a 20 m/s assorbiva 9 kW cresce col quadrato della velocita' e assorbira' ora una potenza P_a = 9 kW .$(25/20)^2$ = 9 . 1,56 = 14 kW. P_a e' cresciuta di 5 kW (che divisi per 0,75 danno 7 kW e, quindi la potenza erogata totale sara' di 42 kW.

Facciamo ora il conto della coppia che deve produrre il motore per fornire una potenza di 42 kW (quella massima ora calcolata) alla velocita' di 90 km/h (25 m/s). A quella velocità le ruote, se hanno un diametro di 0,6 m (e una circonferenza di 1.88 m) fanno 25/1,88 = 13,3 giri/s = 13,3 . 6,28 = = 83,5 rad/sec. Dal libretto dell'auto trovi che il rapporto al differenziale e' 1:3,5. Dunque l'albero motore se sei in quarta (rapporto 1:1 fra motore e albero di trasmissione) fa 3,5 volte piu' giri delle ruote: fa 46,4 giri/s (= 2.785 giri/min) = 46,4 . 6.28 = 292 rad/sec. La coppia che deve produrre il motore e' uguale alla potenza divisa la velocità angolare

C = 42 kW/292 s^{-1} = 144 N.m

CAPITOLO 7

I fluidi: pressione e velocita' dei liquidi e dei gas

Un problemino scherzoso e come *calcolare* quanto e' alta l'atmosfera

"Supponi di far gorgogliare aria alla pressione p da un foro alla base di un recipiente che contiene un liquido L fino all'altezza h, mentre al disopra il recipiente contiene di nuovo aria. L'aria sale attraverso il liquido e si unisce a quella contenuta nel volume superiore del recipiente: a questo punto la pressione dell'aria e' salita di una atmosfera. Si chiede: di che liquido si tratta?"

Se proponi il quesito a fisici giovani, vedrai che si irritano e non lo prendono sul serio (quelli vecchi, se lo capiscono, ti possono anche bastonare o, quanto meno, ti guarderanno storto). La ragione e' che il problemino e' basato su una vecchia freddura. La risposta e': "il liquido e' brandy Vecchia Romagna Etichetta Nera, il brandy che crea un'atmosfera". Diceva così, infatti, una pubblicita' di questa marca che veniva ripetuta spesso alla radio negli anni Cinquanta.

Ora la pressione dell'aria viene indicata tradizionalmente come "una atmosfera". Se le gomme della tua auto sono gonfiate a 2 atmosfere, questo vuol dire che all'interno la pressione supera di 2 atmosfere quella esterna - si tratta, cioe', di una sovrapressione. (Durante la guerra, le auto tedesche portavano sui parafanghi l'indicazione della pressione a cui portare i pneumatici, che era spesso "1,5 atü" - "ü" stava per "überdruck" cioe' "sovrapressione" e "at" per atmosfera).

Se la tua mano ha una superficie di 100 centimetri quadrati, quando il palmo e' volto verso l'alto, insiste su di esso una forza di 100 kilogrammi. Non te ne accorgi perche' una forza uguale e contraria agisce sul dorso della mano che e' volto verso terra. Perche'? Ma perche' la pressione atmosferica esercita una forza di un kg su ogni centimetro quadrato del tuo corpo.

Questo fatto che la pressione atmosferica sia circa uguale a 1 kg/cm^2 significa che la colonna d'aria sovrastante ogni centimetro quadrato della superficie terrestre pesa 1 kg e sopra ogni metro quadrato insiste un peso di 10.000 kg, cioe' di 98.100 Newton. La pressione si misura in **Bar,** ove un Bar e' uguale a 100.000 Pascal o N/m^2. C'e' chi dice 1.000 EttoPascal invece di 100.000 Pascal - ma questo uso dei multipli non e' corretto.

Per misurare la pressione atmosferica p, creiamo il vuoto da una parte di uno stantuffo di superficie S e lasciamo che l'aria prema sull'altra faccia dello stantuffo. Per tenerlo fermo dovremo esercitare una forza

$$F = p\ S$$

sul lato dello stantuffo dove c'e' il vuoto. Risulta, dunque, che (al livello del mare) p (= F/S) e' uguale a 9,8 $Newton/m^2$, cioe' a 1 kg per cm^2.

Ricorderai l'esperimento che si realizza con un tubo di vetro (chiuso a un'estremita') che riempi di mercurio. Se lo capovolgi tenendo l'estremita' aperta sommersa in un recipiente pieno di mercurio, il tubo non si vuota: resta una colonna di mercurio alta circa 760 mm Hg. Perche'? Parche' si crea il vuoto nella parte superiore chiusa del tubo e la pressione dell'aria bilancia il peso della colonna di mercurio alta 760 mm Hg. Ho descritto un barometro. La pressione atmosferica non e' costante: dipende dalla temperatura, dai venti e dalle vicissitudini dello spazio intorno alla superficie terrestre. Quindi i calcoli che ci avviamo a fare non daranno valori esatti, ma approssimati.

Un dato che possiamo prendere per fede dai manuali scritti dai fisici e' che al livello del mare 1 m^3di aria pesa 1,293 kg.

Dico che lo prendiamo per fede perche' non e' facile eseguire questa misura, dato che l'aria tende a far galleggiare ogni contenitore immerso in essa (proprio come ogni corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto uguale al peso del fluido spostato: per questo nell'acqua galleggiano le barche, le navi e i nostri corpi). Certo la spinta verso l'alto dovuta all'immersione nell'aria e' piccola - ma e' quella che fa volare aerostati, dirigibili e palloncini pieni di idrogeno o di elio (gas piu' leggeri dell'aria).

Chiamiamo ρ [e' la lettera greca che si pronuncia come la "r" e si chiama "ro") la densita' dell'aria. Abbiamo appena detto che al livello del mare e' $\rho = 1{,}293$ kg/m^3. Dunque la densita' e' il rapporto fra la massa e il volume di una sostanza (in questo caso l'aria). Chiamando M la massa e V il volume e'

$$\rho = M/V$$

Se su un metro quadrato insistesse solo un metro cubo d'aria del peso detto, la pressione sarebbe di 1,293 kg/m^{2}e non di circa 10.000 kg/m^2 .

Ora facciamo un calcolo: per ogni pezzettino di altezza (di quota) che ci alziamo, c'e' un po' d'aria in meno che pesa verso il basso. Se chiamiamo dh (si pronuncia "diacca") questo pezzettino infinitesimo [magari, per questo concetto di infinitesimo, vai a leggere la spiegazione su ANCHE TU MATEMATICO], il volume che sta sopra una qualunque superficie S e' il prodotto (S . dh) e il peso che si sottrae e' ρ g dh S . La pressione da sottrarre (per questo gli diamo il segno negativo) a quella atmosferica se ci alziamo di quello stratarello di altezza dh e'

$$dp = - \rho\, g\, dh$$

Il punto, qui, e' che la densita' dell'aria ρ diminuisce man mano che si sale di quota. Dunque dovremmo trovare con che legge diminuisce. Quindi, calcoliamo la densità e, poi, il peso di ogni metro cubo d'aria che si aggiunge alla colonna d'aria sovrastante un metro quadrato al livello del mare. Infine sommiamo tutti i pesi di tutti questi metri cubi e il risultato sara' la pressione atmosferica al livello del mare.
Qui c'e' bisogno di una:

DIGRESSIONE SULLE PRESSIONI E I VOLUMI DEI GAS

Non ti spaventare. Vedrai che i concetti piu' importanti che espongo in questa digressione gia' li hai in testa per esperienza e perche' hai ragionato - magari inconsciamente su esperienze che hai fatto.
Problema: hai un recipiente di volume v che contiene aria alla pressione p. Se fai diminuire il volume, per esempio agendo su di uno stantuffo, come cambia la pressione?
Se hai mai sgonfiato le gomme di una bicicletta o premuto sulla superficie esterna di un materassino pneumatico per farne uscire l'aria, sai bene che il volume cala e la pressione cresce. L'esperienza mostra che pressione e volume sono inversamente proporzionali: se dimezzi il volume, la pressione raddoppia. Se dimezzi la pressione, raddoppia il volume. In formule si scrive

$$p \, . \, v = \text{costante}$$

Quel che ho detto vale se la temperatura non cambia. Ma anche dei cambiamenti di temperatura hai esperienza. Misura la pressione delle gomme di un'auto che e' stata in garage al fresco. Poi mettila al sole e fai un percorso di un'ora. Potrai misurare che le gomme sono piu' calde e che la pressione e' salita. La legge che definisce come variano pressione, volume e tenperatura si chiama legge dei gas perfetti e si scrive:

$$p\ v = n\ R\ T$$

Qui p e' la pressione del gas, v e' il volume, T e' la temperatura misurata in gradi Kelvin cioe' a partire dallo zero assoluto (- 273 gradi) [quindi una temperatura ambiente di 20°C equivale a 293°K (gradi Kelvin)], R e' una costante che vale 8,314 J/°K . mole [questi sono Joule per grado assoluto e per mole]. Infine n e' il numero delle mole di gas considerate. E spieghiamo che cosa e' una mole: e' una massa che vale tanti grammi quanto e' il peso molecolare del gas considerato. Un atomo di ossigeno ha un peso atomico di 16 (circa 16 volte maggiore di quello di un atomo di idrogeno). Una molecola di ossigeno (O_2) composta da due atomi, ha un peso molecolare di 32. Dunque 32 grammi di ossigeno sono una mole di ossigeno.

Se abbiamo 64 grammi di ossigeno (2 moli) a una temperatura di 20°C (293°K), il prodotto p . v della pressione per il volume deve valere

$$2\ .\ 8{,}314\ .\ 293 = 4.872 \text{ Newton . m}$$

Se il volume e' di 0,1 m^3 (cioe' 100 litri), la pressione e'

$$p = 4.872 \text{ N m/ } 0{,}1 \text{ m}^3 = 48.720 \text{ N/m}^2$$

Se lasciamo espandere i 64 g di ossigeno a occupare 200 litri, la pressione si dimezza: scende a 24.360 N/m^2. Se li comprimiamo in modo che occupino solo 50 litri, la pressione raddoppia cioe' va a 97.440 N/m^2 . (E succedono esattamente le stesse cose, se, invece di 64 grammi di ossigeno, usiamo 56 g di azoto oppure 4 g di idrogeno - perche' questi pesi equivalgono sempre a 2 moli di quei gas).

FINE DELLA DIGRESSIONE

Torniamo, ora, alla pressione atmosferica e riprendiamo l'equazione

$$dp = \rho\, g\, dh$$

dalla quale vogliamo dedurre la legge con cui cala la densita'. dell'aria man mano che cresce la quota.

Per definizione la densita' e' il rapporto fra massa e volume:

$\rho = m/v$, da cui $v = m/\rho$

e, sostituendo questo valore di v nell'equazione $pv = n\, RT$ otteniamo:

$p = \rho\, n\, RT/m$ cioe' $dp = d\rho\, n\, RT/m = -\rho\, g\, dh$

da cui

$$d\rho/\rho = -dh/(nRT/mg)$$

Integrando i due membri si ottiene (se non ti e' chiaro, consulta un libro di matematica - magari il mio ANCHE TU MATEMATICO) e impara a fare gli integrali)

$\log \rho = -dh/(nRT/mg) + C_1$ cioe'

$$\boldsymbol{\rho = k1\, e^{-h/(nRT/mg)}}$$

I valori delle costanti che appaiono nell'equazione sono:

$R = 8{,}314$ J/°K . mole; $m = 1{,}293$ kg ;

$g = 9{,}81$ m/sec^2

$T = 273$°K - prendiamo questa temperatura (zero centigrado) come temperatura media dell'aria per tenere conto rozzamente del fatto che alle alte latitudini e in quota la temperatura si abbassa molto.

Per calcolare il numero di moli in un metro cubo alla pressione di 760 mm di mercurio (al livello del mare), ricorda che il peso di un metro cubo di aria e' 1.293 grammi, che il peso molecolare dell'ossigeno e' 32 e quello dell'azoto e' 28, che l'aria e' composta per il 79% di azoto e per il 21% di ossigeno. Dunque il numero di moli e' dato da

$$1293/(0,79 \cdot 28 + 0,21 \cdot 32) = 1293/28,84 = 44,83 = n$$

$$nRT/mg = 44,83 \cdot 8,314 \cdot 273/(1,293 \cdot 9.81) = 8021 \text{ m}$$

Per calcolare il peso della colonna d'aria di cui sopra, sommiamo allora tutti i pesi dei metri cubi di aria con la formula trovata dove k1 deve essere uguale a 1,293 kg/m^3 (la densità dell'aria a livello del mare). La formula e', quindi,

$$\rho = 1,293 / e^{(h/8021)}$$

e un programmino per eseguire il calcolo e' il seguente (in QBasic)

```
  CLEAR
  s = 1.293
  e = 2.71828182#
FOR i = 1 TO 70000
  s = s + (1.293 / (e ^ (i / 8021)))
  xx = i MOD 5000
IF (xx = 0) THEN GOTO 50 ELSE 60
50 LPRINT "p"; i; " = "; s, 1 / e ^ (i / 8021), 760 * (1 / e ^ (i / 8021))
60 NEXT i
END
```

La tabella seguente riporta i risultati ottenuti facendo girare il programmino.

Quota q sul livello del mare (in m)	**Peso colonna d' aria fino alla quota q (in kg/m^2)**	**Peso colonna aria sopra la quota q (in kg/m^2)**	**Pressione alla quota q (in Bar)**	**Pressione alla quota q (in mm Hg)**
0	0	10.369	1	760
5.000	4.812	5.557	0,535	407
10.000	7.390	2.979	0,287	218
15.000	8.773	1.596	0,153	116
20.000	9.514	855	0,082	62
25.000	9.912	457	0,044	33
30.000	10.125	184	0,017	13
35.000	10.239	130	0,012	9
40.000	10.300	69	0,006	5
45.000	10.333	36	0,003	2
50.000	10.351	18	0,001	1
55.000	10.361	8	0,0007	0,5
60.000	10.366	3	0,0002	0,15
65.000	10.369,08	~ 0		
70.000	10.369,08	~ 0		

La quarta e la quinta colonna riportano le pressioni atmosferiche alle varie quote di 5 in 5 kilometri. Va osservato che questi calcoli non sono accurati. Infatti sono basati sull'ipotesi che la temperatura dell'aria sia ovunque du zero centigradi. Come gia' accennato, non e' così e bisognerebbe introdurre nella equazione dei gas perfetti almeno le temperature piu' realistiche (- 20°C [253°K] a circa 5000 m.s.l.m., -40°C [233°K] a circa 10.000 m.s.l.m.) per migliorarli.

Pero' l'approssimazione non e' tanto cattiva e si dimostra in questo modo che non c'e' quasi piu' aria a quote superiori ai 30 km - cioe' oltre la stratosfera. (Lo aveva gia' capito Torricelli nel XVII secolo valutando in 50 miglia l'altezza dell'atmosfera). In effetti c'e' ancora abbastanza aria anche oltre i 100 km di quota da frenare i satelliti artificiali in orbite troppo basse

Oltre i 100 km di quota cominciano la ionosfera e la magnetosfera in cui si verificano aurore boreali e altri complessi fenomeni dei quali qui non ci occupiamo.

La pressione e i fluidi (Omnia munda mundis)

"Omnia munda mundis" e' latino. Significa "tutte le cose sono pure per chi e' puro". Cito questo proverbio antico perche' sto per parlare di orina - sì: di pipì.

Il problema che ti mostro come risolvere e' quello della misura della pressione entro la vescica che contiene l'urina. La misurano i medici se uno ha qualche problema (infiammazione) che rende difficile la minzione (il fare pipì). Qui illustro come eseguire questa misura con mezzi semplici. L'unico strumento che serve e' un metro.

Che cosa e' la pressione? Ne abbiamo gia' parlato a proposito delle forze ferme e della resistenza dei materiali nel Capitolo 4. Nel Capitolo 5 abbiamo visto che una pressione e' una forza divisa per una superficie e che ha le dimensioni fisiche

$$[p] = [MLT^{-2} L^{-2}] = [M L^{-1} T^{-2}]$$

L'esperienza insegna che i fluidi in generale e i liquidi in particolare trasmettono le pressioni che ci vengono applicate. Qui parliamo di fenomeni lenti (che sono i piu' semplici) e, percio', non ci poniamo il problema complesso di come si trasmettano le pressioni per mezzo di onde.

Esempio: se abbiamo un cilindro cavo (di diametro D) quasi pieno d'acqua e ci inseriamo sopra uno stantuffo che ha un peso P (in Newton), la pressione dell'acqua cresce della quantita'

$$p1 = P/(\pi D^2/4)$$

Questa e' la pressione che possiamo misurare (o calcolare) sulla superficie superiore dell'acqua che, prima dell'applicazione del peso P stava alla pressione atmosferica. Se il cilindro ha altezza H, sul fondo del cilindro la pressione e' maggiore di p1 perche' al peso P bisogna aggiungere il peso PA dell'acqua che ha densita' ρ = 1.000 kg/m^3 . La forza totale (in Newton) e'

$$PT = P + PA = P + \rho \, g \, H \, . \, \pi D^2/4$$

e la pressione totale e'

$$pT = PT/(\pi D^2/4) = P/(\pi D^2/4) + \rho \, g \, H$$

Se D = 1 m, H= 5 m e P = 100 kg = 981 N, allora

$$\pi D^2/4 = 3{,}1415/4 = 0{,}785 \text{ m}^2$$
$$\rho \, g \, H = 1.000 \; . \; 9{,}81 \; . \; 5 = 49.050 \text{ N/m}^2$$
$$p1 = 981/0{,}785 = 1.250 \text{ N/m}^2$$
$$pT = 1.250 \text{ N/m}^2 + 49.050 \text{ N/m}^2 = 50.300 \text{ N/m}^2$$

Si vede bene che la pressione di un liquido (in assenza di forze applicate sulla superficie superiore in contatto con l'atmosfera) dipende solo dalla profondita' H. Per una profondita' di 1 m e per l'acqua, la pressione e'

$$1 \text{ m} \; . \; 9{,}81 \text{ m sec}^{-2} \; . \; 1000 \text{ kg/m}^3 = 9.810 \text{ N/m}^2 = 0{,}981 \text{ N/cm}^2$$

Per una profondita' di 5 m la pressione e' 4,905 N/cm^2 che e' quella calcolata nell'esempio fatto.

Per una profondita' di 10 m la pressione e' 9,81 N/cm^2 - cioe' 1 kg/cm^2 che e' circa la stessa della pressione atmosferica. Abbiamo gia' discusso e calcolato il valore della pressione artmoserica al livello del mare. E' poi, esperienza ben nota a chi fa pesca subacquea che per ogni 10 metri di profondita' la pressione cresce di un'atmosfera. Questo fatto che la pressione cresce di 1 kg/cm^2 (9,81 N/cm^2) per ogni 10 metri che si scende sott'acqua dipende dal modo come e' stato definito il sistema metrico decimale (e ora il Sistema Internazionale).

E torniamo al problema posto inizialmente,ma, prima, risolviamone un altro: a che velocita' esce l'acqua da un buco praticato in un recipiente a una distanza verticale H dalla superficie libera superiore del recipiente? Abbiamo visto che la pressione in corrispondenza del buco e' $\rho\, g\, H$. Se il buco ha una sezione S, sull' acqua uscente agisce una forza uguale alla pressione moltiplicata per la superficie S cioe' $F = \rho\, g\, H\, S$

L'energia trasmessa all'acqua e' uguale al prodotto di questa forza per lo spostamento L, dove L e' la lunghezza del cilindro di acqua di sezione S che esce dal buco in un secondo.

$$E = F\, L = \rho\, g\, H\, S\, L$$

Questa energia fornita dalla pressione deve essere la stessa presente come energia cinetica nell'acqua che esce con una certa velocita' V, cioe' $m\, V^2/2$, dove la massa m e' quella del cilindro di sezione S e lunghezza L:

$$m = \rho\, S\, L$$

$$E = \rho\, S\, L\, V^2/2 = \rho\, g\, H\, S\, L \qquad ; \text{ da cui:}$$

$V^2/2 = g\,H$;cioe':

$V = \sqrt{(2\,g\,H)}$

Quest'ultima formula esprime la circostanza che l'acqua fuoriuscente dal foro sito H metri sotto il pelo libero dell'acqua ha una velocita' orizzontale il cui valore e' lo stesso che avrebbe la velocita' (verticale) raggiunta dall'acqua dopo essere caduta liberamente di H metri. Per convincertene, basta che controlli che l'ultima formula scritta e' identica a un'altra formula discussa in dettaglio nel Capitolo 5.

E se il buco sta a una altezza H_1 dal suolo, il getto d'acqua acqua toccchera' terra a una distanza D - ma dopo un tempo che dipende solo dall'altezza H_1. Perche? Ma perche' inizialmente la velocita' del liquido e' orizzontale. Quindi la velocita' verticale dipende solo dalla forza di gravita'. Abbiamo gia' visto che per cadere dall'altezza H_1 (con componente verticale iniziale della velocita' uguale a zero) il tempo che ci vuole e'

$t_1 = \sqrt{(2\,H_1/g)}$

e in questo tempo alla velocita' di uscita V lo spazio percorso e' la distanza orizzontale D gia' detta - che andiamo a misurare. Se. dunque, il liquido (sì, l'orina) ha percorso uno spazio D in un tempo t_1, che abbiamo gia' calcolato, la sua velocita' iniziale era

$V = \sqrt{(2\,g\,H)}$ e' anche $V = D/t_1$

da cui

$$H = D^2/(t_1^2 \cdot 2 \cdot g)$$

E torniamo al calcolo della pressione nella vescica urinaria. Consideriamo un uomo (maschio, per ragioni ovvie) che fa pipì orizzontalmente in modo che il getto arriva a terra a distanza D dal foro di uscita e misuriamo l'altezza H_1 del punto di uscita del getto. Con le formule precedenti calcoliamo ora il tempo t1 in funzione di H_1. Se H_1 = 1,1 metri, allora

$$t_1 = \sqrt{(2{,}2/9{,}81)} = \sqrt{0{,}224} = 0{,}473 \text{ sec}$$

Se D e' 1,5 metri, allora la velocita' iniziale del getto (che resta circa costante) e'

$$V = D/t_1 = 1{,}5/0{,}473 = 3{,}17 \text{ m/s}$$

e da questo valore calcoliamo l'altezza equivalente H dell'acqua che causerebbe quella velocita'

$$H = V^2/2g = (3{,}17)^2/2g = 0{,}51 \text{ m}$$

La pressione, quindi, e' 1/20 di atmosfera -- cioe' 1/20 di 98.100 N/m^2, cioe' 4.905 N/m^2.

Quella calcolata, pero', e' la pressione all'uscita. In effetti il liquido incontra resistenza nel passaggio attraverso prostata e uretra e così perde pressione. La pressione all'interno della vescica sara' piu' alta. Non e' facile da calcolare e non approfondiamo ulteriormente l'argomento.

Le tre forme di energia dei fluidi

Nel capitolo precedente avevamo visto che l'energia meccanica si puo' immagazzinare come energia potenziale e si puo' trasformare, poi, in energia cinetica. Questa, a sua volta, si puo' trasformare di nuovo in energia potenziale. E' quello che facciamo quando andiamo in bicicletta giu' per una forte discesa che sia seguita da una salita. Aumentiamo la nostra velocita' per quanto possibile in modo che possiamo fare senza sforzo almeno la prima parte della salita seguente. Quando tutta l'energia cinetica si e' trasformata in potenziale, dobbiamo pedalare per continuare a salire.

Con i fluidi (e con l'acqua in particolare) succede la stessa cosa, ma abbiamo in piu' l'energia immagazzinata come pressione, che abbiamo discusso nel paragrafo precedente.

L'energia totale di un fluido che scorra in un tubo di sezione costante S si puo' scrivere, percio', riferendoci a un tratto di tubo di lunghezza L:

$$E = \rho\, g\, S\, L\, h + p\, S\, L + \rho\, S\, L\, V^2/2$$

Se non ci fossero attriti e non venisse trasmessa energia dal fluido ad altri corpi, l'energia del fluido sarebbe costante. E' questa una delle situazioni in cui vediamo che l'energia si conserva: si puo' trasformare da una forma a un'altra, ma non si crea, ne' si distrugge.

In realta' gli attriti ci sono e un fluido che passa per un tubo (come abbiamo detto nella sezioie precedente) perde energia che viene trasformata in calore. Il calore e' poco ed e' difficile da misurare, ma la pressione del fluido diminuisce tanto piu' rapidamente quanto piu' piccolo e' il diametro del tubo. Lo si vede bene quando realizziamo un impianto idraulico. Se vogliamo portare l'acqua a grande distanza, dobbiamo usare tubi di sezione piu' grande. Altrimenti quando i rubinetti sono chiusi la pressione e' alta. Appena apriamo un rubinetto il getto sembra soddisfacente, ma, quando l'acqua si mette in moto si perde pressione e resta solo un filo d'acqua.

L'attrito dei fluidi e' notoriamente molto minore di quello dei solidi. E' per questo che si usano i lubrificanti: le pellicole di olio fra superfici solide diminuiscono molto l'attrito. Anche qui l'esperienza diretta e' nota: spingere un oggetto pesante senza ruote e' faticoso (i nostri antenati preistorici cominciarono a metterci sotto dei rulli e poi inventarono le ruote). E' meno faticoso spingere un veicolo con ruote. E' ancora meno faticoso spingere un barcone che galleggia. Pero' l'acqua in un tubo incontra un attrito (una resistenza che si oppone al moto) che cresce proporzionalmente alla lunghezza del tubo. Ricordiamocene: ci servira' per stabilire un'analogia con i flussi delle correnti elettriche e le resistenze che incontrano.

Basta qui spiegare qualitativamente il fenomeno. Per fare i calcoli giusti si usano manuali appositi che danno le perdita di pressione per ogni diametro, materiale e condizioni del tubo e per ogni portata.

Adesso, invece, vediamo come si calcolano la potenza e l'energia ottenibili da un serbatoio (un lago) sito a una certa altezza rispetto al punto in cui si puo' installare una centrale idroelettrica.

Supponiamo di avere un serbatoio d'acqua (un lago artificiale ad esempio) a 500 metri di quota sopra una pianura dove vogliamo installare una centrale idroelettrica. Ogni metro cubo d'acqua pesa 1000 kg (9810 Newton) e scendendo di 500 m produce 4.905.000 Joule.

Abbiamo visto nel capitolo precedente che 1 kWh = 3.600.000 J. Dunque un metro cubo che scende di 500 m, produce

4.905.000 Joule/(3.600.000 Joule/kWh) = 1,36 kWh

In effetti ne puo' produrre di meno perche', come sempre, una parte dell'energia va persa in attriti. Se trasformiamo l'energia meccanica ottenuta in energia elettrica (usando una turbìna e un alternatore), un'altra porzione dell'energia originaria va persa nella turbina (per attriti) e nell'alternatore (per perdite elettriche, dovute a riscaldamento come vedremo piu' avanti).

E vedi come la stessa cosa si puo' calcolare in modi diversi.

La pressione al piede della montagna e' di 50 volte 1 kg/cm^2 (perche' l'altezza e' 500 m e ogni 10 m c'e' un'atmosfera in piu'), cioe' di 50 kg/ cm^2 (equivalenti a 500.000 kg/m^2 cioe' a 4.905.000 N/m^2).

Questa pressione si puo' trasformare nella velocita' cinetica di un getto d'acqua alla velocita' V che, come abbiamo visto, e' la stessa velocita' che l'acqua avrebbe acquisito cadendo liberamente per 500 m, cioe'

$$V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \, . \, 9{,}81 \, . \, 500} = \sqrt{9.810} = 99 \text{ m/s}$$

L'energia cinetica di 1 kg d'acqua a questa velocita' e'

$$E = ½ \, m \, V^2 = 9.810/2 = 4.905 \text{ J}$$

L'energia cinetica di 1000 kg d'acqua (cioe' di 1 metro cubo) e' mille volte maggiore, cioe' 4.905.000 Joule che e' la stessa gia' calcolata alla pagina precedente. Questo potente schizzo d'acqua (a 360 km/h) va a sbattere sulla ruota di una turbina e la fa girare. L'asse della turbina e' solidale all'asse di un alternatore che produce energia elettrica: tanta di piu', quanto maggiore e' la portata dei tubi.

CAPITOLO 8

Il Secondo Principio della Termodinamica

1832 - anno funesto

Anno funesto per la scienza - in Francia e nel mondo - il 1832.

Morirono due giovani scienziati che avevano fatto scoperte epocali. Se fossero vissuti ancora qualche anno, probabilmente avrebbero trovato altre cose nuove e oggi il mondo sarebbe diverso e migliore.

Il 31 maggio 1832, in un duello motivato da una futile lite per una ragazzetta, moriva a 21 anni Evariste Galois, matematico. Lascio' solo 60 pagine scritte, nelle quali aveva fondato l'algebra astratta. Alcuni dei teoremi di cui non ebbe il tempo di svolgere la dimostrazione, non sono stati ancora dimostrati. Si tratta di teorie complicate, tanto che non le ho nemmeno citate nel mio libretto ANCHE TU MATEMATICO.

Il 26 agosto 1832 morì di colera, a 36 anni, Sadi Carnot, l'ingegnere militare francese che scoprì il secondo principio della termodinamica. E' una teoria che ha lasciato il segno su tutta la fisica. Carnot scrisse un solo libretto "Considérations sur la puissance motrice du feu et sur les machines pour la produire" - e questo e' immortale.

In questo capitolo parlo di quello che ha capito Carnot e poi descrivo che cosa sia l'entropia, una grandezza importante di cui spesso si scrive in modo confuso.

Perche' si chiamano "princìpi"

In italiano si chiamano "principi" della termodinamica. In inglese normalmente si chiamano "leggi" (laws) della termodinamica. Non fa molta differenza il termine che si usa. Si tratta in ogni caso di teorie dedotte da osservazioni e da esperimenti: non sono dimostrabili, ma spiegano molto bene i fatti osservati.

Alcuni filosofi della scienza arguiscono che le cosi' dette leggi fisiche sono paradigmi o addirittura scelte linguistiche (modi di esprimersi) degli scienziati. Certi scienziati sostengono, invece, che i filosofi della scienza sono irrilevanti. Secondo loro, questi filosofi farebbero molto poco per la scienza - come gli ornitologi, in genere, fanno poco per gli uccelli.
Lasciamo, dunque le questioni di parole e definizioni.

Il secondo principio della termodinamica

Il secondo principio della termodinamica asserisce che non e' possibile:

- trasmettere il calore da un corpo piu' freddo (cioe' a temperatura piu' bassa) ad un corpo a temperatura piu' alta - lasciando immutato tutto il resto
- invertire l'attrito, cioe' recuperare integralmente il calore sviluppato dagli attriti e trasformarlo di nuovo in lavoro meccanico
- produrre lavoro meccanico sfruttando calore disponibile a una sola temperatura (si produce lavoro solo sfruttando un salto fra due temperature diverse). Se gradatamente in una regione dell'universo i corpi piu' caldi scaldassero quelli piu' freddi e si equilibrassero tutte le temperature a un valore unico, non sarebbe piu' possibile produrre energia di origine termica. Questa situazione e' stata chiamata "morte termica".

Sadi Carnot dava per scontato che sia impossibile realizzare una macchina che produca lavoro meccanico (energia) dal nulla, cioe' non credeva (giustamente) al "moto perpetuo".

Poi ragiono' piu' o meno, così. Una macchina puramente meccanica, mossa ad esempio, dalla forza di un uomo dissipa un'energia minima se funziona vicino all'equilibrio. Se spingi una delle sue ruote a girare in uno dei due sensi, ruota lentamente. Se spingi in senso opposto, torna indietro. Si riproduce la condizione iniziale: niente cambia e non si e' dissipata quasi energia. Le due trasformazioni (ruota in avanti - ruota indietro) sono reversibili: da ciascuna passi facilmente all'altra. La macchina, pero', e' davvero reversibile se e' priva di attriti, perchè allora non c'e' nessuna perdita e non si sviluppa calore. E' una macchina ideale, non reale.

Ma Carnot studiava le macchine termiche nelle quali il calore del fuoco si trasformava in potenza motrice. Allora penso' che anche nelle macchine termiche (le macchine a vapore primordiali dei suoi tempi) le trasformazioni reversibili dovevano essere quelle a cui corrispondono dissipazioni di quantita' minime di energia, cioe' rendimenti piu' alti.

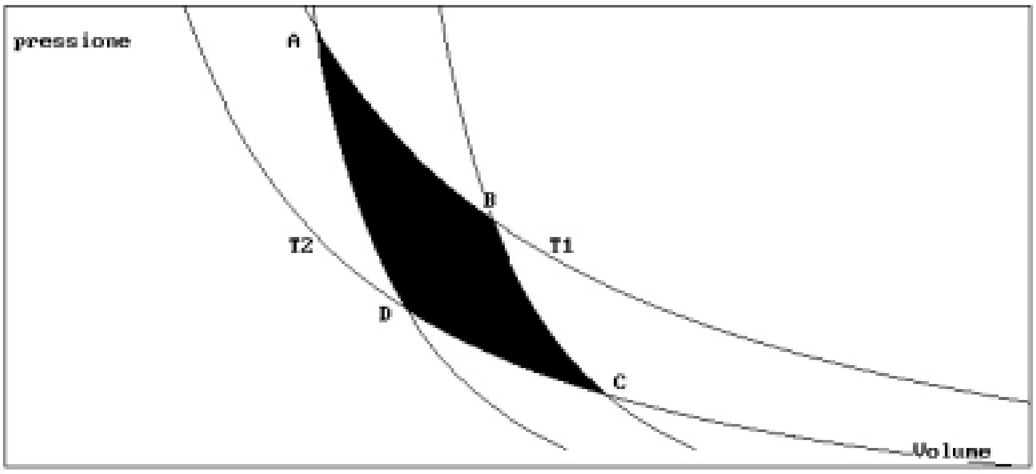
E come si puo' trasmettere calore in modo reversibile? Ma: rendendo minima la differenza di temperatura fra il corpo che trasmette calore e il corpo che lo riceve. Infatti, se questa differenza e' piccolissima, basta alzare appena appena la temperatura del corpo che riceve calore perche' la trasmissione avvenga in senso opposto. La situazione e' del tutto analoga a quella della ruota che gira in un senso e, invertendo la leggerissima spinta, gira in senso opposto.

Così Carnot immagino' un gas perfetto [come quelli di cui parlavo nel Capitolo 7, per i quali la pressione p, il volume v e la temperatura T sono legate dalla relazione $p\ v = n\ R\ T$ (vedi Capitolo 7)] che ricevesse calore a una temperatura costante T_1 da una sorgente di calore che si trovasse a una temperatura appena appena piu' alta di T_1. A tutti gli effetti, questa trasmissione di calore avviene alla temperatura T_1. Possiamo rappresentarla su un diagramma cartesiano che abbia i volumi del gas in ascisse e le pressioni in ordinate. L'equazione della curva (che esprime la legge generale dei gas perfetti - gia' vista nella Digressione del Capitolo 7) e'

$p\ v = n\ R\ T_1$,   che e' costante, dato che T_1 e' costante.

La curva, percio', e' un'iperbole e la trasformazione del gas e' rappresentata dal tratto che va dai valori iniziali p_A, v_A (rappresentati dal punto A in Figura 1) ai valori p_B v_B (rappresentati dal punto B). Chiamiamo Q_1 la quantita' di calore assorbita dal gas. Il lavoro meccanico compiuto dal gas e' uguale alla somma dei prodotti dei successivi valori di pressione per le variazioni di volume.

[Vedremo fra qualche pagina che il gas deve cedere calore a una temperatura T_2 piu' bassa di T_1. Qui riporto ragionamenti e formule: chi volesse saltarli, puo' saltare le pagine da qui fino al prossimo pezzo in grassetto fra qualche pagina - ma sarebbe un peccato!]



L'area piena misura il lavoro utile
Fig.1 - DIAGRAMMA PRESSIONE-VOLUME DEL CICLO DI CARNOT

In formule il lavoro e' dato dall'integrale che segue [come e perche' un integrale misuri l'area di un diagramma, l'ho raccontato nel mio libretto ANCHE TU MATEMATICO].

$$W = \int_A^B p\, dv$$

La trasformazione del gas da A a B avviene a temperatura costante: dunque non ne varia l'energia interna e (per il primo principio della termodinamica espresso dall'equazione nella seconda sezione del Capitolo 6) deve essere

$W_1 = Q_1$ (dove il calore Q_1 viene dato al gas e non sottratto).

Inseriamo nell'integrale, al posto di p, il suo valore dato dalla prima equazione della legge dei gas perfetti

$p = n\, R\, T_1/v$ e si ottiene, allora, (accettando per fede che l'integrale di dv/v e' uguale al logaritmo naturale di v):

$$Q_1 = n\, R\, T_1 \ln (v_B/v_A)$$

Arrivati alla situazione rappresentata dal punto B, facciamo espandere ancora il gas, ma senza trasmettergli calore e senza sottrarglielo. Le trasformazioni in cui non c'e' trasmissione di calore si chiamano "adiabatiche". Piu' importante della parola usata e' il fatto che pressione p e volume v in una trasformazione adiabatica sono legati dalla relazione

$$p\, v^{\gamma} = \text{costante.}$$

Dove γ e' una costante maggiore di 1 (diciamo che valga circa 1,4). Questa ulteriore espansione porta il gas ad assumere il volume v_C e la pressione p_C - situazione rappresentata dal punto C. Quando un gas si espande e, intanto, non viene scaldato, notoriamente si raffredda (e' quel che succede quando soffiamo sulla minestra per raffreddarla). La temperatura del gas perfetto, passando da B a C, scendera' al valore T_2.

Nel passaggio da B a C vale l'ultima equazione scritta per cui:

$$p_B\, v_B^{\gamma} = p_C\, v_C^{\gamma}$$

Questa equazione si puo' scrivere così:

$$(p_B\, v_B)\, v_B^{\gamma-1} = (p_C\, v_C)\, v_C^{\gamma-1}$$

Sostituiamo ai prodotti (p v) i valori dati dall'equazione che esprime la legge dei gas perfetti e otteniamo:

$$n\, R\, T_1 \,.\, v_B^{\gamma-1} = n\, R\, T_2 \,.\, v_C^{\gamma-1} \quad \text{da cui:} \quad T_1 \,.\, v_B^{\gamma-1} = T_2 \,.\, v_C^{\gamma-1}$$

Ora mettiamo in contatto il gas con un altro corpo che si trovi a una temperatura appena appena inferiore a T2. Il gas cede una quantita' di calore Q_2 e diminuisce il suo volume, mentre la sua pressione sale. Questa trasformazione avviene a temperatura costante T_2 (e' una isoterma come quella da A a B) e nel diagramma di Figura 1 e' rappresentata dal tratto di iperbole C-D. Ora dobbiamo fornire un lavoro W_2 per comprimere il gas, al quale sottraiamo il calore Q_2. Le cose vanno in modo del tutto simile (ma invertito) rispetto a quelle gia' descritte nel passaggio da A a B.

Il lavoro W_2 e' misurato dall' area compresa fra il tratto di iperbole CD, le due rette verticali congiungenti i punti C e D all'asse delle ascisse e il tratto dell'asse delle ascisse compreso fra queste due intersezioni.

In formule il lavoro e' dato dall'integrale

$$W = \int_C^D p \, dv$$

La trasformazione del gas da C a D avviene a temperatura costante: dunque non varia l'energia interna del gas e (per il primo principio della termodinamica espresso dall'equazione gia' ricordata) deve essere

$$W_2 = Q_2.$$

Inseriamo nell'integrale, al posto di p, il suo valore espresso in funzione della temperatura assoluta e del volume:

$p = n\,R\,T_2/v$ e si ottiene, allora:

$Q_2 = n\,R\,T_2 \, \ln (v_C/v_D)$ del tutto simile all'equazione

$Q_1 = n\,R\,T_1 \, \ln (v_B/v_A)$

e, dividendo quest'ultima per la precedente:

$$Q_1/Q_2 = T_1 \, \ln (v_B/v_A)/ T_2 \, \ln (v_C/v_D)$$

Arrivati alla situazione rappresentata dal punto D, comprimiamo di nuovo il gas, ma senza trasmettergli calore e senza sottrarglielo. Sul diagramma torniamo dal punto D al punto iniziale A e, ripetendo considerazioni del tutto simili a quelle gia' fatte, otteniamo per il passaggio da D ad A la relazione

$$T_1 \,.\, v_A^{\gamma-1} = T_2 \,.\, v_D^{\gamma-1}$$

e se dividiamo per questa, membro a membro, l'equazione gia' vista:

$$T_1 \cdot v_B^{\gamma-1} = T_2 \cdot v_C^{\gamma-1}$$, otteniamo:

$$v_B/v_A = v_C/v_D$$

E, infine, l'ultima equazione della pagina precedente diventa semplicemente:

$$Q_1/Q_2 = T_1/T_2$$

ed esprime il fatto che il rapporto fra il calore dato al gas alla temperatura T_1 e il calore sottrattogli alla temperatura T_2 e' uguale al rapporto fra la temperatura T_1 e la temperatura T_2. E se ne deduce la ovvia relazione:

$$Q_2/Q_1 = T_2/T_1$$

E vediamo, ora, finalmente a che cosa ci servono tutti questi ragionamenti e questi passaggi.

Il lavoro utile prodotto dalla macchina che segue il ciclo descritto e' uguale alla somma algebrica dei lavori nei 4 tratti di cui e' composto il ciclo rappresentato in Figura 1. Dunque il lavoro netto e' misurato dall'area racchiusa dal diagramma del ciclo stesso e, in formule, e' dato da

$$W = Q_1 - Q_2$$

Il rendimento η, per definizione, e' uguale al lavoro utile ($Q_1 - Q_2$) diviso per la quantita' di calore Q_1 fornita dalla fonte di calore a temperatura T_1:

$\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1 = 1 - (Q_2/Q_1)$

Ma abbiamo appena dimostrato che per una macchina reversibile e'

$\mathbf{Q_2/Q_1 = T_2/T_1}$

dunque:

$\boldsymbol{\eta = 1 - (T_2/T_1) = \eta_{max}}$

Questa formula e' fondamentale. Esprime il rendimento massimo ottenibile dalla migliore macchina termica immaginabile: una macchina reversibile - che in natura non esiste. Un rendimento piu' alto di questo non si puo' ottenere neanche ricorrendo agli accorgimenti costruttivi piu' astuti, neanche impiegando gas curiosi, invece del vapore acqueo che e' il piu' normale. Nella formula le temperature T sono temperature assolute: i gradi sono come quelli della scala centigrada (o Celsius) ma partono da 273°C sotto lo zero centigrado.

E facciamo qualche esempio. La temperatura bassa T_2 sara' normalmente quella dell'acqua di raffreddamento del condensatore di una macchina a vapore. Converrebbe che fosse molto bassa, ma, nei climi temperati (nei quali si svolge la maggioranza delle attivita' umane) per una macchina che funziona estate e inverno potremo contare su acqua di raffreddamento che stia a circa 17°C -- i quali corrispondono a 290°K (gradi assoluti). E vediamo nella tabella seguente i rendimenti ottenibili con temperature alte fino a quelle delle fiamme di idrogeno e ossigeno (2000°C).

Temperatura alta (gradi assoluti)	Rendimento massimo teorico
750°K	60%
1250°K	76%
1750°K	83%
2250°K	87%

Rendimenti con temperatura bassa T_2 di 17°C

Fino a pochi anni fa i rendimenti massimi nella trasformazione di energia termica in meccanica superavano di poco il 40%. Oggi si arriva quasi al 60% in centrali termoelettriche a cicli combinati, nelle quali i gas di scarico di turbine a gas si sfruttano per riscaldare alla temperatura di circa 500°C il vapore che si espande in turbine a vapore. Sia le turbine a gas, sia quelle a vapore trasformano calore in energia meccanica.

Entropia

La seconda equazione della pagina precedente si trasforma facilmente in:

$$\mathbf{Q_1/T_1 = Q_2/T_2}$$

e questa e' un'equazione fondamentale. L'abbiamo dedotta da quello che succede quando una macchina termica (che trasforma calore in lavoro meccanico) e' reversibile cioe' senza attriti e senza perdite. E questa e' proprio la condizione vitale: quando non cambia il rapporto Q/T fra calore trasmesso e la temperatura assoluta a cui viene trasmesso - allora le condizioni sono ideali e il rendimento e' massimo.

Se accade, invece, che il rapporto Q/T misurato alla temperatura T_2 e' maggiore di quello misurato alla temperatura T_1, cioe':

$\mathbf{Q_2/T_2 > Q_1/T_1}$ questo vuol dire che

$\mathbf{Q_2/Q_1 > T_2/T_1}$

allora

$$\eta = 1 - (Q_2/Q_1) < \mathbf{(1 - (T_2/T_1)) = \eta_{max}}$$

cioe' il rendimento della macchina che stiamo considerando, che e' per definizione $\eta = 1 - (Q_2/Q_1)$, e' minore del rendimento massimo teorico $\mathbf{(1 - (T_2/T_1))}$.

A questo rapporto S = Q/T Rudolf Clausius diede il nome di entropia (che in greco vuol dire trasformazione). La conclusione e' che in un sistema chiuso (cioe' che non ha rapporti con l'esterno) l'energia e' costante, mentre l'entropia cresce sempre, dato che i fenomeni di cui ci occupiamo sono irreversibili, avvengono nel mondo reale e comportano perdite che diminuiscono i rendimenti.

Qui c'e' qualche cosa di nettamente nuovo nel modo in cui capiamo il mondo. L'equazione fondamentale della meccanica di Newton (F = m a) e' invertibile. Che vuol dire? Ma significa che, se inverto il verso di una forza applicata a un corpo materiale, cambia la direzione della accelerazione - cioe' la velocita' del corpo subisce una variazione inversa rispetto a quella calcolata prima.

Quando ci occupiamo di termodinamica: NO. Non possiamo invertire il segno di una variabile e invertire la direzione in cui si svolge un fenomeno. Infatti l'energia resta costante, ma l'entropia cresce sempre -- e non si puo' tornare indietro. Tutto il processo e' unidirezionale: punta in una direzione - proprio come la freccia del tempo che nessuno e' mai riuscito a invertire.

Attenti ora! Qui parto con una diversa definizione dell'entropia: rassegnati - il resto del capitolo non e' facile. Anzi e' tanto difficile che non ti devi impressionare se non lo capisci. Prova a dargli ugualmente un'occhiata perche' serve a sfiorare almeno certe idee che sono rilevanti anche per l'informatica. Percio' la cosa ti riguarda da vicino, se i tuoi interessi non sono diretti verso le turbine a vapore, ma verso il software. Nell'ultima sezione di questo capitolo racconto che cosa si intenda per entropia quando si parla di informazione e di comunicazione.

Dunque: nel 1880 Ludwig Boltzmann provo' ad analizzare il calore come se fosse un fenomeno statistico. Così formulo' di nuovo il concetto di entropia basandosi sulla considerazione di tutti i possibili stati microscopici delle particelle in un sistema termodinamico. Boltzmann definì l'entropia come:

$$\mathbf{S = k \log W},$$

dove $k = 1.38\ 10^{-23}$ J/°K e' la costante di Boltzmann (cioè il rapporto fra la costante dei gas R (che vale 8,314 J/°K) e il numero di Avogadro, che e' il numero di molecole contenute in una mole di un qualunque elemento e vale $6{,}023\ 10^{23}$). Nella formula di Boltzmann W e' il numero di possibili micro-stati che corrispondono a un certo macro-stato ovvero e' la probabilita' che quel macro-stato si verifichi. Da queste affermazioni (rozze e imprecise) si deduce almeno che entropia e probabilita' di un certo stato termodinamico variano nello stesso senso. L'entropia cresce, se cresce la probabilita'. Per un sistema chiuso e' inevitabile (cioe' estremamente [quasi infinitamente!] probabile) che l'entropia cresca - mentre l'energia resta costante. L'entropia e' massima se tutti i micro-stati hanno la stessa probabilita'. Questo stesso concetto si puo' esprimere dicendo (sempre rozzamente) che entropia e' sinonimo di disordine.

Qui comincio a parlare per analogie, senza formule e senza nessuna pretesa di rigore. Prego, allora, i fisici veri o, in genere, chi ne sa gia' abbastanza di saltare la parte finale di questa sezione e di riprendere dalla sezione seguente.

Si puo' sostenere che la tendenza al disordine sia una delle manifestazioni del secondo principio della termodinamica. Come dicevo all'inizio del capitolo, questo principio afferma che le perdite (ad esempio in attriti) non si recuperano piu'. Non si trasmette calore da un corpo freddo a uno caldo (tranne il caso delle pompe di calore che vedremo nella sezione seguente) e, quando si trasmette da un corpo caldo a uno freddo, si puo' produrre lavoro meccanico, ma, comunque, si finisce in una situazione in cui una certa quantita' di materia si e' raffreddata e un'altra certa quantita' di materia si e' scaldata. La situazione finale, cioe', e' piu' disordinata di quella iniziale. Caldo e freddo si sono mischiati e hanno prodotto temperature intermedie. L'entropia e' cresciuta.

L'entropia diminuirebbe, invece, se le molecole di un gas alla temperatura di 27°C (300°K) si separassero da sole entro un recipiente, concentrando a destra la meta' delle molecole (quelle piu' veloci) che avrebbero una temperatura di 500°K e a sinistra l'altra meta' (quelle piu' lente) che avrebbero una temperatura di 100°K. A questo punto si potrebbe sfruttare il salto termico prodotto per caso e il rendimento massimo teorico ottenibile sarebbe

$$\boldsymbol{\eta_{max} = 1 - (T_2/T_1) = 1 - 100/500 = 80\%}$$

Se cose come queste accadessero davvero, potremmo avere energia gratis. Non e' così: l'energia gratis non si produce. Pero' il fisico britannico James

C. Maxwell oltre 100 anni fa invento' una situazione in cui il secondo principio viene violato. Descrisse un recipiente pieno di un certo gas. Le molecole del gas sono in disordine: alcune sono veloci e altre piu' lente. Allora dividiamo in due il recipiente con una parete e pratichiamoci un buco che si puo' chiudere o aprire per mezzo di una saracinesca. Questa viene comandata da un diavoletto, il quale guarda le molecole che viaggiano e apre la saracinesca alle molecole veloci che vanno verso destra e a quelle lente che vanno verso sinistra. La chiude invece a quelle lente che vanno verso destra e a quelle veloci che vanno verso sinistra. Man mano che passa il tempo, tutte le molecole veloci staranno a destra - e quella meta' di gas sara' a temperatura alta. Tutte le molecole lente staranno a sinistra e quella meta' di gas sara' a temperatura bassa. Il secondo principio e' contraddetto.

La soluzione di questo paradosso fu trovata solo negli anni Trenta dal fisico Leo Szilard: per distinguere le molecole veloci da quelle lente, il diavoletto le deve vedere. A questo scopo deve bombardarle con fotoni, se no sta al buio e non le distingue. Questa attivita' di monitoraggio e quella di aprire e chiudere la saracinesca assorbono energia - e fanno crescere l'entropia almeno di quanto diminuisce a causa della separazione delle molecole lente da quelle veloci. Infatti anche il diavoletto fa parte del sistema.

Non c'e' paradosso, dunque, e - incidentalmente i diavoletti non esistono.

Le pompe di calore - e i frigoriferi

Ho ripetuto piu' volte che il calore non puo' essere trasmesso da un corpo freddo a un corpo piu' caldo **- lasciando immutato tutto il resto.**

Per spiegare meglio che cosa significhi questa affermazione, possiamo fare l'esempio dei frigoriferi e delle pompe di calore. Queste sono purtroppo poco diffuse in Italia - e sarebbe molto vantaggioso che fossero usate su scala maggiore.

Cominciamo a descrivere come funziona il frigo che hai in casa. Saprai che nel frigo c'e' un compressore: questo comprime un certo gas che, quindi, si riscalda. Si tratta di una trasformazione da una temperatura T_2 a una temperatura piu' alta T_1- come quella che nel diagramma in Figura 1 va dal punto D al punto A. Ora che il gas e' a temperatura alta, passa per un radiatore (va a guardare: sta sul retro del frigo) e in questo modo cede calore all'ambiente e si raffredda [ma nel caso ideale del ciclo di Carnot (reversibile) cede calore sempre alla temperatura T_1 - come nella trasformazione da A a B nella figura]. A questo punto viene fatto espandere e la sua temperatura scende di molto: va sotto zero. Ora alla temperatura bassa assorbe calore dall'aria e dalle cose che stanno all'interno del frigo e le raffredda [la trasformazione e' del tipo di quella che va da C a D in figura]. A questo punto il gas va di nuovo al compressore che lo comprime e lo riscalda. In questo modo si riesce a far passare calore dall'interno del frigo, che sta a temperatura molto bassa, all'aria della stanza che contiene il frigo e che sta a temperatura piu' alta. Ci si riesce perche' il resto non e' rimasto immutato. Infatti abbiamo fornito al sistema una certa quantita' di energia meccanica per mezzo del motore elettrico che aziona il compressore.

Il processo descritto non ci fa molta impressione perche' il frigo e' un arnese che conosciamo bene: ce lo aspettiamo che funzioni così. Invece le pompe di calore ci sembrano piu' paradossali perche' scaldano le nostre case sottraendo calore al mondo esterno, cioe' al terreno intorno alla casa che magari sta soltanto a due gradi sopra zero. Ma anche loro funzionano nello stesso modo: come un frigo invertito. Il gas viene compresso dal compressore quando ha scambiato calore con l'ambiente esterno e da 2°C va a 55°C. Poi da' calore a casa tua, che sta a circa 19°C e si raffredda - diciamo a 35°C. Allora viene fatto espandere - e scende a 10°C sotto zero. Così viene scaldato dal terreno che sta a +2°C e poi viene di nuovo compresso e torna a 55°C.

Per ogni kWh di energia fornita al compressore, la pompa di calore ci fornisce circa 2 kWh di calore. Conviene: il rendimento e' ben piu' alto di quello di una stufa elettrica.

L'entropia e l'informazione

E concludiamo con l'uso che si fa del concetto di entropia nella teoria dell'informazione. Pare che l'idea di usare il termine "entropia" fu suggerito a Claude Shannon (il padre della teoria dell'informazione) da John von Neumann, il famoso matematico. Von Neumann gli avrebbe detto:
"Usa questo termine, così la tua teoria verra' discussa da tanta gente che non capisce affatto che cosa significhi."
La formula originaria trovata da Shannon, era quella che definiva il contenuto informativo H di un messaggio costituito da sequenze di i simboli diversi. Le probabilita' empiriche (sperimentali) p_i di trovare in un messaggio ciascuno degli i simboli sono diverse e il contenuto informativo del messaggio e' dato da:

$$S = -\Sigma_i\, p_i .\, \log_2 (p_i)$$

(dove il segno - e' dovuto al fatto che i logaritmi delle probabilita' sono negativi, poiche' le probabilita' sono minori di 1. [Infatti 1 rappresenta la certezza: e' la somma di tutte le probabilita' singole - corrisponde al 100%]).
Perche' nella formula c'e' il logaritmo in base 2 di p_i ? Perche' misura il contenuto informativo della parte del messaggio costituita dal simbolo i che si presenta con la probabilita' p_i. Vediamo perche'.
La probabilita' p_i corrisponde a un certo numero di eventualita'. Il modo piu' semplice per misurare quante siano e' determinare quante scelte del tipo SI/NO si debbano fare per individuarne una. Ogni scelta di tipo SI/NO corrisponde a una cifra binaria o bit (che puo' valere 1 oppure 0). Il $\log_2 (p_i)$

e' proprio il numero di bit necessario a individuare una fra le eventualita' considerate. Infatti e' l'esponente da dare a 2 per ottenere p_i .

Se e' $p_i = 0,5$ allora $\log_2 (p_i) = -1$ (infatti $2^{-1} = 1/2$)

Se e' $p_i = 0,125$ allora $\log_2 (p_i) = -3$ (infatti $2^{-3} = 1/8$)

Ora l'ultima formula scritta somiglia molto a quella di Boltzmann gia' vista sopra. Da qui l'idea di parlare di entropia di un messaggio. La teoria delle informazioni insegna che un messaggio e' tanto piu' informativo, quanto meno e' probabile. Ricordiamo che l'entropia e' in certo senso una misura del disordine: se le molecole di un gas o le lettere che compongono un messaggio scritto sono disposte in modo disordinato - a caso - ogni gruppo di esse avra' le stesse caratteristiche. Nel caso di messaggi costruiti con un certo numero di simboli, la situazione piu' disordinata e' quella in cui tutti i simboli hanno la stessa probabilita' di presentarsi e, in pratica, li incontriamo con la stessa frequenza. Facciamo l'esempio quantitativo di un alfabeto composto da 10 simboli diversi. Se questi hanno la stessa probabilita', l'ultima formula scritta diventa

$$S = - \Sigma_i \; 0,1 \log_2 (0,1) = 10 \, . \, 0,1 \, . \, 3,321928 = 3,321928 \text{ bit}$$

La tabella seguente riporta le entropie (in bit) anche per i casi in cui uno dei simboli abbia probabilita' 0,5 e gli altri 9 probabilita' 0,055555... oppure uno probabilita' 0,91 e gli altri 0,01 - oppure uno probabilita' 0,991 e gli altri 0,001.

Distribuzione delle probabilita'	**Entropia in bit**
10 simboli con p = 0,1	3,321
1 simbolo p =0,5 e 9 con p= 0,05555	2,584
1 simbolo p =0,91 e 9 con p= 0,01	0,722
1 simbolo p =0,991 e 9 con p= 0,001	0,102

La tabella seguente riporta le frequenze con cui incontriamo le 21 lettere dell'alfabeto italiano (omettiamo j, k, w, x ed y che sono rare) in un testo italiano qualsiasi. La probabilita' di trovare ciascuna lettera e' grosso modo uguale alla frequenza data dalla tabella.

Lettera	**Frequenza**
E	0,126
I	0,116
A	0,104
O	0,087
R	0,067
L	0,066
N	0,065
T	0,061
S	0,060
C	0,043
D	0,038
P	0,032
U	0,030
M	0,026
G	0,020
V	0,015
H	0,011
B	0,010
Z	0,009
F	0,007
Q	0,006

Se calcoliamo l'entropia informatica di un testo italiano medio usando i 21 valori di p_i dati dall'ultima tabella (moltiplicandoli per i loro logaritmi e sommando i risultati) otteniamo 3,97 bit. Se ricalcoliamo l'entropia su parecchi testi diversi, troviamo valori che oscillano un po' in su e in giù attorno a questo valore.

Se, invece, le 21 lettere dell'alfabeto si incontrassero tutte con la stessa frequenza, la p_i avrebbe il valore 1/21 = 0,047619 e l'entropia varrebbe

$$S = 21 \,.\, 0{,}047619 \,.\, \log_2 (0{,}047619) = 4{,}39 \text{ bit}$$

La digressione dalla fisica all'informatica e' stata un po' lunga, ma forse ne valeva la pena. Infatti il termine "entropia" viene usato spesso in modo metaforico da biologi, sociologi, economisti e ambientalisti. Credo che sia meglio usarlo solo quando abbiamo abbastanza dati da poterne calcolare davvero il valore.

CAPITOLO 9

Elettricita'

"Che cosa e' l'elettricita'?" - chiese il vecchio professore con tono severo.

Il giovane esaminando era confuso: " Be' ... l'elettricita' si potrebbe definire come una forma di energia. Pero' la definizione esatta ora mi sfugge. Mi scusi, professore, mi sono un po' confuso. Ma le assicuro che ho studiato tutto il programma. Guardi stamattina stessa lo sapevo benissimo che cosa e' l'elettricita'. Ora l'ho dimenticato, ma se mi concentro un momento, glielo so dire davvero bene."

Il professore fece una risatina acida: "Spero proprio che le riesca di concentrarsi, cosi' la scienza non sara' privata di questo suo contributo vitale. Vede: stamattina c'era solo lei al mondo a sapere davvero bene che cosa sia l'elettricita' e, se non le torna in mente, non ci sara' nessuno al mondo che lo sa - hehehe!"

La battuta era irritante, come quasi tutte le ironie professorigne, e non era nemmeno del tutto corretta. Sappiamo abbastanza bene che cosa sia l'elettricita' e come funzioni: si tratta di flussi o di posizioni assunte da elettroni nel vuoto, nell'aria, entro materiali conduttori, semiconduttori o isolanti.

La battuta, invece, e' quasi giusta se la riferiamo alla definizione degli elettroni. Infatti gli elettroni si definiscono in due modi ben diversi.

Una prima definizione asserisce che sono particelle che pesano circa 1800 volte meno di un atomo di idrogeno e che portano una carica negativa uguale a $1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb (vedi oltre per la definizione di Coulomb).

La seconda definizione, invece, asserisce che si tratta di onde.

Non si tratta di una controversia fra due scuole di pensiero. Ci sono esperimenti ben precisi che dimostrano la verita' della prima definizione ed altri esperimenti, altrettanto solidi e probanti, che mostrano la verita' della seconda.
Un esperimento mirato a decidere la questione, consiste nello sparare elettroni attraverso due fessure vicine praticate su di una paratia. Se teniamo aperta una sola fessura e registriamo su di uno schermo posto dietro la paratia, in quali punti avvenga l'impatto degli elettroni sparati a caso, succede proprio quello che immagineremmo, riflettendo su come andrebbero le cose se, invece di elettroni, sperimentassimo con proiettili molto piu' grandi. La massima parte degli impatti avviene dietro il centro della fessura e, allontanandosi dal centro, la densita' degli impatti decresce. Se chiudiamo la prima fessura e apriamo la seconda, succedono cose simili con la massima parte degli impatti che avviene dietro il centro della seconda fessura mentre, allontanandosene, la densira' degli impatti decresce. (Non riproduco qui le figure che illustrano questi esperimenti, perche' le potete trovare dappertutto: in ogni manuale di fisica e, in particolare, nella FISICA DI FEYNMAN citata nel Capitolo 1.
Se ora apriamo ambedue le fessure, gli impatti complessivi non sono la somma (o composizione) di quelli registrati nei due casi precedenti. In alcuni punti, invece, gli impatti sono di meno o non ce ne sono affatto. La situazione e' quella che vedremo meglio nel Capitolo 11 di interferenza fra due onde della stessa lunghezza d'onda. Dunque gli elettroni si comportano come onde in certe situazioni e come particelle in altre.
La distanza fra le due fessure citate deve essere molto piccola perche' gli esperimenti citati funzionino: dell'ordine di 0,5 10^{-6} metri (cioe' di mezzo micron -- mezzo millesimo di millimetro). [Va precisato, poi, che anche

questi sono Gedankenexperiment, cioe' esperimenti pensati e non effettuati: le ragioni sono complicate. Basta dire che molti altri esperimenti sono stati fatti, tanto da confermare che anche questi hanno il senso presentato qui].

Se vogliamo sapere poi, attraverso quale delle due fessure e' passato ciascuno degli elettroni sparati, dobbiamo usare un microscopio potentissimo che funzioni a raggi X e quando un raggio X colpisce un elettrone permette di determinarne la posizione, ma ne modifica la velocita'. Cosi' possiamo sapere attraverso quale buco passa un elettrone, ma non a quale velocita' viaggia. Se determiniamo la posizione di un elettrone con un errore massimo d (che ha le dimensioni[L] di una lunghezza), non potremo conoscere la sua velocita' con un errore minore di h/md, dove h e' la costante di Planck (6,6 10^{-34} kg.m^2/sec) ed m e' la massa dell'elettrone (9,1 10^{-28} grammi). Questo e' il principio di indeterminazione di Heisenberg e vale anche per ogni altra particella. Qui le masse in gioco e le distanze d sono molto piccole per cui le incertezze sono grandi (rispetto alle dimensioni delle particelle). Se applichiamo il principio di indeterminazione a oggetti macroscopici (grandi - che vediamo a occhio nudo e tocchiamo) con masse enormi [rispetto a quelle delle particelle], ogni incertezza scompare. Non ha, dunque, il minimo senso tirare in ballo il principio di indeterminazione per asserire che la fisica moderna dimostra che il mondo intorno a noi e' intessuto di incertezza anche in situazioni sociali, politiche o economiche. Chi cita il principio di indeterminazione a proposito di situazioni che non riguardino particelle elementari, e' un pasticcione - come quelli svergognati da Alan Sokal (v. Capitolo 16). Anche nelle situazioni macroscopiche e sistemiche ci sono incertezze, ma sono di tutt'altro tipo. Dipendono dalle circostanze che non conosciamo i meccanismi che governano quei complessi sistemi e processi e che, quando li conosciamo (approssimativamente), ci mancano i dati per eseguire analisi significative.

Circuiti elettrici che contengono resistenze

Nel Capitolo 4 parlavo di forze ferme e in quello seguente di forze che agiscono su corpi in moto modificando il moto stesso. I manuali di fisica seguono in genere lo stesso ordine: parlano prima di statica e poi di dinamica. Fanno qualcosa di simile anche a proposito della elettricita'. Cominciano a descrivere che cosa succede con cariche elettriche ferme (magari cominciando dall'ambra, che i greci chiamavano "elektron", la quale strofinata attrae corpi leggeri come capelli o fogliette secche) e poi passano alle cariche in movimento - alle correnti elettriche.

Qui comincio direttamente con le correnti e con le tensioni elettriche, perche' in una societa' avanzata tutti ne hanno esperienza diretta e continua. E' raro, invece, che qualcuno disponga di ambra da strofinare. Ci accorgevamo della esistenza dell'elettrostatica quando erano ancora diffuse le camicie di nylon. Togliendocele di dosso al buio, vedevamo scintille e se le avvicinavamo al nostro corpo vedevamo i nostri capelli e i peli delle braccia che si drizzavano. Erano esperienze non molto significative. Sono molto piu' rilevanti, invece, le esperienze che facciamo con le correnti elettriche che fanno girare i motori (negli elettrodomestici, nell'auto, nelle fabbriche), che accendono lampade e display, che trasmettono segnali (nelle radio, nei computer, nei lettori di CD, nelle reti telematiche).

Le leggi relative ai circuiti elettrici talora non vengono nemmeno citate in certi libri di fisica (divulgativi o no) scritti da fisici veri. Probabilmente la ragione e' che non sono leggi veramente fondamentali che servono a capire la natura in modi profondi. Le leggi fondamentali, ad esempio, sono le equazioni di Maxwell che, pero', sono un po' difficili. Questo libro (scritto da un ingegnere) e' sempliciotto. Descrivero' la legge che Ohm scoprì nel 1826, la quale e' una forma semplificata delle equazioni di Maxwell formulate dal fisico inglese verso il 1865.

Qualcuno ha suggerito di definire la corrente e la tensione elettrica come "quelle cose che vengono misurate da un amperometro e da un voltmetro".

L'idea non e' malvagia, anche se la definizione non e' molto soddisfacente, perche' presuppone che uno sappia bene che cosa siano questi strumenti e come si usino. Se uno lo sa solo vagamente, potra' provare a usare un amperometro come se fosse un voltmetro - e lo distruggerebbe alla prima misura che fa.

La tensione elettrica (detta anche potenziale o voltaggio) puo' essere considerata come un livello, ad esempio il livello dell'acqua in un serbatoio. Come abbiamo visto nel Capitolo 7, piu' alto e' il livello in un serbatoio e piu' forte e' il flusso dell'acqua che esce da un buco alla base del serbatoio.

La tensione elettrica si comporta in modo analogo al livello. Piu' alta e' la tensione applicata a un circuito, piu' intensa e' la corrente elettrica che passa nel circuito. I circuiti oppongono resistenza al passaggio della corrente, proprio come i tubi oppongono resistenza al passaggio dell'acqua. Se un certo livello di acqua, cioe' - come abbiamo visto - una certa pressione, viene applicata all'imbocco di un tubo di piccolo diametro, passa meno acqua che se il tubo avesse un diametro maggiore. Cosi' in un filo elettrico piu' sottile, a parita' di tensione applicata, passa una corrente elettrica meno intensa che se il filo avesse sezione maggiore.

La tensione elettrica puo' essere continua, come quella delle pile e della batteria dell'automobile, o puo' essere alternata, come quella dell'impianto che abbiamo a casa.

La tensione alternata varia periodicamente e il diagramma di variazione e' sinusoidale. In Europa la tensione compie 50 cicli al secondo - cioe' la frequenza e' di 50 periodi/secondo (si dice 50 Hertz, abbreviato Hz) e passa per il valore zero 100 volte al secondo. In America la frequenza e' 60 Hz.

La tensione che hai nell'impianto di casa e' di 220 Volt, il simbolo dell'unita' di misura Volt e' V. Su tutti i tuoi elettrodomestici c'e' scritto 220 V. La corrente si misura in Ampere (simbolo A).

I conduttori percorsi da corrente generano campi magnetici e, in conseguenza, producono forze attrattive su altri conduttori percorsi da corrente. Le unita' di misura di corrente e tensione citate sopra, sono state scelte in modo che quelle forze attrattive, quando si consuma la corrente di 1 A alla tensione di 1 V, generino la potenza di 1 Watt (1 W). E' la stessa unita' di potenza che abbiamo introdotto nel Capitolo 6.

Come abbiamo gia' visto la potenza ha dimensioni fisiche che si esprimono in funzione di lunghezza, massa e tempo: $[P] = [ML^2T^{-3}]$. Come vedremo fra poco, le dimensioni fisiche di tensioni e correnti richiedono di introdurre una sola grandezza fisica aggiuntiva: la carica elettrica [Q].

Le tensioni e le correnti si misurano con apparecchi chiamati rispettivamente voltmetri e amperometri. Per circa 100.000 lire puoi comprare un solo strumento con cui puoi misurare sia le tensioni, sia le correnti.

La tensione applicata a un circuito semplice (cioe' che non contiene condensatori, ne' induttanze -- vedi piu' oltre) sta con la corrente che passa in quel circuito in un rapporto molto semplice: sono proporzionali e il coefficiente di proporzionalita' si chiama resistenza. Possiamo scrivere la relazione fra tensione V e corrente I con l'equazione

$$\mathbf{V = R\ I}$$

che e' universalmente nota come legge di Ohm. La resistenza che si oppone al passaggio della corrente si misura in Ohm e il simbolo usato e' Ω . Un Ohm e' uguale a 1 Volt diviso 1 Ampere. Le dimensioni fisiche di una resistenza sono ovviamente quelle di una tensione divisa per una corrente

$$[R] = [V/I] \qquad\qquad [\Omega] = [\text{Volt/Ampere}]$$

In effetti, pero', una corrente elettrica consiste nel passaggio di cariche elettriche. Sono le stesse cariche elettriche di cui parlavo prima - quelle che si producono strofinando l'ambra. Sono le stesse cariche elettriche portate dagli elettroni. Sono le stesse cariche elettriche che fluiscono violentemente nei fulmini producendo correnti estremamente intense che traversano l'aria che diventa conduttrice di elettricita'. Dunque fra le dimensioni fisiche di base e' stata inserita la carica elettrica Q per cui le dimensioni di una corrente sono quelle di una carica diviso un tempo

$$[I] = [Q/T]$$

L'unita' di misura della carica elettrica e' il Coulomb. Possiamo definirlo come circa un miliardo di miliardi di volte maggiore della carica elettrica di un elettrone. In alternativa, se ci siamo abituati a usare l'Ampere come misura della corrente, possiamo dire che un Coulomb e' la carica portata da un Ampere che fluisce in un circuito per un secondo.

Ma le dimensioni del prodotto di una corrente per una tensione sono quelle di una potenza (vedi la formula, nel Capitolo 6). Dunque:

$[V\ I] = [ML^2T^{-3}]$ e da questa e dalla precedente:

$[V] = [ML^2T^{-2}\ Q^{-1}]$ $[R] = [ML^2T^{-1}\ Q^{-2}]$

Tanto per prendere confidenza con i circuiti elettrici, prova a fare le esperienze che suggerisco qui di seguito. Vedrai bene che si tratta di argomenti di elettrotecnica. Un fisico vero magari li disprezzerebbe. Pero', come ho gia' detto varie volte, questo e' un libro sempliciotto. L'idea generale e' che serva a spiegare come funzionano certi processi e certi oggetti e, perche' non spiegare circuiti elettrici semplici? In questo capitolo non imparerai le cose piu' moderne della fisica, ma almeno alcuni concetti ed esperienze li puoi mettere a posto. Allora: prendi una tavoletta di legno e montaci sopra 6 portalampada e connettili di volta in volta nei 4 modi rappresentati in Figura 1.

Comprati anche un volt-amperometro: lo trovi in qualunque negozio di elettricita' e non costa molto come dicevo sopra. Evita, però, i modelli digitali che ti mostrano i valori misurati di corrente e tensione con un display a cristalli liquidi. Meglio comprarne uno analogico con l'indice che ruota e permette di leggere sulla scala i valori misurati. E' un buon investimento: ti puo' servire anche per misurare la tensione delle pile con cui alimenti ogni sorta di apparecchi (radio, giocattoli, cercametalli, etc.) in modo da cambiarle prima che si esauriscano. Ci puoi misurare anche tensioni in vari punti di elettrodomestici per vedere da che dipendono eventuali guasti.

Ora monta sui 6 portalampada 6 lampadine da 40 W e attacca le entrate alla rete, dunque alla tensione di 240 V - piu' o meno. (Nelle prove che ho fatto io, la tensione era di 228 V). La tensione effettiva misurala con lo strumento dovrai disporlo su Vac con fondo scala di 250 V - cioe' mettere uno dei

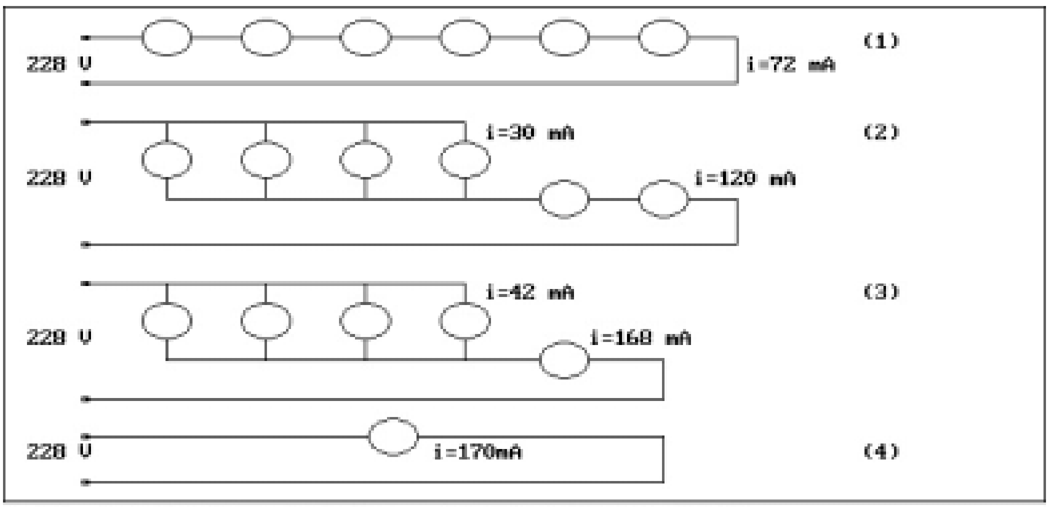


FIG.1 - CIRCUITI CON LAMPADE DA 40W CONNESSE IN VARI MODI

puntali dei fili di collegamento nel buco contrassegnato dal simbolo ~ (che vuol dire "in corrente alternata") e l'altro nel buco contrassegnato con "250 V ~". Pero' ti consiglio di farti dare una mano da qualche amico che sappia gia' un po' di elettrotecnica perche' e' molto facile fare errori e, in conseguenza, bruciare lo strumento - come accennavo sopra - o farsi male. Nel pannello con i portalampade ti converra' connettere ai due capi di ciascuno dei portalampade due boccole di contatto in cui si possano infilare dei jack (o banane) collegati a pezzi di filo unipolare con i quali facilmente potrai realizzare tutti gli schemi in figura.

Ora comincia a connettere le 6 lampade come nello schema (1) di Figura 1, cioe' tutte e sei in serie. La tensione disponibile si ripartira' fra le 6 lampade divisa per 6. A ogni lampada sono applicati 38 Volt e se misuri la corrente che passa per le lampade (ovviamente e' la stessa per tutte), vedrai che e' di 72 mA (milliampere cioe' millesimi di Ampere). La resistenza delle lampade e' uguale per definizione al rapporto fra tensione e corrente e risulta di 527 Ohm.

Ora sai benissimo che una lampadina accesa si scalda. Infatti non riesci neanche a toccarla senza scottarti, se e' stata accesa per qualche minuto. Questo dipende dal fatto che una resistenza percorsa da corrente elettrica si scalda - cioe' dissipa energia. Quanta ne dissipa? Questo fenomeno fu studiato da Joule, il quale capì che l'energia dissipata e' proporzionale al quadrato della corrente e alla resistenza. In formule, la potenza dissipata e'

$$P = R\,I^2$$

Abbiamo gia' detto che la potenza (in Watt) si calcola come prodotto della corrente per la tensione. La formula appena scritta lo conferma. La tensione per la legge di Ohm, e' $V = R I$ e la corrente e' I. Il prodotto tensione per corrente e' proprio il valore della potenza nella formula scritta sopra.

Nell'esperimento che hai appena fatto, avrai notato che le sei lampadine non erano molto luminose. Riuscivi appena a vederne il filamento. Se le tocchi, non scottano: non sono nemmeno tiepide. Facciamo il calcolo. Viene: $(527 \times (0{,}072\ A)^2) = 2{,}7$ Watt -- una potenza circa 15 volte minore di quella (40 W) erogata quando le lampadine sono alimentate alla tensione nominale di 230 V. Ho scritto i valori citati nella terza riga della tabella che segue -- e procedo a descrivere le altre esperienze che generano i valori delle altre grandezze (tensione applicata alle lampade, correnti che le attraversano, resistenze e potenze) registrate nelle altre righe della tabella.

Ma ora ragiona un momento. Se la resistenza delle lampade, che abbiamo appena calcolato in 527 Ohm, restasse uguale anche quando le lampadine sono alimentate a 228 Volt, che potenza assorbirebbero? La corrente sarebbe 228 V/527 Ω = 432 mA e la potenza sarebbe uguale al prodotto della tensione per la corrente. Cioe' 228 V x 432 mA = 98 W che e' piu' del doppio della potenza di 40 W dichiarata dal fabbricante. Dobbiamo concludere che la resistenza crescera' (e, quindi, la corrente diminuira') quando cresce la tensione applicata.

V (volt)	**I (mA)**	**R (Ohm)**	**$R I^2$ (Watt)**
4	30	133	0,12
9	42	214	0,38
38	72	527	2,7
106	120	883	12,7
220	168	1309	36,9
228	170	1350	39

Realizza, allora, il circuito (2) in Figura 1. Ora ci sono 4 lampade in parallelo e, in serie ad esse e fra di loro, altre 2 lampade. Le prime sono attraversate da 30 mA e ai loro capi la tensione e' di soli 4 V. Non fanno luce: sembrano spente. Le due lampade in serie, invece, sono attraversate da 120 mA - una corrente 4 volte piu' intensa (che e' la somma delle 4 correnti delle lampade in parallelo) e la tensione ai loro capi e' 106 V. Riempiamo così la prima e la quarta riga della tabella. La resistenza delle lampade e' di 133 Ohm, se la corrente che ci passa e' 30 mA e di 883 Ohm, se la corrente e' 120 mA.

Poi realizziamo lo schema (3) in Figura 1 con 4 lampade in parallelo e, in serie ad esse un'altra lampada. Le prime sono attraversate da 42 mA e ai loro capi la tensione e' di 9 V. Di nuovo sembrano spente. La lampada in serie a quelle 4, invece, e' attraversata da 168 mA - una corrente 4 volte piu' intensa (dato che confluiscono in essa le 4 correnti delle lampade in parallelo) e la tensione ai suoi capi e' 220 V. Questa lampadina, ora, fa una luce quasi normale cioe' come quella della lampada singola alimentata a 228 V dello schema (4) che assorbe 39 Watt (con una differenza minima rispetto al valore dichiarato dal fabbricante). Così possiamo riempire tutte le righe della tabella che precede. Non ho riportato tutti i calcoli, ma puoi controllare facilmente che sono giusti (con qualche approssimazione).

Ora riporto nel diagramma di Figura 2 come varia la resistenza in funzione della corrente. Le crocette indicano i punti che si definiscono con le coppie di valori di corrente e resistenza riportati nella tabella. Si vede bene che l'andamento e' lineare: possiamo disegnare una retta che passa quasi esattamente per i 6 punti calcolati.

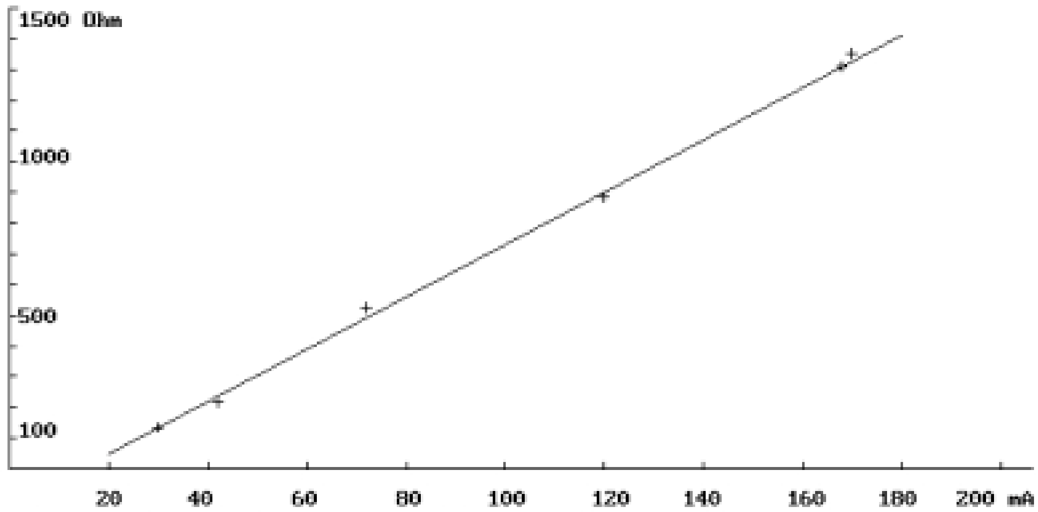


Fig.2 - RESISTENZA DI LAMPADE DA 40 W IN FUNZIONE DELLA CORRENTE

Così abbiamo descritto come varia la resistenza dei filamenti di tungsteno in funzione della corrente. In effetti la resistenza dei filamenti delle lampadine dipende dalla loro temperatura (il filamento di tungsteno di una lampadina accesa arriva alla temperatura di circa 2500°C). Quando la corrente e' piu' intensa, la potenza dissipata e' maggiore (come abbiamo gia' visto e' proporzionale al quadrato della corrente) e quindi la temperatura e' piu' alta. La situazione e' stabile. Appena accendiamo la lampadina, la temperatura e' bassa, quindi la corrente e' alta. Poi la resistenza cresce e la corrente si abbassa.

Qui devi stare attento. Se guardi il diagramma di Figura 2, puoi essere tentato di credere che quando la resistenza e' bassa, anche la corrente e' bassa. Invece non e' così. Nell'esperimento fatto con le lampadine in serie o parallelo, l'unico modo che avevi di tenere bassa la temperatura era quello di tenere bassa la tensione. E' per questo che mettevi lampade in serie - ripartendo la tensione della rete fra piu' lampadine. Quando accendi una lampadina in condizioni normali, invece, la resistenza e' bassa perche' la temperatura e' bassa, ma tu ci applichi - diciamo - tutti i 228 V della rete. E allora, quanta potenza assorbe la lampadina?

Nella formula $P = R\, i^2$ inseriamo il valore di i dedotto dall'altra $V = R\, i$, cioe' $i = V/R$. Ne risulta:

$$P = V^2/R$$

Se la tensione e' 228V, allora $V^2 = 51.984$ Volt^2 e la potenza dissipata e' di 520 Watt, se la resistenza e' di soli 100 Ohm. E' per questo che le lampadine si fulminano (cioe' si rompe il filamento) molto piu' spesso proprio nel momento in cui vengono accese. Poi quando la temperatura e' salita e la resistenza e' salita a 1300 Ohm, la potenza scende a 40 W.

La resistenza elettrica di tutti i metalli cresce al crescere della temperatura. Nel caso del tungsteno la variazione unitaria (cioe' per ogni grado centigrado di aumento) e' bassa. Dalla Figura 2 vediamo che la resistenza cresce di circa 15 volte per un aumento di temperatura di 2500°C. Questo significa che la variazione per grado e' 15/2500 = 0,6 per mille.

Anche la resistenza dei fili di rame (cioe' dei conduttori delle linee elettriche e degli impianti domestici e industriali) varia in funzione della temperatura. La variazione per grado e' maggiore che per il tungsteno: circa il 4 per mille per ogni grado. Pero' le correnti che fluiscono nel rame dei fili elettrici e delle macchine sono abbastanza basse per cui la sua temperatura aumenta di poche decine di gradi soltanto. [La resistenza specifica del rame a 20°C e' 0,017 Ohm per mm^2 di sezione e per metro di lunghezza].

Una volta (negli anni Trenta a Roma) vidi i fili di una linea tranviaria che, a causa di un guasto, erano attraversati da una corrente molto intensa. Per qualche ragione gli interruttori automatici non scattarono e la temperatura dei fili crebbe tanto che si allungarono spanciando fino quasi a toccare terra.

Ora racconto poche cose qualitative sulla elettricita': se le trovi ovvie, salta al capitolo seguente. Se, invece, ti suonano nuove, leggile perche' sono cose che e' bene sapere.

Dunque le correnti elettriche si fanno fluire in circuiti di tanti tipi diversi per scopi energetici: per trasmettere energia fra punti lontani, per trasformare energia elettrica in energia meccanica (azionando i motori di tram, treni, macchine utensili, elettrodomestici); per trasformare energia elettrica in energia chimica allo scopo di trasformare certe sostanze in altre. Questa tecnologia si chiama delle "correnti forti".

Quando si usa o si trasporta energia elettrica, e' inevitabile che se ne perda una parte a causa dell'effetto di dissipazione studiato da Joule. Questa energia persa e' proporzionale al quadrato della corrente. Ma abbiamo visto che la potenza elettrica e' uguale al prodotto della corrente per la tensione. A parita' di potenza, allora, conviene che le tensioni siano molto alte e le correnti molto basse. Questa trasformazione si ottiene, appunto, con macchine chiamate trasformatori che abbassano la corrente e alzano la tensione all'inizio di una lunga linea elettrica e poi riabbassano la tensione e innalzano la corrente alla fine della linea. In casa abbiamo energia elettrica alla tensione di circa 220 V. Perche'? Ma perche' tensioni piu' alte sarebbero pericolose: tenderebbero a far passare molta corrente attraverso il nostro corpo -- e basta un decimo di Ampere per ucciderci. Invece nelle grandi linee elettriche lunghe decine e centinaia di kilometri la tensione elettrica e' 1700 volte piu' alta: arriva a 380.000 V. Così le perdite di trasmissione sono 1700^2 (cioe' 3 milioni) di volte minori che se trasmettessimo energia a 220 V. Questo vuol dire che, se non ci fossero i trasformatori, non sarebbe possibile trasmettere energia a grandi distanze.

E' possibile trasformare tensione e corrente solo se la corrente e' alternata. E' per questo che nelle nostre case e nell'industria si usa appunto corrente alternata.

Esiste anche una tecnica che anni fa si chiamava "delle correnti deboli" -- oggi si chiama elettronica - e ne parlo (troppo brevemente) nell'ultima sezione di questo capitolo.

Come si accumula l'energia

Sarebbe bello poter produrre energia elettrica sul posto dove e quando e' richiesta. Forse questo sara' possibile, se e quando sara' disponibile la fusione fredda. Oggi lo si potrebbe fare con piccoli generatori termoelettrici dai quali si puo' ottenere il calore per scaldare ambienti ed energia elettrica per consumo domestico - rivendendo alle aziende distributrici l'energia prodotta in eccesso. Un apparecchio di questo tipo era il TOTEM della Fiat: usava un motore della 127, produceva 16 kW e scaldava un appartamento di 400 metri quadrati -- ma non ebbe fortuna.

Non solo non e' sempre facile generare elettricita' dove e quando serve. Talora la generazione di elettricita' puo' avvenire solo in certi luoghi e in certi tempi (come quando si capta energia meccanica dall'acqua fluente di un fiume oppure quando si produce corrente continua da un pannello solare fotovoltaico). Conviene, dunque, accumulare energia. Notoriamente lo si puo' fare caricando batterie, che pero' sono troppo costose, pesanti e scomode se le quantita' di energia da accumulare sono ingenti.

Il sistema piu' efficace per accumulare energia consiste nell'usarla per pompare acqua da laghi che stanno in basso a laghi (naturali o artificiali) che stanno a quota piu' alta. Quando si vuole usare di nuovo l'energia, si fa fluire di nuovo l'acqua dai laghi alti a quelli bassi facendola passare per turbìne che generano di nuovo energia meccanica. Le turbìne muovono alternatori che producono di nuovo energia elettrica.

L'Italia ha un primato mondiale in questo campo dato che sulle Alpi e sugli Appennini ci sono molti laghi ad alta quota. La potenza installata in queste centrali di pompaggio e' circa di 7 GW - equivalente a quella di 7 grandi centrali nucleari.

Campi elettrici e magnetici

E' quasi ridicolo parlare di campi elettrici e magnetici in un paio di paginette. Ma sara' meglio che io smetta di scusarmi per tutte le cose che non racconto qui. Ho gia' detto parecchie volte che questo libretto e' una specie di antologia. Serve a mostrare che fenomeni fisici abbastanza complicati si possono spiegare con una certa precisione, semplicemente ragionando sui risultati di certe esperienze e formulando matematicamente le regolarita' osservate. Certo: non e' proprio vero che anche tu diventi un fisico dopo aver letto e meditato queste pagine. Pero', almeno, ti cominciano a essere familiari certi concetti e certi strumenti che i fisici veri padroneggiano continuamente.

Le cose che abbiamo detto nel Capitolo 5 a proposito della legge di gravitazione universale (con la formula $F = G\ M\ M'/R^2$) si possono esprimere dicendo che la massa M produce un campo gravitazionale CG proporzionale alla massa stessa e inversamente proporzionale al quadrato della distanza - cioe'

$$CG = G\ M/R^2$$

In ogni punto P dello spazio questo campo CG ha il valore appena scritto e ha la direzione della retta che congiunge il punto P con il baricentro della massa M. Quando le cose stanno così, si dice che il campo e' vettoriale (Il segmento orientato PM si chiama vettore e si rappresenta con una freccia che va da P a M). La forza di attrazione esercitata da M su M' e' uguale al prodotto di M' per CG. (E il risultato e' identico se consideriamo il campo generato da M' e la forza esercitata su M).

Le cose vanno nello stesso modo con le cariche elettriche che generano campi elettrici. La carica Q genera un campo elettrico

$$CE = k\ Q/R^2$$

Moltiplicando il valore di CE per il valore di una carica elettrica Q' che si trovi nel campo generato da Q si ottiene la forza di attrazione fra le 2 cariche (espressa in Newton). Dunque le dimensioni di k sono quelle di una forza divisa per il quadrato di una carica elettrica e moltiplicata per una lunghezza al quadrato.

$$[k] = [M\ L\ T^{-2}\ Q^{-2}\ L^2] = [M\ L^3\ T^{-2}\ Q^{-2}]$$

La costante k ha il valore $8{,}98 \cdot 10^9$ Joule . metri/Coulomb^2 (o che e' lo stesso: $8{,}98 \cdot 10^9$ Volt . metri/Coulomb -- se ci provi, riesci a controllare che questa equivalenza e' giusta. Nei capitoli precedenti e in questo ho fornito dati sufficienti per farlo: la cosa non e' immediata, ma la puoi considerare un esercizio - almeno piu' utile che non fare parole incrociate).

Succedono cose del tutto analoghe con i campi magnetici generati dai poli di un magnete o generati da una corrente elettrica. Questi ultimi campi magnetici hanno direzioni che giacciono in un piano perpedicolare all'asse del conduttore percorso dalla corrente I. Alla distanza R dal conduttore, il campo magnetico ha una direzione tangente alla circonferenza di raggio R che ha il centro sull'asse del conduttore e il suo valore H si calcola con la formula di Biot e Savart:

$$H = I/2 \pi R.$$

I campi magnetici si misurano, quindi, in Ampere/metri.

Come abbiamo visto sopra, invece, il campo elettrico prodotto nel punto P da una carica elettrica Q, e' orientato come la retta che congiunge Q a P. La corrente che percorre un conduttore costituisce un flusso di cariche elettriche e genera anche un campo elettrico che ha direzione perpendicolare a quella del campo magnetico.

Puoi trovare una rappresentazione grafica del campo elettrico e del campo magnetico alternati prodotti da un dipolo nell'applet Java realizzato all'universita' di Taiwan e disponibile su web a:

www.phy.ntnu.edu.tw/~hwang/emWave/emWave.html

Gli oggetti percorsi da correnti elettriche che si trovano in campi magnetici sono soggetti a forze proporzionali al prodotto del valore della corrente per quello dell'intensita' del campo. E' così che funzionano i motori elettrici - sui quali, al solito, c'e' una mole enorme di altre cose da imparare.

In un circuito elettrico che sia concatenato con un campo magnetico che varia, viene generata una tensione proporzionale alla derivata (variazione nel tempo) del flusso magnetico. E per questo funzionano i generatori elettrici - le dinamo (a corrente continua) e gli alternatori (a corrente alternata)

Quelle che precedono sono alcune modeste verita' riguardanti i campi elettrici e magnetici. Servono per spiegare qualche altro pezzetto di informazione che presento fra poco. Certo non servono a capire come funzionano i campi elettromagnetici per la trasmissione di segnali radio e TV, nelle macchine elettriche, nelle situazioni in cui ci si muovono dentro elettroni, ioni, fotoni e altre particelle. Per questo ci vuole altro. Pensa che qui io ti abbia fatto solo sentire l'odore di queste cose.

D'altra parte per cominciare a capire qualche cosa di argomenti nuovi, bisogna almeno capire le parole che vengono usate. Dunque questo libro che ho messo insieme, da una parte spiega come fare certi calcoli piu' o meno complicati per misurare la realta' e prevederne il comportamento. Da un'altra parte puo' essere considerato come un glossario introduttivo.

Il campo elettrostatico nell'atmosfera

All'inizio del capitolo parlavo brevemente di elettricita' statica. L'ambra e le materie plastiche se vengono strofinate con panni di lana, producono elettricita' statica e attraggono pezzetti di carta. E' possibile produrre cariche elettrostatiche per strofinìo con macchine apposite e raggiungere così tensioni anche alte (centinaia o migliaia di Volt). Abbiamo esperienza della elettricita' statica quando l'umidita' atmosferica e' molto bassa - ad esempio perche' la temperatura e' molto bassa, ma anche in altre condizioni. Succede, allora, che quando scendiamo da un'automobile che abbia i sedili di plastica, il nostro corpo e' carico di elettricita' statica. Allora se diamo la mano a un'altra persona o se infiliamo una chiave in una serratura, prendiamo una scossa che puo' essere sgradevole -- e vediamo scintille fra la chiave e la serratura. Queste scariche elettriche possono causare inconvenienti su apparecchiature elettroniche delicate o possono anche causare deflagrazioni di gas infiammabili. In alcuni ospedali (specie in USA) medici e infermieri portano intorno alla caviglia un braccialetto di rame che e' collegato con un filo di rame a una piastrina fissata sotto la scarpa. In questo modo il corpo della persona scarica continuamente a terra la sua elettricita' statica.

Una cosa interessante - ignorata da molti - e' che nell'atmosfera c'e' un campo elettrostatico che cresce di circa 100 Volt per ogni metro di quota. A 30 metri dal suolo, percio', il potenziale elettrostatico e' di circa 3000 V. Non ce ne accorgiamo perche' quando andiamo a misurare questo potenziale, generiamo una piccola corrente che lo annulla. Così non ci accorgiamo della differenza di potenziale di circa 200 V che c'e' fra la nostra testa e i nostri piedi perche' il nostro stesso corpo conduce elettricita' e quindi porta subito il potenziale elettrico della nostra testa allo stesso livello di quello dei piedi.

Questo aumento di potenziale continua, sia pure piu' lentamente, raggiungendo 400.000 V alla quota di 50 km, dove l'atmosfera e' ionizzata abbastanza da poter essere considerata uno strato conduttore a potenziale costante. La superficie terrestre e' negativa e gli ioni (particelle cariche) presenti nell'atmosfera portano stabilmente una corrente continua dagli strati alti dell'atmosfera fino a terra. Si tratta di una corrente a bassa densita': sono 1800 A su tutta la superficie della terra (che e' di $509\ 10^{12}$ m^2). La densita' di corrente e', dunque, di circa 3,5 pA/ m^2 -- veramente minima: sono milionesimi di milionesimi di Ampere per metro quadrato. La potenza complessiva e' notevole: 1800 A . 400.000 V = 7200 MW (cioe' una potenza come quella di una centrale termoelettrica o termonucleare abbastanza grossa), ma con quella densita' così bassa non si puo' utilizzare affatto a scopi pratici.

E perche' questa carica non si e' gia' dispersa? In effetti si disperde continuamente, ma viene rigenerata dai fulmini che si accompagnano ai temporali (al ritmo di un centinaio al secondo su tutta la superficie terrestre).

Questi fenomeni di fisica dell'atmosfera sono complicati. Quando si scatena un temporale, i processi elettrici avvengono simultaneamente a processi termodinamici. Li troverai descritti molto bene nel Capitolo 9 del II Volume (Parte I) della Fisica di Feynman gia' citata.

Lo spettro elettromagnetico

Nel Capitolo 11 riparleremo della lunghezza d'onda della luce - che e' notoriamente un altro tipo di radiazione elettromagnetica.

La velocita' della luce - che si indica con la lettera c - e' una costante (nel vuoto) e ha il valore di circa 300.000.000 m/s. Ne riparleremo nel Capitolo 12 a proposito della teoria della relativita'. Qui precisiamo la semplice relazione che intercorre fra velocita' della luce (e la velocita' delle altre onde elettromagnetiche - che e' la stessa), frequenza delle onde e lunghezza d'onda. La frequenza ν [attenti! questa non e' un v e' la lettera greca "ni"] si misura in Hertz (Hz) (cioe' in secondi alla potenza -1) ed e' l'inverso del periodo T, che e' il tempo che passa fra l'istante in cui il valore della radiazione e' massimo e l'istante seguente in cui tale valore passa di nuovo per il massimo. Dal valore massimo il valore della radiazione (campo elettrico o magnetico) diminuisce seguendo un diagramma sinusoidale (vedi le figure nel Capitolo 11), passa per zero, poi raggiunge un valore negativo (uguale e opposto al massimo precedente), cresce di nuovo, passa di nuovo per zero e, infine, raggiunge - appunto - di nuovo il massimo precedente. La relazione e':

$$c = \lambda . \nu$$

dove λ e' la lunghezza d'onda della radiazione che si misura in metri.

Solo per memoria e tanto per ricordare gli ordini di grandezza, riporto nella tabella seguente i valori delle frequenze e delle lunghezze d'onda corrispondenti ai vari tipi di radiazione.

La gamma delle frequenze riportate nella tabella viene chiamata spettro elettromagnetico. Lo spettro della luce visibile (violetto, blu, verde, giallo, arancio, rosso) si evidenzia scomponendo la luce del sole con un prisma di cristallo.

Tipo di radiazione	**Lunghezza d'onda**	**Frequenza (Hz)**
Raggi gamma	10^{-6} nm	10^{23}
Raggi X	10^{-3} nm	10^{18}
Ultravioletto	10^{-1} - 10 nm	10^{16}-10^{15}
Luce visibile	4 - 7 10^{2} nm	7,5 - 4,2 10^{14}
Infrarosso	3 mm	10^{11}
Ku-band (trasm.satelliti)	3 - 20 cm	13 - 11 .10^{9}
UHF	0,1 - 1 m	3 - 0,3 .10^{9}
VHF	1 - 5 m	216 . 54 .10^{6}
Onde corte	30 m	10^{7}
Onde medie	300 m	10^{6}
Onde lunghe	3000 km	10^{2}

I circuiti elettrici e le loro impedenze

Quando le correnti sono variabili succedono cose piu' complicate di quelle viste con tensioni costanti applicate a resistenze. In certi elementi di circuito - detti condensatori o capacita' - le cariche elettriche possono essere accumulate temporaneamente o stabilmente.

Nella figura 3 a destra e' rappresentato un circuito che contiene una batteria E che produce una tensione continua del valore E, una resistenza R, un interruttore S e un condensatore C.

Il simbolo usato per il condensatore C intende rappresentare due elementi metallici piatti siti a breve distanza l'uno dall'altro. In effetti certi condensatori sono realizzati con fogli di stagnola arrotolati insieme e separati da uno strato sottile isolante di carta o plastica.

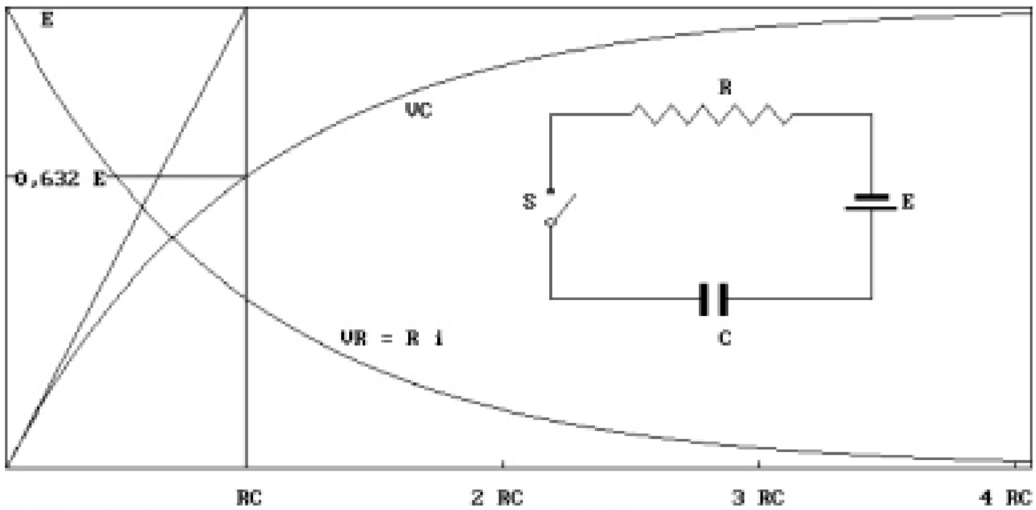


Fig.3 - DIAGRAMMA DELLA CARICA DI UN CONDENSATORE

I condensatori sono capaci di immagazzinare una certa carica elettrica Q e fra le loro due parti metalliche (dette comunemente "armature") c'e' una differenza di potenziale (una tensione elettrica) V che e' proporzionale a Q :

piu' alta e' la tensione, piu' grande e' la carica immagazzinata. Si puo' scrivere, dunque:

$$C = Q/V$$

dimensionalmente una capacita' e' un rapporto fra una carica e una tensione. Si misura in Farad (simbolo F - il nome e' derivato da Faraday). Un Farad e' un Coulomb diviso un Volt.

$$[C] = [Q/V] = [Q^2\ M^{-1}\ L^{-2}\ T^2]$$

Qui va tenuto presente che un Farad e' una unita' di misura molto, molto grande. Infatti l'intero pianeta Terra ha una capacita' elettrica che non arriva a 1 mF (milliFarad). Gia' un condensatore da 1 μF e' molto grosso. Eppure un fabbricante e' riuscito anni fa a realizzare un condensatore da 1 Farad con due strati conduttori separati da un isolante di spessore molecolare. La tensione massima che quel condensatore poteva sopportare era di 0,5 Volt. Quel fabbricante pubblico' una pagina pubblicitaria su di una rivista di ingegneria in cui si vedeva una mano che fuoriusciva da una manica ornata di merletto e teneva questo straordinario componente elettrico. Il testo diceva:

"Ci abbiamo messo parecchio, Mr. Faraday, ma ce l'abbiamo fatta!"

Ma torniamo al circuito di Figura 3. Il diagramma riporta correnti e tensioni come ordinate, mentre in ascisse e' riportato il tempo. Come unita' di misura del tempo prendiamo il prodotto RC. Che questo prodotto abbia le dimensioni di un tempo, lo vedi facilmente.

Le dimensioni fisiche di una resistenza (come gia' indicato) sono:

$[R] = [ML^2T^{-1} Q^{-2}]$

moltiplicandole per quelle della capacita' (vedi formula piu' in alto su questa pagina) otteniamo, per elisione di tutti gli altri termini:

$$[RC] = [ML^2T^{-1} Q^{-2} \cdot Q^2 M^{-1} L^{-2} T^2] = [T]$$

Inizialmente il condensatore C e' scarico (la tensione V_C ai suoi capi e' zero) e l'interruttore S e' aperto. Non passa corrente nel circuito. All'istante zero chiudi l'interruttore e vediamo ora che cosa succede.

Il condensatore comincia a caricarsi con la corrente i che fluisce nel circuito. Nel primissimo istante la corrente e' uguale al rapporto fra la tensione E della batteria e la resistenza R. Perche'? Ma perche' inizialmente il condensatore C e' scarico: non c'e' differenza di potenziale fra le sue due armature -- funziona come un cortocircuito.

Poi la corrente diminuisce man mano che aumenta la tensione V_C ai capi di C -- ed e' uguale al rapporto fra la piccolissima carica dq che passa nel tempo elementare dt, e il tempo dt stesso. Così generalizziamo la definizione gia' data, dicendo che la corrente istantanea nel circuito e' uguale alla derivata rispetto al tempo della carica elettrica fluente:

$$i = dq/dt$$

Da quanto detto alla pagina precedente, deduco che:

$$dq = i\ dt = C\ dv$$

Nel circuito la tensione (continua - cioe' costante) E deve essere uguale alla somma della tensione V_C ai capi del condensatore e della caduta di tensione nella resistenza R. Cioe':

$$E = R\, i + V_C = R\, i + q/C$$

Qui la carica q e' quella che si e' accumulata nel condensatore, cioe'

$$q = (1/C)\, .\int i\,dt$$

Allora deriviamo rispetto al tempo t i due membri della penultima equazione scritta e otteniamo

$$0 = R\, .\, di/dt + i/C \qquad \text{da cui:}$$

$$di/i = -\, dt/RC$$

$$\int di/i = -\, 1/RC\ .\int dt$$

$$\log i = -\, t/RC \qquad ; \qquad i = e^{-(t/RC)} + \text{costante}$$

Ma abbiamo gia' visto che inizialmente per t = 0 la corrente e' i = E/R. Dunque la corrente diminuisce secondo la curva esponenziale rappresentata in figura che ha l'equazione

$$i = (E/R)\, e^{-(t/RC)}$$

La tensione ai capi del condensatore C e' uguale alla differenza fra E e la caduta di tensione nella resistenza R, cioe':

$$V_C = E\,(1 - e^{-(t/RC)})$$

Per $t = 0$, e' $V_C = 0$. Poi V_C cresce esponenzialmente seguendo l'equazione appena scritta. Quando e' trascorsa una costante di tempo RC a partire dall'istante iniziale $t = 0$, e'

$$V_C = E\,(1 - 1/e) = 0{,}632\,E$$

La tangente nell'origine al diagramma di V_C e' la retta che parte dall'origine e interseca la retta orizzontale $V = E$ nell'istante $t = RC$.

Abbiamo visto così come sia possibile calcolare corrente e tensione in un semplice circuito con resistenza e capacita'.

In modo simile, ma un po' piu' complicato, possiamo calcolare correnti e tensioni in circuiti in cui ci siano anche componenti induttive. Una induttanza (simbolo L) puo' essere costituita da una bobina di conduttore in modo che le variazioni del campo magnetico prodotto dalla corrente che ci passa, producono una tensione che agisce nel circuito stesso. Qui riporto solo l'equazione di un circuito RLC (cioe' che contiene resistenza, induttanza e capacita') e che e':

$$V = R\,i + L\,di/dt + 1/RC\;.\int dt$$

Le cose non sono molto piu' complicate quando le correnti e le tensioni sono alternate, cioe' rappresentabili con diagrammi sinusoidali. Ma ora smettiamo di parlare di elettrotecnica, che e' spiegata in tanti buoni manuali, ai quali rinvio.

Elettronica

La parola "elettronica" fu inventata da Michael Faraday, lo scienziato che capì bene per primo i fenomeni elettromagnetici. E' la tecnica impiegata nelle radio, nelle telecomunicazioni, nei controlli automatici, nei computer. Qui le correnti continuano ovviamente a trasmettere energia, ma non e' quello l'importante: la funzione delle correnti e delle tensioni e' quella di trasmettere ed elaborare informazioni.

Le correnti elettriche che ci interessano qui sono piccolissime, passano in conduttori di rame molto sottili e dissipano pochissima energia. Queste correnti passano anche nel vuoto (come accade nei tubi elettronici usati fino ai primi anni Sessanta nelle radio e nei computer) e nei reticoli di cristalli di silicio e di altre sostanze (come accade nei transistor e nei circuiti integrati).

I circuiti elettronici servono a captare i segnali trasmessi dalle onde elettromagnetiche della radio e della televisione. Servono ad amplificare questi segnali deboli. Servono anche a elaborare segnali per ottenere certe prestazioni di controllo (ad esempio per far svolgere nel modo giusto processi industriali). Servono - nei computer - per elaborare segnali che rappresentano simbolicamente numeri.

I progressi nell'elettronica sono stati enormi. Nel 1955 io guadagnavo il mio stipendio al Consiglio Nazionale delle Ricerche, manutenendo e riparando l'unico computer scientifico che c'era in Italia. Era una macchina lunga 10 metri e alta 2 metri, che conteneva parecchie migliaia di valvole o tubi elettronici. Faceva 1000 operazioni al secondo - e si guastava tutti i giorni, il che accadeva quando una valvola elettronica era fulminata oppure trasmetteva una corrente insufficiente). Quel computer era costato 300 milioni di lire (equivalenti a circa 6 miliardi del 2000).

Il computer su cui sto scrivendo questa pagina, fa 266 milioni di operazioni al secondo - ed e' gia' vecchiotto: fra poco i computer portatili faranno oltre un miliardo di operazioni al secondo. Il mio computer non si guasta quasi mai ed e' costato pochi milioni. La velocita' e' cresciuta 266.000 volte e il prezzo e' sceso di 1000 volte.

Smetto qui di parlare di elettronica. Solo per darne un'idea un po' meno vaga, ci vorrebbe un libro a parte. Per imparare questa disciplina a livello professionale, bisogna leggere tanti libri e fare tanti esperimenti.

CAPITOLO 10

Energia e societa'

Da questo libro stai imparando qualcosa su alcuni fenomeni studiati dalla fisica e su alcuni strumenti usati per capirli. In questo capitolo presento alcuni ragionamenti su problemi connessi all'energia nei paesi moderni. Non e' un argomento di fisica, ma e' rilevante e aggiunge concretezza.

Stanno andando fuori moda i dibattiti su crisi energetica ed esaurimento delle risorse. Sempre piu’ spesso si presta attenzione, invece, agli aspetti sistemici della situazione energetica e alle interazioni fra settori (energia, trasporti, comunicazioni, uso del territorio). Per fare previsioni plausibili, occorrono serie storiche di dati rilevanti in base a cui stimare le tendenze correnti e le catene causali. L’uso delle fonti di energia ha subito note variazioni epocali:

- ♦ Un declino costante del legno dalla meta’ del secolo scorso fino a rappresentare il 28% nel 1900 e una porzione trascurabile nel 1997.
- ♦ Sviluppo del carbone per produrre calore e alimentare le macchine a vapore, fino a un massimo percentuale nei primi decenni del secolo XX, seguito da un declino (nel 1997, forniva il 26,7% del totale mondiale).
- ♦ Sviluppo del petrolio (e delle auto, il cui parco sta raggiungendo asintoti nella maggioranza dei paesi industriali) fin quando raggiunse un massimo percentuale verso il 1973 (nel 1997, 39.7% del totale mondiale).
- ♦ Sviluppo del gas naturale che raggiunse il 10% dei consumi mondiali nel 1955 e, forse, raggiungera' il proprio massimo nei primi decenni del prossimo secolo (nel 1997, 22.5% del totale mondiale).

♦ Sviluppo del nucleare negli anni ’70, poi bloccato per impopolarita' (nel 1997, nucleare + geotermico + idroelettrico = 10.4% del totale).

Le fonti primarie (legno, carbone, petrolio, gas, idroelettrico + nucleare + geotermico – sommati) hanno fornito le porzioni di energia rappresentate nel diagramma di Fig.1. Le ordinate del diagramma sono proporzionali ai logaritmi di $F_i/(1- F_i)$, ove F_i e’ la percentuale dell’ energia primaria fornita dalla fonte i. In questa rappresentazione, se un diagramma e’ rappresentato da una retta inclinata verso l’alto o verso il basso, cio’ significa che la variabile relativa e' governata da un'equazione di Volterra-

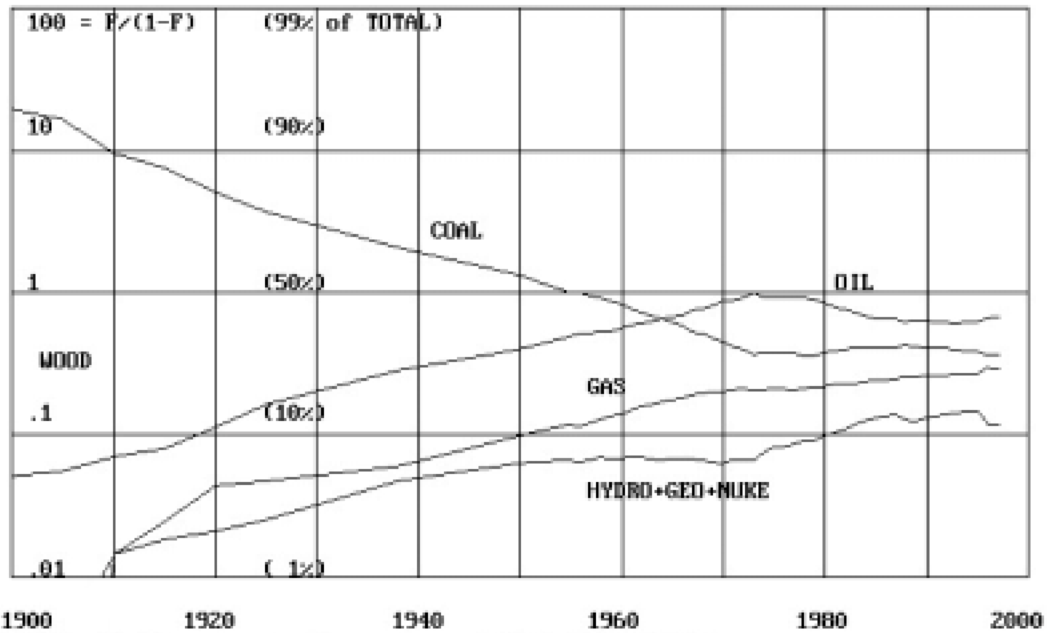


FIG.1 – Fonti primarie d’energia mondiali: dati 1990-97

Lotka, segue, cioe', una curva ad S (o logistica) che parte e arriva a tratti orizzontali (in cui la variabile ha valore costante).

Il declino del carbone dagli anni Venti aveva pendenza vicina a quella gia’ verificata col declino del legno nel secolo XIX e il declino del petrolio dopo il 1980, sembrava inizialmente destinato a seguire una terza curva parallela alle due dette. La crescita del gas avvenne con una pendenza vicina a quella del petrolio fino al 1970. Cio' indusse alcuni autori [fra cui C. Marchetti (in *The Dynamics of Energy Systems and the Logistic Substitution Model*. RR-79-13, 1979, IIASA, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria) a proporre un modello deterministico e a preannunciare che nel 1980 la percentuale crescente del gas naturale avrebbe sorpassato quella decrescente del carbone. Vent'anni dopo questo non e' ancora successo e le 4 fonti considerate stanno mantenendo percentuali costanti.

Il consumo mondiale di energia e' cresciuto senza posa in questo secolo. Nel 1997 era di 250 EJ/anno [1 ExaJoule = 10^{18} Joules] corrispondenti a 8.500 MTEP (milioni di tonnellate equivalenti di petrolio). Adattando alla serie storica 1925-1997 dei consumi mondiali una equazione logistica di Volterra, otteniamo una proiezione al 2050 di 310 EJ (10,500 MTEP). La Fig.3 mostra la curva logistica che meglio si adatta ai dati empirici (crocette (+) sul diagramma) dell'energia totale.

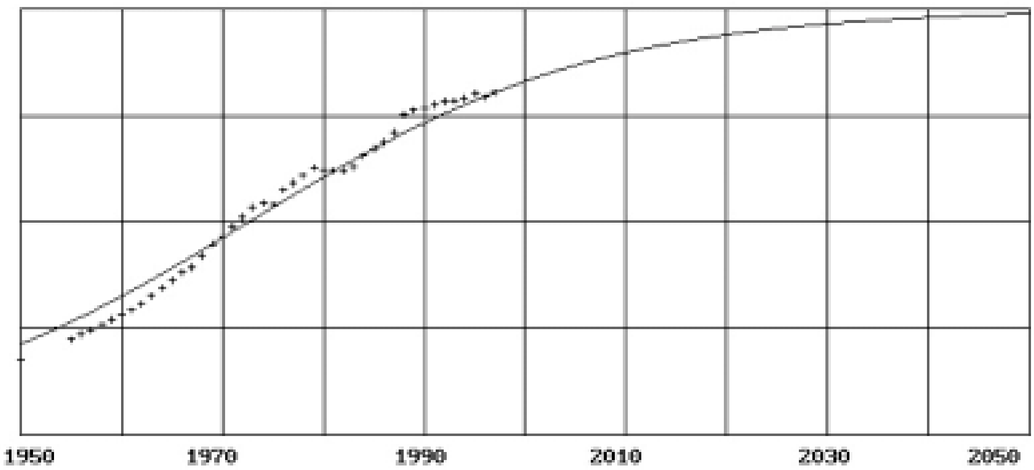


DIAGRAM FIG.3 – ENERGIA TOTALE MONDO – ASYMPTOTE 10523 MTEP

Un aumento dei consumi di energia del 20% nel prossimo mezzo secolo implichera' problemi relativi alla disponibilita' di risorse e agli impatti ambientali. Si teme ad esempio un riscaldamento globale del pianeta [processo mal noto e non dimostrato] dovuto a ulteriori incrementi dell' anidride carbonica contenuta nell'atmosfera.. Le fonti piu' plausibili per sostituire le attuali sono:

- reattori a fissione ipersicuri (ad alta temperatura raffreddati a gas)
- centrali idroelettriche (che potrebbero produrre nel mondo 40 EJ/anno in piu', cioe' l'80% dell'aumento citato); queste si dovranno costruire in luoghi remoti (Africa, Asia, Sud America) trasportando l'energia a migliaia di km in corrente continua a tensioni di oltre 1 MV.
- centrali fotovoltaiche (purche' il loro rendimento aumenti [ben oltre l'attuale 20%: il massimo raggiunto con silicio policristallino] e il costo di installazione cali di 4 o 5 volte rispetto agli attuali 10 $/kW)
- reattori a fusione (meno probabili delle altre fonti).

La situazione e' particolarmente critica per l'Italia, che dipende pesantemente dalle importazioni, particolarmente per gli idrocarburi. Oggi importiamo oltre il 16% del nostro fabbisogno di elettricita' (principalmente dalla Francia). Le curve di tendenza mirano per il 2020 a un consumo annuo di 330 TWh, contro una produzione di 240 TWh, corrispondente alla importazione del 27% della domanda. Le porzioni fornite dalle varie fonti di energia primarie in Italia sono rappresentate in Fig.2.

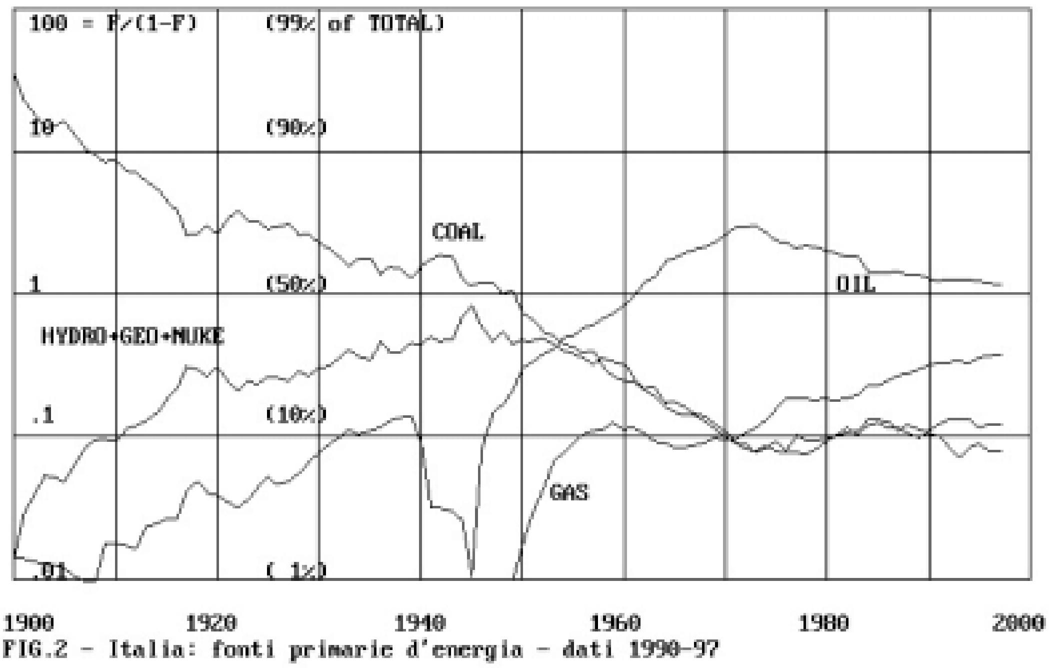


FIG.2 - Italia: fonti primarie d'energia - dati 1990-97

La tabella seguente riporta i notevoli aumenti della domanda totale di energia in Italia. La somma dell'energia usata dall'industria e di quella usata dai trasporti e' circa costante, ma la prima decresce, mentre la seconda e' in rapido aumento.

Anni	**Domanda di Energia Totale (MTEP/anno) (*)**	**% usata dall'industria**	**% usata nei trasporti**	**No.di telefoni (migliaia)**	**No. di telefoni cellulari (migliaia)**
1970	122	39	18	6.500	0
1980	147	35	23	13.000	0
1995	170	28	30	26.000	3.923
2020 (**)	210	20	40	37.000 (***)	32.800

(*) MTEP = Milioni di tonnellate equivalenti di petrolio
(**) stime
(***) Questa e’ la proiezione fatta prima del boom dei telefoni mobili: oggi va ridotta drasticamente.

Intanto anche i settori dell'informatica e delle telecomunicazioni si sviluppano notevolmente. Il numero delle utenze telefoniche e' raddoppiato dal 1970 al 1980 e di nuovo dal 1980 al 1995. L'espansione futura del settore non sara' tanto da ascrivere ai telefoni tradizionali, ma ai telefoni cellulari mobili e specialmente alle reti telematiche, che offrono livelli di servizio migliori e hanno prestazioni piu' variate. Possiamo, comunque, trarre dalla tabella una deduzione piu' interessante (che contraddice una credenza corrente, spesso ripetuta senza fondamento). Questa conclusione e' che l' espansione dei settori dell'informatica e delle telecomunicazioni non sta frenando la domanda di trasporto e di energia che continua a espandersi. Cio' conferma la circostanza che in tutti i paesi avanzati negli ultimi decenni in media la spesa per i trasporti e' stata pari al 15% del reddito individuale. Se la destinazione di questa percentuale di spesa resta invariata, le distanze percorse e l' energia impiegata continueranno a crescere, dato che in media anche il reddito continua a crescere.

In avvenire il settore energetico e quello telematico si contenderanno tecnici, operatori di sistemi, capitali di investimento e domanda da parte degli utenti. Non si trattera' di reperire risorse adeguate, ma di deciderne destinazioni accettabili. La tendenza mondiale verso le privatizzazioni disperdera' pianificazione e allocazione delle risorse fra molti centri di decisione. Allora le decisioni prese con insufficiente coordinazione produrranno configurazioni inopportune dell' uso delle risorse e dell' offerta di servizi..

Un buon paradigma e' dato da Internet, che non ha autorita' o direzione centrale [fortunatamente], ma che rischia di non riuscire a creare innovazioni e infrastrutture adeguate a conservare e trasmettere dati, sebbene la Internet Engineering Task Force cerchi di progettarle e aggiornarle, pur avendo solo funzioni consultive. Tendiamo a concludere, quindi, che occorre un processo globale di reengineering integrato dei grandi sistemi. Per realizzarlo occorre la collaborazione di decisori pubblici e privati. Il fine non e' certo quello di creare di nuovo economie a pianificazione centralizzata, ma un'arena pubblica in cui si discutano le priorita' della societa' per offrire agli utenti scelte piu' numerose e qualita' piu' alta. Sia nel settore energetico, sia in quello telematico, la congestione incombe sempre. Colpisce quando l' offerta di servizio e' troppo inferiore alla domanda. E' un evento difficile da prevedere, rappresentabile mediante funzioni a gradino caratterizzate da segnali forti. La sua probabilita' puo' essere diminuita ricorrendo ad appropriate riprogettazioni dei sistemi e adottando politiche razionali che includano provvedimenti di time sharing da pubblicizzare e adottare in tutti i sistemi. Cio' richiede che utenti e pubblico vengano educati e addestrati. Non possiamo valutare la qualita' dei grandi sistemi, che interagiscono in modi complessi e variabili, solo in base ai loro indicatori interni di rendimento, e al volume dei servizi forniti.

Il risparmio energetico viene spesso citato come una fonte abbondante – a costo minimo. F. Krause, dell' International Project for Sustainable Energy

Paths (cfr.: http://www.igc.apc.org/IPSEP.html), sostiene che entro il 2020 l'Europa potrebbe risparmiare fra 20 e 30 G€ (GEURO) all'anno riducendo drasticamente gli sprechi di elettricita'. Cio' sarebbe fattibile anche con usi finali che assorbano un 30% in piu' di energia elettrica a causa della introduzione di nuove elettrotecnologie in applicazioni che attualmente sono non elettriche (e hanno rendimenti piu' bassi) e a causa di uno sviluppo della domanda. Per conseguire questo risultato sarebbe necessario di:

- Migliorare l'isolamento di edifici e frigoriferi
- Usare sistemi di illuminazione moderni
- Migliorare il rendimento dei motori regolandoli elettronicamente
- Usare pompe di calore
- Introdurre nuovi processi industriali.

I calcoli di Krause sono del tutto corretti. Questa ragionevole soluzione, pero', incontra resistenza a causa della assenza di una razionale pianificazione pubblica seriamente promossa e della incapacita' del pubblico di apprezzare la notevole entita' dei risparmi futuri, che vengono scontati dando la preferenza a minori esborsi immediati. Non c'e' bisogno di dire che dobbiamo continuare a cercare e adottare soluzioni razionali.

CAPITOLO 11

La luce e la sua lunghezza d'onda

Il mondo ci apparirebbe ben diverso se fossimo sensibili alle onde radio invece che a quelle luminose, sonore e termiche.

Possiamo immaginare che esseri umani capaci di ricevere trasmissioni radio vivrebbero oggi in una confusione continua di segnali, con tutte le stazioni radio che ci sono. Nell'antichita', invece, avrebbero vissuto sentendo solo le scariche elettriche atmosferiche e, forse, sarebbero stati capaci di prevedere i temporali. Il vantaggio sarebbe stato scarso: la loro capacita' di sopravvivenza non sarebbe aumentata. Quindi, se mai ci sono stati, i loro discendenti non sono sopravvissuti.

Noi siamo sensibili alla luce e ci domandiamo ancora di che cosa sia fatta.

Pare che Leonardo da Vinci all'inizio del XVI secolo avesse intuito che la luce era costituita da onde. Il concetto fu precisato meglio dal gesuita bolognese Francesco Grimaldi alla meta' del XVII secolo.

Solo nel 1678 Christiaan Huygens fece un primo calcolo della velocita' della luce in base a misure astronomiche. Concluse che viaggiava a 212.000 km/secondo. Sbagliava in difetto di circa il 30%. Nel 1849 Hyppolite Fizeau calcolo' la velocita' della luce in 300.000 km/secondo - molto vicino al valore attuale di 299.792.474 m/s.

Newton all' inizio del XVIII secolo scrisse un famoso libro di ottica che segno' un progresso notevole (come quasi tutte le sue opere) - e sosteneva la teoria corpuscolare.

Sono vere tutte e due le spiegazioni. La luce e' fatta di particelle - i fotoni - ed e' fatta di onde: siamo indotti a decidere che si comporta in un modo o nell'altro a seconda degli esperimenti che facciamo.

Non provero' nemmeno a descrivere piu' chiaramente questa strana situazione. Mi limito a dire che vale la stessa cosa per gli elettroni che possono essere interpretati come particelle o come onde a seconda degli esperimenti che vengono fatti. La ragione e' che cerco di mantenere questo libro a livello molto semplice: ma gia' impadronendosi di strumenti semplici si capiscono molte cose. Per quelle piu' complicate, c' e' da studiare molto di piu'. Se sono riuscito a trasmetterti il desiderio di saperne di piu', potrai acquistare conoscenza su altri libri e in altri modi.

Qui dico solo alcune semplici cose sui fotoni. Quando stanno fermi, non hanno massa - e non si possono osservare. Quando si muovono, viaggiano alla velocita' della luce e hanno un'energia proporzionale alla frequenza ν [attenti! questa non e' la lettera che viene dopo la "u"; e' la lettera greca "ni"] della radiazione corrispondente (quindi i fotoni della luce viola hanno un'energia piu' alta di quelli della luce rossa). L'energia di un fotone e':

$$E = h\,\nu$$

dove h e' la costante di Planck ($6{,}6\ 10^{-34}\ kg.m^2/sec$). Questa espressione dell'energia di un fotone deriva dalla teoria dei quanti di cui riparleremo un po' piu' estesamente (ma neanche tanto) nel Capitolo 13.

Ora, parlero' della luce come di un fenomeno ondulatorio: dopo tutto, puo' essere descritta anche cosi' (anche se i fotoni sono particelle). Quello che diro' vale per le onde sulla superficie di un lago o del mare, per le onde elettromagnetiche, per la luce e per le oscillazioni di molle e pendoli (come gia' avevo annunciato all'inizio del libro).

Quando vediamo dalla riva le onde del mare che vengono da lontano, si avvicinano a noi e poi si frangono sui fondali bassi o sugli scogli, siamo soggetti in effetti a una illusione ottica. Sembra che le molecole d'acqua che stanno al largo prima dei frangenti, si avvicinino a noi ondeggiando, ma non e' così. Ho provato a chiedere a parecchie decine di persone (anche colte) di mostrarmi con un dito la traiettoria che ritengono sia seguita da una particella d'acqua sulla superficie del mare ondoso. La maggioranza degli intervistati ha mosso l'indice secondo il profilo di un'onda (una sinusoide) partendo da lontano e avvicinandolo a se. Invece in effetti le molecole d'acqua si muovono verticalmente - su e giu' - le une dopo le altre obbedendo a una stessa legge, ma non si avvicinano affatto a noi.

Non vi chiedo di aver fede in questa mia affermazione. Potete rendervene conto se gettate un tappo di sughero a una buona distanza dalla costa e dai frangenti. L'onda passa e il tappo va su e giu' senza avvicinarsi a riva. Potete fare osservazioni simili restando a galla fra le onde accanto a una boa ancorata al fondo. Voi non siete ancorati, ma come la boa andate su e giu' e non vi allontanate da essa (purche' non ci sia corrente).

L'acqua del mare in effetti si avvicina alla riva e ci si proietta anche violentemente quando l'onda si frange. Se le onde sono alte rispetto alla profondita' dell'acqua, non hanno altra acqua a cui trasmettere la perturbazione. Vanno a costituire come un muro d'acqua che non ha sostegno verso terra e, quindi, crolla verso riva. Quindi l'acqua viene notoriamente risucchiata verso il largo e va a formare un'altra onda che si frangera' di nuovo.

Tracciamo un diagramma per una di queste particelle che sta sulla superficie del mare. Riportiamo in ordinate le posizioni verticali occupate nel tempo e in ascisse il tempo. Il diagramma che costruiamo e' quello in alto della Figura 1: e' una sinusoide. Se chiamiamo x lo spostamento verticale della molecola considerata, l'equazione del suo moto in funzione del tempo t e':

$$x = A \text{ sen } (2 \pi t/T)$$

ove A (in metri) e' la meta' dell'escursione totale della molecola, T e' il periodo dell'oscillazione, cioe' e' il tempo che intercorre fra un istante

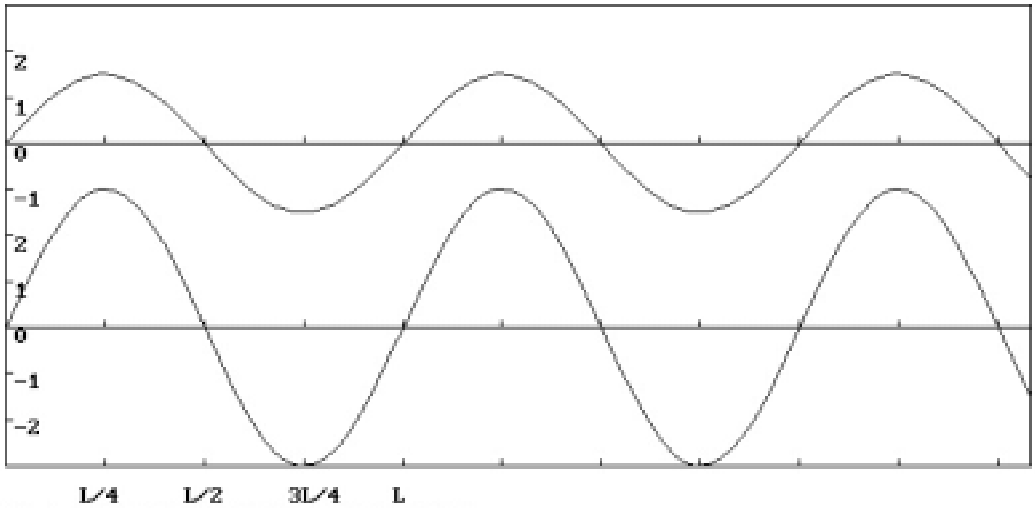


FIG.1 - DUE ONDE IN FASE E LORO SOMMA

in cui la particella occupa la sua posizione piu' alta e l'istante seguente in cui, dopo essersi abbassata, torna a occupare la posizione piu' alta. La posizione zero sul diagramma e' quella intermedia fra il punto piu' alto e quello piu' basso: essa viene occupata quando $t = 0$, quando $t = T/2$ e quando $t = T$.

L'angolo ($2 \pi t/T$) (che si chiama "fase" o "angolo di fase") e' l'argomento, cioe' la variabile da cui dipende la funzione seno che appare nella formula alla pagina precedente. Il diagramma sinusoidale in alto in Figura 1 si puo' costruire nel modo seguente.

Immaginiamo un segmento OP lungo quanto l'ampiezza A dell'onda sinusoidale, che ruota intorno al punto O (l'origine degli assi in Figura 1) e che impiega il tempo T a compiere un giro intero. (Questo vuol dire che gira alla velocita' $\nu = 1/T$ giri/s.) All'istante $t = 0$ il segmento OP e' orizzontale e la proiezione del suo estremo P sull'asse verticale (delle ordinate) in Figura 1 coincide con O. Man mano che il segmento ruota, la proiezione di P sull'asse verticale sale e raggiunge il valore OP dopo un tempo $T/4$ - quando l'angolo di fase ($2 \pi t/T$) assume il valore

$$(2 \pi (T/4)/T) = \pi/2 = 90°$$

Se riportiamo i valori delle distanze da O delle proiezioni del punto P in funzione della fase $(2 \pi t/T)$, otteniamo proprio il diagramma in alto di Figura 1. Quando $t = T$, la fase e' uguale a 2π .

Dicevamo, dunque, che le molecole d'acqua vanno solo su e giu'. Quella che viaggia verso di noi e' la perturbazione, cioe' il fatto che le molecole oscillano armonicamente perturbando quelle adiacenti che si mettono a oscillare anche loro nello stesso modo una dopo l'altra. Possiamo misurare la velocita' a cui la perturbazione (il moto ondoso) si avvicina alla spiaggia: la chiamiamo V (e la misuriamo naturalmente in m/s). Se moltiplichiamo la velocita' V per il periodo T, otteniamo la lunghezza L [$L = V T$], che si chiama lunghezza d'onda e che e' la distanza in metri fra la cresta di un'onda e la cresta dell'onda seguente.
Supponiamo che sia $A = 1,5$ m (come indicato nel diagramma), che il periodo sia $T = 6$ secondi e che la lunghezza d'onda sia di 10 m. Allora la velocita' di traslazione della perturbazione ondosa e'

$$V = L/T = 10 \text{ m}/6 \text{ sec} = 1,666 \text{ m/s} = 6 \text{ km/h}.$$

Osserva che sul diagramma ho riportato in ascisse la lunghezza d'onda L, invece del periodo T. Così ho rappresentato la forma delle onde che vediamo. Qui la velocita' V e' costante per cui lunghezza d'onda e periodo sono legati dalla relazione $L = V T$ e il diagramma ha la stessa forma sia in funzione delle distanze nella direzione di propagazione delle onde, sia in funzione del tempo in un punto dato -- e, quindi, della fase $(2 \pi t/T)$ che e' proporzionale al tempo t.

Ora, se accade che due perturbazioni si trasmettano a uno specchio d'acqua inizialmente calmo, le molecole di questo saranno influenzate sia dalla prima, sia dalla seconda perturbazione. Andranno su e giu' di quantita' che sono la somma algebrica di quelle dovute alle due perturbazioni. Se le due perturbazioni hanno periodo e ampiezza diversa, le conseguenze si possono calcolare, ma non sono calcoli semplici: qui non ce ne occupiamo. Se, invece, il periodo e' lo stesso, i calcoli sono piu' semplici - quasi intuitivi. Vediamo come funzionano. Il caso piu' semplice di due perturbazioni (moti ondosi) che abbiano lo stesso periodo si verifica quando uno stesso moto ondoso si divide in due a seguire percorsi diversi. Ecco come.

Se c'e' un molo parallelo alle onde e questo molo ha due aperture, le onde perturberanno lo specchio d'acqua retrostante in funzione di due perturbazioni identiche ciascuna delle quali, pero', dalla sua apertura si diffonde dietro il molo in tutte le direzioni. Nei punti dello specchio dietro il molo che sono a **uguale** distanza dalle due aperture, le perturbazioni giungono avendo la stessa fase e causano, quindi, un'oscillazione delle particelle che e' doppia di quella originaria. Il diagramma che si ottiene e' quello in basso in Figura 1: le oscillazioni sono in fase con quelle originali e l'ampiezza e' doppia. (i due diagrammi delle due perturbazioni identiche sono ambedue rappresentati da quello in alto in Figura 1): coincidono.
In altri punti, invece, la distanza dalla aperture e' diversa. Dunque le perturbazioni non sono piu' sincrone come in Figura 1.
Se la distanza da una delle due aperture differisce di un quarto della lunghezza d'onda dalla distanza dall'altra, le due onde arrivano sfasate e sono rappresentate dai due diagrammi in alto in Figura 2.

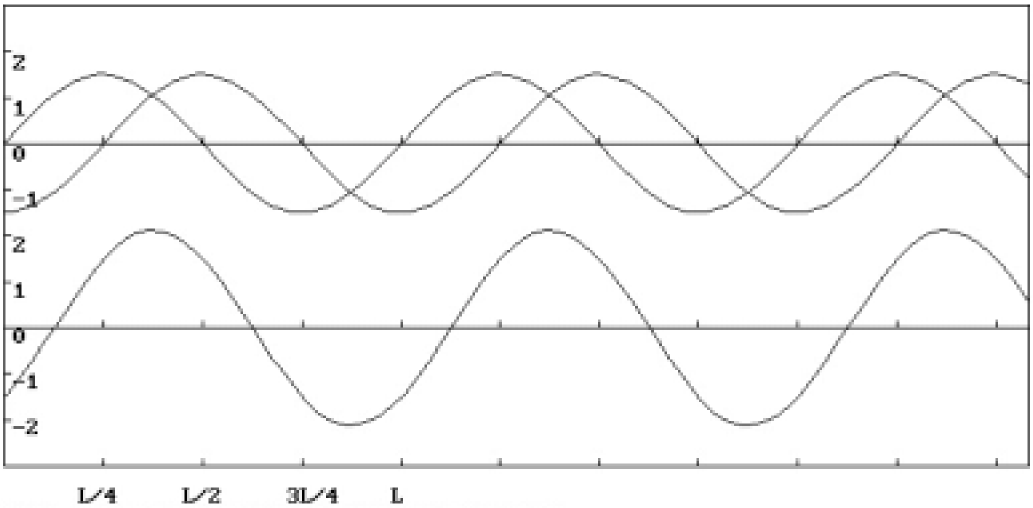


FIG.2 - DUE ONDE SFASATE DI L/4 E LORO SOMMA

Il diagramma in basso in Figura 2 tappresenta il moto delle molecole così influenzate. L'ampiezza risultante non e' piu' il doppio dell'ampiezza originale, ma e' di meno.

Come si vede dal diagramma, il massimo positivo si ha ai 3/8 del periodo della prima onda e l'ampiezza e' uguale a quella originaria (che e' anche qui 1,5) moltiplicata per 1,4142136 (che e' la radice quadrata di 2 - il che dipende dal fatto che i 3/8 del periodo corrispondono a un valore della fase della prima onda di 135° e della fase della seconda di 45° e che sen 135° = sen 45°= √2/2) - cioe' l'ampiezza del diagramma inferiore e' 2,12. Il periodo non cambia e la fase e' intermedia fra quella delle due perturbazioni.

Se le distanze di un punto dalle aperture del molo differiscono di 7/16 della lunghezza d'onda, allora i due diagrammi delle perturbazioni indotte sono quelli rappresentati nella parte superiore di Figura 3. Nella parte inferiore

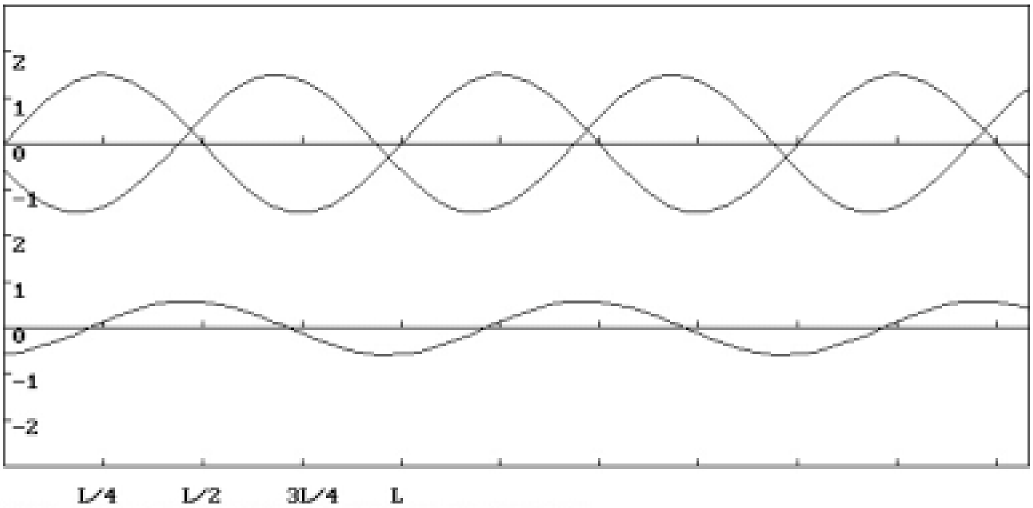


FIG.3 - DUE ONDE SFASATE DI 7L/16 E LORO SOMMA

della stessa figura e' rappresentata la perturbazione risultante: come si vede e' molto piccola. Il periodo e' sempre lo stesso e la fase e' intermedia.

Infine nei punti in cui le distanze dalle due aperture nel molo differiscono di mezza lunghezza d'onda, le due perturbazioni sono in controfase, cioe' una ha valori positivi identici ai valori negativi dell'altra. Quindi la somma dei loro effetti e' zero e i punti stessi sono in quiete: non oscillano affatto. La situazione e' rappresentata in Figura 4.

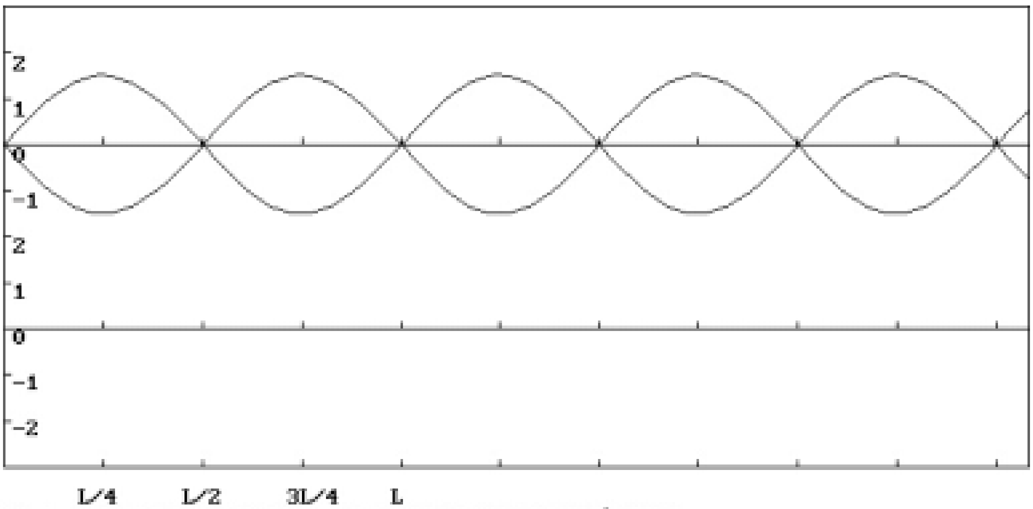


FIG.4 - DUE ONDE IN CONTROFASE: LA LORO SOMMA E' ZERO

Queste considerazioni e i calcoli che ho esposto sono giusti. Pero' se vai a controllare le onde del mare o di un lago, troverai difficile constatare che le cose vanno proprio come le ho raccontate. Questo dipende dal fatto che le onde così regolari come quelle che ho descritto sono rare. Spesso sono anche disturbate alla presenza di correnti. Le onde che troviamo in realta' dipendono dal vento e dalle oscillazioni indotte nell'acqua in tempi precedenti. Quindi non hanno tutte lo stesso periodo e variano in tanti modi diversi. Anche i moli paralleli alla costa e alle onde sono rari e raramente presentano due aperture piccole e nette, tali da permettere le osservazioni dei fenomeni che ho descritto.

Le interferenze fra onde dello stesso periodo e della stessa ampiezza si chiamano diffrazioni o interferenze. Si verificano nelle acque in condizioni ben controllate, ad esempio realizzate con una struttura accuratamente predisposta in un laboratorio.

Le interferenze si verificano anche con le onde sonore. Se in una certa area si propagano i suoni prodotti da due sorgenti identiche, muovendoci troviamo il silenzio in certi punti e un suono amplificato in altri. Su questo principio sono stati anche costruiti silenziatori per motori e compressori d'aria rumorosi. Questi silenziatori generano suoni e rumori in controfase con quelli prodotti e con la stessa intensita'. In questo modo a breve distanza dal generatore di rumore (munito di silenziatore) non si sente quasi piu' niente.

Diffrazione e interferenza si verificano anche con le onde luminose e con le onde elettromagnetiche in modi del tutto simili a quelli che ho descritto per le onde nei fluidi. Sui libri di testo potrete vedere come.

Come gli antichi avrebbero potuto calcolare la lunghezza d'onda della luce (misurando solo lunghezze)

Qui illustrero' un esempio di diffrazione della luce che chiunque puo' osservare in una giornata di sole. Se seguite queste semplici considerazioni, vedrete come si possa calcolare la lunghezza d'onda della luce - senza usare strumenti altro che un regolo per misurare distanze. Naturalmente il calcolo e' approssimato: fornisce solo un ordine di grandezza. E' interessante, pero', che anche gli antichi avrebbero potuto eseguire questo calcolo semplicemente accettando l'ipotesi che la luce fosse costituita da onde di forma sinusoidale. Gli unici strumenti matematici necessari sono: la trigonometria (gia' nota da due secoli prima della nostra era) e il teorema di Pitagora (noto da epoca ancora piu' antica).

Supponiamo che la luce del sole colpisca una fessura di ampiezza h, sita a distanza s da una superficie su cui vedremo la luce che così perviene.

La situazione e' rappresentata schematicamente in Figura 5.

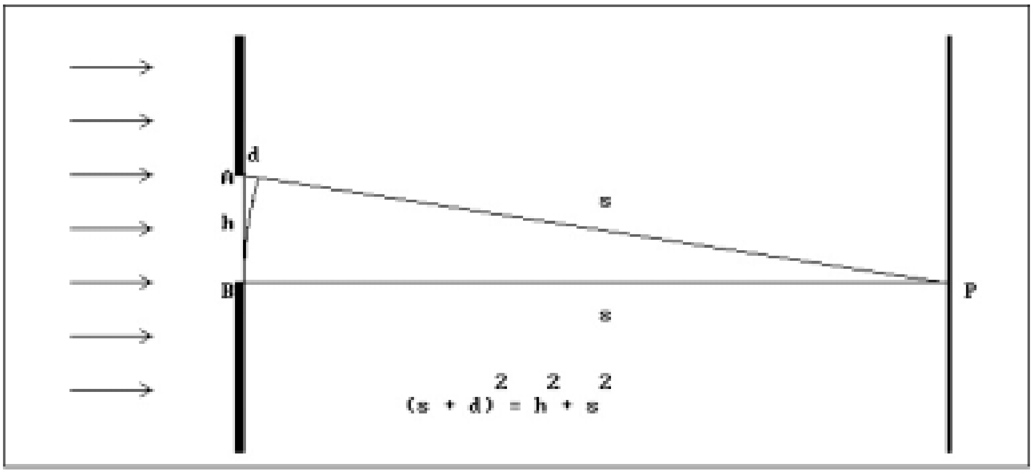


Fig.5 - DIFFRAZIONE DELLA LUCE SOLARE

I raggi del sole in figura vengono da sinistra. Nel punto P arriva la luce diretta che percorre una distanza s . Arriva anche la luce diffratta dall'altro bordo della fessura e questa percorre una distanza maggiore s+d. Per il triangolo rettangolo ABP con cateti h ed s , che in P incontra l' ipotenusa (s+d), vale, quindi, il teorema di Pitagora che scriviamo:

$$(s + d)^2 = h^2 + s^2$$

sviluppando il quadrato al primo membro, si ottiene

$$d^2 + s^2 + 2\,ds = h^2 + s^2 \qquad \text{da cui} \qquad d^2 + 2\,ds = h^2$$

ma d e' molto piccolo rispetto a s, per cui possiamo trascurare il termine d^2, e otteniamo per la differenza di percorso fra l'onda di luce che viene dritta sul bordo inferiore della fessura e l'altra che arriva al punto P dal bordo superiore, il valore

$$d = h^2/2\,s$$

Quando questa differenza di percorso e' uguale a mezza lunghezza d'onda, le due onde sono in controfase (come abbiamo visto in Figura 3), quindi si annullano a vicenda e si crea una zona d'ombra. Questo accade quando

$$d = h^2/2\,s = L/2$$

da cui: $L = h^2/s$

Puoi fare l'esperimento con la luce del sole che splenda alle tue spalle da una finestra e proietti la tua ombra su un muro a circa 3 metri di distanza. Mettiti nel vano della finestra e avvicina la testa a uno stipite. Ti accorgerai che, un istante prima di toccarlo con la testa, alla tua ombra cresce un corno orizzontale che va a toccare l'ombra dello stipite. Se avvicini allo stipite la mano aperta col palmo perpendicolare al sole, quando le dita stanno per toccare il bordo della finestra, l'ombra del tuo dito medio si allunga di molto.

Qui, dunque, la fessura di ampiezza h e' la distanza fra la tua testa o il tuo dito e lo stipite della finestra. Se ora misuri questa distanza dallo stipite a cui avvengono queste cose ti accorgi che e' di circa 1 mm. E' questo il valore di h da inserire nell'ultima formula scritta. E ho gia' detto che la distanza d dal muro e' di 3 m. La lunghezza d'onda L si calcola, allora, come

$$L = h^2/s = (10^{-3})^2/3 = 10^{-6}/3 = 0{,}3\ \mu\,m$$

cioe' e' uguale a circa un terzo di micron. La lunghezza d'onda e' in effetti compresa fra 0,4 a 0,7 μ m (rispettivamente per il violetto e per il rosso).
Il calcolo e' giusto.

Come si propaga la luce (principio di Fermat)

Come puoi immaginare sulla luce e sui fenomeni ondulatori ci sono ben altre cose da dire. Non ne parlo perche' questo non e' un libro di fisica vero: e' solo un tentativo di mostrare alcuni meccanismi che governano il mondo intorno a noi. Se hai la pazienza di apprezzarli, ti verranno altre curiosita' che, come ho gia' detto, farai bene a soddisfare leggendo cose scritte da fisici veri.

Qui mi limito a mostrare come una legge dell'ottica geometrica si possa dedurre da un principio enunciato dal matematico francese Pierre de Fermat:

"La lumière se propage d'un point à un autre sur une trajectoire telle que la durée du parcours soit minimale" (La luce si propaga da un punto a un altro su di una traiettoria tale che la durata del percorso sia minima).

E' notevole che Fermat (che di mestiere era uomo di legge) scrisse queste parole verso la meta' del XVII **prima** che fossero fatte misure della velocita' della luce di una certa affidabilita'.

Il principio di Fermat si puo' usare per determinare che percorso segue un raggio di luce che partendo dal punto A debba essere riflesso dallo specchio SS' per poi finire nel punto B (vedi Figura 6).

Cerchiamo cioe' di determinare la posizione del punto C tale che sia minimo il percorso ACB. Vediamo subito che il percorso ACB ha la stessa lunghezza del percorso ACB', dove B' e' l'immagine speculare di B, cioe' il punto sito oltre (dentro) lo specchio sulla perpendicolare da B allo specchio e alla stessa distanza di B (cioe' tale che BS'=S'B'). Infatti e' CB=CB', dato

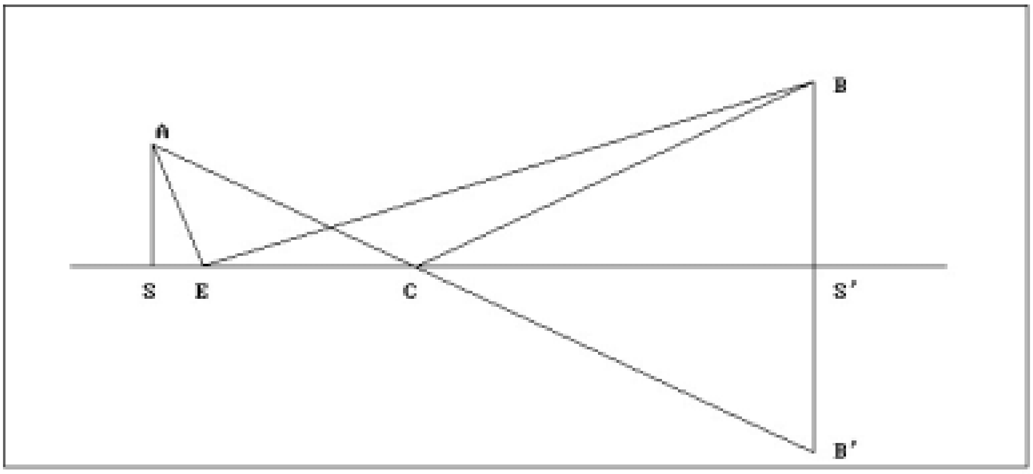


Fig.6 - LA LUCE SEGUE IL PERCORSO MINIMO (PRINCIPIO DI FERMAT)

che CBS' e CB'S' sono due triangoli rettangoli uguali. Ma naturalmente la distanza minima fra A e B' si trova sulla retta che li unisce e C e' il punto di intersezione dello specchio SS' con la retta AB'. Il problema e' risolto: il percorso ACB e' il piu' corto di ogni altro percorso come AEB.

Si vede anche come l'angolo ACS sia uguale all'angolo S'CB' (ti ricordi? sono alterni interni!) e questo e' uguale all'angolo BCS'. Dunque l'angolo ACS e' uguale all'angolo BCS', il che si esprime dicendo che l'angolo formato con lo specchio dal raggio incidente e' uguale all'angolo formato dal raggio riflesso. Questa e' una delle osservazioni di base dell'ottica geometrica.

Incidentalmente l'uguaglianza dell'angolo del raggio incidente e di quello riflesso e' approssimativamente rispettata anche quando una palla di biliardo batte sulla sponda e viene deviata allontanandosene. Questa osservazione poteva essere uno degli argomenti a sostegno di chi propendeva per una teoria corpuscolare (invece che ondulatoria) della luce.

Ci sarebbero tante altre cose da dire sulla rifrazione (cambiamento della direzione dei raggi di luce quando dall'aria entrano in un altro mezzo, ad esempio acqua o vetro), sulla riduzione della velocita' della luce quando passa attraverso sostanze varie (aria, acqua, cristallo) invece che nel vuoto, sulle lenti, etc. Ma accontentiamoci per ora di aver capito un paio di meccanismi: riprenderemo questi argomenti nel Capitolo 13.

CAPITOLO 12

La teoria della relativita'

La composizione relativistica dei moti

> Un pilota di razzi nato a Lima
> Vola tanto veloce che si stima
> piu' forte della luce. In un concorso
> d'astronavi partì lunedi scorso
> e al traguardo arrivo' due giorni prima.

Con questi versi (non troppo eleganti) ho provato a tradurre il limerick pubblicato sulla rivista Punch negli anni Trenta dal Prof. A.H. Reginald Buller, membro della Royal Society britannica, che insegnava botanica all'Universita' di Manitoba. L'originale diceva:

There was a young lady named Bright
Whose speed was far faster than light
She went out one day
In a relative way
And returned on the previous night.

Questa poesiola e' vecchia di circa 70 anni. L'ho citata perche' testimonia che da molti decenni parecchia gente aveva capito come la teoria di Einstein ha rivoluzionato il modo di pensare al tempo - e, quindi, alla velocita' e alla stessa contemporaneita' degli eventi. Qui cerchero' solo (in modo metodico e ragionato) di dedurre qualche conseguenza chiara dalle intuizioni iniziali di Einstein e da certi fatti sperimentali.

Come abbiamo visto nel capitolo precedente, si sapeva da mezzo secolo che la luce viaggia nel vuoto a 300.000 km/s. Un secolo fa Einstein non fece esperimenti, ma riuscì ugualmente a capire le due verita' (o postulati) seguenti - contrari all'intuizione:

1. **Le regole per la composizione dei moti trovate da Galileo (descritte nell'ultima sezione del Capitolo 5) non valgono affatto quando una delle velocita' considerate e' la velocita' della luce. Nel vuoto la velocita' della luce e' costante e non puo' essere superata.**
2. **Il moto di ogni oggetto e' relativo: per descriverlo bisogna specificare rispetto a quale altro oggetto esso si verifichi. Un osservatore che si muova a velocita' costante su traiettoria rettilinea non puo' in nessun modo determinare le caratteristiche del proprio moto, se non esegue osservazioni e misure su oggetti diversi da quelli solidali con lui.**

Einstein ha formalizzato così verita' che Galileo aveva visto in modo piu' limitato. Riempie di rinnovata meraviglia il fatto che Einstein propose questi concetti come postulati, anche se certo derivavano da ragionamenti acutissimi su risultanze sperimentali. Numerosissime esperienze di fisica delle particelle e osservazioni astronomiche hanno poi confermato la validita' della teoria della relativita'.
Come si devono comporre i moti quando le velocita' in gioco si avvicinano a quella della luce? Consideriamo solo il caso di velocita' lungo una stessa retta, così non dobbiamo fare calcoli su angoli, come avevamo fatto nel Capitolo 5. Per comporre due velocita' V_1 e V_2dovremo applicare ad esse una operazione che indichiamo per ora con il simbolo ✤ . E cerchiamo di capire come va definito questo operatore. Intanto sappiamo gia' che, se le due velocita' considerate sono <u>molto</u> piu' basse di quella c della luce, il nuovo operatore deve imporre il calcolo di una semplice somma. La composizione dei moti e' galileiana e la velocita' risultante (o composta V deve essere:

$$V = V_1 + V_2 = V_1 \,✤\, V_2$$

Se le due velocita' sono minori di c, sara'

$$V = V_1 \text{✤} V_2 < c$$

Se una delle due velocita' e' uguale a quella della luce c, sara'

$$V = c \text{✤} V_2 = c \qquad\qquad V = V_1 \text{✤} c = c$$

Se le due velocita' sono ambedue uguali a quella della luce, sara'

$$V = c \text{✤} c = c$$

Ora la prima equazione scritta sopra si puo' trasformare in quest'altra;

$$V = V_1 \text{✤} V_2 = (V_1 + V_2) \,.\, f(V_1, V_2)$$

dove $f(V_1, V_2)$e' una funzione delle due velocita' da comporre. Di essa sappiamo gia' varie cose:

- quando V_1 e V_2 sono molto piu' piccoli di c , deve essere $f(V_1, V_2) = 1$, perche' deve valere la prima equazione scritta alla pagina precedente
- il fatto che la funzione assuma lo stesso valore se le variabili hanno valori v1 e c oppure c e v2, indica che si tratti di una funzione del prodotto V_1V_2.
- la funzione ha le dimensioni fisiche di un numero puro, dato che e' uguale al rapporto fra due velocita'.

Dalle equazioni di pagina precedente deduciamo:

$$(V_1 + c)\, f(V_1c) = c; \quad (c + V_2) \,.\, f(cV_2) = c \;; \quad (c + c) \,.\, f(cc) = c$$

e da queste:

$$(V_1 + c)\, f(V_1c) = c \;: \qquad f(V_1c) = c/(V_1 + c) = 1/(1 + V_1c/c^2)$$

$$(c + V_2)\, .\, f(cV_2) = c \;; \qquad f(cV_2) = c/(c + V_2) = 1/(1 + cV_2c/c^2)$$

$$(c + c)\, .\, f(cc) = c; \qquad f(cc) = c/(c + c) = 1/2$$

Dunque la forma piu' plausibile della funzione che stiamo analizzando e'

$$f(V_1, V_2) = 1/(1 + (V_1V_2/c^2))$$

da cui finalmente

$$V = (V_1 + V_2)/(1 + (V_1V_2/c^2))$$

La formula conferma che il termine correttivo che sta al denominatore e' uguale a 1 , se le due velocita' da comporre sono molto minori di c.
Usiamo l'ultima formula della pagina precedente per calcolare come si compongono velocita' alte - che rappresentino una parte non trascurabile della velocita' c della luce. Supponiamo di comporre due velocita' uguali.
Se sono la meta' di quella della luce, ci attenderemmo applicando le regole della composizione galileiana dei moti che la velocita' composta sia uguale a quella della luce (il che dovrebbe accadere a una particella sparata alla velocita' c/2 partendo da un'altra particella che viaggia a c/2). Applicando l'ultima formula, invece, vediamo che si raggiunge una velocita' che e' solo l'80% di quella della luce. La differenza e' del 20%.
Questi risultati sono riportati nella prima riga della tabella seguente.

Velocità V (km/s)	**c/V**	**V/c**	**2 V/c**	**Velocità composta relativistica**	**Differenza percentuale**
150.000	2	0,5	1	0,8	20 %
75.000	4	0,25	0,5	0,47	6
37.500	8	0,2	0,4	0,246	1,6
30.000	10	0,1	0,2	0,198	1
3.000	100	0,01	0,02	0,019998	0,01

Le righe seguenti sono relative a velocita' che sono un quarto, un ottavo, un decimo e un centesimo della velocita' della luce. Si vede che applicando le regole della composizione galileiana dei moti a due velocita' che siano 100 volte minori di quella della luce (cioe' di 3.000 km/s), commettiamo un errore che e' solo di una parte su 10.000. La nostra terra viaggia intorno al sole a una velocita' ancora circa 100 volte piu' bassa (30 km/s), alla quale l'errore che si compie utilizzando le regole della composizione galileiana dei moti si riduce a una parte su un miliardo. Per velocita' inferiori a 1 km/s, come quelle degli aerei supersonici (o ancora piu' basse), e' trascurabile la differenza fra velocita' composta calcolata alla Galilei o in modo relativistico.

<u>Come scorre il tempo alle altissime velocita'</u>

Se ragioniamo sui fenomeni che si verificano ad altissime velocita', dobbiamo concludere che il tempo trascorre tanto piu' lento quanto piu' alta e' la velocita'.

Supponiamo di avere in un veicolo spaziale che va in linea retta alla velocita' u . Dentro il veicolo c'e' un "orologio a luce" costituito da due specchi piani sovrapposti alla distanza L. Un fotone rimbalza continuamente (ovviamente alla velocita' della luce) fra i due specchi e, se il veicolo spaziale e' fermo, il tempo per un tragitto completo dallo specchio inferiore al superiore e ritorno e'

$t = 2\ L/c$

Quando il veicolo vola alla velocita' costante u , nulla cambia all'interno: un astronauta percepisce che l'orologio a luce continua a battere lo stesso tempo dato dalla formula scritta sopra.

Invece un osservatore fermo rispetto al veicolo vede che il fotone percorre uno spazio maggiore di L, perche' durante il tragitto intanto lo specchio superiore si e' spostato alla velocita' u. Ma deduciamo dal postulato della costanza della velocita' della luce che sul percorso PR (di lunghezza L') inclinato rispetto alla perpendicolare agli specchi (vedi Figura 1), il fotone marcia sempre alla velocita' c .

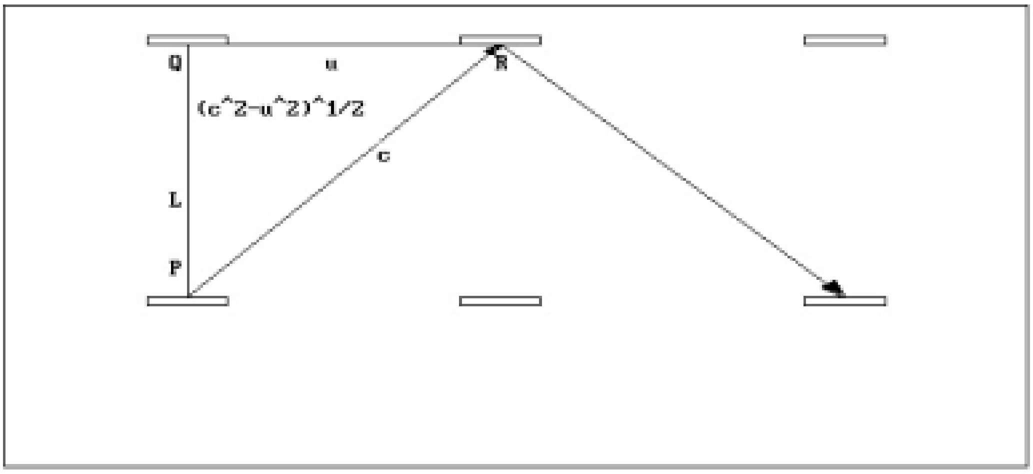


Fig.1 - Orologio a luce in moto uniforme a velocita' u

E quanta strada fa il fotone, quando il veicolo va alla velocita' u? Dall'esame del triangolo rettangolo delle velocita' PQR deduciamo che

$$PQ/\sqrt{(c^2 - u^2)} = L/\sqrt{(c^2 - u^2)} = L'/c = PR/c$$

da cui:

$$L' = L\, c/\sqrt{(c^2 - u^2)} = L/\sqrt{(1 - u^2/c^2)}$$

Dividiamo per c il doppio della lunghezza L' per ottenere il tempo t' che l'osservatore fermo osserva e misura per il tragitto completo del fotone, in questa condizione di moto del veicolo

$$t' = 2\, L'/c = 2\, L/c\, (1/\sqrt{(1 - u^2/c^2)}) = t\, (1/\sqrt{(1 - u^2/c^2)})$$

Ovviamente t' e' piu' lungo di t, quindi l'orologio a luce rallenta, come asserito inizialmente. Non solo: possiamo essere sicuri che anche ogni altro tipo di orologio rallenta esattamente nella stessa misura. Perche'? Ma perche', se non fosse così, potremmo rilevare dall'interno del veicolo spaziale una differenza nel tempo misurato dai due orologi e da questa potremmo determinare la velocita' costante del veicolo stesso rispetto all'osservatore fermo. E questa eventualita' e' esclusa per la seconda verita' (o postulato) riportata all'inizio di questo capitolo.

Tutti i processi che riguardano gli oggetti in moto continuano naturalmente a svolgersi secondo i loro ritmi, ma vengono percepiti come rallentati dagli osservatori esterni. Da qui proviene il famoso paradosso dei due gemelli. Se un gemello resta sulla terra, mentre l'altro compie un lungo viaggio spaziale a velocita' non lontane da quella della luce per un tempo adeguato, il primo vede rallentato il tempo del secondo. Quando questo frena e torna sulla terra trova il primo invecchiato anche di anni, mentre lui e' rimasto piu' giovane.

Comunque, quello dei gemelli e' un esperimento che per ora possiamo solo pensare, non eseguire. Invece e' stato eseguito l'esperimento di accelerare certe particelle - i mesoni μ o muoni - fino a velocita' vicine a quella della luce. I muoni hanno la particolarita' che si disintegrano 2,2 μs (milionesimi di secondo) dopo essere stati generati. Se vengono portati a una velocita' uguale al 99% di quella della luce, il loro tempo apparente si rallenta e la loro vita apparente si allunga di circa 7 volte in accordo perfetto con l'ultima formula scritta:

$$t' = t\,(1/\sqrt{(1 - u^2/c^2)}) = 2{,}2\ \mu s\ (1/\sqrt{(1 - 99^2/100^2)}) = 2{,}2 \,.\, 7{,}088 =$$
$$= 15{,}59\ \mu s$$

Attento! Ora non provare nemmeno a sostenere che <u>intuisci</u> la necessita' che il tempo rallenta per chi viaggia a velocita' altissima. Nessuno di noi ha avuto esperienze che possano suggerirlo. Per convincersene basta pensare al fatto citato sopra che anche la velocita' degli aerei supersonici (alla quale pochi di noi hanno viaggiato) e' del tutto trascurabile in questo contesto.

<u>La massa relativistica (perche' la velocita' della luce e' irraggiungibile)</u>

Nel Capitolo 5 abbiamo visto che la quantita' di moto e' una grandezza fisica che si conserva. Abbiamo visto che se due corpi si urtano in modo piu' o meno elastico, la somma dei prodotti delle loro masse per le loro velocita' ha lo stesso valore prima e dopo l'urto.

Se, pero', l'urto avviene a velocita' comparabili a quella della luce, la composizione delle velocita' deve essere fatta secondo le regole esposte all'inizio di questo capitolo. Perche' valga ancora la conservazione della quantita' di moto, siamo costretti a concludere che la massa di un corpo non e' costante, ma dipende dalla velocita' u. Non riporto qui le considerazioni matematiche che portano a questa conclusione: sono un po' lunghette e non aggiungono gran che alla comprensione del concetto. La relazione che esprime questa dipendenza e':

$$m_u = m_o /\sqrt{(1 - (u^2/c^2))}$$

dove m_o e' il valore della massa a riposo, cioe' quando il corpo e' fermo (e u = 0) ed m_u e' il valore della massa alla velocita' u . La formula e' del tutto simile a quella scritta per il rallentamento del tempo alla pagina precedente. Implica che la massa di un corpo cresce quando cresce la sua velocita'. Dunque per accelerare un corpo (farne crescere la velocita') occorrono forze tanto piu' grandi, quanto piu' alta e' la velocita' gia' raggiunta. Se la velocita' di un corpo pesante raggiungesse quella della luce, la sua massa diventerebbe infinita. Si vede anche per questa via che la velocita' della luce non solo non puo' essere superata, ma non puo' essere nemmeno raggiunta. La raggiungono solo i fotoni, che sono privi di massa e viaggiano appunto alla velocita' della luce. I fotoni sono luce - e per loro il tempo non passa mai.

La contrazione dei corpi veloci

In base a considerazioni analoghe alle precedenti si conclude che, oltre all'aumento della massa, i corpi in moto all' alta velocita' u subiscono - per gli osservatori esterni stazionari - una contrazione delle loro dimensioni nella direzione del moto. Se il moto e' rettilineo e uniforme nelle direzione x, la dimensione d_x a riposo del corpo misurata in detta direzione si riduce alla velocita' u, a:

$$d_x' = d_x \cdot \sqrt{(1 - (u^2/c^2))}$$

Lo spazio-tempo e la sua curvatura

Quella di cui abbiamo parlato in questo capitolo e' la così detta teoria ristretta della relativita'. Una delle implicazioni di questa teoria e' che il tempo va considerato a tutti gli effetti come una quarta dimensione, oltre le tre spaziali (altezza, larghezza, profondita' - o, riferendosi a una terna di assi perpendicolari fra loro, x, y, z). La posizione di un corpo viene definita dalle sue tre coordinate spaziali e da quella temporale (x, y, z, t). Alcuni chiamano "cronotopo" l'insieme delle 4 coordinate.

Tutti i corpi materiali, quindi, viaggiano sia nello spazio, sia nel tempo. Tutti i corpi fermi (rispetto a un sistema di riferimento) viaggiano solo nel tempo, non nello spazio - e si muovono sull'asse del tempo alla velocita' della luce. Quando si muovono anche nello spazio, una parte di quella velocita' viene trasferita dal tempo allo spazio - ed e' per questo che, come abbiamo visto, il tempo trascorre piu' lento.
Qui si puo' pensare a un'analogia con gli spostamenti spaziali in due dimensioni. Supponiamo di avere un veicolo che marcia a velocita' costante di 100 km/h. Se viaggia in direzione Nord-Sud, dopo un'ora avra' percorso 100 km. Se ora sempre alla stessa velocita', cambia direzione e viaggia verso Sud Est invece che verso Sud (cioe' in direzione a 45° rispetto a quella Nord-Sud), dopo un'ora avra' percorso in direzione Nord-Sud solo 70,71 km -- e avra' percorso 70,71 km in direzione Nord-Sud Est.

Sulla teoria generale della relativita' diro' pochissimo. Einstein la elaboro' fra il 1905 e il 1915 e giunse alla conclusione che lo spazio tempo puo' essere rappresentato da una griglia ad angoli retti (cioe' con gli assi rettilinei e perpendicolari fra loro) a 4 dimensioni - in assenza di corpi pesanti. Quando nello spazio-tempo ci sono corpi pesanti che esercitano un'attrazione gravitazionale, allora la griglia dello spazio-tempo si deforma e si curva localmente. Questa deformazione determina l'attrazione gravitazionale e costituisce il meccanismo per effetto del quale l'attrazione fra corpi pesanti si risente a distanza.
La teorie della relativita' generale e' complessa. Qui ne do' solo qualche vaga idea e cito una sola esperienza che la conferma. Secondo la teoria, dunque, la deformazione dello spazio-tempo ha caratteristiche tali da modificare anche la traiettoria rettilinea della luce nel vuoto. Sebbene i fotoni siano privi di massa (se no, la loro massa sarebbe infinita dato che vanno alla velocita' della luce), la teoria afferma che essi vengono deviati quando passano vicino a un corpo pesante.

Un esperimento che conferma la teoria, fu realizzato nell'isola Principe al largo della costa dell'Africa Occidentale dall'astronomo Arthur Eddington durante l'eclisse solare totale del 29 maggio 1919. Come previsto la posizione di certe stelle, la cui luce passava tangente al sole, appariva leggermente spostata rispetto alle osservazioni fatte di notte sei mesi prima.
Dunque lo spazio del tutto vuoto e' omogeneo (uguale a se stesso in ogni sua porzione) e isotropo (ha le stesse proprieta' in qualunque direzione ci si muova -- in luoghi lontanissimi da corpi pesanti. In prossimita' di corpi pesanti (e fin dove si sente la loro azione gravitazionale) lo spazio si distorce. Si puo' valutare di quanto si distorce usando una formula definita da Einstein per misurare di quanto aumenta il raggio di una sfera che sia riempita di materia in modo uniforme con una certa densita' ρ . Come ci accorgiamo che la presenza di materia fa crescere il raggio della sfera? Prendiamo il case del nostro pianeta e procediamo così: misuriamone la superficie S. Poi calcoliamo il raggio R con la formula classica

$$R = \sqrt{(S/4\pi)}$$

Ora pratichiamo un foro dalla superficie al centro della Terra e misuriamo il raggio della terra: otteniamo il valore R', maggiore di R. La formula di Einstein esprime il valore della differenza fra raggio misurato e raggio calcolato in funzione della massa M della terra:

$$R' - R = (G/3\,c^2)\,M$$

con

$M = 4\,\pi\,\rho\,R^3/3$

$G = 6{,}67\ 10^{-11}\ m^3/kg\ .\ sec^2$ e' la costante di gravitazione (vedi Capitolo 5)

c e' la velocita' della luce.

Risulta, dunque, $(G/3\ c^2) = 2{,}47\ 10^{-28}$ m . kg ed $M = 6\ .\ 10^{24}$ kg per cui $R' - R = 1{,}5\ 10^{-3}$ m , cioe' un millimetro e mezzo - effetto molto piccolo.

Vedremo nel capitolo prossimo (quando parleremo brevemente di fisica quantistica) che anche in un altro senso lo spazio vuoto non si puo' considerare identico al nulla assoluto.

La teoria generale della relativita' ha permesso anche di arguire l'esistenza dei buchi neri: corpi celesti in cui la materia e' così densa e l'attrazione gravitazionale così forte da impedire che da essi possano distaccarsi corpi materiali e anche fotoni. I buchi neri non possono essere osservati direttamente dato che non possono emettere alcuna luce, ma la loro esistenza pare confermata dalla osservazione del comportamento di altri corpi celesti abbastanza distanti da non essere attratti e conglobati, ma abbastanza vicini da risentirne l'influenza.

E = m c²

Abbiamo visto prima che la massa di un corpo che viaggia alla velocita' costante u, aumenta rispetto al valore che aveva quando il corpo era fermo:

$$m_u = m_o /\sqrt{(1 - (u^2/c^2))}$$

Se ne deduce che la massa di un gas aumenta se lo scaldiamo. Infatti, se aumenta la sua temperatura, le sue molecole diventano piu' veloci e, quindi, sono piu' pesanti. Ora accetta per fede (te lo garantisce l'intera comunita' dei matematici) che la formula appena scritta si puo' trasformare così:

$$m_u = m_o /\sqrt{(1 - (u^2/c^2))} = m_o + (m_o\ u^2/2) / c^2$$

Ma la quantita' $(m_o\ u^2/2)$ che appare nella formula, e' l'energia cinetica calcolata come avrebbe fatto Newton, cioe' senza tenere conto dell'aumento della massa delle molecole con la velocita'. Dunque la formula appena scritta significa che l'aumento della massa del gas $(m_u - m_o)$ e' uguale all'aumento della sua energia cinetica diviso per c^2 .

Einstein suggerì, allora, che la massa di un corpo sia definita, invece che con la penultima formula di pagina precedente, dicendo che la massa e' uguale all'energia totale divisa per c^2. L'energia totale si esprime, dunque, come:

$$E = m c^2 = m_o c^2 + m_o u^2/2$$

Einstein chiamo' il termine $m_o c^2$ "energia a riposo" del corpo di massa m_o.

L'ultima formula scritta e' la famosa formula di Einstein che esprime l'equivalenza tra massa ed energia. Questa equivalenza non implica affatto la conseguenza che una qualunque massa (di piombo, di ferro, di calcare) si possa trasformare in energia. I modi in cui trasformare certe masse in energia sono complicati. Gli scienziati del Progetto Manhattan con cui furono prodotte le prime bombe atomiche, capirono che spaccando in due atomi di uranio si poteva produrre energia. Nella bomba di Hiroshima si trasformo' in energia meno dell'1% di circa 1 kg di uranio (cioe' poco meno di 10 grammi) -- e l'energia prodotta fu equivalente a quella di 12.000 tonnellate di alto esplosivo. I calcoli dimostravano che la formula di Einstein era giusta.

La fisica ebrea

Riporto qui alcuni passi dell'introduzione al manuale "Deutsche Physik" (Fisica tedesca) del Prof. Philipp Lenard, pubblicato nel 1936 in Germania - in pieno nazismo. Lenard aveva avuto il Premio Nobel per la fisica nel 1905. E' soltanto un documento curioso e tragico che testimonia a quali estremi le ideologie possono viziare la mente anche a persone addestrate alla ricerca.

L'introduzione comincia così:

"Fisica tedesca? Ma la scienza non e' internazionale? No: questo e' un errore. In effetti la scienza, come tutto quel che gli uomini producono e' condizionata dalla razza e dal sangue."

Dopo altre considerazioni sulla preponderanza raggiunta dagli ebrei in Germania dopo la fine della prima guerra mondiale e sul fatto che si puo' parlare di una fisica giapponese, mentre non si ha notizia di una fisica dei negri, Lenard continua:

"Per caratterizzare in breve la fisica ebrea conviene ricordare l'attivita' del suo rappresentante piu' famoso - il purosangue ebreo A. Einstein. Le sue "teorie della relativita'" intendevano modificare e dominare tutta la fisica, ma hanno ormai mostrato il loro netto contrasto con la realta'. Non pretendevano nemmeno di essere vere. All'ebreo manca in modo vistoso la comprensione della verita': riesce solo ad afferrare concordanze superficiali con la realtà oggettiva indipendente dal pensiero umano in contrapposizione con l'inflessibile volonta' di verita' dei ricercatori ariani".

Lenard continua criticando l'uso eccessivo della matematica e riaffermando il diritto del popolo tedesco a una sua scienza realistica e adatta alle realizzazioni tecnologiche.

CAPITOLO 13

Elettrodinamica quantistica

Pronti a essere illogici?

All'inizio del capitolo 11 ho scritto in modo disinvolto che la luce e' fatta di particelle - i fotoni - ma che dobbiamo anche accettare l'interpretazione che sia fatta di onde. In quella frase c'era una contraddizione! Quel che e' peggio (o meglio - a seconda dei punti di vista) e' che in questo capitolo non potremo sanare la contraddizione. Anzi: esporremo modi di ragionare in netto contrasto con la nostra intuizione e con il senso comune.
Aristotele ci aveva insegnato che nello stesso tempo e nello stesso senso e' falso affermare che una certa proposizione logica e' vera ed e' falsa. (E' il principio di non contraddizione che sta balla base della logica). Qui dovremo accettare che nello stesso tempo e nello stesso senso consideriamo che la luce sia fatta di particelle e, insieme, andiamo a calcolarne la fase come se fossero onde.
Quasi tutti danno per scontato che gli effetti si producono nel tempo dopo le cause. Vedremo, invece, casi in cui prima si produce un effetto e solo dopo un certo tempo si verifica la causa che lo ha prodotto!
All'inizio del XX secolo vennero fuori illogicita' gravi derivanti da ragionamenti seri e metodici sull'irraggiamento dell'energia. Sappiamo bene che qualunque corpo irraggia energia e ne irraggia di piu' se la sua temperatura sale. Il ferro scaldato in una fucina a un certo punto diventa rosso (e questo indica che trasmette energia sulla lunghezza d'onda di circa 0,4 μ m). Se viene portato a temperatura piu' alta, diventa bianco, il che e' segno che irraggia energia su molte altre lunghezze d'onda.

La formula che esprime quanta energia I viene irraggiata in funzione della frequenza ν e della temperatura assoluta T, e'

$$I = 2 \pi \nu^2 k T/c^2$$

(dove ν e' la frequenza in Hz, T e' la temperatura assoluta [uguale a quella centigrada + 273°], c e' la velocita' della luce).
Questa formula deriva da ragionamenti di fisica matematica che non e' il caso di riportare qui. Basti dire che puo' essere dedotta in modo rigoroso e che alle basse frequenze definisce molto bene le quantita' di energia irraggiate. Se, pero', la frequenza ν supera $2\ 10^{14}$ Hertz, la formula si discosta sempre piu' dalla realta' e fornisce valori molto piu' grandi di quelli veri. Basta guardarla: in essa appare il quadrato della frequenza, il che implica che per valori alti della frequenza l'energia irraggiata dovrebbe essere infinita -- e non lo e' affatto.
Il fisico Max Planck risolse il problema discostandosi in modo brutale dal principio enunciato da Galileo che citavo nel primo capitolo ("Cio' che l'esperienza e i sensi ci dimostrano, devesi anteporre a ogni discorso ancorche' ne paresse assai fondato.")
Planck postulo' - cioe' prese per vero - che l'energia non viene trasmessa in modo continuo, ma viene suddivisa in pacchetti indivisibili, che chiamo' "quanti" e - per ragioni un po' complicate nelle quali non entriamo qui - espresse il valore di ogni quanto come

$$E = h \nu$$

dove h e' una costante che vale $6{,}626076\ 10^{-34}$ kg.m^2/sec e alla quale e' stato dato il nome di costante di Planck. La ritroviamo ovunque nella fisica e spiega tante altre cose - anche se in modo un po' brutale. Infatti usandola

si puo' dire come stanno certe cose, ma non si spiegano i meccanismi relativi in modo comprensibile.
Uno dei problemi non risolti dal modello dell'atomo visto come un nucleo attorno al quale orbitano elettroni e' il seguente. Gli elettroni rotando attorno al nucleo ad alta velocita' dovrebbero emettere (irradiare) energia. Corrispondentemente la loro energia cinetica dovrebbe diminuire, la velocita' dovrebbe scendere e, alla fine, dovrebbero andare ad appiccicarsi al nucleo.
Be': le cose non vanno affatto così perche' gli elettroni non irradiano energia se la loro orbita e' quantica, cioe' se il momento della loro quantita' di moto (vedi Capitolo 5) e' multiplo della costante di Planck divisa per 2π. Gli elettroni, dunque, non possono girare a distanze qualsiasi dal nucleo, ma devono occupare orbite quantiche. Nel passaggio da un'orbita quantica a un'altra un elettrone emette, o assorbe, un quanto di energia $h \nu$ (cioe' un fotone).
Altra importante applicazione della costante di Planck si ha nel principio di indeterminazione scoperto da Heisenberg: se una particella si muove lungo un asse x a una velocita' V cui corrisponde una quantita' di moto $p_x = m V$, possiamo determinare la sua posizione con una accuratezza Δx e la sua velocita' di moto con una accuratezza Δp_x, ma il prodotto

$\Delta x \cdot \Delta p_x$ sara' sempre maggiore della costante di Planck h.

Se vogliamo conoscere la posizione con precisione maggiore, saremo obbligati ad accettare una imprecisione crescente nella misura della velocita' - e viceversa.

Elettrodinamica quantistica

L'elettrodinamica quantistica e' una teoria fisica che spiega tutti i fenomeni della fisica (compresi quelli meccanici ed elettrici) e della chimica - tranne i fenomeni della gravitazione e quelli della radioattivita'. La elettrodinamica quantistica insegna che le particelle cariche (elettroni e positroni - che sono elettroni con carica positiva invece che negativa) interagiscono scambiandosi fotoni ciascuno dei quali porta un'energia $E = h\nu$.

Qui provero' a darne un'idea semplificata. Non ti preoccupare se non capisci tutto perche' (come accennato all'inizio del capitolo) nessuno sa bene perche' questi strani ragionamenti permettono di descrivere la natura con precisione così spinta. Pero' sono ragionamenti e modi di fare i calcoli che funzionano. Se ne vuoi avere un'idea un po' piu' approfondita, leggi il libro di Richard Feynman QED (che sta per Quantum ElectroDynamics - non per Quod Erat Demonstrandum). In Italia e' edito da Adelphi. Io traggo da quel libro buona parte delle cose che so in questo campo.

Se ne vuoi sapere ancora di piu', studia fisica in modo regolare per esempio all'universita' (le facolta' di fisica italiane sono ottime - a livello mondiale).

Cominciamo a ragionare sul fatto che la luce che colpisce una lastra di vetro sottile in parte la attraversa e in parte viene riflessa. Si puo' misurare quali siano queste proporzioni contando i fotoni con un apparecchio detto fotomoltiplicatore. Per un certo spessore della lastra di vetro puo' accadere che il 96% dei fotoni attraversa la lastra e il 4% viene riflesso. Se prendiamo molto gradatamente lastre sempre piu' spesse, accade che la percentuale di fotoni riflessa dapprima cresce (arrivando fino al 16%) e poi diminuisce di nuovo scendendo al 4% e poi ancora fino a zero. Se disegniamo un diagramma della percentuale dei fotoni riflessi in funzione dello spessore del vetro, otteniamo una curva sinusoidale con valore medio 0,8%.

Il punto essenziale qui e' che la luce essendo formata da fotoni, non si propaga davvero in linea retta (si! certo che sembra farlo - ma aspetta! leggi avanti), non si riflette con angolo di riflessione uguale a quello di incidenza (si! certo che sembra farlo - ma aspetta! leggi avanti) -- ma segue leggi probabilistiche. Queste si applicano ai fotoni in modi che adesso vedremo.

Per un fotone che parte da una sorgente di luce e va verso la lastra di vetro, non c'e' nessun modo di prevedere se attraversera' la lastra o sara' riflesso. Possiamo solo calcolare la probabilita' delle due alternative. Si fa così.

Parliamo di fotoni, cioe' di particelle o corpuscoli. Abbiamo gia' detto, pero', che la luce ha una certa lunghezza d'onda (compresa - dal viola al rosso fra 0,4 e 0,7μm).

Supponiamo di usare luce rossa con lunghezza d'onda di 0,7 μm. Quanti periodi dell'onda luminosa [che non esiste davvero: si tratta di particelle] entrano in 1 cm?

Ricordiamo la relazione che lega la velocita' c della luce alla lunghezza d'onda λ e alla frequenza ν :

$$c = \lambda \nu \quad ; \text{ dove: } \quad c = 3\ 10^{8} \text{ m/s}; \ \lambda = 0{,}7\ 10^{-6} \text{ m}; \ \nu = 428.5\ 10^{12} \text{ sec}^{-1}$$

La luce percorre 1 cm in un tempo $t^* = 0{,}01 \text{ m} /(3\ 10^{8} \text{ m/s}) = 0{,}333\ 10^{-10}$ s durante il quale il numero dei periodi dell'onda (della lunghezza detta) e'

$$N = t^* . \nu = 0{,}333\ 10^{-10} \text{ sec } . 428.5\ 10^{12} \text{ sec}^{-1} = 14.285$$

(Ovviamente si ottiene lo stesso risultato dividendo 1 cm per λ :

$$N = 0{,}01 \text{ m}/0{,}7\ 10^{-6} \text{ m} = 14.285)$$

Dunque nel tempo che la luce rossa percorre un centimetro l'onda relativa oscilla 14.285 volte. Se ricordiamo il segmento OP del quale parlavamo nel Capitolo 11 a proposito della fase di un'onda sinusoidale, vediamo che questo segmento rotante intorno al punto O di origine del diagramma, compie 14.285 giri quando la luce percorre 1 cm.

L'angolo di fase compie un giro (variando da 0 a 2π) quando il fotone si sposta di una lunghezza d'onda, cioe' nel caso della luce rossa di 0,7 μ m. Dunque la variazione della luce riflessa fra 0 e 16% si verifica quando lo spessore del vetro cambia di 7 decimi di un micron (un millesimo di millimetro).

Ricordiamo ancora che l'angolo tra il segmento OP e l'asse orizzontale delle ascisse e' proprio la fase dell'onda sinusoidale in quell'istante.
Conosciamo la distanza dalla sorgente di luce alla superficie del vetro piu' vicina alla sorgente di luce e lo spessore del vetro. In base al valore di queste due lunghezze, possiamo calcolare la fase dell'onda luminosa associata al fotone, quando questo arriva alla superficie del vetro piu' vicina alla sorgente di luce e quando attraversato il vetro, arriva alla superficie posteriore. Chiamiamo questi due angoli di fase α_1 e α_2.
Cominciamo col trascurare la superficie posteriore del vetro. Quale percentuale di fotoni viene riflessa dalla superficie anteriore? Per calcolarla traccio su un foglio una freccia lunga 0,2 che formi un angolo $(\pi + \alpha_1)$ con l'asse orizzontale. La probabilita' delle riflessione e' uguale al quadrato della lunghezza della freccia: il quadrato di 0,2 e' 0,04 -- dunque la probabilita' di riflessione e' del 4%. [Attenti! Non pretendere di capire il perche' di questo calcolo: nessuno sa perche'. Ma le cose vanno così.]
Teniamo conto ora della riflessione dalla superficie posteriore. Quando un fotone arriva ad essa, l'angolo di fase dell'onda relativa e' α_2 . Tracciamo ora di seguito alla freccia disegnata prima una seconda freccia sempre di lunghezza 0,2 che formi con l'asse orizzontale un angolo α_2 . Consideriamo ora la freccia risultante delle due tracciate e misuriamone la lunghezza: la probabilita'di riflessione e' uguale al quadrato di questa lunghezza. Se lo spessore del vetro e' tale che $\alpha_2 = \alpha_1$, allora le 2 freccette hanno la stessa direzione e versi opposti. Quindi la lunghezza della freccia

risultante e' zero e la probabilita' di riflessione e' zero: non c'e' riflessione. Se $\alpha_2 = \alpha_1 + \pi$, allora la freccia risultante ha lunghezza 0,4 , la probabilita' e' 0,16 e viene riflettuto il 16% dei fotoni. Per spessori del vetro diversi che rendono la fase α_2 intermedia fra α_1 e $\alpha_1 + \pi$, la probabilita' varia ciclicamente (ogni 7 decimi di micron, come abbiamo visto) fra 0 e 0,16 e la percentuale di fotoni riflessi varia fra 0 e 16%, come annunciato sopra.

La riflessione della luce (cioe' dei suoi fotoni) dalla superficie anteriore e da quella posteriore di una sottile lastra di vetro e' un fenomeno semplice. La procedura usata per analizzarlo si estende a fenomeni piu' complicati. Per esempio alla riflessione della luce da uno specchio. Non riporto qui i disegni perche' penso che sia piu' importante il concetto (i disegni li trovi sul libretto di Feynman gia' citato).

Feynman sostiene, dunque, che i fotoni si propagano in tutte le direzioni con la stessa probabilita'. La probabilita' risultante, pero', si calcola come il quadrato dell'ampiezza della freccia risultante costituita dalla somma di tutte le singole freccette (aventi tutte la stessa lunghezza, ma angoli (fasi) diverse). Nel caso della lastra sottile di vetro, bastava considerare due freccette sole. Nel caso di uno specchio piano con una sorgente che manda un raggio di luce inclinato rispetto alla superficie e con un rivelatore (o fotomoltiplicatore) dall'altra, dobbiamo considerare tutti i possibili percorsi sorgente-specchio-rivelatore. Fra questi percorsi, alcuni sono lunghi: ad esempio quelli che partono in direzione opposta a quella verso la quale si trova il rivelatore, colpiscono lo specchio e poi tornano indietro al rivelatore con un angolo di riflessione ben diverso da quello di incidenza. Le lunghezze di questi percorsi strani (e improbabili), pero', differiscono parecchio anche tra percorsi contigui. In conseguenza le fasi delle onde corrispondenti ai fotoni relativi sono diverse e le loro freccette tendono ad annullarsi a vicenda. Invece hanno lunghezze pochissimo diverse i percorsi situati intorno al punto per cui l'angolo di incidenza e' uguale all'angolo di riflessione. Per questi percorsi le fasi delle onde sono pochissimo diverse e le freccette si sommano. La freccia risultante ha ampiezza notevole e il suo quadrato, che e' la probabilita' di riflessione secondo quel percorso (per cui angolo di incidenza e riflessione sono uguali) e' altissima. Infatti e' proprio quello che succede.

La elettrodinamica quantistica, percio', permette di ricostruire su base probabilistica le leggi dell'ottica geometrica di cui abbiamo visto qualche esempio alla fine del Capitolo 11. Il sistema di calcolo descritto (freccette di ugual lunghezza ma di fase diversa relative a ogni possibile percorso - costruzione della freccia risultante - probabilita' finale presa uguale al quadrato della freccia risultante) e' arbitrario e gratuito. Pero' permette di calcolare con precisione estrema non solo i meccanismi dell'ottica (gia' ampiamente noti), ma anche i meccanismi delle interazioni fra particelle submicroscopiche come gli elettroni e i fotoni. E' quello che vedremo nella sezione seguente.

Intanto vediamo come si dimostra che davvero i fotoni non vanno in linea retta, ma seguono ogni possibile percorso aperto davanti a loro.

Riprendiamo a ragionare sullo specchio che riflette raggi di luce di una fonte in modo che (con angolo di riflessione uguale a quello di incidenza) vadano a finire su un rivelatore. Dicevamo prima che i percorsi dei fotoni passanti per le parti dello specchio situate rispetto alla fonte dalla parte opposta del rivelatore, hanno lunghezze rapidamente variabili. Dunque le fasi su questi percorsi sono diverse e le freccette si elidono. Saremmo tentati di dedurne che i pezzi di specchio che non stanno nella parte centrale fra fonte e rivelatore non dovrebbero avere alcun effetto.

Proviamo, pero', a rendere opache le zone (o striscette di specchio) in cui le freccette relative a certe fasi sono dirette verso sinistra e a lasciare riflettenti le striscette in cui le freccette sono dirette verso destra. Ora dovra' accadere che le freccette hanno direzioni concordi e quindi, la freccia risultante sara' lunga: il quadrato della sua lunghezza misura la probabilita' che i fotoni arrivino al rivelatore --- e questa probabilita' sara' molto alta. Questo significa che il rivelatore registrera' l'arrivo di parecchi fotoni: ora la luce gli arriva anche dalle parti dello specchio che sembravano inutilizzate!

Quanto devono essere larghe queste striscette opache? Abbiamo visto che si tratta di zone ai cui estremi la freccetta cambia verso, cioe' la fase dell'onda differisce di 180° (cioe' di π): questo succede alla distanza di mezza lunghezza d'onda. Se usiamo luce rossa, come abbiamo supposto prima, le strisce opache devono essere larghe 0,35 μm (1/3 di un millesimo di millimetro). In effetti avremo creato un reticolo di diffrazione che riflette la luce anche se sta nel posto, in certo senso, sbagliato.

Con questo esperimento e con i ragionamenti relativi abbiamo dimostrato che la luce non va solo in linea retta e che la elettrodinamica quantistica ha ragione davvero.

La stessa cosa si puo' vedere in altro modo. Il fenomeno e' sempre quello della diffrazione della luce che abbiamo gia' visto nel capitolo 11. Lo interpretavamo, allora, come una interferenza fra onde della stessa frequenza (e lunghezza d'onda). Si puo' interpretare, pero', anche a riprova dell'idea che i fotoni possono muoversi su qualunque percorso anche il piu' strano, senza andare necessariamente in linea retta.

Immaginiamo una sorgente di fotoni che ne emette pochi (uno ogni secondo od ogni tanti secondi) in direzione di una fessura fra due blocchi solidi. Sempre sulla stessa linea retta dalla sorgente alla fessura e dalla parte opposta della fessura, installiamo un rivelatore. Questo emettera' un tichettìo all'arrivo di ogni fotone.

Se installiamo un altro rivelatore in un punto che non stia in asse tra sorgente e fessura, ma sia spostato lateralmente a una buona distanza, questo non emettera' nessun ticchettìo: non ricevera' nemmeno un fotone. Perche'? Ma perche' le fasi delle freccette sui percorsi angolati sorgente-fessura-rivelatore spostato sono molto diverse e le freccette si elidono.

Se ora, pero' avviciniamo molto i due blocchi fino a rendere la fessura molto molto stretta, succede che i percorsi angolati ora citati sono sempre piu' stretti - piu' vicini fra loro - e quindi le fasi sono piu' vicine. Quindi non c'e' elisione e il rivelatore laterale comincia a ticchettare anche lui -- quasi quanto quello sull'asse sorgente-fessura.

Ripeto ora quello che ho gia' detto prima:

Supponiamo che una trasmissione di fotoni da una sorgente a un rivelatore (o piu' in generale a un bersaglio) possa avvenire seguendo tanti percorsi diversi (rettilinei, angolati curvi -- senza esclusione). Allora la probabilita' per i fotoni di raggiungere un certo punto e' il quadrato dell'ampiezza della freccia risultante dalla somma di tutte le freccette (ciascuna con la sua fase, misurata all'istante dell'arrivo al punto obiettivo) relative a tutti i percorsi possibili.

Se consideriamo, invece, sequenze di percorsi che si succedono gli uni agli altri, la probabilita' dell'evento finale (che un fotone viaggi per i percorsi successivi possibili) e' il quadrato della freccia risultante che non e' la somma delle freccette relative ai percorsi successivi, ma e' il loro prodotto.

[Se ti chiedi come si calcoli il prodotto tra freccette, la risposta e': "Le freccette si possono considerare come numeri complessi. La loro somma e il loro prodotto si calcolano proprio come si definiscono somme e prodotti fra numeri complessi."
Se non hai studiato i numeri complessi, ti consiglio di farlo: vedrai che non e' difficile.]

Ma parliamo ora delle interazioni fra elettroni (e positroni) e fotoni. Vedremo cose ancora piu' inaspettate.

Moto di elettroni ed emissione di fotoni

Anche gli elettroni, come i fotoni, si possono considerare sia come particelle (con una loro massa), sia come onde (con una loro lunghezza d'onda).In effetti i fotoni di cui abbiamo considerato i percorsi e le riflessioni, non vengono riflessi dalle superfici degli specchi, ma interagiscono con gli elettroni che si trovano intorno ai nuclei dei materiali

speculari. Quello che accade e' che un fotone viene assorbito da un elettrone che poi, ne emette un altro. Talora, poi, un fotone si trasforma in una coppia elettrone-positrone. Un positrone e' un elettrone avente carica positiva, cioe' e' l'antiparticella dell'elettrone. Quando un elettrone sbatte contro un positrone, le due particelle si annullano generando uno o due fotoni.
I fenomeni essenziali che si possono considerare per spiegare tutti i fenomeni della fisica (elettricita', magnetismo, etc. --- ma non la gravita' ne' i fenomeni nucleari) sono:

- un elettrone viaggia da un punto A a un punto C
- un fotone viaggia da un punto E a un punto F
- un elettrone emette (o assorbe) un fotone.

Come abbiamo gia' visto nel caso dei fotoni, questi spostamenti e queste emissioni (o assorbimenti) non sono fenomeni deterministici. Dobbiamo calcolarne la probabilita' e, come e' naturale, quando la loro probabilita' e' altissima, si verificano davvero.
La parte restante di questo capitolo e' difficile da capire per tre ragioni. La prima e' che ragionamenti e metodi di calcolo sono assurdi e gratuiti - come gia' detto. La seconda ragione e' che i fenomeni descritti sembrano svolgersi in modi che contraddicono il senso comune. La terza e' che la matematica e' un po' complicata, tanto che la accenno appena - e così troveranno difficolta' a capire anche i lettori che sanno di matematica.
Nella Figura 1 a sinistra, sono rappresentati due elettroni che partendo dai punti A e B vanno rispettivamente nei punti C e D. Nota che in questo grafico le ascisse sono spazi (per semplificare, considerati lungo una retta, l'asse orizzontale - che possiamo chiamare asse x) e le ordinate sono tempi. E' il contrario di quello che si fa di solito (e dei grafici che abbiamo disegnato nel Capitolo 5), ma ho seguìto questa convenzione perche' e'

quella che scelse Richard Feynman quando invento' questo tipo di diagramma. (La Figura 1 rappresenta quattro diagrammi di Feynman).
Nel secondo diagramma da sinistra e' rappresentato anche un fotone che si sposta dal punto E al punto F. (Seguendo Feynman, rappresentiamo le traiettorie dei fotoni con linee ondulate e quelle degli elettroni con rette).

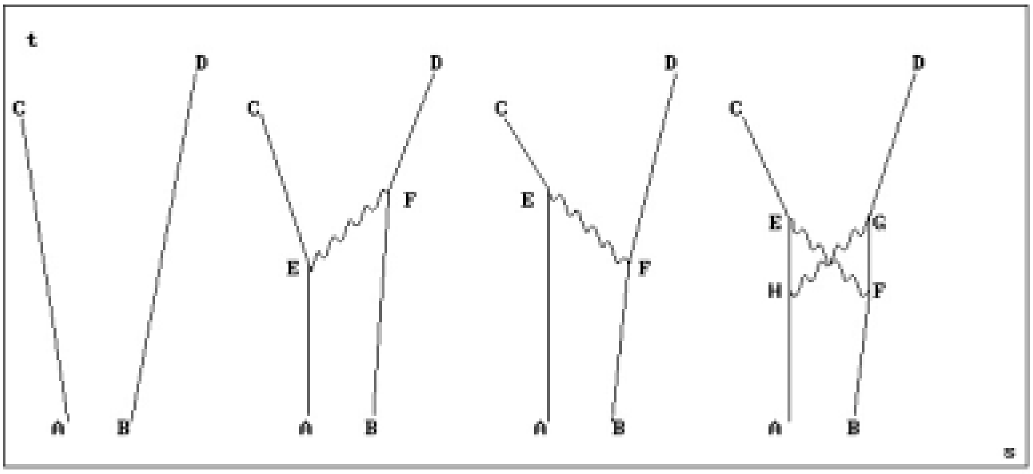


Fig.1 - Moto di elettroni (linee intere), emissione di fotoni (linee ondulate)

Quale e' l'ampiezza di probabilita' che il fotone vada da E in F? Nella sezione precedente l'avevamo calcolata sommando, ciascuna con la sua fase, tutte le possibili freccette relative a tutti i possibili percorsi da E a F. Ora prendiamo per fede che piu' semplicemente l'ampiezza di probabilita' per il percorso di un fotone da E a F si esprime come

$$F_{EF} = 1/[(x(F) - x(E))^2 - (t(F) - t(E))^2]$$

dove x(F), x(E) sono le ascisse dei punti F ed E, e dove t(F), t(E) sono i tempi a cui il fotone si trova in F e in E.
Quale e' l'ampiezza di probabilita' che l'elettrone che si trova nel punto x(A) al tempo t(A) arrivi all'ascissa x(C) al tempo t(C)?

Questa si calcola come una somma. Il primo termine della somma e' E_{AC} che si ottiene dall'ultima formula scritta sopra sostituendo A a E, e C a F. I termini successivi sono relativi al numero enorme di altre possibilita' che ha l'elettrone di andare da A a C non direttamente, ma a salti.

Per esempio, puo' andare da A ad A1 e da A1 a C. A questo caso corrisponde il termine (che si somma a E_{AC}):

$$E_{A\text{-}A1} \,.\, n^2 \,.\, E_{A1\text{-}C}$$

dove n e' "un certo numero che serve per far tornare i conti" (come dice Feynman) e che e' un modo particolare di esprimere la massa dell'elettrone in certe ipotesi [e non fate domande: la cosa e' complicata].

L'elettrone puo' anche fare tre salti: da A in A1, da A1 in A2 e da A2 in C. A questo caso corrisponde il termine (che si somma ai 2 precedenti):

$$E_{A\text{-}A1} \,.\, n^2 \,.\, E_{A1\text{-}A2} \,.\, n^2 \,.\, E_{A2\text{-}C}$$

e si continua così a sommare termini moltiplicando per n^2 all'interno di ogni termine ogni volta che si compie un salto. Questa lunghissima somma va poi moltiplicata per quella concomitante (cioe' che succede simultaneamente) di moto di un secondo elettrone da B a D. Si ottiene così una freccetta da sommare a quelle delle numerosissime alternative - la prima delle quali e' che un elettrone vada da A a D e il secondo da B a C.

Poi abbiamo tante altre alternative di cui sommare le F_{XY} : sono quelle in cui gli elettroni vanno di nuovo a salti e, inoltre, in ogni punto in cui finisce un salto e comincia il successivo emettono (o assorbono) un fotone. Tre casi sono rappresentati nei 3 diagrammi a destra di Figura 1.

L'elettrone puo' andare da A ad E (dove emette un fotone) e da E a C, come rappresentato dal secondo diagramma da sinistra in Figura 1. A questo caso corrisponde il termine (che si somma a E_{AC}):

$E_{AE} \, . \, j \, . \, E_{EC}$

dove j e' un certo numero che vale circa -0,1 (che e' un modo particolare di esprimere la carica dell'elettrone in certe ipotesi [di nuovo: non fate domande. La cosa e' complicata]).
L'elettrone puo' anche fare tre salti: da A in H (dove emette un fotone) da H in E (dove emette un altro fotone) e da E in C. A questo caso (rappresentato nel diagramma a destra di Figura 1) corrisponde il termine (che si somma ai due precedenti e ai seguenti)

$E_{AH} \, . \, j \, . \, E_{HE} \, . \, j \, . \, E_{EC}$

Le quantita' ottenute dalle somme indicate vanno moltiplicate per le quantita' analoghe ottenute dall'analisi dei processi concomitanti. Nel caso del diagramma di destra di Figura 1 sono processi concomitanti il percorso con tre salti di un elettrone da B a F a G a D e i percorsi dei due fotoni da E a F e da H a G.

Per calcolare correttamente queste probabilita' occorre analizzare miliardi di cammini concomitanti e alternativi. I calcoli sono ponderosi (e si fanno con grossi computer): e' sorprendente che i risultati che si ottengono concordano con quelli sperimentali con l'accuratezza di una parte su un miliardo.

Smetto qui di riportare queste analisi un po' noiose (scommetto che quasi tutti avranno saltato l'ultima pagina: e' per questo che ho scritto le ultime due frasi in grassetto e in un corpo piu' grande. Così ho offerto un approdo a chi ha l'occhio perso da tutte le formulette di cui sopra.

Guarda ora i due diagrammi a destra in Figura 1 e ricorda che la scala dei tempi e' verticale e cresce verso l'alto. Succede la stessa cosa in tutti e due: l'elettrone che parte da A emette un fotone in E e questo viene assorbito in F dall'elettrone che parte da B. La cosa curiosa e' che nei due diagrammi l'assorbimento in F accade PRIMA che il fotone sia stato emesso in E perche' il tempo t(F) e' anteriore al tempo t(E). Questo evento contraddice, dunque, la cosa che chiunque riterrebbe certa: che gli effetti si hanno in tempi successivi alle cause.

Si puo' uscire da questo paradosso pensando che le cose vanno come se il fotone fosse stato emesso in F e assorbito in E. Infatti il fotone non ha carica e si puo' considerare come l'antiparticella di se stesso.

Accade talora, pero', che anche certi elettroni vengano generati DOPO che sono stati annichilati dall'urto con un positrone. In questi casi possiamo dire che un elettrone che viaggia all'indietro nel tempo equivale a un positrone che viaggia in avanti. Come avevamo gia' visto nel capitolo precedente, la nostra nozione del tempo va rivista profondamente.

Quanto espongo qui serve solo a dare una pallida idea (una annasata) di che cosa sia la elettrodinamica quantistica. Certo questa disciplina spiega anche le interazioni fra elettroni e nucleo negli atomi: sono fenomeni in cui avvengono di continuo scambi di fotoni. Qui andiamo sempre piu' sul complicato. Per farsi idee un po' piu' chiare, consiglio di leggere il QED di Feynman, citato all'inizio del capitolo. Per farsi idee molto piu' chiare, c'e' da studiare parecchio, da capire cosa sono e come funzionano le particelle elementari e così via.

Per apprezzare il successo sconvolgente della elettrodinamica quantistica, basti dire che con calcoli equivalenti a quelli brevemente illustrati sopra (ma molto piu' sofisticati) si calcola per il momento magnetico dell'elettrone il valore 1,00115965246 . Il valore misurato sperimentalmente e' 1,00115965221 . La differenza, dunque, e' di una frazione di un miliardesimo.

Fisica e numerologia?

La "costante fine della materia" (α) e' il nome curioso che e' stato dato alla grandezza

$$\alpha = \mu_o \, c \, e^2/2 \, h$$

dove

h e' la costante di Planck (= 6,626076 10^{-34} kg.m^2/sec);

c e' la velocita' della luce (= 299.792.474 m/s);

e e' la carica dell'elettrone (= 1,602177.10^{-19} kg.m^2/sec^2);

μ_o (= 4 π 10^{-7} N A^{-2}) e' la permeabilita' magnetica del vuoto [lo so di magnetismo e permeabilita' magnetica non ho parlato affatto: d'altra parte questo libretto e' smilzo ed esemplificativo -- mentre la fisica e' tanta!]

da cui:

$\alpha = 4 \pi 10^{-7}. 2{,}99792474 . 10^{8} . 2{,}5669711 . 10^{-38} . /2 . 6{,}626076 \; 10^{-34}$ =
= $7{,}2973496 . 10^{-3}$ che e' un numero puro.

e l'inverso di α e'

$1/\alpha = 137{,}036$ altro numero puro.

Anche quest'altra sparata di formule e numeretti ti risultera' poco o niente comprensibile. E' naturale. La ragione per cui ho scritto quanto sopra e' che il famoso fisico e astronomo Arthur Eddington sostenne negli anni 30 che, in base ai suoi calcoli teorici, il numero puro $1/\alpha$ era anche un numero intero: 137.

Se l'asserzione fosse stata vera, si sarebbe trattato di una situazione strabiliante. La probabilita' che una formula incorporante 4 grandezze fisiche come quella sopra scritta, assuma il valore di un intero deve essere ritenuta evanescente, incredibile -- impossibile a tutti gli effetti.

Molti fisici insorsero. Qualche anno prima Eddington aveva sostenuto che il valore di $1/\alpha$ era l'intero 136. Il famoso fisico Pauli aveva commentato: "Considero il lavoro di Eddington sul 136 una totale follia: piu' esattamente - e' poesia romantica, non fisica."

Anche lo storico della matematica americano Eric Temple-Bell in un suo delizioso libretto del 1933 ("Numerology", The Williams and Wilkins Company, 1933) dà del numerologo a Eddington e dice che la sua asserzione e' la piu' pitagorica che si sia mai sentita dopo la morte del matematico greco.

Nella fisica si trova tutto e il contrario di tutto? Difficile dirlo, se uno non e' uno specialista. Eddington, certo, era uno scienziato notevole. Fu il primo a spiegare che l'energia del sole e delle altre stelle e' generata da reazioni nucleari. La storia del 137 ci indurrebbe a ritenerlo pazzo. Credo che la sua asserzione fosse errata. Pero' i ragionamenti di base di Eddington erano interessanti e apparentemente plausibili. Sono illustrati nel libro di C.W. Kilmister "Eddington's search for a fundamental theory" (Cambridge University Press, 1994).

CAPITOLO 14

Le superstringhe

Bertrand Russell disse una volta: "La matematica e' quella scienza nella quale non sappiamo di che cosa si parli, ne' sappiamo se quello che diciamo sia vero."

Saremmo tentati di dire temerariamente qualche cosa di simile anche della fisica. Troveremmo giustificazione in una frase scritta nel Capitolo 1 del libro "The Elegant Universe" (W.W. Norton, 1999) di Brian Greene, professore di fisica alla Columbia University di New York:

"Una parte considerevole della comunita' dei fisici e dei matematici si sta convincendo in misura crescente che la teoria delle stringhe puo' fornire la risposta ... [al problema di formulare una teoria fisica unificata dei campi]."

Se ne deduce - ed e' vero - che buona parte dei fisici (fra i quali alcuni premi Nobel) non condivide affatto questa convinzione, in base soprattutto alla considerazione che la teoria non ha (ancora?) alcuna base sperimentale.

Intanto altri fisici (fra i quali alcuni premi Nobel) affermano di aver trovato basi inoppugnabili alla teoria. Fra questi c'e' anche Edward Witten della Cornell University, che secondo alcuni (ma non secondo altri) e' il piu' grande fisico vivente -- o forse, di tutti i tempi.

Il principio dell' "ipse dixit" non si accetta piu'. Quindi non possiamo sperare di decidere se la teoria delle stringhe e' vera o utile in base alla fama di chi la caldeggia e di chi la combatte. Qui, percio', mi limito a enunciare alcune delle descrizioni del mondo fornite da questa teoria elaborata negli ultimi anni. Lo scopo e', di nuovo, quello di dare un'idea di quali siano i contenuti della ricerca avanzata nella fisica e di far balenare ai profani, specialmente piu' giovani, quali affascinanti attivita' potrebbero attenderli se si dedicassero professionalmente a questi studi.

Mi scuso per la mancanza di rigore di quanto segue. Ti avviso che non ho ne' la cultura, ne' la competenza per esprimere un parere su queste controversie.
Incidentalmente ammetto che e' inopportuno parlare di superstringhe senza aver parlato di tante particelle elementari: neutrini, muoni, quark, glioni, adroni, bosoni e gravitoni. Ne parlo ugualmente perche' un discorso metodico sulle particelle richiederebbe di raddoppiare il numero delle pagine di questo libro. Per ora mi sembra inopportuno appesantire il testo. Parlare di superstringhe, invece, e' meno impegnativo -- se ne parliamo superficialmente -- e da', intanto, un flash sulle frontiere e sulle controversie della scienza.

Secondo i punti di vista di parecchi fisici, dunque, le dimensioni del nostro mondo non sarebbero 4 (tre spaziali e una temporale) come avevamo visto a proposito della relativita'. Ce ne sarebbero 10 spaziali piu' il tempo.
Gia' nel 1919 il fisico Theodor Kaluza aveva suggerito l'esistenza di una quarta dimensione spaziale. Quelle aggiuntive suggerite ora, potrebbero svilupparsi su piccoli cerchi, sfere, toroidi (ciambelle vuote) o altre forme strane (forse a sei dimensioni) connesse a ciascun punto dello spazio tridimensionale. Queste 7 dimensioni spaziali aggiuntive sono descritte come molto piccole e arricciate su se stesse - appunto in una delle forme ora citate.
In questo strano universo, nel quale forse viviamo, i componenti elementari sarebbero le stringhe. Si tratterebbe di entita' piccolissime (10^{-35} metri): cento miliardi di miliardi di volte piu' piccole di un nucleo atomico. Nessuno le ha mai osservate, ne' si potrebbero vedere se non disponendo di un acceleratore di particelle che sia milioni di miliardi di volte piu' potente di quelli disponibili oggi.
Le stringhe sarebbero i veri atomi - nel senso greco di oggetti indivisibili. Una curiosa petizione di principio nel libro di Greene gia' citato, dice :"Se

le stringhe fossero costituite da qualche cosa di piu' piccolo, non sarebbero componenti fondamentali."

Le stringhe, sebbene siano fatte di niente, vibrerebbero e le loro sequenze di vibrazioni sarebbero la vera origine delle masse e delle forze. Fra queste forze si potrebbe contare anche la gravita'. Come ricorderai, i fenomeni gravitazionali NON sono spiegati dalla elettrodinamica quantistica. Invece un particolare tipo di vibrazione di certe stringhe genererebbe i gravitoni -- particelle che trasmettono l'attrazione di gravita'. L'entita' della forza trasmessa sarebbe inversamente proporzionale alla tensione della stringa. Dato che la gravita' e' forza molto debole, la tensione della stringa dovrebbe essere di 10^{39} tonnellate, cioe' di mille miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di tonnellate.

I teorici delle stringhe hanno arguito tante loro proprieta': i modi in cui entrano in collisione e interagiscono, le quantita' discrete (nel senso di NON variabili con continuita') dell'energia emessa (con una similitudine alla teoria dei quanti).

Un pregio della teoria delle stringhe sarebbe che spiegherebbe tutte le 4 forze fondamentali: gravita', elettromagnetica, nucleare forte e niucleare debole. Sarebbe, percio', una teorie di tutto ("theory of everything", come alcuni la chiamano).

Non avrebbe senso, pero', continuare a parlare in modo qualitativo di un argomento così complesso e difficile da visualizzare in mancanza di ogni riscontro sperimentale. Negli anni prossimi qualcuno ne sapra' di piu' -- e ce lo raccontera' meglio.

CAPITOLO 15

Parafisica, parapsicologia e iperpsicologia

Raymond Queneau, autore di libri divertenti ("Zazie dans le métro", "Les fleurs bleus"), fondo' con i suoi amici un movimento chiamato "patafisica". Non si proponevano nessun obiettivo serio. Facevano solo scherzetti verbali (talora un po' troppo prolungati). Si riunivano per mangiare e declamare parodie. Producevano decorazioni di ceramica da portare sull'abito da sera in occasioni ufficiali. Insomma: non avrei ragione di citarli se non per fare il parallelo che vi propongo qui sotto.

Non hanno, invece, intenzioni umoristiche - ma fanno affermazioni buffe e divorziate dalla realta' i credenti nella parapsicologia o parafisica. Ritengono che alcuni esseri umani (o tutti, se raggiungessero stati superiori di coscienza o di energia biomagnetica) possano leggere il pensiero di altri, vedere oggetti distanti kilometri o nascosti da schermi opachi, prevedere eventi futuri, trasmettere e ricevere messaggi telepatici a e da altri esseri umani o animali, muovere oggetti materiali con la forza del pensiero. Questa disciplina viene chiamata da alcuni parafisica: piu' comunemente si chiama parapsicologia perche' sostiene che nei fenomeni considerati entra in gioco la psiche umana. I parapsicologi sostengono di avere prove sperimentali delle loro credenze, ma le loro dimostrazioni non sono convincenti. Talora vengono fatte al buio. Talora vengono fatte senza la presenza di osservatori indipendenti. Talora vengono semplicemente raccontate o documentate con fotomontaggi. Non c'e' da meravigliarsi che i parapsicologi non vengano presi sul serio dalle persone ragionevoli. Loro naturalmente si lamentano di essere trascurati e disprezzati da quella che chiamano scienza ufficiale (v. quanto dicevo nel Capitolo 2).

Non ha molto senso discutere se certe ricerche siano scientifiche o se un modello di ricerca sia una scienza o no. Ci sono scienziati incompetenti o imbroglioni che fanno scienza in modo errato e vengono quasi sempre smascherati dai loro pari. Dunque è piu' ragionevole parlare di scienza buona o cattiva che non di scienza e non-scienza. Così ero tentato di ignorare l'ultimo capitolo del libro di Paul M. Churchland ON THE CONTRARY (The MIT Press, 1998) intitolato "How Parapsychology Could Become a Science" (Come potrebbe diventare una scienza la parapsicologia).
Ritengo sia facile refutarne il contenuto, ma ha il merito di stimolare linee di ricerca non triviali. L'argomento di Churchland e' riassunto in uno dei paragrafi finali del capitolo (p.315) e nella chiusa (p.319) in questo modo:

" ... the dogged experimental pursuit of paraphysical results within a vacuum of genuine paraphysical theory seems to me to be methodologically barren, even if the experiments are performed with meticulous care and even if they produce some genuinely puzzling results. Brownian motion was also a deeply puzzling result and it too was found by respectable researchers using respectable techniques. But it did not count a fig against classical thermodynamics, nor would it ever done so, save that the new kinetic theory finally gave intelligible form to the significance. What parapsychology needs more than anything else, therefore is some specific and substantial theory to give form to its vague aspirations and systematic guidance to its experimental activity."
"Parapsychologists have not provided the raw conceptual materials with which to construct a coherent and well-motivated research program, even if materialism is *in fact* false. That is why parapsychology remains a pseudoscience."
" ... la pervicace ricerca sperimentale di risultati parafisici in un vuoto di genuina teoria parafisica mi sembra metodologicamente sterile, anche se gli

esperimenti vengono eseguiti con cura meticolosa e anche se producono risultati effettivamente sorprendenti. Anche il moto Browniano era un risultato profondamente sorprendente e anch'esso fu trovato da ricercatori rispettabili che usavano tecniche rispettabili. Ma non conto' un fico contro la termodinamica classica, e non avrebbe mai contato niente, se non fosse intervenuta la nuova teoria cinetica che finalmente fornì una forma intelligibile al suo significato. La parapsicologia ha bisogno piu' che di ogni altra cosa di una teoria specifica e sostantiva che dia forma alle sue vaghe aspirazioni e fornisca una guida sistematica alla sua attivita' sperimentale."
"I parapsicologi non hanno prodotto i materiali concettuali di base con cui costruire un programma di ricerca coerente e ben motivato, anche se il materialismo si dovesse rivelare in realta' falso. E' per questo che la parapsicologia resta una pseudoscienza."

Ci sono, in effetti, ragioni piu' gravi per cui la parapsicologia rimane una pseudoscienza. La prima e' che Churchland stesso non riesce nemmeno a ventilare quali tipi di fenomeni o processi potremmo analizzare e usare come base per nuove teorie parafisiche. Nel testo Churchland ammette che i pretesi fenomeni portati a sostegno dai parapsicologi sono insussistenti: non osservati sotto controllo, non ripetibili o dimostrati essere giochi di prestigio.

La seconda ragione e' che, in effetti, esistono teorie di sostegno a interpretazioni parafisiche, ma sono tutte ingenue e spesso risibili.
Una delle piu' elaborate e' la base teorica della precognizione spiegata da J.W. Dunne ("An Experiment with Time", A. & C. Black, 1927) come conseguenza della pretesa bidirezionalita' del tempo compatibile con le equazioni di Schrödinger. Il libro comincia con una trattazione passabile: sembra serio. Poi si perde in considerazioni infantili su leggende e racconti

di sogni premonitori presi come risultati sperimentali probanti e in teorizzazioni folli.
Le teorie riguardanti chiaroveggenza e telepatia sembrano sostenere in modo implicito e senza riscontri sperimentali, che alcuni esseri umani sono dotati di recettori atti a percepire a distanza piu' o meno grande immagini e pensieri di altri esseri umani. Le teorie sulla telecinesi postulano che alcuni individui hanno il potere di produrre con il solo pensiero forze fisiche (atte a muovere corpi materiali con un'accelerazione proporzionale alla loro massa).
In tutti questi casi sarebbe facile sviluppare una teoria, se esistessero esperienze probanti: ma sono queste che mancano del tutto. Credeva erroneamente il contrario il matematico Alan Turing. Alla fine del suo famoso lavoro "Computing Machinery and Intelligence" (apparso su *Mind* nel 1950) sostiene che la telepatia e' un fenomeno accertato e che a un computer sarebbe impossibile imitare la chiaroveggenza di un uomo dotato di poteri telepatici!

Ma Churchland ha ragione quando propone, riprendendo un argomento di Feyerabend, "che si sviluppino teorie nuove e alternative per fornire nuove interpretazioni di dati sperimentali vecchi e familiari" (p.307). Propongo qui che uno dei piu' interessanti e poco studiati fenomeni psichici e' quello che si verifica quando esseri umani capiscono fenomeni naturali e formulano teorie che li spiegano permettendo così di prevedere il risultato di esperimenti nuovi prima che vengano fatti: la sola forma reale e ben documentata di precognizione.
Mi riferisco ovviamente ai progressi della scienza - fenomeno ampiamente noto e dimostrato, ma i cui meccanismi sono ancora oscuri. E' indiscusso che la scienza progredisca notevolmente. Il processo non e' continuo e occasionalmente avviene con rapidita' notevole. Questo indica che il processo non e' casuale. In fisica si dimostra che un progresso casuale lungo

un asse cartesiano avviene da un punto di partenza in uno dei due versi possibili (a caso) e che la distanza raggiunta dall'origine e' proporzionale alla radice quadrata del tempo - cioe' e' molto lento.

Qui non c'e' dubbio: gli individui responsabili del progresso scientifico hanno poteri (di osservazione, analisi, sintesi, deduzione, formulazione di ipotesi) superiori a quelli della media degli umani. Gli altri scienziati che non hanno questi poteri o li hanno in misura minore, ne riconoscono l'esistenza, ma li sanno definire solo rozzamente e hanno idee vaghe sulla loro genesi.

I poteri di introspezione dei grandi scienziati, poi, sembrano essere scarsi. Il chimico Kekulè racconto di aver sognato un serpente che si mordeva la coda, la notte prima di intuire la struttura ad anello del benzene (C_6H_6). Il matematico Poincaré riuscì solo a riferire considerazioni piuttosto banali sui propri processi mentali precedenti la scoperta di nuovi teoremi. E' esperienza comune di matematici e ricercatori quella di andare a dormire senza aver trovato la soluzione di un problema difficile e di svegliarsi la mattina dopo con tutta la soluzione chiara in mente. E non e' affatto chiaro che cosa accada nel loro cervello durante il sonno. Poco ci aiutano questi fatti a capire i meccanismi implicati.

A causa della complessita' del cervello umano, che e' di molti ordini di grandezza superiore a quella del genoma umano, dobbiamo accettare il concetto che le capacita' intellettuali e di apprendimento degli esseri umani sono determinate in misura preponderante dall'ambiente e dalle esperienze avute (sembra anche - o prevalentemente - in tenera eta'). Non esistono, pero', registrazioni metodiche e complete di dati sulle prime esperienze e sull'educazione dei grandi scienziati.

Converrà', quindi, iniziare un programma di addestramento dei genitori perche' registrino fatti salienti, approcci educativi, traguardi intermedi, carattere, ambiente, in cui crescono tutti i bambini. Quando alcuni pochi fra di essi raggiungeranno notevoli successi nel formulare teorie scientifiche nuove di alto valore, si cerchera' di correlare o collegare queste prestazioni con i record relativi all'ambiente culturale dello scienziato dalla nascita alla maturita'.

L'interesse scientifico delle osservazioni e delle analisi proposte e' ovvio. Il compito sara' arduo e prendera' vari decenni. Oltre all'interesse scientifico intrinseco, una migliore comprensione di questi complicati processi psichici potra' fornire utili indicazioni sia a fini pedagogici generali, sia al fine di organizzare meglio la formazione professionale degli scienziati.

La parapsicologia (o parafisica) indaga su presunti poteri di alcuni uomini di esercitare a distanza azioni in effetti inesistenti (telepatia, telecinesi, chiaroveggenza, precognizione). Possiamo chiamare "iperpsicologia" l'indagine su poteri che certi uomini ovviamente hanno di capire i meccanismi naturali e di saperne prevedere con esattezza gli sviluppi.

CAPITOLO 16

I fenomeni socio-economici si possono spiegare come quelli fisici? (Gli usi perversi della matematica)

"Il difetto sta nel manico!" - si dice ironicamente all'artigiano che cerca scuse per le pecionate che combina sostenendo che i suoi arnesi sono difettosi. Anche gli economisti e i sociologi commettono spesso gravi errori quando cercano di spiegare i meccanismi dell'economia di un paese e di prevedere gli andamenti della borsa o dei cambi, le congiunture o le grandi tendenze della societa'. Alcuni di loro, quindi, hanno biasimato gli strumenti intuitivi usati in passato e hanno cercato di prendere in prestito gli strumenti matematici, ipotetico deduttivi e logico-sperimentali tipici delle scienze esatte. Vilfredo Pareto fece osservazioni acute e formulo' teorie affascinanti piu' di cento anni fa. Pure nell'ultimo secolo i successi dell'economia matematica sono stati scarsi.

L'impresa non e' facile perche' i fattori in gioco sono numerosissimi, gli esperimenti sono difficili e talora impossibili, le osservazioni sono ardue e, percio', i dati di partenza sono incerti o troppo scarsi. Si sono costruiti modelli formali: econometrici (che studiano variabili economiche misurabili e loro relazioni), socio-economici (che legano insieme variabili economiche e sociali), globali (che tentano di esprimere per mezzo di equazioni le relazioni fra variabili che governano la socio-economia del mondo intero). Le procedure usate somigliano (ma non sono identiche) a quelle usate nella fisica: si osservano regolarita', si isolano fattori per decidere se davvero da essi soli dipendono certe conseguenze, si formulano ipotesi e se ne deducono conseguenze logiche, confrontate poi con quanto realmente accade. Negli ultimi decenni sono stati costruiti modelli matematici computerizzati per analizzare la struttura di processi complessi e per cercare di valutare a priori quali potrebbero essere le conseguenze comparate di politiche di intervento alternative e di prevedere l'avvenire di sistemi socio-economici anche relativi all'intero pianeta.

La costruzione di modelli globali trova limiti stringenti nella complessita' massima ammissibile. Taluno ripete spesso il concetto che ogni modello deve essere progettato per fornire una o poche risposte a quesiti precisi, ma questa e' una petizione di principio. Infatti a priori non sappiamo quali porzioni di un grande sistema o quali dipendenze funzionali possano essere trascurate o postulate per fornire certi risultati in ambito più limitato.

Anche vitale è la questione della eventuale impossibilita' di emettere giudizi oggettivi sui listing dei programmi usati dal modello, sulla fedelta' del listing alla teoria, sui printout ottenuti, sulla coerenza fra teoria, listing, printout e descrizione discorsivo-letteraria dei risultati ottenuti. Certo non ha senso produrre modelli su cui sia possibile formarsi un'opinione e formulare giudizi solo dopo un lavoro di qualche anno a tempo pieno.

Gli stessi concetti e teorie di base di molti modelli proposti sono largamente discutibili dal punto di vista epistemologico. In questo campo non si possono individuare criteri semplici per assegnare un valore più alto - concettuale o predittivo - a una teoria piuttosto che a un'altra.

In ogni caso, la maggior parte dei modelli globali vengono presentati come strutture costituite da :

- una teoria che definisce la corrispondenza fra mondo reale e modello, in base a ipotesi e a rilevazioni di certe regolarita'
- un programma di computer che permette di elaborare la teoria in modo automatico su elaboratore, utilizzando input costituiti da basi dati e serie storiche esistenti o costruite ad hoc
- i risultati numerici o grafici forniti dal funzionamento di detto programma
- i testi esplicativi e divulgativi intesi a spiegare tutto questo processo e a suggerire interpretazioni dei risultati.

Quindi si puo' istituire un parallelo fra un modello globale e una teoria relativa a processi fisici, accompagnata da una serie di esperimenti che la confermano. Ma ci sono notevoli differenze. Dirac scrisse:
"Il solo scopo della fisica matematica è quello di calcolare risultati che possono essere confrontati con gli esperimenti".
La differenza fra teorie fisico-matematiche e modelli globali è che con i modelli globali gli esperimenti non sono fattibili, si tratta di aspettare che certi eventi si siano verificati senza influire su di essi e giudicare poi della corrispondenza con le proiezioni. Però questi confronti sono ardui, e talora non significativi e non probanti.
Per comprendere in modo adeguato la reale struttura e i reali meccanismi interni di un modello globale, le connessioni fra i 4 componenti citati sopra dovrebbero essere trasparenti e facili da analizzare. Non è sempre così.
Le difficolta' che si incontrano per comprendere programmi di computer fatti da altri e non documentati e validati in misura adeguata sono notevoli.
Da questo discorso si derivano le prescrizioni seguenti.

1. teoria e concetti di base di un modello globale vanno esposti in modo chiaro e completo
2. i listing vanno pubblicati ed eventualmente forniti su supporto. Sarà bene redigerli in linguaggi noti, documentarli e commentarli ampiamente per renderne facile la comprensione.
3. i risultati vanno pubblicati in mole adeguata, ma non così estesa da essere illeggibili
4. la validazione va spiegata
5. le descrizioni discorsive vanno correlate passo passo con gli altri processi.

Deve essere analizzato accuratamente il rischio di falsare i rapporti fra teoria, programmi di computer, risultati e loro interpretazione per implicazione. Con questo termine alludo ad asserzioni o pretese che non vengono espresse esplicitamente, ma, appunto, implicate dai formati e dalle procedure di presentazione del modello.

Un esempio calzante è dato dal manuale utente (User's Manual) pubblicato dal Prof. Mihajlo Mesarovic nel 1975 per facilitare l'uso del suo grande modello computerizzato dei processi socio-economici mondiali. Il modello consisteva di 15.000 equazioni.

Il manuale forniva in 50 pagine le nozioni e le procedure che un utente deve apprendere per poter usare il modello o per poter partecipare in modo informato a una sua dimostrazione.

La parte introduttiva del manuale ricorda i concetti di base del modello (chiamato qui PAT, Policy Analysis Tool - Strumento di analisi strategica) in modo generale:

- ogni politica deve essere specificata in termini operativi espliciti
- bisogna scegliere gli indicatori in base a cui giudicare il successo o il fallimento di una strategia prescelta
- bisogna identificare i rapporti fra strategia e indicatori.

Mesarovic spiegava che il PAT serve a rispondere a domande del tipo "se ..., allora che cosa ?" (if ..., then ...). La parte "se" viene definita per mezzo di uno scenario. Era possibile creare scenari su moduli prestampati, limitandosi anche a considerare un solo settore - come la situazione petrolifera o quella alimentare.

Già questa possibilita' contraddiceva le ipotesi di base del modello originale, secondo le quali i meccanismi globali da analizzare dipendono criticamente dalle interazioni fra i vari livelli e fra i settori diversi a ciascun livello.

Lo scenario relativo alla situazione mondiale del petrolio viene definito semplicemente scegliendo una fra 3 possibilita' offerte per ciascuno di 10 fattori. Questi sono: stima delle risorse potenziali, riduzione della domanda in funzione del prezzo, aumento dell'offerta in funzione del prezzo, aumento percentuale annuo del prezzo, limite superiore del prezzo, politica di riduzione dei consumi, relazione fra prezzo del petrolio e costo dei beni di investimento, tasso di sviluppo economico desiderato, politica demografica, riciclaggio risorse finanziarie.

Le scelte possibili sono 3^{10}, cioè 59.049. Viene offerta anche la possibilita' di disegnare tre diagrammi: andamento del prezzo del petrolio, andamento dell'entita' massima delle esportazioni dal Medio Oriente; tasso di sviluppo economico dei paesi industriali. I valori massimi e minimi per questi tre diagrammi, però, erano già prefissati.

Qui l'implicazione è che le scelte a disposizione siano praticamente illimitate, dato che 59.000 è. un numero piuttosto grande. Le scelte, però, non erano tanto diverse le une dalle altre. Ad esempio il prezzo massimo del petrolio poteva variare tra 10.50 e 16.50 $/barile. La stima delle risorse potenziali totali puo' variare fra 2 e 3 Terabarili. Il tasso di sviluppo economico puo' variare fra 1 e 6 %. A parte questi vincoli, non c'è un modo semplice per confrontare fra loro due scenari fra i 59.000 possibili.

Se, poi, l'utente non sceglie nessuna delle tre alternative proposte, il modello assume un valore medio per default.

Accade, così, che anche un utente che non capisca quasi affatto la plausibilita' o il significato delle scelte che fa, puo' usare il modello e produrre risultati.

In altre parole l'implicazione è che il modello funzioni come uno strumento di previsione, anche se, in effetti, produce in ogni caso diagrammi e tabelle senza valutare la loro plausibilita' e il loro vero significato.

Qui un problema di fondo è che le connessioni fra teoria, programmi di computer, risultati e relazioni esplicative dovrebbero essere presentate in linguaggi diversi, a livelli diversi e per scopi diversi a seconda dei destinatari.

Il grande pubblico dovrebbe ricevere un impatto culturale, utile per diffondere abitudini piu' costruttive e per creare un'opinione pubblica di supporto a decisioni strategiche governative. A questo scopo le spiegazioni non dovrebbero avere carattere tecnico. Forzatamente dovrebbero essere basate sull'autorita' o la chiara fama delle persone che le redigono. Pero' la comunita' scientifica - fonte della validazione per teorie e risultati di ricerche scientifiche - non e' affatto unanime in merito ai modelli globali.

La presentazione ai decisori industriali o governativi dovrebbe essere fatta a livelli più approfonditi. Accade, però, che anche i decisori siano poco preparati culturalmente. Quindi, in ultima analisi, la presentazione a loro diretta dovrebbe essere redatta avendo in mente i livelli di competenza dei consulenti dei decisori. Ma anche questi sono molto variabili.

Bisogna stare attenti, dunque, a non usare in modi perversi gli strumenti matematici.

Sono perversi gli usi della matematica a scopi criminali. Si tratta di calcoli addomesticati per vendere prodotti, servizi o studi difettosi, che sono tali perche' chi li fa non sa farli meglio o perche' costano meno di quelli buoni. Nella stessa categoria falsi in bilancio e trucchi contabili. E' notoriamente pericolosa per il pubblico non esperto la scienza finta [paranormale, ESP, timori di rischi inesistenti, teorie cosmologiche o fisiche prive di senso: gratuite, vaghe, hegeliane]. Ma sono piu' dannose le pretese certezze proposte da scienziati che godono per un certo tempo di fama e successo [Bienveniste, Lysenko].

Si presta a usi perversi sia la matematica più difficile, sia quella più facile come i sistemi di equazioni lineari algebriche mal condizionati. Ad esempio, il sistema

$$x = 1 + [1 + 10^{-6}]\, y$$

$$x = y$$

ha soluzione $x = y = -10^6$, ma se il coefficiente di y diventa $[1- 10^{-6}]$, allora la soluzione diventa $x = y = + 10^6$ -- cioe' alterando un coefficiente di due milionesimi soltanto, la soluzione passa da + 1.000.000 a - 1.000.000!

Particolarmente perversi sono i trasferimenti interdisciplinari indebiti. Vedi la teoria del caos male applicata da Prigogine [su questo vedi: Science of Chaos or Chaos in Science? by J.Bricmont , UCL, B-1348 Louvain-la-Neuve, Belgio [bricmont@fyma.ucl.ac.be] -- scrivendogli, manda gentilmente copia]. Citano a sproposito i processi caotici anche alcuni studiosi di dinamica dei sistemi come George Backus [Policy Assessment Corporation di Denver, Colorado]: {Comunicazione su BBS Systemdynamics 1996}: "If a Systems Dynamic model supplies a scatter plot of results, this is one of the most informative [outcomes], as it can also show if chaos kicks in anywhere and what its impact on the overall system performance is" ["Se un modello di dinamica dei sistemi fornisce risultati dispersi come una nube, questo e' uno dei risultati piu' ricchi di informazione che si possa ottenere, poiche' ci indica se si verificano situazioni caotiche da qualche parte e quale impatto possono avere sul funzionamento del sistema"). Il concetto e' errato: per riconoscere il caos dal rumore in fenomeni fisici, occorrono alcune centinaia di migliaia di valori misurati - non una serie storica qualunque, magari di poche centinaia di valori osservati.

E' ben noto che modelli e leggi fisiche sono solo rozze approssimazioni della realta' valide in certi intervalli di valore delle variabili. Quanto rozze? I fisici calcolano i risultati di esperimenti che non hanno ancora eseguito e che - eseguiti - confermano i calcoli con errori di 10^{-6} o di 10^{-9}. In altri casi i valori osservati e misurati sono affetti da rumore e si raggiungono solo accuratezze dell' 1%. Le relazioni matematiche usate danno allora descrizioni piu' rozze. Un buon esempio e' quello dell' equazione di Volterra-Verhulst

$$dx/dt = k (N - x) x,$$

che modella crescita e declino di popolazioni biologiche, di parchi di manufatti o di epidemie, molto accuratamente (errori standard di 0,001). Pero' in certi casi un' equazione cubica descrive certi processi di crescita o declino con accuratezza maggiore di quella dell' equazione di Volterra - ma e' irrilevante e priva di significato. Dunque: calcolare solo gli errori standard e' necessario, ma non sufficiente. Occorre controllare la qualita' dei dati, valutare gli errori e la loro propagazione.

Un errore grave e frequente e' quello degli autori che danno peso maggiore alle variabili soft [intuitive?] che a quelle hard [quantitative e misurate]. Nel Maggio 1996 Jim Hines scriveva {comunicazione su BBS Systemsdynamics} di preferire "models that explain how things fit together, rather than predict points." Poi asseriva che "information about structures resides for the most part in managers' heads, to a lesser extent in their writings, to an extraordinarily small extent in numerical data bases and to an unbelievably small extent in recorded time series" {sic!!} ("l'informazione sulle strutture risiede in massima parte nelle teste dei manager, in misura minore nei loro rapporti scritti, in misura straordinariamente bassa nelle basi dati, e in misura incredibilmente bassa nelle serie storiche registrate"). Il padre della SD, Jay W. Forrester, Professore emerito di Management alla Sloan School dell' MIT, scriveva il 15/6/97 che "in our heads we have all the information we need to understand the nature of social systems" ("nelle nostre teste abbiamo tutte le informazioni necessarie per capire la natura dei sistemi sociali"). Questa e' un'opinione avventata ed hegeliana. [Nel 1800 Hegel scrisse un pezzo per dimostrare che logicamente devono esistere 7 e solo 7 pianeti nel sistema solare - ma il 1 gennaio 1801 Piazzi scopri' Cerere.]

Su simili petizioni di principio si basano sviluppi matematici ingenui come quelli che pretendono di modellare sistemi socio-economici complessi con equazioni empiriche e banali come

$$f(t+\Delta t) = f(t) + \Delta f(t)$$

con parametri che determinano il delta, modificati gradatamente finche' non permettono un adeguato backcasting [consistente nello scegliere coefficienti delle equazioni basati, ad esempio, su dati fino al 1980, tali che le equazioni prevedano accuratamente i valori delle variabili dal 1980 al momento presente].

Molti non specialisti sono pronti a credere ciecamente ai printout di un computer specie se usato in una universita'. Invece i computer sono macchine adattissime a produrre risultati apparentemente plausibili e tutti errati -- per mala sorte (faciloneria, incompetenza, dati di partenza affetti da forte rumore) o per mala fede.

Devi stare attento: gia' la scienza vera e' irta di controversie sottili. Non puoi sperare di dare ragione o torto a professionisti contendenti, in base a notizie che apprendi dai giornali o agli strumenti modestissimi che hai acquisito leggendo questo libro. Ancora piu' difficile e' giudicare tentativi apparentemente brillanti di formulare spiegazioni razionali e quantitative di fenomeni complessi, mal noti, soggetti a fattori casuali e influenzati dal comportamento di grandi masse di esseri umani. Ha davvero senso usare gli strumenti matematici che sono stati adoperati? Il successo nel produrre previsioni approssimativamente corrette di andamenti dell'economia o delle borse e' stato casuale? Sono domande molto ardue.

Intanto farai bene a sospettare chiunque sostenga di avere risolto, con semplici strumenti presi in prestito dalle scienze esatte, problemi antichi, difficili e dipendenti da miriadi di variabili.

I fisici veri si guardano, in genere, dal proporre soluzioni mirabolanti e semplicistiche e dal trasferire ad altri campi di indagine i loro metodi. Danno spiegazioni chiare (a chi sa abbastanza matematica, non a tutti) e sono modesti.

Noi che stiamo ai margini della loro scienza, dobbiamo essere anche piu' modesti almeno fino a quando non abbiamo studiato tanto seriamente da essere sicuri del fatto nostro - e fino a quando non ci accorgiamo che almeno alcuni scienziati professionisti accreditati ci prendono sul serio.

Spero che questo libro ti possa aiutare almeno un po' a muovere qualche passo sulla strada di una migliore comprensione del mondo.

INDICE DEI NOMI