



Instituto de Física

Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Física Experimental III

Guia Completo

Experiências

Pré-Relatórios

e

Relatórios

2012/2

Aos alunos...

Este guia de experimentos de Física Experimental III corresponde à consolidação do curso que vem sendo ministrado no Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro nos últimos anos. Este curso dedica-se a complementar o curso de Física III, abordando a parte básica de circuitos elétricos, com uma carga horária de 2 horas semanais. Ele está dividido em aulas, cada uma abordando um conjunto de experimentos de mesma natureza.

Ao longo do curso serão fornecidos dois tipos de informação ao estudante. Uma delas, de natureza qualitativa, visando o entendimento dos conceitos de Física envolvidos nas experiências. A outra, pretende mostrar o método de trabalho em Física Experimental, pela discussão e análise dos resultados obtidos através do uso de métodos gráficos e numéricos, e pela avaliação dos erros e incertezas experimentais.

Programação de experiências

Primeira parte (P1):

Experimento 1: Noções básicas de circuitos elétricos simples

Lei de Ohm: circuitos em série e em paralelo;

Experimento 2: Gerador de funções e Osciloscópio

Experimento 3: Capacitores e circuitos *RC* com onda quadrada;

Experimento 4: Indutores e circuitos *RL* com onda quadrada;

Experimento 5: Circuitos *RLC* com onda quadrada;

Segunda parte (P2):

Experimento 6: Corrente alternada: circuitos resistivos;

Experimento 7: Circuitos *RC* e *RL* em corrente alternada;

Experimento 8: Circuitos *RC* : filtros de frequência;

Experimento 9: Circuitos *RLC* em corrente alternada : ressonância e filtros

Experimento 10: Circuitos *RLC* em corrente alternada : diferença de fase

Regulamento do curso

✓ Relatório-Questionário

- Um questionário sobre cada uma das experiências deverá ser respondido pelo aluno e entregue ao professor até o início da aula seguinte.
- Os questionários valem 20% dos pontos distribuídos no curso.

✓ Prova de segunda chamada

- Somente farão a prova os estudantes que apresentarem uma justificativa formal, por

escrito, (atestado médico, junta militar, etc...) para a perda de uma das duas provas. O assunto da prova de segunda chamada será o assunto referente à prova perdida.

✓ Reposição de aula

● A reposição de uma experiência perdida poderá ser feita em outra turma, desde que haja vaga e que ambos os professores (o professor da turma do estudante e o professor da turma em que se deseja fazer a reposição) estejam de acordo.

✓ Frequência

● Será exigida a frequência mínima de 75% das aulas, através de chamada. Teremos 12 aulas, incluindo as duas provas. O limite permitido de faltas é 3.

✓ Avaliação

● A avaliação consistirá de duas provas práticas/escritas sobre o assunto de cada uma das duas partes do curso. O estudante poderá ser avaliado mesmo sobre o assunto das aulas a que ele eventualmente tenha faltado.

● O valor das avaliações será de 80% dos pontos do curso.

● Teremos duas semanas de provas para cada prova. A turma será dividida em duas, uma metade faz a prova na primeira semana e a outra na segunda semana. Sugerimos que a divisão da turma seja feita por ordem alfabética e que, os que fizeram a primeira prova na primeira semana de provas façam a segunda prova na segunda semana de provas e vice-versa.

● O estudante só poderá fazer a prova em uma das turmas de seu professor.

✓ Bibliografia

[1] Fundamentos da Teoria de Erros – José Henrique Vuolo – Editora Edgar Blücher Ltda. – 1992.

[2] Fundamentos de Física – Halliday-Resnick-Walker – Vol.3 – John Wiley and Sons - LTC S.A.

[3] Física Básica – H.M. Nussenzveig – Vol.3 – Edgar Blücher – SP.

Experimento 1 – Noções básicas de circuitos elétricos simples e Lei de Ohm

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é introduzir noções básicas relacionadas à medição de grandezas elétricas e à observação de algumas características fundamentais de alguns componentes simples que são usados em circuitos elétricos e fazer a verificação da lei de Ohm para um resistor ôhmico.

2. MATERIAL UTILIZADO

- multímetro digital;
- amperímetro;
- fonte de alimentação;
- resistor: $R = 10\text{k}\Omega$ e $R_2 = 2\text{k}\Omega$;

3. INTRODUÇÃO

Existem duas quantidades que normalmente queremos acompanhar em circuitos elétricos e eletrônicos: *voltagem* e *corrente*. Essas grandezas podem ser constantes ou variáveis no tempo. Vejamos a seguir algumas definições.

3.1 - Voltagem

A voltagem, ou diferença de potencial entre dois pontos, é o custo em energia, ou seja, o trabalho necessário para mover uma carga unitária de um ponto com um potencial elétrico mais baixo a outro de potencial elétrico mais alto. O conceito de potencial elétrico é muito similar ao conceito de potencial gravitacional. Mover uma carga de um ponto cujo potencial é menor para outro ponto de potencial maior é um processo similar a mover uma massa de uma posição a outra. Para mover a massa do chão até um ponto situado sobre uma mesa a energia potencial é alterada. Podemos definir como zero de energia potencial o solo, e neste caso estaremos ganhando energia potencial gravitacional. Se definirmos o potencial zero como sendo o nível da mesa, o solo terá um potencial negativo. Mesmo assim, ao mover a massa no sentido do chão para a mesa, ganhamos energia potencial! Com o potencial elétrico ocorre o mesmo. Temos que definir um ponto de referência, as medidas que realizamos correspondem às diferenças de potencial elétrico entre a referência e um outro ponto qualquer do espaço. Costuma-se definir esse ponto de referência como sendo a terra (o solo). A voltagem entre dois pontos, portanto, é a diferença que existe entre os potenciais desses pontos. Fica claro que só há sentido em definir voltagem **ENTRE DOIS PONTOS**. O trabalho realizado ao se mover uma carga de 1 coulomb através de uma diferença de potencial de um volt é de 1 joule. A unidade de medida de diferença de potencial é o volt (V), e frequentemente é expressa em múltiplos tais como o quilovolt ($1\text{kV} = 10^3 \text{ V}$), milivolt ($1\text{mV} = 10^{-3} \text{ V}$), microvolt ($1\mu\text{V} = 10^{-6} \text{ V}$), etc.

3.2 – Corrente

Usualmente identificada pelo símbolo i , a corrente é o fluxo de carga elétrica que passa por um determinado ponto. A unidade de medida de corrente é o ampere ($1\text{A} = 1$ coulomb/segundo). O ampere, em geral, é uma grandeza muito grande para as aplicações do dia-a-dia. Por isso, as correntes são geralmente expressas em mili-ampères ($1\text{mA}=10^{-3}\text{A}$), micro-ampères ($1\mu\text{A}=10^{-6}\text{A}$) ou nano-ampères ($1\text{nA}=10^{-9}\text{A}$). Por convenção, os portadores de corrente elétrica são cargas positivas que fluem de potenciais mais altos para os mais baixos (embora o fluxo de elétrons real seja no sentido contrário).

3.3 – Resistência

Para que haja fluxo de cargas elétricas são necessários dois ingredientes básicos: uma diferença de potencial e um meio por onde as cargas elétricas devem circular. Para uma dada voltagem, o fluxo de cargas dependerá da resistência do meio por onde essas cargas deverão passar. Quanto maior a resistência, menor o fluxo de cargas para uma dada diferença de potencial.

Os materiais são classificados, em relação à passagem de corrente elétrica, em três categorias básicas: os *isolantes*, que são aqueles que oferecem alta resistência à passagem de cargas elétricas, os *condutores*, que não oferecem quase nenhuma resistência à passagem de corrente elétrica e os *semicondutores* que se situam entre os dois extremos mencionados anteriormente. O símbolo que utilizamos para indicar a resistência de um material é a letra R e a unidade de resistência elétrica é o ohm (Ω). O símbolo para indicar uma resistência em um circuito elétrico é mostrado na **Figura 1** abaixo:



Figura 1: Representação esquemática de um resistor colocado entre os pontos A e B de um dado circuito.

As diferenças de potencial são produzidas por geradores, que são dispositivos que realizam trabalho de algum tipo sobre as cargas elétricas, levando-as de um potencial mais baixo para outro mais alto. Isso é o que ocorre em dispositivos como baterias (energia eletroquímica), geradores de usinas hidrelétricas (energia potencial da água armazenada na represa), células solares (conversão fotovoltaica da energia dos fótons da luz incidente), etc...

A resistência R de um material condutor é definida pela razão entre a voltagem V aplicada aos seus terminais e pela corrente i passando por ele:

$$R = \frac{V}{i}. \quad (1)$$

A **Equação 1** é uma das representações da Lei de Ohm, que será muito utilizado neste curso. Por essa equação vemos que no SI a unidade de resistência é definida por $1\Omega = 1V/A$.

Na montagem de circuitos elétricos e eletrônicos dois tipos de associação de elementos são muito comuns: associações em *série* e em *paralelo*.

3.3.1 – Associação de resistores em série

Na **Figura 2a** mostramos uma associação de resistores R_1 e R_2 em série.

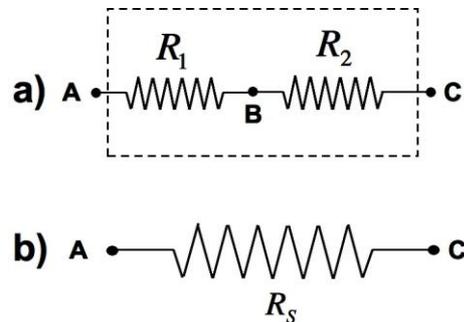


Figura 2: a) Associação em série de resistores. b) Resistor equivalente.

Num circuito elétrico os dois resistores associados em série (**Figura 2a**) têm o mesmo efeito de um único resistor equivalente de resistência R_s (**Figura 2b**).

Na associação em série de resistores, a corrente i_1 passando por R_1 e i_2 por R_2 são a mesma corrente i passando pela associação:

$$i = i_1 = i_2. \quad (2)$$

As voltagens no resistor R_1 , $V_1 = V_{AB}$ e no resistor R_2 , $V_2 = V_{BC}$ somadas são iguais à voltagem da associação V_{AC} :

$$V_{AC} = V_{AB} + V_{BC} = V_1 + V_2. \quad (3)$$

Para a associação em série de resistores temos:

$$R_s = R_1 + R_2. \quad (4)$$

3.3.2 – Associação de resistores em paralelo

Na **Figura 3a** mostramos uma associação de resistores R_1 e R_2 em paralelo.

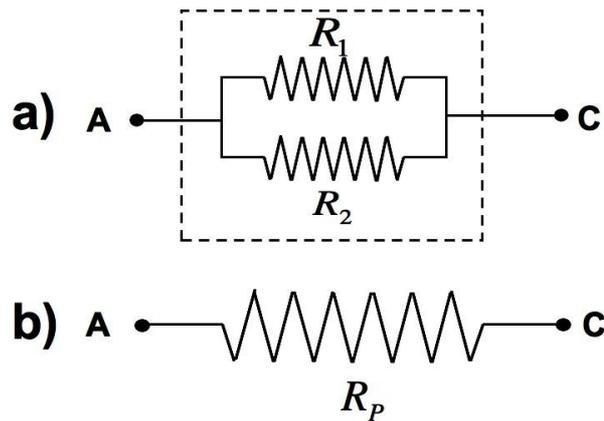


Figura 3: a) Associação em paralelo de resistores. b) Resistor equivalente.

Num circuito elétrico os dois resistores associados em paralelo (**Figura 3a**) têm o mesmo efeito de um único resistor equivalente de resistência R_p (**Figura 3b**).

Na associação em paralelo de resistores, a soma da corrente i_1 passando por R_1 e i_2 por R_2 é a corrente total i passando pela associação:

$$i = i_1 + i_2. \quad (5)$$

As voltagens no resistor R_1 e no resistor R_2 são a mesma voltagem da associação V_{AC} :

$$V_{AC} = V_1 = V_2. \quad (6)$$

Para a associação em paralelo de resistores temos:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (7)$$

3.4 - Introdução ao uso dos equipamentos de medida da bancada

Um ponto importante, e que diz respeito diretamente ao nosso curso, é que para verificar as relações entre as diversas grandezas que participam de um circuito elétrico devemos medir essas grandezas. Mais precisamente, devemos conhecer as correntes e as voltagens que ocorrem no circuito. Para isso, existem diversos instrumentos, como o *voltímetro* e o *amperímetro*, que nos permitem realizar essas “medidas”. Esses instrumentos indicam o valor medido através do movimento de uma agulha ou ponteiro em uma escala (mostradores analógicos), ou por um mostrador digital.

Um outro instrumento, mais versátil, que iremos utilizar é o osciloscópio. Com ele podemos literalmente “ver” voltagens em função do tempo em um ou mais pontos de um circuito. Teremos a oportunidade de trabalhar com osciloscópios um pouco mais à frente no curso, quando utilizarmos correntes e voltagens que variam no tempo.

Inicialmente vamos nos restringir à correntes e voltagens que não variam no tempo, ou seja, que possuem um valor constante. Elas são classificadas como *contínuas*. Usamos o termo genérico **CORRENTE CONTÍNUA** quando nos referimos a voltagens e correntes que não variam no tempo. Para as voltagens e correntes que variam no tempo damos o nome genérico de **CORRENTES ALTERNADAS**.

No laboratório devemos sempre ter presente que os geradores e instrumentos de medição têm impedância interna. Em todos os casos, antes de utilizar um instrumento pela primeira vez, o aluno deve ler o *Manual do usuário* do instrumento e entender as especificações do fabricante, ou consultar o professor.

Os equipamentos disponíveis para nossas medidas na aula de hoje são o multímetro digital e o amperímetro analógico. Temos também uma fonte de alimentação DC. Há ainda uma bancada com diversos resistores e capacitores que serão utilizados nas montagens experimentais. Vamos introduzir o uso de todos esses equipamentos através de experimentos que serão realizados no decorrer do curso.

3.4.1 – Fonte de alimentação DC

A fonte de alimentação DC (corrente direta do termo original em inglês) na bancada é um equipamento utilizado para transformar a corrente alternada que existe na rede normal de distribuição, em corrente contínua. As fontes utilizadas neste curso serão fontes de voltagem variável, ou seja, a voltagem nos terminais pode ser variada entre 0V e algumas dezenas de volts. Há um botão giratório no painel frontal que é usado para ajustar a voltagem de saída da fonte. Esta voltagem pode ser usada nos circuitos apenas conectando os cabos nos conectores de saída da fonte, identificados com as cores vermelha (positivo) e preta (negativo).

Representamos uma fonte de corrente contínua pelo símbolo mostrado na **Figura 4**.

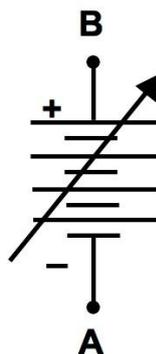


Figura 4: Representação de uma fonte DC de voltagem variável.

Num circuito elétrico a fonte DC é um elemento polarizado, isto significa que a corrente sai de seu terminal positivo (B) e entra em seu terminal negativo (A). Se a polaridade não for respeitada, alguns componentes do circuito podem ser danificados.

3.4.2 - Amperímetro

O amperímetro da bancada é um instrumento analógico (existem também os amperímetros digitais) cujo funcionamento se baseia no galvanômetro.

Galvanômetro é o nome genérico de um instrumento capaz de acusar a passagem de uma corrente elétrica. Seu princípio de funcionamento é baseado nos efeitos magnéticos associados às correntes elétricas.

Ao fazermos passar uma corrente elétrica por um condutor, geramos um campo magnético à sua volta. Se este condutor for enrolado na forma de uma espira¹ (ou várias delas), podemos verificar que ele se comporta exatamente como um ímã, ou como uma agulha de uma bússola, causando e sofrendo forças e torques devido a interações com outros ímãs, ou campos magnéticos externos. Este é o princípio de funcionamento básico do galvanômetro: uma bobina muito leve formada por muitas espiras de fio de cobre, com diâmetro da ordem da espessura de um fio de cabelo, é montada de tal maneira que quando passa uma corrente por ela, um torque é gerado fazendo com que haja uma deflexão de uma agulha, conforme mostrado na **Figura 5** abaixo.

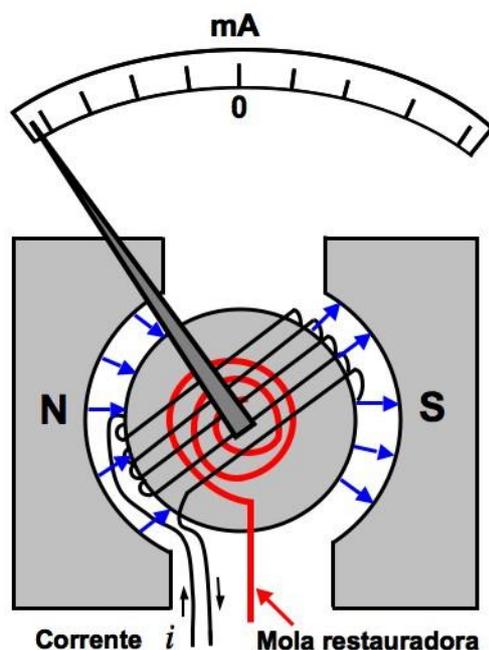


Figura 5: Representação esquemática de um galvanômetro. As espiras são enroladas em um cilindro que gira preso a um eixo quando uma corrente passa pelas mesmas. O torque produzido no fio de cobre das espiras é equilibrado pelo torque da mola de torção (mola restauradora) mudando a posição da agulha de medida.

Uma observação importante é que o torque gerado pela passagem da corrente é uma grandeza vetorial e, portanto, possui direção e sentido. O fabricante indica por onde a corrente deve entrar no galvanômetro pois se invertermos o sentido da corrente, a agulha será defletida no sentido oposto e isso pode causar danos ao aparelho.

A deflexão da agulha pode ser entendida analisando-se a força de Lorentz que atua nas cargas em movimento nas espiras. Uma carga q , movendo-se com velocidade \vec{v} , sujeita à ação de um campo magnético \vec{B} , sofre ação de uma força \vec{F}_q dada por:

$$\vec{F}_q = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (8)$$

¹ Podemos utilizar um fio condutor para dar uma volta completa formando uma curva fechada. Chamamos essa curva, que pode ser um círculo, um retângulo, etc... , de **espira**.

A deflexão da agulha é proporcional à corrente elétrica que passa pela bobina. Na ausência de corrente elétrica, o ponteiro se mantém na posição “zero” do galvanômetro. A bobina é projetada de maneira tal que se tenha deflexão máxima para a maior corrente permitida (com uma boa segurança) pela sua resistência elétrica. Uma vez tendo sido definidos os valores mínimo e máximo de corrente, uma escala linear é construída. Como se sabe, a corrente elétrica, ao passar por um condutor, dissipa, na forma de calor, a energia correspondente fornecida pelo gerador. Se a corrente for muito alta, o condutor será aquecido e, dependendo da situação, o fio da bobina poderá se romper, “queimando” o aparelho. Por isso, devemos ter muito cuidado ao utilizarmos um galvanômetro.

O galvanômetro, portanto, **deve ser ligado em série com o circuito** para que a corrente que passa pelo circuito passe também através dele e cause uma deflexão no ponteiro, podendo assim ser medida.

Suponha que queiramos medir a corrente elétrica que passa no circuito mostrado na **Figura 6**. Nesta figura representamos o galvanômetro pelo retângulo de linhas tracejadas. Ele tem uma resistência interna, R_G , que tem valor muito pequeno e corresponde à resistência do fio de cobre com o qual são feitas suas espiras.

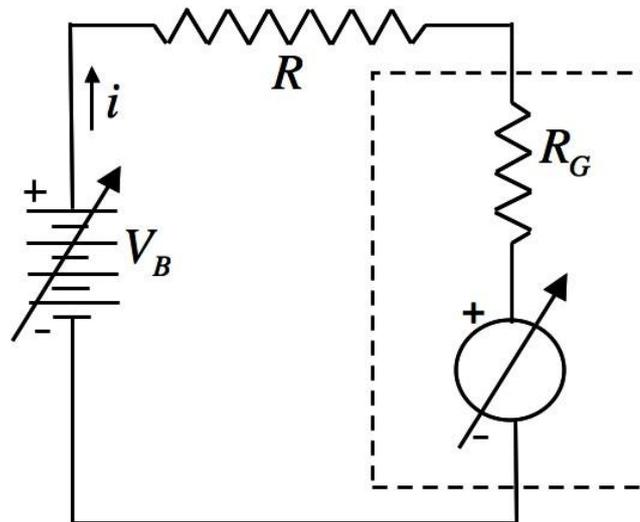


Figura 6: Circuito utilizando um galvanômetro para medir a corrente passando pelo mesmo.

A corrente no circuito pode ser escrita utilizando a lei de Ohm (**Equação 1**):

$$i = \frac{V}{R + R_G}. \quad (9)$$

Para $R_G \ll R$ a corrente medida pelo galvanômetro é uma boa aproximação para o valor da corrente que passa pelo resistor R .

Os galvanômetros têm algumas limitações práticas intrínsecas. Primeiramente, devido à existência da bobina, **eles possuem uma resistência interna** cujo valor dependerá da forma como ele é construído. O galvanômetro ideal deve possuir resistência interna nula. No entanto, sabemos que nas situações práticas sua resistência interna se compõe com a resistência do circuito produzindo uma resistência equivalente. Se essa resistência equivalente diferir do valor original da resistência do circuito, a corrente medida terá um valor aparente, diferente do valor real da corrente que passa pelo circuito. Nessa situação as medidas apresentam um erro sistemático. Quanto mais a resistência equivalente diferir do

valor da resistência original do circuito, maior será esse erro.

Em segundo lugar, eles estão limitados a medir correntes numa faixa bastante pequena. Em geral, os galvanômetros encontrados em laboratórios medem correntes de fundo de escala (uma leitura com a agulha totalmente defletida) da ordem de 1mA, ou até menores.

Para medirmos correntes mais altas devemos utilizar resistências de desvio (ou “shunts”, que são resistências de valor muito baixo e com capacidade de suportar correntes mais altas) de forma a que a maior parte da corrente passe pelo desvio. Nesse caso, uma outra escala deve ser desenhada. Dessa forma, para cada resistência de desvio, deveremos ter uma nova escala. Esse é o princípio de funcionamento dos amperímetros.

Na **Figura 7** mostramos a representação esquemática de um amperímetro. Um amperímetro é construído associando-se em paralelo um galvanômetro à uma resistência de desvio (R_D).

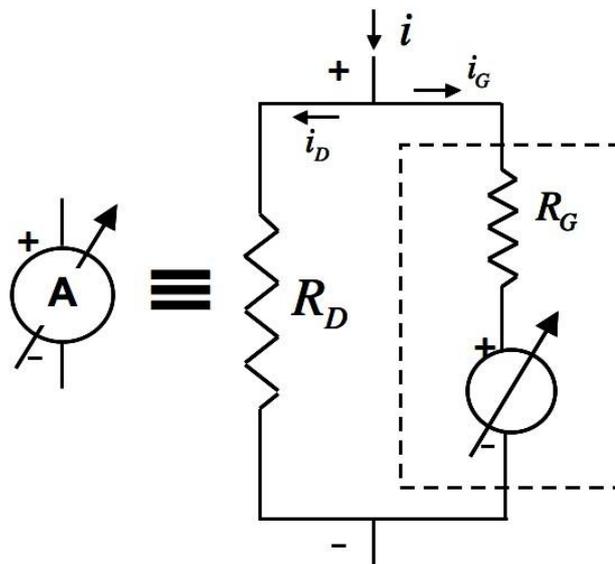


Figura 7: Representação esquemática de um amperímetro.

Os amperímetros se aproximam mais da condição de resistência nula. Por exemplo, imagine um galvanômetro de resistência interna $R_G = 90\Omega$ que permita uma corrente máxima de 1 mA, associado a uma resistência de desvio $R_D = 10\Omega$. A resistência interna desse amperímetro, R_A , é a resistência equivalente da associação em paralelo descrita na **Figura 7**:

$$R_A = \frac{R_G R_D}{R_G + R_D} = 9\Omega \quad (10)$$

Observe que a resistência do amperímetro é bem menor que a resistência do galvanômetro, o que faz com que sua influência na corrente do circuito onde ele é utilizado seja menor. Além disso, a corrente no amperímetro, dada em função da corrente no galvanômetro pode ser escrita como (verifique):

$$i = \frac{R_G + R_D}{R_D} i_G. \quad (11)$$

Assim, para que tenhamos valores menores que o máximo possível de corrente no galvanômetro (1mA), podemos medir com o amperímetro correntes até 10 vezes maiores (10mA). Quanto maior for a corrente que desejamos medir, menor será a resistência de desvio a ser utilizada e, portanto, menor será a resistência do amperímetro. Em geral os amperímetros são construídos com um galvanômetro de $50\mu\text{A}$ de fundo de escala.

Como um galvanômetro, o amperímetro é polarizado e deve ser inserido *em série* no ponto do circuito onde se deseja medir a corrente. O símbolo mostrado na **Figura 8** é utilizado frequentemente para indicar um medidor de corrente.

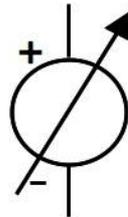


Figura 8: Representação esquemática de um medidor de corrente, em nosso curso, um amperímetro.

3.4.3 – Voltímetro

O voltímetro, como o nome diz, é um instrumento que mede tensões ou diferenças de potencial. Sua construção também é baseada no princípio do galvanômetro. Na **Figura 9** mostramos o esquema de construção do voltímetro a partir de um galvanômetro de resistência R_G associado em série com uma resistência R_V . Observe que no circuito da **Figura 9** o voltímetro é constituído pelo conjunto de elementos no interior do retângulo tracejado. Observe também que ele é ligado ao circuito *em paralelo*.

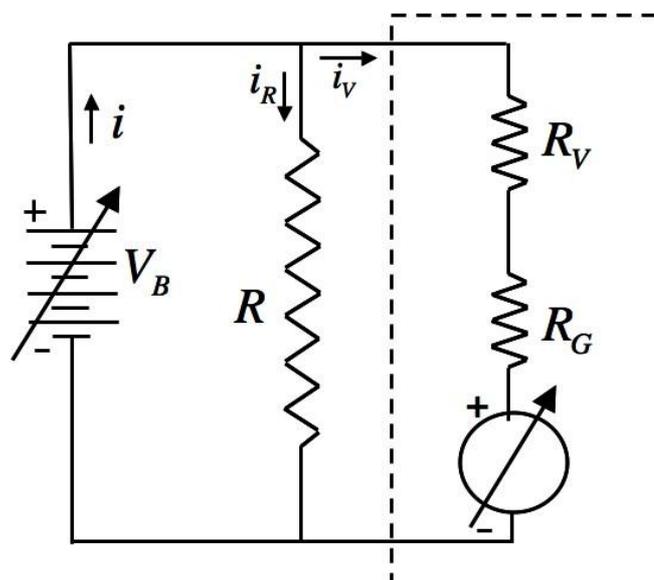


Figura 9: Esquema de um voltímetro ligado a um circuito simples para medir tensões.

Como sabemos, quando duas resistências são ligadas em paralelo, a diferença de potencial em cada resistência é a mesma da associação e a corrente que passa em cada uma das resistências dependerá do valor da resistência.

Se uma dessas resistências for constituída pela resistência interna (R_G) de um galvanômetro e mais uma resistência de valor muito alto (R_V) em série com ela, duas coisas podem ocorrer:

a) se a resistência do ramo do galvanômetro for muito maior que a resistência R do circuito, a quase totalidade da corrente da associação em paralelo passará pela resistência R e não pelo galvanômetro. Sendo R_V muito alto (tendendo para infinito) o valor da resistência equivalente formada pela resistência R , onde se quer medir a diferença de potencial e o voltímetro, será praticamente igual à resistência R (verifique) e as condições de trabalho do circuito não serão afetadas.

b) Se R_V for pequeno, a resistência equivalente formada pelo voltímetro e a resistência R será menor que qualquer uma das resistências envolvidas e, portanto, a corrente que passará pela associação aumentará e estaremos cometendo um erro sistemático. Portanto, é imperioso que para termos uma medida correta da voltagem nos extremos de uma resistência, o erro cometido ao ligarmos o voltímetro no circuito esteja dentro do erro experimental da leitura. Nos voltímetros analógicos comerciais, em geral, a resistência interna é de cerca de $20\text{k}\Omega/\text{V}$ vezes o valor do fundo da escala. Já nos voltímetros digitais, a resistência interna é da ordem de $10^{12}\Omega$, o que garante que os efeitos de sua resistência interna sejam desprezíveis.

O símbolo apresentado na **Figura 10** é freqüentemente utilizado para representar um voltímetro em circuitos elétricos.

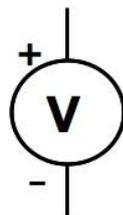


Figura 10: Representação usual de voltímetros em circuitos elétricos.

3.4.4 - Multímetro Digital: medidas de Voltagem

Os voltímetros e amperímetros da forma descritas acima apresentam muitas limitações (algumas das quais já foram discutidas) e, por isso, estão sendo substituídos gradualmente por aparelhos digitais que apresentam algumas vantagens extremamente importantes. Em primeiro lugar, a resistência interna do voltímetro passa de algumas dezenas de $\text{k}\Omega$ para alguns $\text{T}\Omega$ (T significa tera, 1 tera = 10^{12} , além do prefixo tera usamos também com frequência o giga = 10^9 e o mega = 10^6), o que o torna um instrumento ideal para as medidas usuais de diferenças de potencial. O princípio de medida também é diferente pois, ao invés de interações entre correntes e campos magnéticos, como no caso dos instrumentos analógicos, usam-se conversores analógico-digitais para detectar diferenças de potencial.

O multímetro digital é um instrumento que permite medir digitalmente voltagens, correntes e diversas outras grandezas derivadas, com alto grau de precisão e acurácia. Trata-se de um equipamento sensível e com o qual se deve tomar, na sua utilização, os mesmos cuidados observados com os instrumentos analógicos. Com este instrumento podemos medir voltagem contínua, voltagem alternada, corrente contínua e resistência elétrica.

Por questões de segurança, quando vamos efetuar uma medida de uma grandeza desconhecida, temos que tomar um certo cuidado para não submeter o aparelho a grandezas cujas intensidades sejam demasiadamente grandes e que podem danificá-lo. Por isso, uma

boa regra é mantermos o aparelho ligado sempre na MAIOR escala possível e irmos diminuindo o valor da escala até obtermos a melhor medida possível.

3.4.5 - Multímetro Analógico VS Digital : medidas de Voltagem

Muitos voltímetros analógicos de c.a. de agulha são na realidade galvanômetros de D'Arsonval em série com uma resistência (para transformá-lo em voltímetro) e um retificador (para transformar c.a. em corrente contínua); a impedância depende da escala e se especifica em $k\Omega/V$ (por exemplo, $10 k\Omega/V$ significa que na escala de 3 volts de fundo de escala a impedância interna é de $30 k\Omega$). Estes instrumentos são utilizados para frequências baixas ($< 1 kHz$), pois a impedância interna depende muito da frequência. A leitura é diretamente em volts eficazes mas é precisa somente se a forma de onda for senoidal. Outro tipo de instrumento bastante utilizado é o voltímetro eletrônico de precisão, que pode ter impedância interna de $100 M\Omega$ e pode medir volts eficazes de formas de onda arbitrárias (em alguns modelos), mas ainda de baixa frequência.

3.4.6 - Cuidados

Em medidas de voltagem é sempre necessário que o módulo da impedância interna $|Z_{int}|$ do instrumento de medição seja muito maior que o da impedância do circuito. Caso contrário dizemos que o instrumento “carrega o circuito” e a voltagem medida não reflete fielmente a voltagem no circuito sem estar ligado ao instrumento. Se ligarmos o instrumento a um elemento de impedância Z , pode parecer à primeira vista que a condição para não carregar o circuito é $|Z_{int}| \gg |Z|$. Isto, porém, não é correto em geral. Entre os pontos em que ligamos o instrumento, todo circuito tem uma impedância equivalente e a impedância que verá o instrumento será Z_{eq} , não Z . Portanto, a condição para que o instrumento não carregue o circuito é que

$$|Z_{int}| \gg |Z_{eq}|.$$

Neste ponto os circuitos de corrente alternada são diferentes dos circuitos de corrente contínua. Por exemplo, se medimos voltagens com um osciloscópio de $Z_{int} = 1 M\Omega$ sobre um resistor de 47Ω em um circuito de corrente contínua não precisamos nos preocupar com o resto do circuito, já que “o resto” está em paralelo com este resistor e a resistência equivalente será sempre menor ou igual que os 47Ω . Por outro lado, um indutor $L = 50 mH$ a uma frequência $\omega = 950 rad/s$, tem uma impedância de módulo $|Z| = 47.5 \Omega$, mas se este estiver em paralelo com um capacitor $C = 22 \mu F$, então $|Z_{eq}| = 655 k\Omega$ que é comparável ao módulo $|Z_{int}|$ da impedância de entrada do osciloscópio. Em circuitos de corrente alternada não é verdade que a impedância de dois elementos em paralelo seja menor, em módulo, que a de cada elemento. Isto é verdade, porém, sempre que um dos elementos seja um resistor. O fato de ser $|Z_{int}| \gg |Z_{eq}|$ garante apenas que a amplitude da voltagem será medida fielmente, mas não necessariamente a fase.

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1 - Procedimento I: Lei de Ohm

Iremos montar um circuito formado por um resistor ($R=10k\Omega$) e uma fonte de alimentação e medir a corrente que passa por esse resistor e a voltagem nos terminais do mesmo. A partir dos valores da voltagem e corrente, aplicando a Lei de Ohm iremos determinar o valor da resistência

- 1) Monte cada um dos circuitos indicados na **Figura 11** abaixo ajustando a voltagem na fonte para $V_B = 5V$. Meça com um multímetro o valor de V_B e sua respectiva incerteza.
- 2) **Certifique-se de que a voltagem na fonte esteja indicando zero volts antes de conectar os cabos.** Preste atenção à polaridade do amperímetro. Só complete a conexão dos cabos após seu professor conferir a montagem do circuito. O resistor não possui polaridade e poderá ser usado sem preocupação.

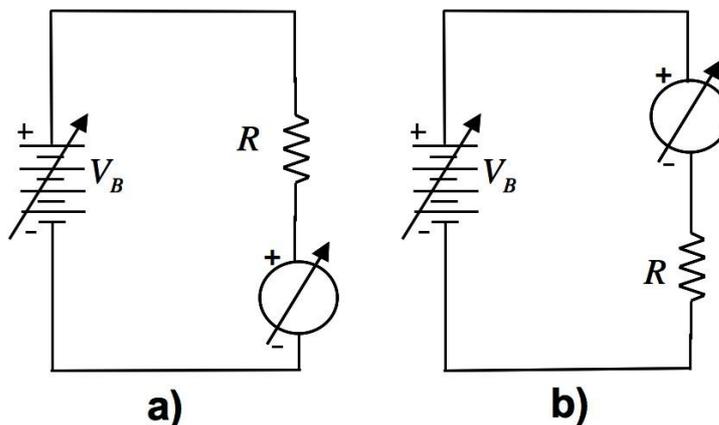


Figura 11: Circuito a ser usado no *Procedimento I*.

- 3) Meça as correntes i_a e i_b para as situações descritas na **Figura 11** com suas respectivas incertezas. Faz diferença se o amperímetro está colocado antes ou depois do resistor, conforme mostrado na figura?
- 4) Considere as indicações dos pontos "A" e "B" na **Figura 12**.

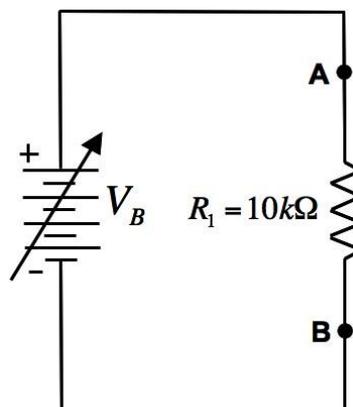


Figura 12:

- 5) Queremos observar como a voltagem no resistor R_1 , ou seja, entre os pontos “A” e “B” varia conforme variamos a corrente. Isso pode ser facilmente determinado se medirmos simultaneamente a corrente que passa pelo resistor R_1 e a voltagem entre os pontos “A” e “B” do circuito, V_{AB} , para diversos valores de corrente e voltagem. Observe que V_{AB} é a voltagem aplicada pela fonte. Ligue a fonte, e antes de montar o circuito certifique-se de que ela esteja regulada para 0V.
- 6) Conecte o amperímetro ao circuito de modo a medir a corrente que passa por R_1 (pontos “A” ou “B”).
- 7) Ligue o multímetro digital
- 8) Escolha a melhor escala possível para medidas de voltagem contínua. O aparelho estará pronto para medidas de voltagens contínuas. O mostrador poderá, no máximo, medir a voltagem indicada na escala, ou seja, a escala dá o valor chamado de FUNDO DE ESCALA. Não podemos medir valores superiores ao valor de fundo de escala. O resultado obtido no mostrador é diretamente o resultado da medida! Sempre há uma incerteza na medida. Neste caso, qual seria a incerteza? Quando colocado na posição de medidas de voltagem, iremos nos referir ao equipamento como *voltímetro*.
- 9) Conecte os cabos ao voltímetro. Note que há várias possibilidades de conectar cabos, mas todas elas bem indicadas. O ponto indicado com o símbolo COM é o ponto comum, ou de polaridade negativa. O ponto indicado com um V_{DC} , é o ponto de conexão do cabo positivo.
- 10) Conecte o voltímetro nas extremidades do resistor R_1 e ajuste o potenciômetro da fonte de forma que a corrente inicial em R_1 seja 0mA. Anote os valores medidos na **Tabela 1**. **Jamais permita que a corrente que passa pelo amperímetro seja maior que o valor de fundo de escala do aparelho.**
- 11) Complete a **Tabela 1** utilizando os valores de corrente variando de 0,1mA em 0,2mA até atingir a corrente máxima de 1,1mA. Para isso utilize a fonte regulável para variar a voltagem no resistor R_1 . Não se esqueça de anotar também os valores das incertezas de suas medidas. Meça também o valor de R_1 usando um multímetro digital.

N	$i \pm \sigma_i$ (mA)	$V_{AB} \pm \sigma_{V_{AB}}$ (V)
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Tabela 1: Experimento para verificação da lei de Ohm.

- 12) AJUSTE A FONTE PARA ZERO VOLTS (botão no sentido anti-horário).
- 13) DESLIGUE O VOLTÍMETRO

- 14) Faça um gráfico de V_{AB} versus i . Determine o coeficiente angular da reta de ajuste aos seus pontos experimentais e o valor da resistência R como a sua incerteza σ_R . Utilize um dos programas de ajuste disponíveis.

Observe que a voltagem nos terminais de R_1 não deve ser igual a voltagem total fornecida pela fonte, V_{fonte} . A voltagem total é igual a soma da voltagem no amperímetro, $V_{\text{amperímetro}}$, e no resistor V_{R1} . Se porém a resistência do amperímetro é muito pequena, a diferença será desprezível. Um bom amperímetro é aquele que tem uma resistência interna baixa. Por outro lado, um bom voltímetro é aquele que tem uma resistência interna alta. A introdução do voltímetro implica na divisão da corrente do circuito pelo resistor e voltímetro.

4.2 - Procedimento II. Circuito em série

Iremos estudar a variação de voltagem em função da corrente para dois tipos de associações de resistores: em *série* e em *paralelo*. No procedimento anterior observamos algumas quantidades elétricas e observamos alguns comportamentos importantes apenas medindo correntes e voltagens em circuitos simples. Neste procedimento iremos estudar o comportamento de correntes e voltagens em associações de resistores em série e em paralelo.

- 1) Ligue a fonte de alimentação e ajuste a voltagem para $V_B = 0V$ antes de iniciar a montagem do circuito. Monte o circuito mostrado na **Figura 13** abaixo.

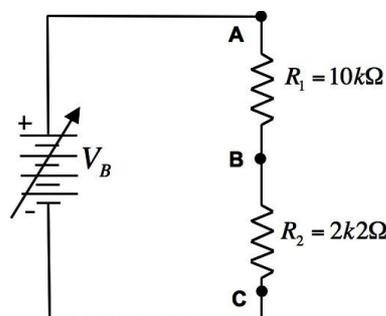


Figura 13: Circuito para a realização dos experimentos do **Procedimento I**.

- 2) Ajuste o valor da voltagem na fonte para $V_B = 5V$, usando o voltímetro.
 3) Meça as correntes nos pontos “A” e “B” e as voltagens V_{AB}, V_{BC}, V_{AC} . Complete as **Tabelas 2 e 3**.

Ponto do circuito	$i(mA)$	$\sigma_i(mA)$	σ_i/i
A			
B			

Tabela 2: Medidas de corrente no **Procedimento II**.

Pontos no circuito	$V(V)$	$\sigma_V(V)$	σ_V/V
AB			
BC			
AC			

Tabela 3: Medidas de voltagem no **Procedimento II**.

- 4) AJUSTE A FONTE PARA ZERO VOLTS (botão no sentido anti-horário).
- 5) DESLIGUE O VOLTÍMETRO.

4.3 – Procedimento III : *Circuito em paralelo*

- 1) Monte o circuito mostrado na **Figura 14** abaixo. Não se esqueça de ajustar a voltagem da fonte para $V_B = 0V$ antes de iniciar a montagem do circuito.

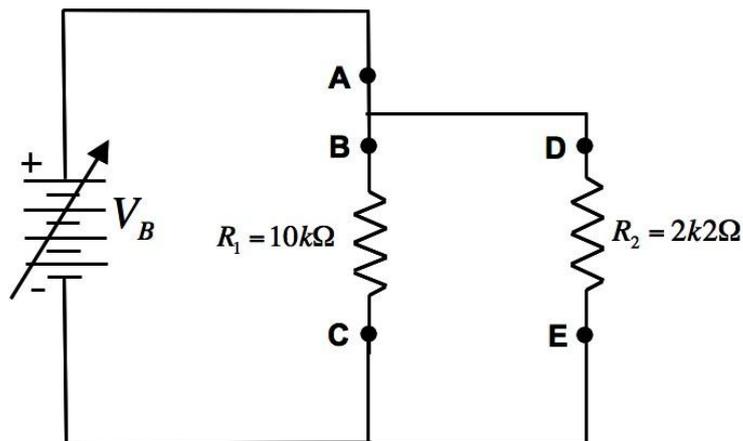


Figura 14: Circuito para a realização dos experimentos do **Procedimento III**.

- 2) Ajuste o valor da voltagem na fonte para $V_B = 1,5V$, usando o voltímetro.
- 3) Meça as correntes nos pontos “A”, “B” e “D” e as voltagens V_{AC} , V_{BC} , V_{DE} . Complete as **Tabelas 4 e 5**

Ponto do circuito	$i(mA)$	$\sigma_i(mA)$	σ_i/i
A			
B			
D			

Tabela 4: Medidas de corrente no **Procedimento III**.

Pontos no circuito	$V(V)$	$\sigma_v(V)$	σ_v/V
AC			
BC			
DE			

Tabela 5: Medidas de voltagem no **Procedimento III**.

- 4) **AJUSTE A FONTE PARA ZERO VOLTS (botão no sentido anti-horário).**
5) **DESLIGUE O VOLTÍMETRO.**

5 – TIPOS DE INCERTEZAS EXPERIMENTAIS

Em nosso curso trabalharemos com três conceitos de incerteza diferentes:

a) Incerteza do instrumento: a incerteza do instrumento corresponde à precisão com a qual a grandeza observada pode ser comparada com um padrão no SI, ela depende do instrumento utilizado na observação. Usaremos a seguinte regra: se o instrumento utilizado na medição possuir uma escala, uma régua, por exemplo, a incerteza dele é o valor da **menor divisão de sua escala dividido por 2**. Se o instrumento for digital, um cronômetro por exemplo, a incerteza é o **menor valor** que pode ser lido no mostrador do instrumento.

b) Incerteza aleatória: chamamos de grandeza experimental toda grandeza cujo valor é obtido por medidas. Não conhecemos exatamente seu valor – o *valor verdadeiro*, tudo que podemos fazer é estimá-lo. Se repetirmos um número enorme de vezes as medidas esperamos que nossos resultados coincidam com o valor verdadeiro da grandeza observada. Acontece que a repetição de uma experiência em condições idênticas não fornece resultados idênticos. Chamamos essas diferenças de flutuações estatísticas nos resultados. Essas flutuações constituem a incerteza aleatória na observação realizada.

c) Incerteza sistemática: as incertezas sistemáticas aparecem quando usamos aparelhos de medida com calibração ruim, como por exemplo, uma balança que indica um valor de massa diferente de zero quando não há nenhum objeto sobre seu prato de medida, ou por um procedimento experimental realizado sem a devida atenção, como por exemplo, a medida do comprimento de uma mesa usando uma régua começando da marcação de 1cm. Esses erros são erros grosseiros e devemos estar atentos quanto à calibração dos instrumentos de medida e aos procedimentos experimentais utilizados, de modo a evitá-los.

5.1 - Propagação de incertezas

Consideremos que são feitas medidas das grandezas x , y e z com respectivas incertezas σ_x , σ_y e σ_z . Temos agora uma outra grandeza W que é função de x , y e z .

Como avaliamos a incerteza σ_w , na medida de W ? Utilizaremos em nosso curso a propagação quadrática de incertezas (veja detalhes no **Apêndice 1**):

$$\sigma_w^2 = \left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2. \quad (12)$$

Na **Equação 12**, $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$ e $\frac{\partial}{\partial z}$ representam as derivadas parciais de W em relação a x , y e z , respectivamente, e σ_x , σ_y , σ_z as incertezas nas variáveis x , y e z .

Na **Tabela 1** apresentamos um quadro com algumas funções e a relação de suas incertezas.

Função	Incerteza
$W \quad x, y = x + y$	$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$
$W \quad x, y = x - y$	$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$
$W \quad x, y = ax + by,$ (a, b constantes)	$\sigma_w^2 = a\sigma_x^2 + b\sigma_y^2$
$W \quad x, y = xy$	$\left(\frac{\sigma_w}{W}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$
$W \quad x, y = \frac{x}{y}$	$\left(\frac{\sigma_w}{W}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$

Tabela 1: Propagação de incertezas para algumas funções simples.

5.2 - Algarismos significativos e arredondamentos

Uma pergunta muito freqüente no laboratório é: com quantos algarismos significativos devemos apresentar um resultado experimental? Por exemplo, suponhamos que numa medida do tempo de carga, τ , de um capacitor tenhamos encontrado $\tau = 1,72054 \text{ ms}$, com incerteza $\sigma_\tau = 0,07106 \text{ ms}$. O valor de incerteza σ_τ nos diz que o resultado está incerto na segunda casa decimal e portanto não faz muito sentido representar os algarismos que estão além dessa casa decimal. Logo o resultado deve ser arredondado para ser coerente com a incerteza apresentada. Assim, usaremos **para a apresentação das incertezas** o critério de **um algarismo significativo**. Para a apresentação dos **valores verdadeiros** o **último algarismo significativo** deve corresponder à mesma posição decimal do algarismo significativo da incerteza.

Em resumo: **usaremos incertezas com um algarismo significativo e valores verdadeiros com o mesmo número de casas decimais de suas respectivas incertezas.** Tanto incertezas quanto valores verdadeiros devem ser arredondados até que a condição acima seja satisfeita. Os arredondamentos que faremos deverão seguir às seguintes regras:

a) Se o algarismo à direita for **maior ou igual a 5**, some 1 ao algarismo da esquerda (arredondamento para cima).

b) Se o algarismo da direita for **menor que 5**, despreze-o e mantenha o algarismo da esquerda inalterado (arredondamento para baixo).

Desse modo, o resultado experimental do tempo de carga do capacitor deve ser apresentado como $\tau = (1,72 \pm 0,07)ms$.

Experimento 2 – Gerador de funções e osciloscópio

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é introduzir e preparar o estudante para o uso de dois instrumentos muito importantes no curso: o gerador de funções e o osciloscópio digital.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio digital
- gerador de funções

3. INTRODUÇÃO

Nas aulas anteriores utilizamos instrumentos de medida (amperímetro e voltímetro) e fontes de energia (fonte de voltagem DC) para estudar o comportamento de correntes elétricas e voltagens estacionárias, ou seja, que não variam com o passar do tempo.

No entanto, como veremos a partir da próxima aula, a resposta elétrica de alguns elementos de circuito que utilizaremos está relacionada com correntes e voltagens variáveis no tempo. Assim, para estudá-los devemos ser capazes de gerar e observar correntes e voltagens com essas características. Em nosso curso utilizaremos um *gerador de sinais* ou *gerador de funções* para gerar voltagens variáveis com o tempo e um *osciloscópio digital* para observá-las e medi-las.

Esta aula contém o material didático de operação do gerador de funções e do osciloscópio digital em detalhe, um manual resumido das funções dos equipamentos. Deve servir de referência para solucionar a maioria das dúvidas quanto à utilização de ambos os equipamentos.

3.1 – Gerador de sinais

O gerador de sinais, ou de funções é uma fonte de sinais que combina várias funções em uma unidade. Ele é um aparelho que gera voltagens V_g variáveis como funções do tempo t . As voltagens geradas são periódicas, de período T (dado em segundos), frequência f (dada em Hz) e amplitude V_0 , assemelhando-se a uma onda. É por esse motivo que cada função de voltagem gerada é denominada de *forma de onda*. A voltagem gerada pode ter valores positivos ou negativos em relação a uma referência que é denominada de GND ou *terra*. A

amplitude V_0 da forma de onda corresponde ao valor máximo, em módulo, da voltagem gerada em relação à referência (terra).

Na **Figura 1** mostramos um gráfico de duas dessas formas de onda, quadrada e senoidal, que foram geradas com uma frequência $f = 1\text{kHz}$ ($1\text{kHz} = 10^3\text{ Hz}$), período $T = 1\text{ms}$ ($1\text{ms} = 10^{-3}\text{ s}$) e amplitude $V_0 = 1\text{V}$

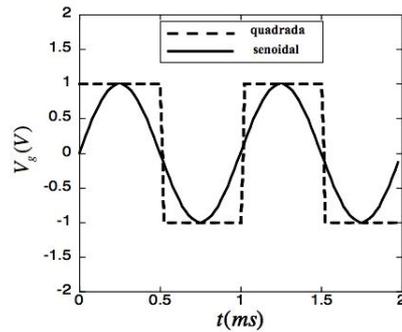


Figura 1: Formas de onda quadrada e senoidal com período $T = 1\text{ms}$ e amplitude $V_0 = 1\text{V}$.

A **Figura 2** abaixo mostra uma figura do painel frontal do gerador de sinais que utilizaremos no curso. As funções de varredura estão separadas na figura principal

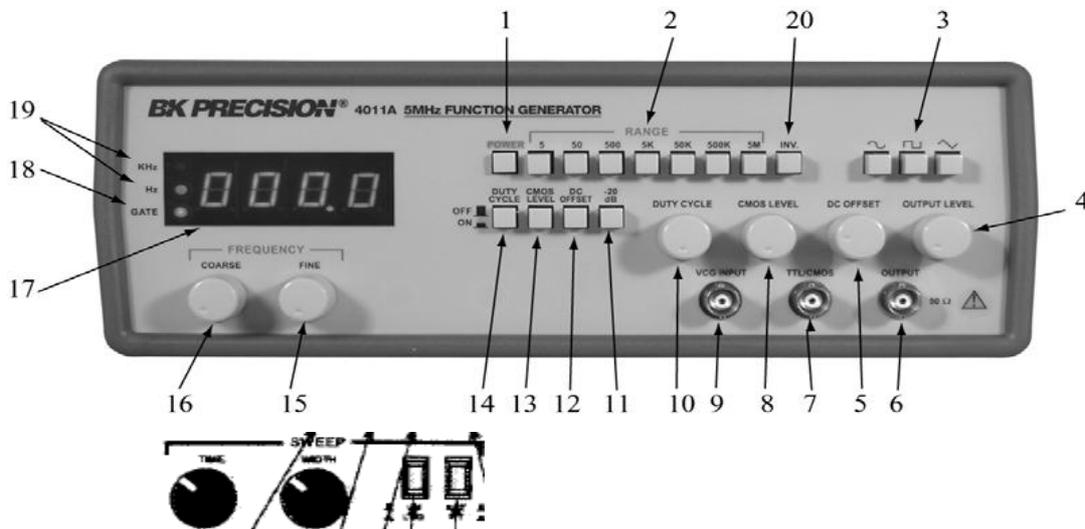


Figura 2: Painel frontal de um gerador de sinais típico.

Características de frequência:

O gerador produz sinais de forma de onda senoidal, quadrada e triangulares, pulso e rampa na faixa de frequências de 0.5Hz até 5MHz em 7 faixas de botões de seleção de faixa. Botões de rotação de controles de ajuste grosso e fino permitem a escolha com precisão da frequência de saída que pode ser lida em um contador de frequência digital de 4 dígitos. Os

modos de operação são normal e VCG (gerador controlado por voltagem), mas somente o modo de operação normal será utilizado na aula.

Características de saída:

O gerador possui 2 saídas, uma saída de formas de onda, senoidal, quadrada e triangular e outra saída de sinais TTL e CMOS e uma entrada VCG. O nível de saída dos sinais de forma de onda é acionado por um botão de controle de nível (amplitude) de rotação permitindo uma variação contínua da amplitude atingindo um valor máximo de 20Vp-p no circuito aberto ou 10V p-p com 50ohm. A amplitude pode ser atenuada por um botão de atenuação de -20dB ou pode ser adicionado um valor constante no tempo aos sinais de forma de onda por um botão que habilita esta opção e um valor variável DC de $\pm 10V$ (circuito aberto) ou $\pm 5V$ (circuito fechado por 50ohm) pode ser adicionado aos sinais de forma de onda por um botão de rotação. A simetria da forma de onda pode ser alterada pelo controle de ciclo de operação, gerando, por exemplo, um pulso, ou sinal de rampa. O sinal de saída TTL é um sinal de forma de onda quadrada de amplitude fixa maior que 2.4V enquanto o sinal de saída CMOS tem um nível de saída entre 4 até 14V continuamente variável pelo botão de nível de saída CMOS. Em adição as características apresentadas um sinal externo pode ser usado para fazer a varredura da frequência de saída ou controlar a frequência pela entrada VCG. Esta opção é útil em situações onde uma frequência controlada externamente é desejável. A seguir apresentamos uma breve descrição do significado de cada botão apresentados com numeração na **Figura 2**.

Impedância interna de geradores

Os geradores de alta potência (incluindo a linha de alimentação) têm baixa impedância interna ($|Z_{int}| < 5 \Omega$) e em geral complexa. Os geradores de funções para instrumentação tem uma impedância internageralmente de 50Ω , real e independente da frequência (variação dentro de $\pm 1 \Omega$ em toda a faixa defrequências de operação do instrumento, tipicamente).

Manual resumido de operação

1. Botão Liga/Desliga (POWER Switch) Esse botão corresponde a uma chave do tipo “Push Bottom” que quando pressionada liga o aparelho.

2. Botão de seleção de faixa de frequência (Range Switch) Estas sete chaves “Push Bottom” permitem selecionar a faixa de frequência de 5Hz até 5MHz. do sinal gerado
3. Botão de seleção de função (Function Switch): Seleciona uma das três formas de onda, senoidal, quadrada ou triangular na saída BNC OUTPUT (6). Quando um determinado botão (“Push Bottom”) associado à forma de onda é pressionado.
4. Botão de controle de nível, amplitude de sinal de saída (OUTPUT LEVEL Control): Controla a amplitude dos sinais na saída OUTPUT. O nível de saída pode ser reduzido por aprox. 20 dB com este controle continuamente variável
5. Botão de controle de nível, de sinal contínuo DC offset (DC Offset Control): Ativado pelo botão DC offset (12) Rotação em sentido horário a partir do centro altera o DC offset na direção positiva enquanto a rotação em sentido anti-horário altera o DC offset na direção negativa. Esta voltagem constante é denominada de voltagem DC (do inglês direct current”), termo que é utilizado quando o sinal de voltagem é equivalente ao utilizado em um experimento de corrente contínua. Esta chave funciona como uma fonte de voltagem ajustável associada em série com o sinal variável no tempo que é produzido pelo gerador.
6. BNC de sinal de saída (OUTPUT Jack): Sinais de forma de onda selecionados pelo botão Função (3) como a superimposta voltagem DC offset está disponível na saída. O sinal gerado tem frequência variando de fração de Hz até MHz (10^6 Hz) e amplitude variando de 0 até 10V (circuito aberto) e de 0 a 5V (circuito fechado em 50Ω). V_{PP} corresponde à voltagem pico-a-pico. Um sinal de $20V_{PP}$ tem amplitude $V_0 = 10V$
7. BNC de sinal TTL/CMOS (TTL/CMOS Jack): Sinal de forma de onda quadrada TTL ou CMOS dependendo da posição do botão do nível CMOS (13) está disponível nesta saída. Esta saída é independente dos controles do nível de saída (4) e do DC offset (5)
8. Botão de controle CMOS (CMOS LEVEL Control): Girando este controle no sentido horário aumenta amplitude do sinal de onda quadrada CMOS na saída BNC CMOS
9. BNC VCG (VCG Jack): Entrada de voltagem controlada do gerador. Permite controle externo da frequência de saída do gerador pela entrada de voltagem DC neste BNC. Uma voltagem positiva irá reduzir a frequência
10. Botão de controle de ciclo de varredura (DUTY CYCLE Control): Ativada pelo botão de ciclo de varredura. Girando da posição central ajusta o ciclo de varredura do sinal principal de saída OUTPUT.

11. Botão -20bD (-20bD Switch): Quando o botão tipo “Push Bottom” é acionado o sinal usa saída BNC OUTPUT é atenuado em 20bD
12. Botão DC Offset (DC Offset Switch): Quando o botão tipo “Push Bottom” é acionado permite a operação do controle (5) do sinal contínuo DC Offset
13. Botão de nível CMOS (CMOS LEVEL Switch): Quando o botão tipo “Push Bottom” é acionado altera o sinal TTL para CMOS na saída BNC TTL/CMOS
14. Botão de ciclo de operação (DUTY CYCLE Switch): Quando o botão tipo “Push Bottom” é acionado permite a operação do controle de ciclo operação (10)
15. Controle de frequência ajuste fino (FINE FREQUENCY Control): O botão de rotação permite um ajuste fino da frequência de saída para facilitar a escolha precisa da frequência
16. Controle de frequência ajuste grosso (COARSE FREQUENCY Control): O botão de rotação permite um ajuste grosso da frequência de saída de 0.1 ate 1 vezes a faixa de frequência selecionada
17. Display do contador da frequência (COUNTER DISPLAY): O visor exibe a frequência da forma de onda gerada internamente com 4 dígitos
18. Porta LED (GATE LED): Indica quando o contador de frequência é atualizado.
19. LED Hz e kHz (Hz and kHz LED): Indica quando o contador está lendo em Hz ou kHz
20. Botão de inversão (Inverter Switch). Esta chave “Push Bottom” quando pressionada multiplica o sinal gerado por menos um
21. Os Botões referentes à varredura não serão apresentados nesta aula

Representação do gerador em um diagrama

Num circuito, representamos o gerador de funções pelo símbolo indicado na **Figura 3**. O símbolo dentro do círculo representa a forma de onda gerada. No exemplo da **Figura 3** a forma de onda gerada é quadrada. GND na **Figura 3** significa o mesmo que referência ou terra.

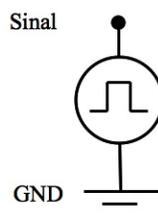


Figura 3: Representação esquemática de um gerador de funções num circuito elétrico. Neste caso o sinal gerado é uma onda quadrada

A fim de obter familiaridade com o gerador de funções e o osciloscópio iremos conectá-los e a partir de exemplos de aplicação os efeitos dos vários controles nas saídas das formas de onda fornecidos pelo gerador de funções e dos recursos de medição do osciloscópio podem ser observados

3.2 – Osciloscópio Digital

O osciloscópio é um instrumento empregado para visualizar voltagens que variam com o tempo. Ele é utilizado para determinação de amplitudes e frequências de sinais de voltagem, bem como para comparação de sinais diferentes. Muitas são suas funções e é fundamental para o bom andamento deste curso que o estudante se torne familiarizado com as mesmas. Para tanto, uma breve descrição de seu princípio de funcionamento e principais funções serão a seguir apresentados.

Na **Figura 4** mostramos o esquema de um painel frontal de um osciloscópio O painel frontal está dividido em áreas funcionais fáceis de usar. Este capítulo fornece uma visão geral rápida dos controles e das informações exibidas na tela.

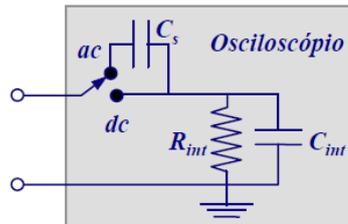


Figura 4: Painel frontal do osciloscópio com as chaves e botões que serão relacionadas com as instruções de uso do mesmo para medidas de voltagens variáveis no tempo

Impedância interna de osciloscópios

O instrumento mais utilizado para medir voltagens em circuitos de c.a. é o osciloscópio. Os osciloscópios têm uma impedância interna geralmente $R_{int} = 1 \text{ M}\Omega$ e uma capacitância em paralelo C_{int} de uns 20 pF (em osciloscópios de alta frequência, $> 100 \text{ MHz}$, os valores típicos são $R_{int} = 50 \Omega$ e $C_{int} = 7 \text{ pF}$). Para poder medir sinais alternados pequenos com um

nível de corrente contínua grande, os osciloscópios possuem um recurso que é bloquear o nível contínuo. Este recurso chama-se “acoplamento AC” (AC = alternate current) e consiste em intercalar, na entrada, um capacitor em série C_s relativamente grande (10 a 15 nF). O acoplamento AC não deve ser utilizado em medidas precisas. O modo normal de operação de um osciloscópio é com acoplamento DC.



Impedância interna de um osciloscópio. O osciloscópio mede sempre a voltagem que aparece sobre R_{int} . No modo de acoplamento dc o sinal a medir é aplicado diretamente sobre R_{int} , mas há sempre um capacitor em paralelo C_{int} . No acoplamento ac o sinal a medir passa primeiro por um capacitor em série, C_s , que bloqueia frequências baixas (< 10 Hz).

No modo de acoplamento DC a impedância interna depende da frequência:

$$Z_{int} = R_{int} / (1 + j\omega R_{int} C_{int})$$

e cai em valor absoluto de 1 M Ω ($\omega = 0$) a menos de 500 k Ω para frequências > 7.96 kHz (isto para um osciloscópio com $R_{int} = 1$ M Ω e $C_{int} = 20$ pF). Para medir qualquer sinal precisamos ligar o osciloscópio ao circuito teste através de algum cabo. Este cabo faz parte do instrumento e devemos incluir a sua capacitância C_c . A capacitância do cabo ligado à entrada do osciloscópio está em paralelo com C_{int} e é geralmente maior (a capacitância do cabo coaxial normalmente utilizado em instrumentação, o RG-58U, é de uns 100 pF por cada metro de cabo). Com 1 metro de cabo coaxial, esta impedância interna do osciloscópio cai de 1 M Ω a frequência zero para menos de 500 k Ω a frequências acima de 1 kHz, aproximadamente.

Os osciloscópios podem medir até frequências especificadas pela largura de banda dele, geralmente escrita no painel. Valores típicos para osciloscópios de 1 M Ω são 10 ou 20 MHz, podendo chegar a 100 MHz nos modelos mais caros. Osciloscópios de 50 Ω podem chegar até uns 50 GHz.

Influência da impedância interna do osciloscópio em medidas de voltagem:

Este osciloscópio é utilizado para medir a voltagem de saída de um gerador com impedância interna de $Z_{int} = 50$ Ω (real e independente da frequência) através de um cabo coaxial RG-58 (100 pF/m) de 30 cm. Para baixas frequências o osciloscópio mede corretamente a *fem*, já que $R_0 \gg Z_{int}$ (se diz que o instrumento de medição “*não carrega*” o gerador), porém, à medida que aumentamos a frequência acima de uns poucos kHz a impedância interna do osciloscópio começa a cair devido a C_0 ($1/\omega C_0 = R_0$ para $f = 7.96$ kHz). A precisão de um

osciloscópio é tipicamente de $\pm 1\%$. Até que frequência a voltagem medida no osciloscópio é igual à f_{em} do gerador dentro de um erro de 1 %? Quanto se (no lugar do cabo de 30 cm) utilizarmos um ponta de prova de $10\times$? [Resposta: 80 kHz sem, 800 kHz com ponta de prova].

Manual resumido de operação

Display do osciloscópio:

Área do display:

Além de exibir as formas de onda, o display apresenta muitos detalhes sobre as formas de onda e sobre as configurações de controle do osciloscópio. O mostrador do osciloscópio está representado na **Figura 5** pelo retângulo quadriculado à esquerda, que é usado para visualização do sinal.

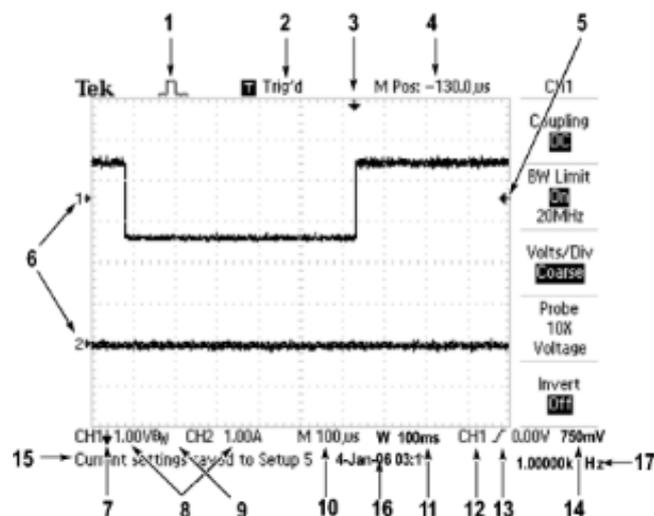


Figura 5

Informações básicas sobre operação:

Um osciloscópio é usado para controlar a visualização dos sinais medidos através de ajustes nos subsistemas de mostrador e de gatilho e de Menus. Ele permite visualizar e medir os sinais de dois canais CH1 e CH2, duas entradas para voltagens independentes variáveis no tempo e possui uma série de chaves e botões e Menus para o ajuste e a medição dos parâmetros que caracterizam o sinal na tela do osciloscópio. Um canal consiste de um atenuador e um amplificador que são utilizados para ajustar a escala de voltagem que será utilizada na visualização do sinal dado em VOLTS/DIV. DIV, neste caso, corresponde

a uma divisão, à parte vertical do quadrado de cerca de 1 cm de lado, no mostrador. Quando a chave seletora está posicionada em 1V, por exemplo, isso significa que cada retículo (DIV) no mostrador tem altura equivalente a 1V.

Os sinais a serem observados são levados ao osciloscópio por meio de cabos coaxiais até as entradas dos CH1 e CH2. Na visualização dos mesmos, podemos escolher apresentar apenas o sinal do CH1, apenas o sinal do CH2, ou ambos. Um cabo coaxial corresponde a dois fios coaxiais de cobre separados por um material dielétrico num arranjo cilíndrico.

Ícones da tela do osciloscópio:

1. O ícone do display exibe o modo de aquisição.

 Modo Amostra

 Modo Detecção de Pico

 Modo Média

2. O status do Trigger indica o seguinte:

Armed. O osciloscópio está adquirindo dados de pré-Trigger. Todos os Triggers são ignorados nesse estado.

Ready. Todos os dados do pré-Trigger foram adquiridos e osciloscópio está pronto para aceitar um Trigger.

Trig'd. O osciloscópio identificou um Trigger e está adquirindo dados pós-Trigger.

Stop. O osciloscópio parou de adquirir os dados da forma de onda.

Acq. Complete. O osciloscópio completou uma aquisição de Sequência Única.

Auto. O osciloscópio está no modo auto e está adquirindo as formas de onda na ausência de Triggers.

Scan. O osciloscópio está adquirindo e exibindo continuamente os dados da forma de onda no Modo de digitalização.

3. O marcador exibe a posição do Trigger horizontal. Para ajustar a posição do marcador, gire o botão Horizontal Position.

4. A leitura mostra o tempo na grátícula central. O tempo do Trigger é zero.

5. O marcador mostra o nível do Trigger Borda ou Largura de Pulso.

6. Os marcadores na tela exibem os pontos de referência do terra das formas de onda exibidas. Senão houver marcador, o canal não será exibido.

7. Um ícone de seta indica que a forma de onda é inversa.

8. A leitura mostra os fatores da escala vertical dos canais.

9. O ícone AB_w indica que o canal é limitado por largura de banda.

10. A leitura mostra a configuração da base de tempo principal.
11. A leitura mostra a configuração da base de tempo da janela, se estiver em uso.
12. A leitura mostra a origem do Trigger usada para execução do Trigger.
13. O ícone mostra o tipo de Trigger selecionado da seguinte maneira:
 -  Trigger de Borda para a borda de subida.
 -  Trigger de Borda para a borda de descida.
 -  Trigger de vídeo para o sincronismo de linha.
 -  Trigger de vídeo para a sincronização de campo.
 -  Trigger de largura de pulso, polaridade positiva.
 -  Trigger de largura de pulso, polaridade negativa.
14. A leitura mostra o nível de Trigger Borda ou Largura de Pulso.
15. A área do display mostra mensagens úteis; algumas delas são exibidas somente durante três segundos.
16. A leitura mostra data e hora.
17. A leitura exibe a frequência do Trigger.

Controles verticais, horizontais e de gatilho

Controles verticais:

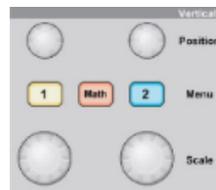


Figura 6

Os controles verticais são para exibir e remover as formas de onda, ajustar a escala vertical e a posição, definir os parâmetros de entrada e as operações matemáticas verticais.

Position - Posição: Posiciona uma forma de onda verticalmente, move as formas de onda de canal para cima e para baixo na tela

Menu 1 e 2: Exibe as seleções verticais do Menu e alterna a exibição da forma de onda do canal entre ativada e desativada. Há um Menu vertical separado para cada canal.

Cada canal pode ter 3 tipos de acoplamento: GND, CC e AC, Na seleção GND, o sinal de entrada é desconectado, um sinal de voltagem de referência, que chamamos de terra, é aplicado, uma voltagem de 0V está sendo lida no osciloscópio. Quando a seleção CC é escolhida, o sinal é mostrado sem nenhum processamento, todos os componentes CA e CC do sinal de entrada passam como ele se apresenta no circuito de prova. Quando a seleção AC é escolhida, o sinal é submetido a um filtro, que corta as frequências inferiores a 10 Hz e as

componentes CC são bloqueados e (os valores “constantes” do sinal são filtrados), não são mostrados no mostrador do osciloscópio. AS outras opções são o limite da largura de banda, geralmente desligado. A opção 20 MHz limita a largura de banda para reduzir o ruído de exibição, filtra o sinal para reduzir o ruído e outros componentes de alta frequência. O ganho vertical variável pode ser de ajuste grosso ou fino, ou seja, pode-se selecionar a resolução do botão de escala (Volts/div). Com a seleção Inverter ligada a forma de onda em relação ao nível de referencia é invertido (girado)

Scale - Escala (1 e 2): Seleciona fatores de escala verticais, e assim amplia ou atenua o sinal de origem de formas de onda de canal, aumenta ou diminui o tamanho vertical da forma de onda. Formas de onda que se estendem para além da tela exibem um ? na leitura de medição indicando um valor inválido. Ajuste a escala vertical para garantir a validade da leitura

Matemática: Exibe o Menu de operações matemáticas de forma de onda e alterna a exibição da forma de onda matemática entre ativada e desativada.

Controles horizontais:

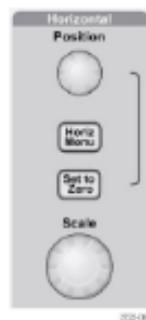


Figura 7

Os controles horizontais servem para configurar até duas exibições de uma forma de onda, cada qual com a sua respectiva escala horizontal e posição. A leitura da posição horizontal exibe o tempo representado pelo centro da tela, utilizando o tempo do Trigger como zero. Alterar a escala horizontal faz com que as formas de onda se expandam ou se contraíam em volta do centro da tela

Position – Posição: Como no caso da posição vertical do sinal no mostrador do osciloscópio, há também para a horizontal um botão giratório que ajusta e controla a posição horizontal do sinal no mostrador, deslocando toda a imagem do sinal no mostrador do osciloscópio para a esquerda ou para a direita, A resolução deste controle varia com a configuração da base de tempo.

Use-o para controlar a posição do Trigger em relação ao centro da tela. O ponto de Trigger pode ser definido à esquerda ou à direita do centro da tela. O numero máximo de divisões à

esquerda depende da configuração da Escala Horizontal. O posicionamento do ponto de Trigger fora da tela á esquerda é chamado de varredura atrasada

NOTA. Para efetuar um ajuste grande para a posição horizontal, gire o botão Escala Horizontal para um valor maior, altere a posição horizontal e retorne o botão Escala Horizontal para o valor anterior.

Horiz Menu – Menu Horizontal: : Exibe o Menu Horizontal. As opções deste Menu permitem alternar entre a exibição completa da forma de onda e uma parte ampliada dela. A configuração da base de tempo horizontal principal é utilizada para exibir a forma de onda. A opção área de janela permite a definição de uma área da janela, Dois cursores definem uma área e o ajuste da área é feita com os controles de posição e escala horizontal. Selecionado a opção janela a exibição é alterada para mostrar o segmento da forma de onda dentro da área da janela, expandindo na largura da tela.

Sent to Zero - Definir Em Zero: Define a posição horizontal para zero.

Scale – Escala: Seleciona o tempo/divisão horizontal (fator de escala) para a base de tempo principal ou da janela. Quando a Área da Janela estiver ativada, ela alterará a largura da área da janela ao mudar a base de tempo da janela Para ajustar o valor do intervalo de tempo $t_{traço}$ em que o sinal é visualizado no mostrador do osciloscópio escolha uma escala de tempo adequada. A escala de tempo é dada em unidades de TEMPO/DIV. DIV neste caso corresponde a uma divisão, à parte horizontal do quadrado de cerca de 1cm de lado, no mostrador. Valores típicos são 10 μ s; 20 μ s; 50 μ s; 0,1ms; 0,5ms; 1ms; etc. Quando selecionada em 1ms, por exemplo, isso significa que cada retículo (DIV) no mostrador tem largura equivalente a 1ms. O botão expandira ou comprimira a forma de onda. Em grande parte das observações feitas usando o osciloscópio, os tempos característicos observados, como, por exemplo, períodos de sinais que se repetem, são muito pequenos, quando comparados ao tempo de resposta da percepção de nossos olhos.

Controles de Trigger ou de Gatilho:

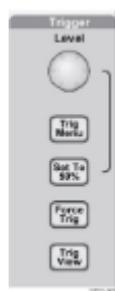
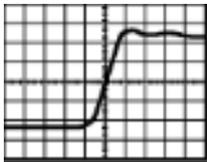


Figura 8

O sistema de gatilho (TRIGGER) determina quando o osciloscópio começa a adquirir dado e exibir uma forma de onda. Muitos dos problemas enfrentados pelos estudantes quando não conseguem uma visualização adequada de determinado sinal estão relacionados com os ajustes desse sistema. Para observarmos uma imagem na tela do osciloscópio, que represente o sinal, precisamos sincronizar o osciloscópio com o sinal desejado. Quando o Trigger está configurado adequadamente, o osciloscópio converte as exibições instáveis, ou tela sem branco, em formas de onda expressivas, a sua imagem fica estável.

Forma de onda produzida por Trigger



Formas de onda não produzidas por Trigger

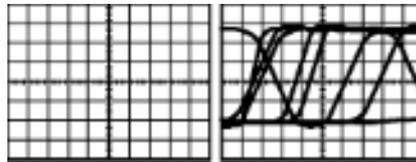


Figura 9

Três tipos de Trigger estão disponíveis: Borda (padrão), Vídeo (para formas de onda de vídeo compostas padrão NTSC ou PAL e Pulso (para pulsos anormais) Para Triggers Borda e Pulso, o osciloscópio conta a taxa na qual ocorrem eventos de Trigger para determinar a frequência de Trigger. O osciloscópio exibe a frequência no canto inferior direito da tela Level - Nível: Quando você usa um Trigger Borda ou Pulso, o botão Nível define qual nível de amplitude o sinal deve cruzar para adquirir uma forma de onda, controla onde na borda ocorre o ponto de Trigger.

Trig Menu – Menu de Gatilho: Exibe o Menu Trigger.

Com relação ao sincronismo é preciso informar ao osciloscópio qual sinal desejamos ter sincronizado, ou seja, devemos selecionar a origem de entrada como o sinal de Trigger. Pode-se usar o sinal conectado ao canal 1 ou 2 (CH1 ou CH2) independente de a forma de onda ser exibida ou não, ou usar o sinal conectado ao BNC do painel frontal de Ext. Trig ou um sinal derivado da rede elétrica (Linha)

Um sinal periódico no tempo tem sempre duas regiões, uma que assume valores positivos e outra que assume valores negativos em relação a seu valor médio. Podemos escolher com qual dessas duas regiões queremos sincronizar o osciloscópio Na opção padrão borda o

Trigger do osciloscópio pode fazer o sincronismo na borda de subida ou de descida do sinal de entrada ao cruzar o nível limite e o Trigger. Um sinal periódico no tempo tem sempre duas regiões, uma que assume valores positivos e outra que assume valores negativos em relação a seu valor médio. Quando a voltagem do lado selecionado passa por determinado valor, especificado pelo nível um pulso é gerado indicando o momento de iniciar a varredura e apresentação do sinal na tela do osciloscópio. A opção Inclinação (apenas para o tipo Trigger de Borda) determina se o osciloscópio encontra o ponto de Trigger na borda ascendente ou descendente de um sinal.

O controle da posição horizontal estabelece o tempo entre o Trigger o centro da tela.

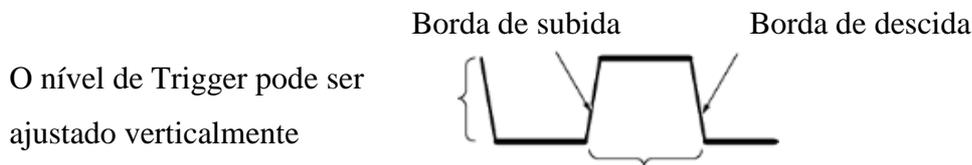


Figura 10

O Trigger pode ser ascendente ou descendente.

Determinar qual parte do sinal passará para o circuito de Trigger, afeta somente o sinal transmitido ao sistema de Trigger, não afeta a largura de banda nem o acoplamento do sinal exibido na tela. A opção acoplamento permite que seja filtrado o sinal de Trigger usado para fazer o Trigger de uma aquisição: CC: Passa todos os componentes do sinal, Rej. Ruído: Adiciona histerese ao circuito de Trigger, reduzindo a sensibilidade, Rej. AF: Atenua os componentes de alta frequência acima de 80kHz, Rej. BF: Bloqueia o componente CC e atenua os componentes de baixa frequência abaixo de 300kHz e CA: Bloqueia componentes CC a atenua sinais abaixo de 10Hz. Isso pode ajudá-lo a obter uma exibição estável da forma de onda.

Há 2 diferentes modos de se fazer o sincronismo do osciloscópio com o sinal medido:

automático (AUTO), normal (NORM),

1)SINCRONISMO AUTOMÁTICO – nessa situação um novo pulso de sincronismo é gerado automaticamente após um intervalo de tempo pré-determinado se um novo sinal de sincronismo não puder ser gerado nesse intervalo de tempo. Nesse caso haverá sempre algum tipo de sinal sendo mostrado na tela do osciloscópio independentemente da presença de sinais no CH1 ou CH2.

2)SINCRONISMO NORMAL – nessa situação o sincronismo só acontece quando o sinal de entrada passa de um determinado valor, estabelecido pela origem. Só aparecerá sinal na tela quando um sinal de entrada estiver presente no canal selecionado, ou seja, use o modo quando quiser ver somente as formas de onda acionadas por Trigger. Neste modo o osciloscópio não exibirá uma forma de onda até após a ocorrência do primeiro Trigger.

3)Send to 50% - Nível a 50%. O nível de Trigger é definido como o ponto médio vertical entre os picos do sinal de Trigger.

Force Trig - Completa uma aquisição, independentemente de um sinal de Trigger adequado. Esse botão não tem efeito se a aquisição já estiver parada.

4)Trig Menu - Visualização de Gatilho: Exibe a forma de onda do Trigger em vez da forma de onda do canal enquanto você pressiona e mantém o botão Visualiz de Trig pressionado. Essa visualização mostra como as configurações de Trigger afetam o sinal de Trigger, como o acoplamento de Trigger.

5)Varredura única:- nessa situação um sinal de sincronismo é disparado uma única vez. Esta função é utilizada para visualização de respostas não periódicas no tempo. Para realizar uma aquisição de seqüência única, pressione o botão Seq. Única.

Run/Stop (Executar/Parar): - Quando você pressiona o botão Run/Stop (Executar/Parar) ou Seq.Única para iniciar uma aquisição, o osciloscópio percorre as seguintes etapas:

1. Adquire dados suficientes para preencher a parcela do registro da forma de onda à esquerda do ponto de Trigger. É o chamado pré-Trigger.
2. Continua adquirir dados enquanto espera pela ocorrência da condição de Trigger.
3. Detecta a condição de Trigger.
4. Continua a adquirir dados até que o registro da forma de onda esteja completo.
5. Exibe a forma de onda adquirida recentemente.

Sistema de Menus

Usando o sistema de Menus:

A interface de usuário do osciloscópio foi projetada para fácil acesso a funções especializadas através da estrutura de Menus. Quando você pressiona um botão do painel frontal, o osciloscópio exibe o Menu correspondente no lado direito da tela. Esse Menu exibe as opções que estão disponíveis quando você pressiona diretamente os botões de opção não rotulados à direita da tela. O osciloscópio usa diversos métodos para exibir opções de Menu:

Seleção de página (SubMenu): Para alguns Menus, é possível utilizar o botão de opção principal para escolher dois ou três subMenus. Sempre que você pressiona o botão principal,

as opções são alteradas. Por exemplo, quando você pressiona o botão principal no Menu Trigger, o osciloscópio alterna entre os subMenus de Trigger Borda, Vídeo e Largura de Pulso.

1) Lista circular: O osciloscópio define o parâmetro como um valor diferente sempre que o botão de opção é pressionado. Por exemplo, você pode pressionar o botão 1 (CH1 Menu) e, em seguida, pressionar o botão de opção principal para percorrer as opções de Acoplamento Vertical (canal). Em algumas listas, você pode usar o botão com múltiplas funções para selecionar uma opção. Uma linha de dicas informa quando o botão de múltiplas funções pode ser usado, e um LED do botão de múltiplas funções acende quando o botão é ativado.

2) Ação: O osciloscópio exibe o tipo de ação que ocorrerá logo depois que um botão de opção de Ação for pressionado. Por exemplo, quando o Índice da Ajuda está visível e você pressiona o botão de opção Página abaixo, o osciloscópio exibe imediatamente a próxima página de entradas do índice.

3) Rádio: O osciloscópio utiliza um botão diferente para cada opção. A opção atualmente selecionada está em destaque. Por exemplo, o osciloscópio exibe várias opções de modo de aquisição quando você pressiona o botão de Menu Aquisição. Para selecionar uma opção, pressione o botão correspondente.

Botões de Menu e de controle:

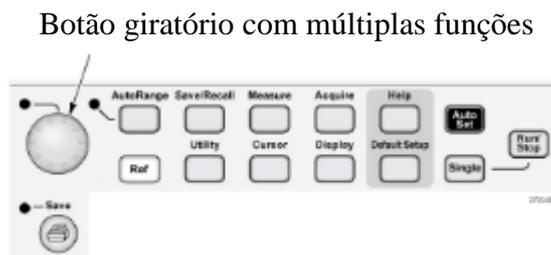


Figura 11

A função é determinada pelo Menu exibido ou pela opção de Menu selecionada. Quando ativo, o LED adjacente acende.

A tabela a seguir lista as funções.

Menu ou opção ativa	Função do botão giratório	Descrição
Cursores	Cursor 1 ou Cursor2	Posiciona o cursor selecionado
Ajuda	Rolar	Seleciona entradas no Índice Remissivo; seleciona links em um tópico; exibe a página seguinte ou anterior de um tópico
Horizontal	Holdoff	Define o total de tempo antes de um outro evento de Trigger ser aceito;
Matem.	Posição	Posiciona a forma de onda matemática
	escala vertical	Altera a escala da forma de onda matemática
Medidas	Tipo	Seleciona o tipo de medida automática para cada origem
Salvar/Recuperar	Ação	Define a transação como salva ou recupera os arquivos de configuração e de forma de onda e as imagens da tela
	Seleção de arquivo	Seleciona os arquivos de configuração, de forma de onda ou de imagem a serem salvos ou seleciona os arquivos de configuração ou forma de onda a serem recuperados
Trigger (Gatilho)_	Origem	Seleciona a origem quando a opção Trigger Tipo de Trigger está definida como Borda
	Número de linha do vídeo	Configura o osciloscópio para um número de linha específico quando a opção Tipo de Trigger for configurada para Vídeo e a opção Sincronização for configurada para Número linha
	Largura de pulso	Define a largura do pulso quando a opção Tipo de Trigger está definida como Pulso
Utilitário de Arquivos	Seleção de arquivo	Seleciona arquivos para serem renomeados ou excluídos
	Entrada de nome	Renomea o arquivo ou a pasta
Utilitário Opções, Configuração GPIB Endereço	Entrada de valor	Define o endereço GPIB para o adaptador TEK-USB-488
Utilitário Opções, Definir Data e Hora	Entrada de valor	Define o valor para a data e a hora
Vertical Ponta de Prova Voltagem, Atenuação	Entrada de valor	Para um Menu de canal (como o Menu CH1), define o fator de atenuação no osciloscópio
Vertical Ponta de Prova Atual Escala	Entrada de valor	Para um Menu de canal (como o Menu CH1), define a escala no osciloscópio

1. Escala Automática: Exibe o Menu Autorange e ativa ou desativa a função de Autoranging. Quando a Autoranging está ativa, o LED adjacente acende.
2. Gravar/Restaurar: Exibe o Menu Salvar/Recuperar para configurações e formas de onda.
3. Medidas: Exibe o Menu de medições automatizadas.
4. Aquisição: Exibe o Menu Aquisição.
5. Referência: Exibe o Menu Ref para mostrar ou ocultar rapidamente formas de onda de referência armazenadas na memória não-volátil do osciloscópio.
6. Utilitário: Exibe o Menu Utilitário.
7. Cursores: Exibe o Menu Cursores. Os cursores permanecem visíveis (a menos que a opção Tipo esteja definida para Deslig.) após sair do Menu Cursores, mas não são ajustáveis.
8. Display: Exibe o Menu Display.
9. Ajuda: Exibe o Menu Ajuda.
10. Configuração. Padrão: Restaura a configuração de fábrica.
11. Configuração. Automática: Ajusta automaticamente os controles do osciloscópio de modo que produzam uma exibição utilizável dos sinais de entrada.
12. Sequencia Única: Adquire uma forma de onda única e para. Run/Stop (Executar/Parar). Adquire continuamente formas de onda ou interrompe a aquisição.
13. Salvar: Um LED indica quando o botão Imprimir está configurado para gravar dados na USB.

Conectores de entrada:



Figura 12

Conectores de entrada para exibição de forma de onda.

Ext Trig: Conector de entrada de uma origem de Trigger externo. Utilize o Menu Trigger para selecionar a origem do Trigger Ext ou Ext/5. Pressione e mantenha pressionado o botão Visualiz de Trig para ver como as configurações de Trigger afetam o sinal de Trigger como, por exemplo, o acoplamento de Trigger.

Outros itens do painel frontal



Figura 13

Porta USB: Insira uma USB para o armazenamento ou a recuperação de dados. O osciloscópio exibe um símbolo de relógio para indicar quando o flashdrive está ativo. Depois que um arquivo é salvo ou recuperado, o osciloscópio remove o relógio e exibe uma linha de dicas para notificá-lo sobre a conclusão da operação de gravação ou recuperação. Para flashdrives comum, o LED pisca ao gravar dados no drive ou para recuperar dados do drive. Aguarde até que o LED pare de piscar para remover o drive.

Compensação de Sonda: Saída de compensação da sonda referência do chassi. Usada para corresponder eletricamente uma sonda de voltagem como circuito de entrada do osciloscópio.

Representação do osciloscópio em um diagrama:

Num circuito, representamos o osciloscópio pelo símbolo indicado na **Figura 8**.

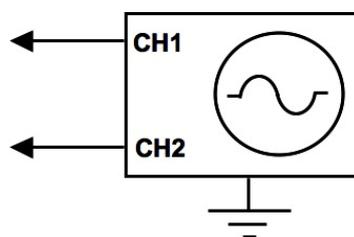


Figura 14: Representação esquemática de um osciloscópio num circuito elétrico. As setas indicam onde devem ser conectados os sinais dos canais CH1 e CH2.

Como exemplo de uso do osciloscópio para medidas de amplitudes e períodos de sinais periódicos no tempo, considere que o mostrador do osciloscópio seja aquele apresentado na **Figura9**, e que tenham sido utilizadas para a deflexão vertical $1\text{DIV} = 5\text{V}$ e para a deflexão horizontal $1\text{DIV}=1\text{ms}$. Vemos que a forma de onda é senoidal. Para determinarmos o período e a amplitude dessa forma de onda, utilizamos o reticulado da tela

do osciloscópio como régua. Observe que cada retículo, ou seja, cada DIV está subdividido em 5 divisões menores. Assim temos para este caso que a amplitude $V_0 = 1,7 \pm 0,1 \text{DIV}$, ou seja, $V_0 = 8,5 \pm 0,5 \text{V}$. Também temos que o período $T = 5,1 \pm 0,1 \text{DIV}$, ou seja, $T = 5,1 \pm 0,1 \text{ms}$.

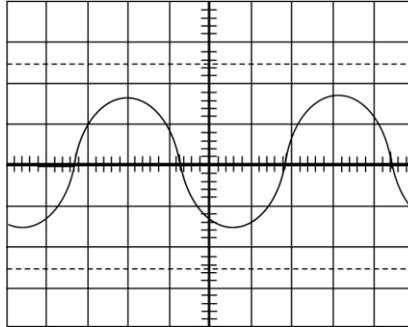


Figura 15: Exemplo de sinal na tela do osciloscópio que é discutido no texto.

Funções do osciloscópio:

Entendendo as funções do osciloscópio:

Para usar o osciloscópio de forma eficaz, é preciso ter conhecimento das seguintes funções:

1. Configurando o osciloscópio
2. Adquirindo sinais (formas de onda)
3. Ajustando a escala e posicionando as formas de onda
4. Medindo formas de onda

1. Configurando o osciloscópio:

É preciso que você se familiarize com as diversas funções que usará com frequência ao operar o osciloscópio: Autoset, Autorange, gravação de uma configuração e restauração de uma configuração.

Usando a Autoset: Sempre que você pressionar o botão AutoSet (Config.Auto.), a função Config.Auto. obtém uma exibição de forma de onda estável para você. Ela ajusta automaticamente a escala vertical, a escala horizontal e as configurações do Trigger. A configuração automática também exibe diversas medições automáticas na área da graticula, dependendo do tipo de sinal.

Usando a Autorange: A Autorange é uma função contínua que pode ser ativada ou desativada. Ela ajusta os valores de configuração para controlar um sinal quando este

apresenta grandes alterações ou quando você move fisicamente a onda para um ponto diferente.

Nas situações descritas a seguir a função Autoranging geralmente é mais útil do que a Conf. Auto:

Análise de um sinal que está mudando dinamicamente.

Para comparar uma seqüência de vários sinais rapidamente sem ajustar o osciloscópio. Este procedimento muito útil quando você precisa usar duas provas ao mesmo tempo ou quando precisa usar a prova em uma das mãos enquanto segura outro objeto.

Gravando uma configuração:

O osciloscópio grava a configuração atual se você esperar cinco segundos após a última alteração antes de desligar o osciloscópio. Na próxima vez que o osciloscópio for ligado, ele restaurará automaticamente essa configuração. O Menu Gravar/Restaurar pode ser usado para gravar até dez configurações diferentes. Você também pode gravar as configurações em uma USBflashdrive. O osciloscópio acomoda uma USB flashdrive para armazenamento e recuperação de dados removíveis

Restaurando uma configuração O osciloscópio pode restaurar a última configuração feita antes de ser desativado, configurações gravadas ou a configuração padrão.

Configuração Padrão O osciloscópio está configurado para uma operação normal ao sair da fábrica. Essa é a configuração padrão. Para restaurar essa configuração, pressione o botão Conf. Padrão.

2. Adquirindo sinais:

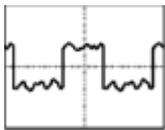
Ao adquirir um sinal, o osciloscópio o converte em uma forma digital e exibe uma forma de onda. O modo de aquisição define como o sinal é digitalizado e como a configuração da base de tempo afeta o alcance de tempo e o nível de detalhe na aquisição.

Modos de aquisição Há três modos de aquisição: Amostra, Detecção de Pico e Média.

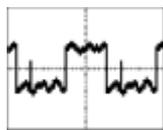
Amostra: Neste modo de aquisição, o osciloscópio tira a amostra do sinal em intervalos espaçados uniformemente para construir a forma de onda. Este modo representa com precisão os sinais na maioria do tempo. Entretanto, esse modo não registra as variações rápidas de sinal que podem ocorrer entre as amostras. Isso pode resultar em aliasing e causar a perda de pulsos estreitos. Nesses casos, você deve utilizar o modo Detecção de Pico para adquirir dados.

Detecção de Pico: Neste modo de aquisição, o osciloscópio procura os valores mais altos e mais baixos do sinal de entrada em cada intervalo de amostra e usa esses valores para exibir a forma de onda. Nesse modo, o osciloscópio pode adquirir e exibir pulsos estreitos, os quais podem não ser obtidos no modo Amostra. O ruído parecerá ser mais alto nesse modo.

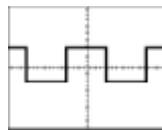
Média: Neste modo de aquisição, o osciloscópio adquire diversas formas de onda, calcula a média delas e exibe a forma de onda resultante. Você pode usar este modo para reduzir o ruído aleatório. Os dados são adquiridos no modo Amostra e é feita uma média de várias formas de onda. Selecione o número de aquisições (4, 16, 64, 128) para calcular a média da forma de onda.



Amostra



detecção de Pico



Média

Figura 16

3. Ajustando a escala e posicionando as formas de onda

Baseado nos controles até aqui apresentados, seguem os passos para a melhor visualização da forma do sinal:

Ajustando a base de tempo: O osciloscópio digitaliza as formas de onda ao adquirir o valor de um sinal de entrada em pontos discretos. A base de tempo permite controlar a frequência com que os valores são digitalizados. Para ajustar a base de tempo para uma escala horizontal que atenda aos seus propósitos, use o botão Escala Horizontal.

Ajustando a escala e posicionando as formas de onda:

Você pode alterar a exibição das formas de onda ajustando a escala e a posição. Quando você altera a escala, a exibição da forma de onda aumentará ou diminuirá de tamanho. Quando você altera posição, a forma de onda moverá para cima, para baixo, para a direita ou para a esquerda. O indicador de canal (localizado à esquerda da graticula) identifica cada forma de onda no display. O indicador aponta para o nível de referência terra do registro da forma de onda. Você pode visualizar a área do display e as leituras.

Escala vertical e posição:

Você pode alterar a posição vertical das formas de onda movendo-as para cima ou para baixo no display. Para comparar dados, você pode alinhar uma forma de onda sobre outra ou você pode alinhar as formas de onda em cima da outra. Você pode alterar a escala vertical de

uma forma de onda. A exibição da forma de onda será contraída ou expandida em relação ao nível de referência terra.

Escala horizontal e posição

O controle Horizontal Position pode ser ajustado para visualizar os dados da forma de onda antes do Trigger, depois do Trigger ou um pouco de cada. Quando você altera a posição horizontal de uma forma de onda, você estará realmente alterando o tempo entre o Trigger e o centro do display. (Isso parece mover a forma de onda para o lado esquerdo ou para o lado direito do display). A escala horizontal de todas as formas de onda é alterada girando o botão Escala Horizontal. Por exemplo, é possível analisar apenas um ciclo de uma forma de onda para medir a ultrapassagem na sua borda de subida. O osciloscópio exibe a escala horizontal como tempo por divisão na leitura da escala. Como todas as formas de onda ativas utilizam a mesma base de tempo, o osciloscópio exibe apenas um valor para todos os canais ativos, exceto quando a Área da Janela for utilizada.

Aliasing no domínio de tempo: O Aliasing ocorre quando o osciloscópio não tira a amostra do sinal rápido o suficiente para construir um registro de forma de onda com precisão. Quando isso acontece, o osciloscópio exibe uma forma de onda com uma frequência mais baixa do que a forma de onda de entrada real ou aciona o Trigger e exibe uma forma de onda instável.

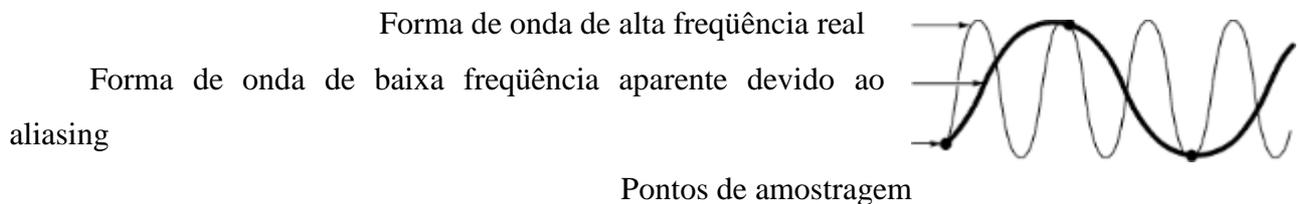


Figura 17

O osciloscópio representa sinais com precisão, porém é limitado pela largura de banda da sonda, pela largura de banda do osciloscópio e pela taxa de amostragem. Para evitar o aliasing, o osciloscópio deve fazer a amostragem do sinal a uma velocidade mais de duas vezes mais rápida que o mais alto componente de frequência do sinal. A frequência mais alta que a taxa de amostragem do osciloscópio pode teoricamente representar é normalmente chamada de frequência de Nyquist. A taxa de amostragem é normalmente chamada de taxa Nyquist. Ela é o dobro da frequência Nyquist. Essas taxas de amostragem máximas do osciloscópio são de, pelo menos, dez vezes a largura de banda. Essas taxas de amostragem altas ajudam a reduzir a possibilidade de aliasing.

4. Medindo formas de onda :

O osciloscópio exibe gráficos de tensão versus tempo e pode ajudá-lo a medir a forma de onda exibida. Existem diversas maneiras de efetuar medições. Você pode utilizar a grade, os cursores ou uma medição automatizada.

a) Grade:

Esse método permite fazer uma estimativa rápida e visual. Por exemplo, você pode observar a amplitude de uma forma de onda e determinar que ela seja ligeiramente superior a 100mV. É possível efetuar medições simples contando as divisões de grades principais e secundárias envolvidas e multiplicando-as pelo fator de escala. Por exemplo, se você contou cinco divisões das grades verticais principais entre o valor mínimo e máximo de uma forma de onda e sabia que usava um fator de escala com 100mV/div, então você pode calcular a tensão pico-a-pico da seguinte maneira: $5 \text{ divisões} \times 100 \text{ mV/divisão} = 500 \text{ mV}$.

b) Cursores:

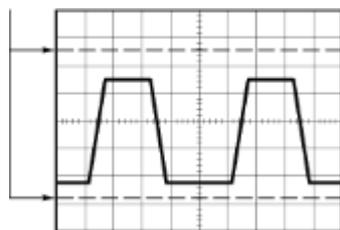


Figura 18

Esse método permite que você efetue medições movendo os cursores, os quais sempre aparecem em pares, e faça a leitura de seus valores numéricos a partir das leituras do display. Há dois tipos de cursores: Amplitude e Tempo. Quando você usar os cursores, certifique-se de configurar a Origem para a forma de onda no display que você deseja medir. Para usar os cursores, pressione o botão Cursores.

Cursores de amplitude. Os cursores de amplitude aparecem como linhas horizontais no display e medem os parâmetros verticais. As amplitudes têm como referência o nível de referência. Para a função Matem. FFT, esses cursores medem a magnitude.

Cursores de tempo. Os cursores de tempo aparecem como linhas verticais no display e medem os parâmetros, horizontal e vertical. Os tempos têm como referência o ponto de Trigger. Para a função Matem. FFT, esses cursores medem a frequência. Os cursores de tempo também incluem uma leitura da amplitude de forma de onda no ponto em que a forma de onda cruza o cursor.

Pontos principais de display:

O botão Display permite escolher como as formas de onda serão apresentadas e para alterar a aparência de todo o visor.

Tipo: vetores ou pontos. Os vetores preenchem o espaço entre pontos de amostragem adjacentes no display. Os pontos exibem somente os pontos amostrados.

Persistência, Desligado, 1seg., 2 seg., 5 seg., infinito. Configura o período durante o qual cada ponto da amostra permanece exibido. O modo desligado remove formas de onda padrão ou antigas sempre que novas formas de onda são exibidas. O modo tempo fixo exibe novas formas de onda em intensidade normal e as antigas em uma intensidade menor, apaga as formas antigas quando estas atingem o limite de tempo. No modo infinito as formas de onda antigas tornam-se opacas, mas visíveis. Use a persistência infinita para procurar eventos poucos frequentes e medir ruídos pico a pico de longa duração.

Formato YT ou XY. O formato YT exibe a voltagem vertical em relação ao tempo (escala horizontal). O formato XY exibe um ponto cada vez que uma amostra é adquirida no canal 1 e no canal 2. A voltagem do canal 1 determina a coordenada X do ponto (horizontal) e a voltagem do canal 2 determinam a coordenada Y (Vertical).

c) Menu Medidas:

O Menu Medidas pode efetuar até cinco medições automáticas. Quando você efetua medições automáticas, o osciloscópio faz todos os cálculos. Com essas medições utilizamos pontos do registro da forma de onda, elas são mais precisas do que as medições de graticula ou de cursor. As medições automáticas usam leituras para mostrar os resultados da medição. Essas leituras são periodicamente atualizadas enquanto o osciloscópio adquire dados novos.

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Esta seção apresenta uma série de exemplos de aplicações. Esses exemplos simplificados destacam os recursos do osciloscópio e dão a você idéias para usá-lo para solucionar seus próprios problemas de testes.

4.1. Procedimento I: Seleção de forma de onda e frequência no gerador de funções:

Monte o circuito da **Figura 19**. Observe que esse circuito corresponde a escolher a forma de onda quadrada e a ligar diretamente o canal CH1 à saída descrita como output do gerador.

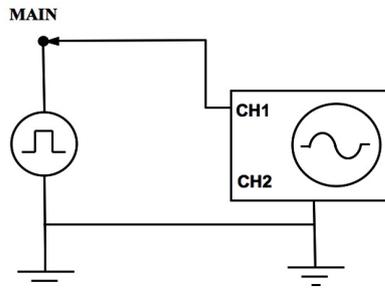


Figura 19: Circuito a ser montado

1. Inicialmente verifique que os botões de ciclo de operação (14), nível CMOS (13), DC Offset (12), -20bD (11) estão na posição desligado (OUT). Isto irá produzir uma forma de onda simétrica não influenciada pelos outros controles.
2. Ligue o gerador de funções botão POWER (1).
3. Selecione a forma de onda, quadrada acionado o botão da função (3).
4. Selecione a frequência da função de onda acionando um dos botões de faixa de frequência (2) Ajuste a frequência do gerador para 1kHz A frequência de saída selecionada é exibida no LED display (17) juntamente com a sua unidade apropriada, kHz ou Hz no LED kHz ou Hz (19).
5. Gire o botão COARSE (16) de controle grosso de frequência para selecionar o valor de frequência O controle fino de frequência pode ser posteriormente usado para escolher com precisão o valor desejado. A frequência desejada esta disponível na saída BNC OUTPUT (6).
6. Ajuste a amplitude do sinal de saída para $V_0 = 4V$ usando o controle de nível de saída (4) e a medida pelo osciloscópio

4.2. Procedimento II : Execução de medições 1:

Usando a Configuração Automática (AutoSet) no osciloscópio: Para exibir um sinal rapidamente e medir o período a frequência, a amplitude e a voltagem de pico-a-pico, siga as etapas descritas abaixo:

1. Conecte a saída OUTPUT do gerador de funções ao canal 1 do osciloscópio

A forma de onda quadrada com certa amplitude e frequência são injetadas no osciloscópio

2. Pressione o botão 1(CH1 Menu).

A tela indicara as opções selecionadas para o canal 1. Selecione o acoplamento, limite LB, ganho variável, sonda e inverter.

3. Pressione o botão de Trig Menu

Selecione a origem de entrada, canal 1, como o sinal de Trigger.

A indicação do nível de Trigger estará ajustada aproximadamente na metade da amplitude do sinal no canal 1. Com o botão Level (nível) varie o nível do Trigger e observe quando o osciloscópio não sincroniza mais com o sinal do CH1. Colocando a posição do nível acima ou abaixo da amplitude do sinal do Canal 1 o osciloscópio não deverá sincronizar mais com o canal 1.

4. Pressione o botão AutoSet (Config.Auto.).

5. Leia a escala vertical da voltagem e a base de tempo automaticamente selecionada.

Quando você pressiona o botão AutoSet o osciloscópio identifica o tipo de forma de onda e ajusta os controles para gerar uma exibição útil do sinal de entrada. O osciloscópio exibe as medições automáticas relevantes na área da forma de onda da tela com base no tipo de sinal detectado.

A função Conf. Auto. examina todos os canais à procura de sinais e exibe as formas de ondas correspondentes. Além disso, ela determina a origem do Trigger com base nas seguintes condições: Se vários canais tiverem sinais, a função examinará o canal que tiver o sinal de frequência mais baixa Se nenhum sinal for encontrado, o osciloscópio exibirá o canal com menor número no momento em que a Conf. Auto. for executada. Se nenhum sinal for encontrado e exibido, o osciloscópio exibirá e usará o canal 1. Se o osciloscópio não consegue determinar o tipo de sinal, ele ajusta a escala horizontal e a vertical. Em seguida, ele obtém as medições automáticas

4.3. Procedimento III : Execução de medições 2:

Usando diferentes escalas de medida: O osciloscópio define automaticamente as escalas vertical, horizontal e de Trigger. Se você deseja alterar ou otimizar a exibição da forma de onda, ajuste manualmente esses controles.

1. Altere as escalas de voltagem para 0.5V, 1.0V, 2.0V e 5.0V por divisão e faça a leitura das amplitudes. Apresente os valores na tabela 1.

2. Altere as escalas de tempo para 0.1ms, 0.2ms, 0.5ms e 0.05ms por divisão e apresente os valores do período e da frequência na tabela 2.

3. Selecione a melhor escala de voltagem e de tempo para a sua medida.

4.4. Procedimento IV : Execução de medições 3:

Usando Menu Medidas : O osciloscópio pode fazer medições automáticas da maioria dos sinais exibidos. Há 16 tipos disponíveis de medições. Você pode exibir até 5 ao mesmo tempo.

NOTA. Se aparecer um ponto de interrogação (?) na leitura de Valor, o sinal estará fora da faixa de medição. Ajuste o botão Escala Vertical (volts/divisão) do canal adequado para reduzir a sensibilidade ou alterar a configuração da Escala horizontal (segundos/divisão).

Para medir a frequência, o período, a voltagem pico-a-pico, o tempo de subida e a largura positiva, do sinal quadrado inicial:

1. Pressione o botão Medidas para visualizar o Menu Medidas Você pode escolher na opção Origem o canal no qual efetuar a medição e na opção tipo o tipo de medição a ser efetuado: frequência, período, média, Pico a Pico, RMS, Min., Max, tempo de subida, Queda, larg. Pos, Lar. Neg. Ciclo de tarefa, fase, atraso.

Nota: Os tipos de medição fase e atraso estão relacionados com dois sinais, os sinais injetados no canal 1 e 2. No modo de medição Fase e Atraso, a diferença do angulo de fase e de tempo, respectivamente, e de sinais no CH1 e CH2 é calculada, usando a borda ascendente do primeiro sinal em comparação com a borda ascendente do segundo sinal.

2. Pressione o botão de opção principal e o Menu Medidas1 será exibido.

3. Pressione Tipo ► Frequência.

A leitura de Valor exibe a medição e as atualizações.

4. Pressione o botão de opção Voltar.

5. Pressione o segundo botão de opção superior e o Menu Medidas 2 será exibido.

6. Pressione Tipo ► Período.

A leitura de Valor exibe a medição e as atualizações.

7. Pressione o botão de opção Voltar.

8. Pressione o botão de opção do meio e o Menu Medidas 3 será exibido.

9. Pressione Tipo ► Pico a Pico.

A leitura de Valor exibe a medição e as atualizações.

10. Pressione o botão de opção Voltar.

11. Pressione o segundo botão de opção da parte inferior e o Menu Medidas 4 será exibido.

12. Pressione Tipo ► Max.

A leitura de Valor exibe a medição e as atualizações.

13. Pressione o botão de opção Voltar.

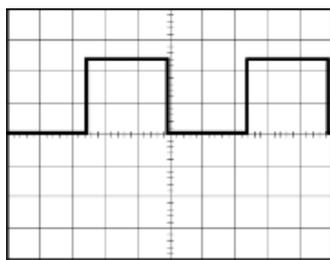
14. Pressione o botão de opção inferior e o Menu Medidas 5 será exibido

15. Pressione Tipo ► Larg. Pos.

A leitura de Valor exibe a medição e as atualizações.

16. Pressione o botão de opção Voltar.

Preencha a tabela3 com os valores medidos.



CH1 Frequência 1.000kHz

CH1 Período 1.000ms

CH1 Pico a Pico 8,04V

CH1 Max 4,02

CH1 Larg. Pos. 500,0µs

Figura 20

4.5. Procedimento IV : Execução de medições 4:

Usando o cursor: Os cursores podem ser utilizados para medir rapidamente o tempo e a amplitude em uma forma de onda.

Medindo a frequência e a amplitude de oscilação:



Cursores de amplitude

Cursores de tempo

Figura 21

Para medir a frequência de oscilação na borda de subida de um sinal, siga estas etapas:

Selecione no gerador de funções a onda quadrada inicial (procedimento1).

Escolha uma escala de tempo de forma visualizar somente a subida da onda quadrada.

1. Pressione o botão Cursores para exibir o Menu de mesmo nome.

2. Pressione Tipo ► Tempo.

3. Pressione Origem ► CH1.

4. Pressione o botão de opção Cursor1.

5. Pressione o botão com múltiplas funções para posicionar um cursor no primeiro pico da oscilação.

6. Pressione o botão de opção Cursor2.

7. Pressione o botão com múltiplas funções para posicionar um cursor no segundo pico da oscilação.

Você pode exibir o Δ (delta) de tempo e a frequência (a frequência de oscilação medida) no Menu Cursores

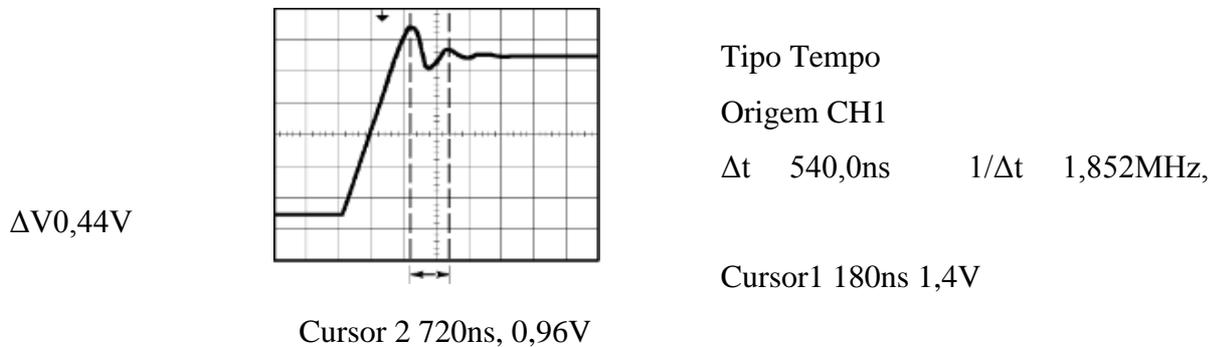


Figura 22

8. Pressione Tipo ► Amplitude.

9. Pressione o botão de opção Cursor1.

10. Pressione o botão com múltiplas funções para posicionar um cursor no primeiro pico da oscilação.

11. Pressione o botão de opção Cursor2.

12. Pressione o botão com múltiplas funções para posicionar Cursor2 na menor parte da oscilação.

Você pode ver a amplitude da oscilação no Menu Cursores.

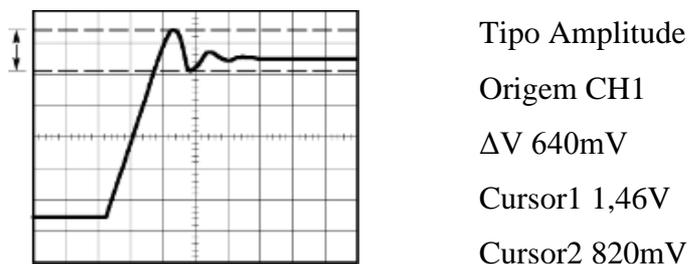


Figura 23

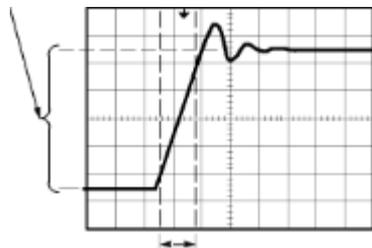
Medindo o tempo de subida:

Você decide que precisa verificar o tempo de subida do pulso. Em geral, mede-se o tempo de subida entre os níveis 10% e subida 90% da forma de onda. Para medir o tempo de subida:

1. Gire o botão Escala Horizontal (Segundos/divisão) para exibir a borda de subida da forma de onda.
2. Gire os botões Escala Vertical (Volts/divisão) Vertical Position para configurar a amplitude da forma de onda ao redor de cinco divisões.
3. Pressione o botão1 (ch1Menu).
4. Pressione Ganho variável► Fino.
5. Gire o botão Escala Vertical (Volts/divisão) para configurar a amplitude da forma de onda para exatamente cinco divisões.
6. Gire o botão Vertical Position para centralizar a forma de onda; posicione a linha de base da forma de onda 2,5 divisões a baixo da gráticula central.
7. Pressione o botão Cursores para exibir o Menu de mesmo nome.
8. Pressione Tipo► Tempo.
9. Pressione Origem► CH1.
10. Pressione o botão de opção Cursor1.
11. Gire o botão com múltiplas funções para posicionar um cursor no ponto em que a forma de onda cruza a segunda linha da gráticula abaixo do centro da tela. Esse é o nível de 10% da forma de onda.
12. Pressione o botão de opção Cursor2.
13. Gire o botão com múltiplas funções para posicionar um cursor no ponto em que a forma de onda cruza a segunda linha da gráticula acima do centro da tela. Esse é o nível de 90% da forma de onda.

A leitura Δt no Menu Cursores é o tempo de subida da forma de onda.

5 divisões



Tipo, Tempo

Origem CH1

Δt 140ns, $1/\Delta t$ 7,143MHz, ΔV 2,08V

Cursor1 80,0ns 1,02V

Cursor2 60,0ns 1,06V

Figura 24

Preencha as tabelas 4, 5 e 6 com os valores medidos.

4.6. Procedimento V: Análise do detalhe do sinal:

Você tem um sinal com ruído exibido no osciloscópio e precisa saber mais sobre ele. Você suspeita que o sinal contenha muito mais detalhes do que você pode ver agora no display.

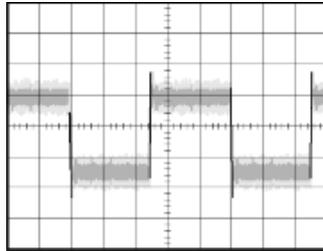


Figura 25

O sinal aparece ter ruído e você suspeita que o ruído esteja causando problemas no circuito. Para analisar melhor o ruído:

1. Pressione o botão Aquisição para exibir o Menu de mesmo nome
2. Pressione o botão de opção Detecção de Pico.

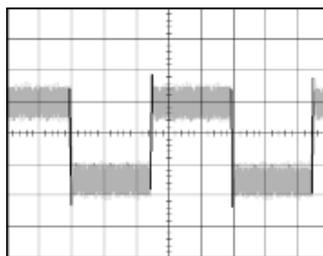


Figura 26

A detecção de pico enfatiza picos transientes com ruído e pequenas falhas no seu sinal, especialmente quando a base de tempo estiver configurada para uma configuração lenta.

Como isolar o sinal do ruído. Agora você quer analisar a forma do sinal e ignorar o ruído.

Para reduzir o ruído aleatório no display do osciloscópio, siga estas etapas:

1. Pressione o botão Aquisição para exibir o Menu de mesmo nome.
2. Pressione o botão de opção Média.
3. Pressione o botão de opção Médias para visualizar os efeitos de variação de número das médias no display da forma de onda. Calcula a media e reduz o ruído aleatório e facilita a visualização de detalhes de um sinal.

No exemplo a seguir, uma oscilação aparecerá nas bordas de subida e de descida do sinal quando o ruído for removido.

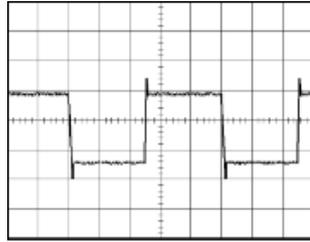


Figura 27

4.7. Procedimento VI: Utilização da opção MATH (Matemática):

O osciloscópio permite a operação de dois sinais inseridos no canal 1 e 2.

1. Coloque uma onda quadrada de amplitude de 2.0 V e frequência de 1kHz em ambos os canais, CH1 e CH2.

Para isto acople um adaptador TEE na saída OUTPUT do gerador.

2. Pressione a opção MATH. As opções são:

a) Operação: adição, subtração multiplicação e FFT

b) Fontes: CH1+CH2 (adição) e CH1-CH2 ou CH2-CH1

c) Posição: padrão 0,00V

d) Escala vertical: A escala será a mesma do canal 1, para alterar gire o botão de escala do canal 1

A indicação da escala está em vermelho no lado esquerdo inferior da tela

1. Escolha a adição dos sinais e verifique o resultado

2. Escolha a subtração e verifique o resultado

4.8. Procedimento VII: Exibição do sinal XT e XY:

Para exibir a entrada e a saída do circuito em uma exibição XY,

1. Ajuste uma onda senoidal tanto no canal 1 e 2

2. Pressione o botão AutoSet (Config.Auto.).

3. Pressione os botões Escala Vertical (volts/divisão) para exibir aproximadamente os mesmos sinais de amplitude em cada canal.

4. Para ver o Menu Display, pressione o botão Display.

5. Pressione Formato ► XY. O osciloscópio exibe um padrão de Lissajous representando as características do circuito.

6. Gire os botões Escala vertical e Posição vertical para otimizar a exibição.

7. Pressione Persistência ► Infinita

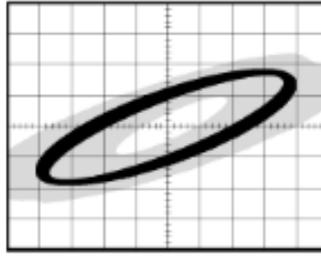


Figura 28

Procedimentos adicionais

Coloque. uma onda senoidal de amplitude de 2.0 V e frecuencia de 1kHz no CH1.

Observe o comportamento do sinal no CH1 do osciloscópio para as seguintes operações

1. Selecione a função Autoset.

2. Varie a amplitude ou a frecuencia do sinal em múltiplos de 10

3. Selecione a função Autoranging

4. Varie a amplitude ou a frecuencia do sinal em múltiplos de 10

5. Selecione a função Run/Stop e Seq. Única

6. Altere a posição do trigger horizontal, para acima, na metade da amplitude e abaixo do sinal mostrado na tela.

7. Altere o sincronismo para o CH2

Em caso de dúvidas consulte o manual

Experimento 3 – Capacitores e circuitos RC com onda quadrada

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é estudar o comportamento de capacitores associados a resistores em circuitos alimentados com onda quadrada.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- gerador de sinais;
- resistor: $R = 1 \text{ k}\Omega$, $10 \text{ k}\Omega$;
- capacitor: $C = 10 \text{ nF}$, 100 nF , $1 \mu\text{F}$

3. INTRODUÇÃO

Nas experiências anteriores trabalhamos com resistores. Estudamos a sua equação característica ($V = Ri$) que é uma das representações da lei de Ohm. Os condutores que obedecem a essa lei para qualquer valor da corrente, mantendo a resistência constante, são chamados de condutores ôhmicos. Na experiência da aula de hoje vamos introduzir mais um elemento básico de uso muito comum em circuitos elétricos: o *capacitor*.

3.1 - Capacitores

Sabemos que podemos armazenar energia em forma de energia potencial de diversas formas. Podemos armazenar em uma mola estendida, comprimindo um gás ou levantando um objeto com uma determinada massa. Uma outra maneira de armazenar energia na forma de energia potencial é através de um campo elétrico, e isso se faz utilizando um dispositivo chamado **capacitor**.

O capacitor (ou condensador) é um dispositivo formado por duas placas paralelas, contendo um material dielétrico entre elas, cuja característica principal é o fato que quando aplicamos uma dada voltagem a essas placas, ele acumula nas placas uma quantidade de cargas elétricas cujo valor é proporcional à diferença de potencial aplicada. Essa situação é análoga à de um resistor: quando aplicamos uma diferença de potencial nas extremidades de um dado resistor ocorre a passagem de uma corrente elétrica (circulação de cargas elétricas) que – para elementos ôhmicos – é proporcional à voltagem aplicada. Quanto maior a voltagem, maior a corrente elétrica. A constante de proporcionalidade entre a voltagem e a corrente que passa pelo condutor é chamada de resistência (à passagem da corrente elétrica) do condutor. Essa é uma forma de definição da lei de Ohm. Para o capacitor ocorre algo semelhante. Quanto maior a diferença de potencial entre suas placas, maior a carga acumulada nas mesmas. A constante de proporcionalidade entre a carga adquirida e a diferença de potencial aplicada é chamada de *capacitância* do capacitor, ou seja, podemos escrever a equação característica do capacitor como:

$$q = CV_C. \quad (1)$$

Essa definição pode ser considerada como uma definição estática ou instantânea, relacionando a voltagem no capacitor em um dado momento e o módulo da carga acumulada em cada uma de suas placas. Como, em geral, medimos voltagens e correntes, podemos reescrever a equação acima em função da corrente que passa no circuito do capacitor ou seja,

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (2)$$

Substituindo a **Equação 1** na **Equação 2** encontramos:

$$i = C \frac{dV_C}{dt}. \quad (3)$$

A **Equação 3** mostra que somente teremos corrente no circuito se houver uma variação da voltagem no capacitor V_C . Dito em outros termos, se o capacitor estiver se carregando ou descarregando teremos corrente circulando. Num circuito elétrico, usamos dois segmentos de reta paralelos, representando duas placas paralelas condutoras, como símbolo do capacitor (**Figura 1**).

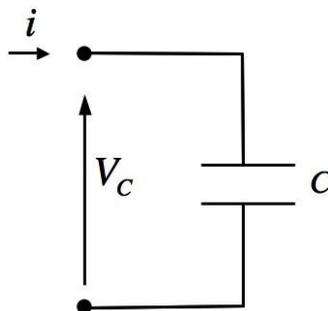


Figura1: Representação esquemática de um capacitor.

A unidade de capacitância no sistema internacional é o farad, representado pela letra F. O farad é uma unidade muito grande – define-se a capacitância da Terra como sendo 1F – por isso os dispositivos que se encontram comercialmente são designados por submúltiplos de F, como o picofarad ($1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$), nanofarad ($1\text{nF}=10^{-9}\text{F}$), o microfarad ($1\mu\text{F}=10^{-6}\text{F}$) e o milifarad ($1\text{mF}=10^{-3}\text{F}$).

3.2 – Capacitores e circuitos RC

Como foi assinalado acima, **Equação 3**, se conectarmos uma bateria aos terminais de um capacitor, aparecerá uma corrente elétrica no circuito enquanto a diferença de potencial aplicada ao capacitor estiver variando no tempo, ou seja, enquanto o capacitor estiver se carregando. Isso ocorrerá durante o breve intervalo de tempo em que a bateria estiver sendo conectada. Esse tempo no jargão da eletrônica consiste de um “transiente”. Após o transiente, a voltagem se torna constante e a corrente será nula.

Isso corresponde ao caso ideal. Na prática, um capacitor nunca é utilizado isoladamente. Sempre existe um resistor associado em série com ele, mesmo que seja a resistência interna da bateria ou da fonte de alimentação. Por isso, o capacitor não se carregará “instantaneamente” mas levará um certo tempo que dependerá das características

elétricas do circuito. Aliás, a utilidade prática do capacitor baseia-se no fato de podermos controlar o tempo que ele leva para se carregar totalmente e a carga que queremos que ele adquira.

Esse controle é obtido associando-se um resistor em série no circuito do capacitor, como mostrado na **Figura 3**.

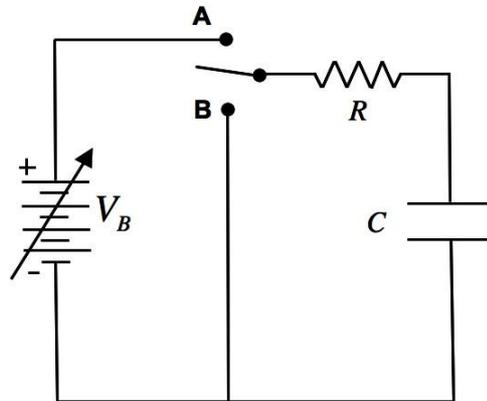


Figura 3: Diagrama de um circuito RC.

Se conectarmos a chave na posição “A”, o capacitor se carregará. Pela lei das malhas, que é equivalente à lei da conservação da energia no circuito, teremos:

$$V_B = V_R + V_C. \quad (4)$$

Qualitativamente ocorrerá o seguinte: se o capacitor estiver completamente descarregado no instante inicial (o instante em que a chave é virada para a posição “A”), $V_C = 0V$ e, portanto, $V_R = V_B = Ri_0$, onde i_0 é a corrente no circuito no instante $t = 0s$. À medida que o tempo passa, como V_B é constante, V_C vai aumentando, pois o capacitor estará se carregando, e V_R , portanto, diminuindo. Isso significa que no instante inicial ($t = 0s$), o valor de V_C é mínimo ($V_C = 0V$) e o valor de V_R é máximo. Essa defasagem entre voltagem e corrente no capacitor (e também no indutor, como veremos mais adiante) tem um papel fundamental na teoria dos circuitos elétricos, o que ficará claro quando estudarmos circuitos com excitação senoidal. Se a chave ficar ligada na posição “A” por um tempo relativamente longo, ao final desse tempo o capacitor estará totalmente carregado e teremos $V_C = V_B$, $V_R = 0V$ e a corrente cessará de passar.

Se nesse momento passarmos a chave para a posição “B”, haverá um refluxo das cargas acumuladas no capacitor, a corrente inverterá o sentido e o capacitor se descarregará. Nesse caso, como não existe bateria ligada no circuito, $V_B = 0V$, pela lei das malhas $V_R + V_C = 0$, ou $V_R = -V_C$. A voltagem no capacitor, no caso, variará de V_B até zero.

Substituindo as expressões para V_R e V_C por suas equações características, teremos:

$$V_B = Ri + \frac{q}{C} = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = RC \frac{dV_C}{dt} + V_C, \quad (5)$$

que pode ser facilmente integrada, tendo como solução geral:

$$V_C(t) = V_C(\infty) + [V_C(0) - V_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (6)$$

onde $V_C(\infty)$ é a voltagem no capacitor quando o tempo tende a infinito (capacitor completamente carregado), $V_C(0)$ é a voltagem no capacitor no instante $t=0$ e $\tau = RC$. No caso da equação diferencial descrita pela **Equação 5**, $V_C(\infty) = V_B$. Assumindo que a voltagem nas placas do capacitor é nula em $t=0$, encontramos:

$$V_C(t) = V_B \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (7)$$

onde

$$\tau = RC$$

A **Equação 7** mostra que o tempo necessário para o capacitor se carregar dependerá do produto RC . Quanto maior for esse produto, maior será esse tempo. O produto RC é conhecido como **constante de tempo** do circuito e inclui todas as resistências presentes no circuito.

O valor da constante de tempo, escrito dessa forma é conhecido como “**valor nominal**” pois deriva dos valores nominais do resistor e do capacitor.

Usando a lei das malhas, obtemos o valor de V_R :

$$V_R = V_B - V_C = V_B e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (8)$$

Para o estudo da descarga do capacitor temos que resolver a equação diferencial descrita na **Equação 5**, fazendo $V_B = 0$ e assumindo que o capacitor está completamente carregado no instante inicial $t = 0$. Encontramos (verifique!):

$$V_C = V_B e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9)$$

e

$$V_R = -V_B e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (10)$$

A constante de tempo, que caracteriza o circuito, pode ser obtida experimentalmente de várias maneiras distintas. A primeira delas decorre diretamente da sua definição: é o tempo necessário para o argumento da exponencial se tornar “-1”, e teremos para a carga:

$$V_C(\tau) = V_B (1 - e^{-1}) = V_B (1 - 0,37) = 0,63V_B, \quad (11)$$

ou seja, τ é o tempo necessário para que a voltagem em um capacitor, inicialmente descarregado, atinja 63% do valor final da tensão da fonte que o carrega.

Para a descarga, teremos algo semelhante:

$$V_C(\tau) = V_B e^{-1} = 0,37V_B. \quad (12)$$

Ou seja, na descarga, τ é o tempo necessário para o capacitor atingir 37% do valor inicial da voltagem em $t = 0$.²

Somente podemos determinar a constante de tempo no processo de carga se o capacitor estiver descarregado para $t = 0$ s e conhecermos, “a priori”, o valor de V_B . Caso contrário, seria necessário esperar um tempo muito longo para V_C chegar até V_B , tempo esse que, eventualmente, não dispomos. O processo é bastante simplificado na descarga do capacitor, pois nesse caso podemos definir a origem do tempo ($t=0$) e V_B é a voltagem que o sistema possui naquele momento. Por isso, a **Equação 12** é empregada, em geral, para a determinação de τ .

Uma outra maneira de determinarmos τ consiste em determinarmos um outro tempo característico, que ocorre em todos os processos exponenciais, chamado de meia-vida do sistema, $t_{1/2}$. Ele é definido como o tempo necessário para a grandeza medida cair à metade do seu valor inicial. No caso presente, será o tempo necessário para a voltagem do capacitor atingir, tanto na carga como na descarga, a metade do valor de V_B . Por exemplo, no processo de carga teremos:

$$V(t_{1/2}) = \frac{V_B}{2} = V_B \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}} \right), \quad (13)$$

ou

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}. \quad (14)$$

Aplicando-se logaritmos naturais a ambos os lados dessa equação, encontramos:

$$t_{1/2} = \tau \ln 2. \quad (15)$$

A constante de tempo também pode ser obtida no processo de descarga, determinando-se o tempo necessário para o valor inicial da voltagem cair à metade, ou seja:

$$V(t_{1/2}) = \frac{V_B}{2} = V_B e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}, \quad (16)$$

ou

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}, \quad (17)$$

e a **Equação 15** é novamente obtida, mostrando que para $t = t_{1/2}$, tanto na carga como na descarga, a constante de tempo será dada por:

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}. \quad (18)$$

Observe que, embora estejamos usando o mesmo símbolo V_B tanto para a carga como para descarga, eles não significam fisicamente a mesma coisa. Na carga, V_B é a voltagem final que o capacitor pode ter (para $t \rightarrow \infty$) enquanto que na descarga V_B é o valor da voltagem no capacitor no instante inicial da descarga, para $t=0$.

Utilizaremos elementos de circuito com valores de capacitância e resistência que levam a tempos de relaxação da ordem de mili-segundos. Assim, para observarmos a variação da voltagem será necessário chavear o circuito da posição “A” para a posição “B”, e vice-versa, com uma frequência muito grande, da ordem de kilo-Hertz. Isso é possível se utilizarmos um gerador de sinais, escolhendo a forma de onda quadrada. Nesse caso, de acordo com a **Figura 2**, ao invés de termos a voltagem no circuito variando de 0V a V_B , como assumimos em toda a discussão do problema, teremos a voltagem variando de $-V_0$ a V_0 . O efeito dessa mudança é o de alterar a equação diferencial e a condição inicial do problema. Como consequência, as amplitudes das voltagens que observaremos serão eventualmente diferentes das previstas pelo modelo que estamos usando, no entanto, como estamos interessados no tempo de relaxação do circuito, esse não é alterado. Isto porque como vimos, a definição do tempo de relaxação não depende dos valores absolutos da voltagem, apenas de valores relativos.

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Como podemos notar pela discussão anterior, para determinarmos o valor da constante de tempo, a voltagem deverá ser aplicada por um tempo superior ao valor de τ . Na **Figura 4** representamos o circuito com o gerador de sinais no lugar da bateria e da chave da **Figura 3**. O ideal é que o tempo de aplicação da voltagem V_0 seja de quatro a seis vezes o valor esperado de τ , ou seja $T \approx 6\tau$. Para registrarmos a variação da voltagem no circuito em função do tempo devemos recorrer a instrumentos de medida mais sofisticados. Desses instrumentos, o mais simples é o osciloscópio que é uma espécie de voltímetro analógico (no nosso caso) que permite observar (e medir) pela leitura de uma tela iluminada, voltagens que variam periodicamente no tempo.

Observações muito importantes:

- 1) *Diferentemente de um voltímetro que mede diferenças de potencial entre quaisquer dois pontos, o osciloscópio somente mede diferenças de potencial entre um dado ponto e a terra.*
- 2) *As leituras da tela do osciloscópio são sempre feitas em divisões. A incerteza de cada medida será, **sempre**, igual a um décimo de divisão. Isso pode ser verificado observando-se que nas linhas centrais, tanto horizontal como vertical, existe uma régua com 5 subdivisões. A incerteza é assumida como sendo a metade de cada subdivisão.*
- 2) *Nos circuitos utilizados, todos os pontos de terra devem ser ligados entre si, mesmo que apareçam separados nos mesmos. O ponto de terra representa a referência comum.*
- 3) *Em todos os equipamentos utilizados no laboratório, a cor vermelha significa o lado positivo e o preto o neutro (terra).*

4.1 - Procedimento I

- 1) Monte o circuito da **Figura 4** abaixo com $C = 100\text{nF}$ e $R=10\text{k}\Omega$. Ajuste no gerador de sinais uma onda quadrada de frequência $f = 200\text{Hz}$ e amplitude $V_0 = 5\text{V}$.

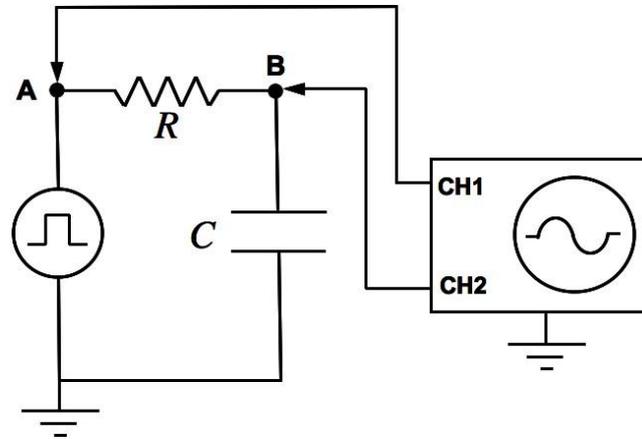


Figura 4: Montagem de um circuito RC simples usando um gerador de sinais e um osciloscópio. Essa montagem permite a medida da voltagem no capacitor em relação à terra (V_C). Para isso devemos ligar o canal 1 (CH1) do osciloscópio no ponto “A” e o canal 2 (CH2) no ponto “B” do circuito.

- 2) Ajuste os comandos do osciloscópio de forma a ver na tela uma figura parecida com a **Figura 5** abaixo:

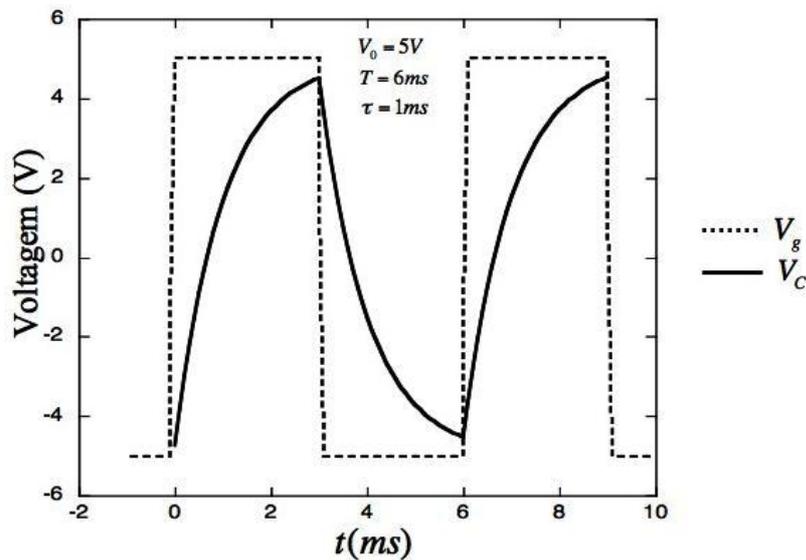


Figura 5: Imagem similar ao que deve aparecer na tela do osciloscópio mostrando a superposição da voltagem do gerador de sinais V_g e do capacitor V_C .

Como pode ser observado na **Figura 5**, enquanto o patamar positivo da onda quadrada ($V_0 = 5\text{V}$) estiver presente, o capacitor se carrega – é como se uma pilha de voltagem igual à tensão do patamar estivesse conectada ao circuito. Terminado o patamar positivo, a voltagem do gerador de sinais muda bruscamente para o patamar inferior (-5V) e o capacitor se descarrega e carrega novamente, agora com voltagem negativa em relação à terra, até o momento em que o patamar se torna novamente positivo, quando o ciclo recomeça. Como se

pode notar, o capacitor adquire mais ou menos carga conforme o patamar superior dure mais ou menos tempo.

- 3) Ajuste agora as escalas do osciloscópio de modo a colocar na tela um período completo da onda quadrada (ou mesmo apenas um patamar), de forma a ocupar o maior espaço possível na tela e meça os valores de $t_{1/2}$ e τ , como indicado na **Figura 6**. $t_{1/2}$, como vimos, é o tempo necessário para que a voltagem no capacitor durante a descarga atinja a metade do valor que tinha no início do processo de descarga, ou seja, no tempo que se definiu como sendo $t = 0$ s, e τ é o tempo necessário para V_C chegar a 37% desse valor inicial. Note que você deverá medir um tempo relativo a partir do início da descarga conforme indicado na **Figura 6**.

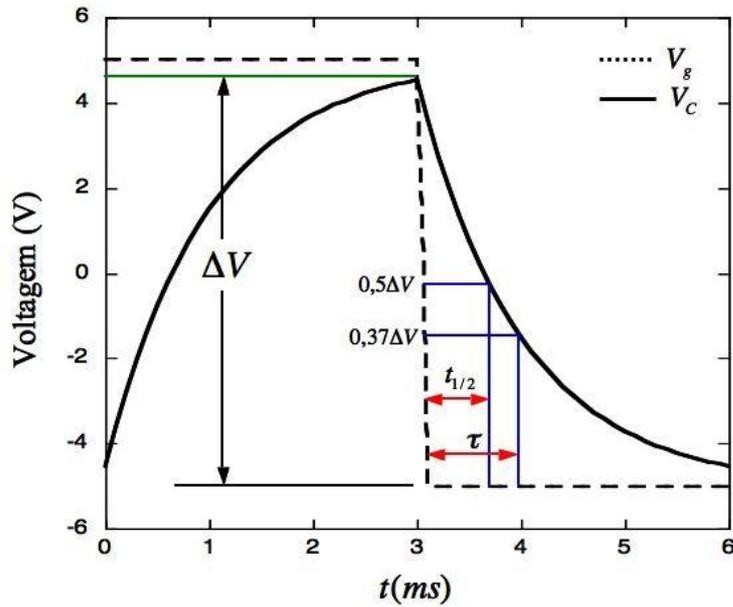


Figura 6: Voltagem no capacitor mostrando, na descarga do capacitor, as duas maneiras de medir a constante de tempo τ .

Na **Figura 6** estão indicadas duas maneiras distintas de se determinar τ , diretamente (τ^1) ou via $t_{1/2}$ (τ^2). Observe que para essas determinações utilizamos apenas a parte da curva correspondente à descarga do capacitor pois, no caso, sabemos o valor de V_C para $t=0$.

- 4) Preencha a **Tabela 1** e determine o valor de τ e sua respectiva incerteza utilizando os dois métodos indicados acima. Utilize o cursor para medir os valores de $t_{1/2}$ e τ .

	$\tau^1 = (\quad \pm \quad)$
$t_{1/2} = (\quad \pm \quad)$	$\tau^2 = (\quad \pm \quad)$

Tabela 1: Resultados das medidas do tempo de meia-vida e do tempo de relaxação obtidas diretamente a partir da voltagem do capacitor na descarga.

4.2 - Procedimento II

- 1) Monte o circuito da **Figura 7**, ele corresponde ao circuito da **Figura 4** com as posições do capacitor e do resistor trocadas. Use os mesmos valores de $C = 100\text{nF}$ e $R=10\text{k}\Omega$. Ajuste no gerador de sinais uma onda quadrada de frequência $f = 200\text{Hz}$ e amplitude $V_0 = 4\text{V}$. Nesta configuração medimos com o osciloscópio a voltagem V_R no resistor. Com o auxílio de um multímetro meça o valor de R .

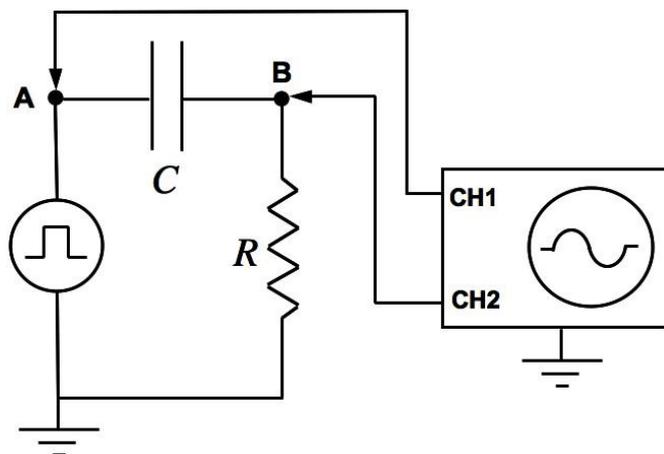


Figura 7: Montagem de um circuito RC para medida da voltagem no resistor V_R .

- 2) Ajuste os comandos do osciloscópio de forma a ver na tela uma figura parecida com a **Figura 8** abaixo:

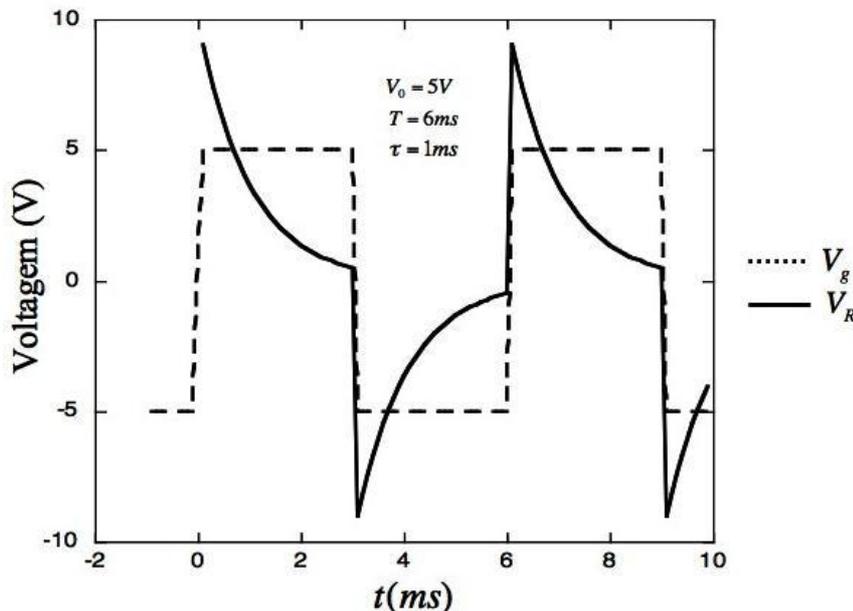


Figura 8: Imagem similar ao que deve aparecer na tela do osciloscópio mostrando a superposição da voltagem do gerador de sinais V_g e do resistor V_R .

Como pode ser observado na **Figura 8**, a voltagem no resistor é máxima e igual a $2V_0$, quando a voltagem da fonte muda de sinal (você saberia explicar por quê?). Observe também que a voltagem na carga é igual em módulo à voltagem na descarga. O sinal é diferente porque na descarga a corrente muda de sentido.

- 3) Para obtermos uma curva de V_R em função de t com boa resolução devemos fazê-la ocupar a maior região possível da tela do osciloscópio. Para isso devemos ajustar os controles do osciloscópio e do gerador de sinais para que apareça na tela apenas a voltagem V_R na carga do capacitor.

Para tanto você deve efetuar os seguintes passos:

- coloque o botão do sincronismo do osciloscópio (“slope”) para sincronizar a onda quadrada quando ela passa pelo “zero” do osciloscópio, descendo, ou seja, com o botão virado para a posição com a “seta” para baixo ou equivalente (pergunte a seu professor se tiver dúvida);
- desloque a posição horizontal do sinal de voltagem para que o decaimento comece na linha vertical mais à esquerda da tela;
- ajuste o nível “zero” da voltagem V_R de forma que ele coincida com a linha inferior da tela e o patamar superior da onda quadrada (V_g), com a linha superior da tela. Isso é feito ajustando-se pouco a pouco, e ao mesmo tempo, o controle da amplitude do gerador de sinais e a posição do canal 1 (CH1) do osciloscópio. Se for necessário ajuste um pouco a frequência do gerador. Deverá aparecer na tela do osciloscópio uma figura semelhante à **Figura 9**.

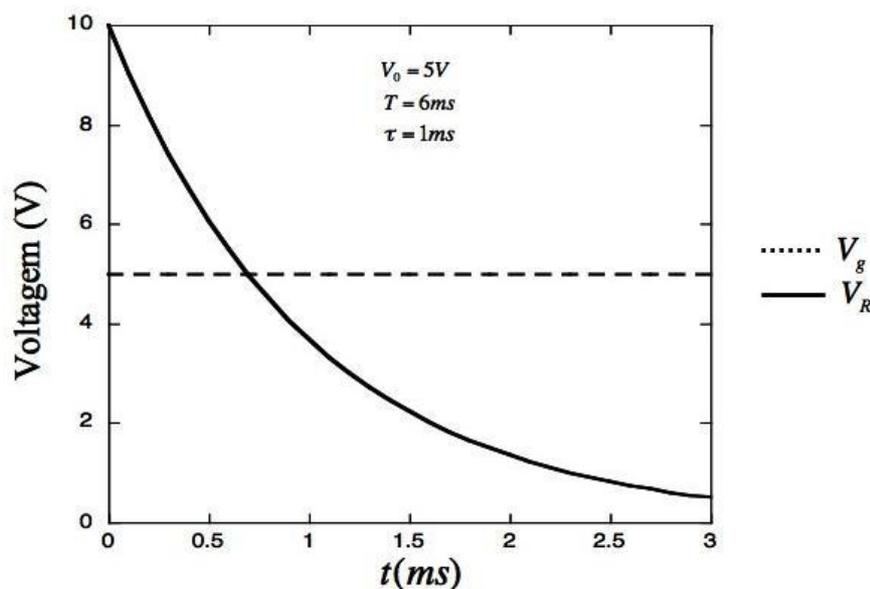


Figura 9: Maximização na tela do osciloscópio da voltagem V_R na carga do capacitor.

- 4) A partir da **Figura 9** construa a **Tabela 2**. Utilize um dos procedimentos de medida, graticula ou cursor, para medir dois valores de t e V_R . Anote na tabela os valores das escalas de tempo e voltagem utilizadas na medida.

Escala de tempo: () ms/DIV Escala de Voltagem: () V/DIV

n	$t(\text{ms})$	$V_R(\text{V})$	$\ln(V_R)$	$\sigma_{\ln(V_R)}$
1				
2				

Tabela 2: Medida da curva de V_R na carga do capacitor.

A constante de decaimento pode ser medida considerando estes dois pontos consecutivos.

$$\tau = \frac{(t_2 - t_1)}{\ln\left(\frac{V_{R1}}{V_{R2}}\right)} = \frac{(t_2 - t_1)}{\ln(V_{R1}) - \ln(V_{R2})} \quad (19)$$

4.3 - Procedimento III

Resistência interna de um instrumento: gerador

Um gerador de corrente alternada (quadrada, senoidal, triangular) possui uma impedância interna z (ou resistência interna R_G) e alimenta um circuito com impedância total Z . O gerador produz uma *fem* ε mas devido à queda de tensão em z , a tensão aplicada sobre Z é $V = \varepsilon - zI$

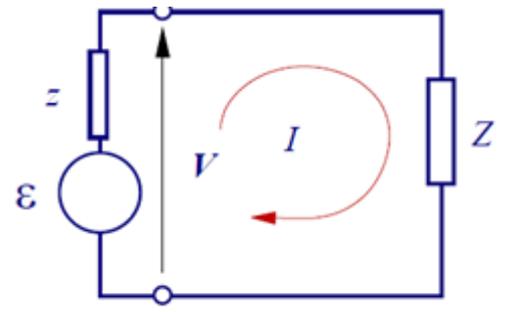


Figura 10 : Gerador com impedância interna alimentando um circuito externo de impedância Z .

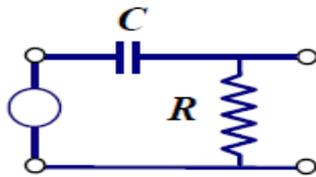
Os geradores de alta potência (incluindo a linha de alimentação) têm baixa impedância interna ($|Z_{int}| < 5 \Omega$) e em geral complexa. Os geradores de funções para instrumentação tem uma impedância interna geralmente de 50Ω , real e independente da frequência (variação dentro de $\pm 1 \Omega$ em toda a faixa de frequências de operação do instrumento, tipicamente).

- Determine a partir dos valores de τ medidos pelos diferentes métodos um valor médio para a resistência interna do gerador R_G . Verifique se este valor está de acordo com a afirmação acima

4.3 - Procedimento IV

A partir do circuito RC vamos obter e registrar no osciloscópio as figuras que correspondem a integral e derivada de uma função quadrada. Os circuitos RC, caracterizados pela constante de tempo τ , são conhecidos como integradores e diferenciadores nas seguintes configurações:

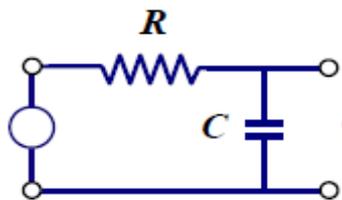
Circuito diferenciador RC



$$\tau = RC$$

Figura 11

Circuito integrador RC



$$\tau = RC$$

Figura 12

Circuito Diferenciador:

- Use $R = 10k\Omega$ e $C = 10nF$ para montar o circuito da **figura 11**. Observe o sinal do gerador e no resistor V_R . Qual a condição que deve existir entre o tempo de relaxação τ e o período da onda quadrada T para a obtenção da derivada da onda quadrada? O circuito RC se comporta como diferenciador se $\tau \ll T$ no seguinte sentido: se $V_G(t)$ “varia pouco” em qualquer intervalo de tempo de duração menor que T , então a voltagem de saída V_R obedece as seguintes condições:

$$V_G = iR + \frac{1}{C} \int idt$$

$$se \rightarrow R \ll \frac{1}{\omega C} \rightarrow RC \ll \frac{1}{\omega} \rightarrow \tau \ll T$$

$$V_G \cong \frac{1}{C} \int idt \tag{20}$$

$$segue \rightarrow R \frac{dV_G(t)}{dt} = \frac{1}{C} iR$$

$$e \rightarrow V_R = \tau \frac{dV_G(t)}{dt}$$

- Coloque o osciloscópio na configuração AUTOranging vertical.
- Varie a frequência em múltiplos de 10, ou seja, 1, 10, 100, 1k, 10k, 100k, 1M, 10M Herz, observe sob quais condições entre τ e T os seguintes gráficos são apresentados. Ajuste a frequência do gerador para reproduzir as figuras a,b, e c da **figura 13**.

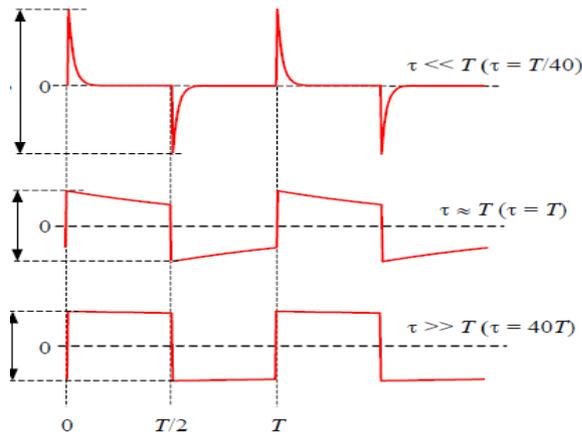


Figure 13 (a), (b) e (c)

- 4) Ajuste a frequência do gerador de tal forma que o produto $\omega RC \ll 1$, e obtenha simultaneamente a onda quadrada e a diferenciada na tela do osciloscópio. Esta é justamente a região onde o circuito RC atenua fortemente as frequências. Verifique que a tensão V_R é a derivada de $V_G(t)$. Grave se possível os dados.
- 5) Ajuste cuidadosamente as ondas na tela e reproduza no seu relatório as imagens observadas, Meça as ondas e registre as ondas obtidas, colocando no seu desenho as escalas de tensão e tempo e indicando o valor de T ou ω usado.
- 6) A partir de suas observações do item 3 construa a **Tabela 3**.

Figura 12	$T(\text{ms})$	$V_R(\text{V})$	$cte (\tau = cte \times T)$
(a)			
(b)			
(c)			

Tabela 3: Determinação de T para as condições a, b, e c.

Circuito integrador

- 1) Use $R = 1\text{k}\Omega$ e $C = 1\mu\text{F}$. Observe o sinal do gerador e no capacitor V_C . Qual a condição que deve existir entre o tempo de relaxação τ e o período da onda quadrada T para a obtenção da integral da onda quadrada?

O circuito RC se comporta como integrador se $\tau \gg T$ no seguinte sentido: em qualquer intervalo de tempo de duração $T \ll \tau$, a voltagem de saída V_C obedece as seguintes condições:

$$V_G = iR + \frac{1}{C} \int idt$$

$$se \rightarrow R \gg \frac{1}{\omega C}, \rightarrow RC \gg \frac{1}{\omega} \rightarrow \tau \gg T$$

$$V_G \cong iR$$

$$segue \rightarrow V_C = \frac{1}{C} \int idt \tag{21}$$

$$ent\tilde{a}o \rightarrow V_C \cong \frac{1}{RC} \int V_G(t) dt$$

$$e \rightarrow V_C = \frac{1}{\tau} \int V_G(t) dt$$

- 2) Coloque o osciloscópio na configuração AUTO-ranging vertical e horizontal
- 3) Varie a frequência em múltiplos de 10, ou seja, 1, 10, 100, 1k, 10k, 100k, 1M, 10M Herz, observe sob quais condições entre τ e T os seguintes gráficos são apresentados. Ajuste a frequência do gerador para reproduzir as figuras a,b, e c da **figura 14**.

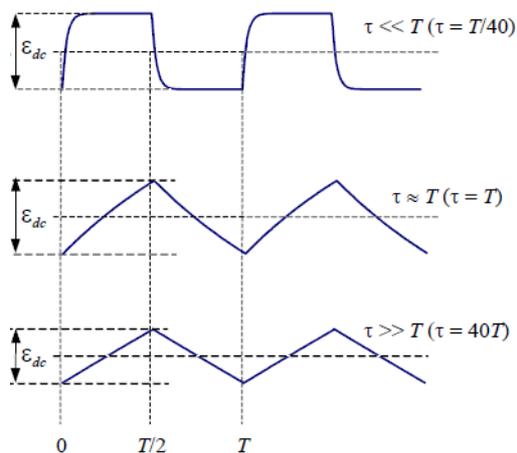


Figure 14 (a), (b) e (c)

- 4) Ajuste o gerador de modo que $\omega RC \gg 1$ e obtenha a onda quadrada e a integrada na tela do osciloscópio. Esta é justamente a região onde o circuito RC atenua fortemente as frequências. Verifique que a tensão V_C é a integral de $V_G(t)$. Grave se possível os dados.
- 5) Ajuste cuidadosamente as ondas na tela e reproduza no seu relatório as imagens observadas, Meça as ondas e registre as ondas obtidas, colocando no seu desenho as escalas de tensão e tempo e indicando o valor de T ou ω usado.

6) A partir de suas observações do item 3 construa a **Tabela 4**.

<i>Figura 12</i>	$T(\text{ms})$	$V_R(\text{V})$	$cte (\tau = cte \times T)$
(a)			
(b)			
(c)			

Tabela 4: Determinação de T para as condições a, b, e c.

Faça uma análise cuidadosa dos desenhos dos itens acima mostrando que, de fato, (i) a tensão no resistor é a derivada da tensão no gerador e (ii) a tensão no capacitor é a integral da tensão no gerador, diz-se portanto que o resistor diferencia enquanto o capacitor integra o sinal do gerador no circuito em série.

Como veremos na experiência 7, o capacitor apresenta uma impedância Z_c que depende inversamente da frequência. Portanto em frequência muito altas, o seu valor é muito pequeno tendendo a zero. Se a condição

$$Z_c \ll R_{total}$$

é satisfeita, (R_{total} é a resistência total do circuito)

observa-se então na configuração de circuito RC diferenciador uma tensão no resistor

$$V_R \approx V_G,$$

e na configuração de circuito RC integrador uma tensão no capacitor

$$V_c \approx 0,$$

O circuito RC pode ser usado para realizar operações matemáticas, como derivação e integração. Pode portanto ser utilizado para medir a variação de uma dada grandeza ou seu comportamento médio no tempo.

ATENÇÃO:

Geralmente a dedução das equações 20 e 21 são apresentadas para um circuito RC em série alimentado por um gerador de corrente alternada senoidal de frequência angular ω . É importante notar que estas equações não se limitam a sinais senoidais mas são válidas para sinais como onda quadrada, triangular, etc.

De fato uma onda quadrada de amplitude V_0 e frequência ω , pode ser representada por uma série infinita de funções senoidais de frequência discretas conforme a equação

$$V_G = \frac{4V_0}{\pi} \left[\text{seno}(\omega t) + \frac{1}{3} \text{seno}(3\omega t) + \frac{1}{5} \text{seno}(5\omega t) + \dots \right]$$

Evidentemente, para que o circuito RC diferencie, é preciso que a frequência do termo de mais alta frequência na série seja tal que a condição $\omega RC \ll 1$ seja satisfeita. Para que o circuito integre é necessário que a frequência do termo de mais baixa frequência (frequência fundamental) seja tal que a condição $\omega RC \gg 1$ seja satisfeita.

Experimento 4 – Indutores e circuitos RL com onda quadrada

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é estudar o comportamento de indutores associados a resistores em circuitos alimentados com onda quadrada.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- gerador de sinais;
- resistor: $R=1k\Omega$;
- Indutor: $1mH < L < 50mH$.

3. INTRODUÇÃO

3.1 - Indutores

Um indutor é um solenóide ou bobina, construído por várias voltas (ou espiras) de fio de metal condutor enrolado em uma forma que permite a geração de campos magnéticos axiais. O uso do indutor em circuitos elétricos está baseado na lei de Faraday-Lenz que diz que quando ocorre uma variação do fluxo magnético, Φ , através das espiras do solenóide, aparece uma voltagem induzida nos seus terminais, de modo a se opor a essa variação de fluxo. Isto é expresso pela equação característica do indutor:

$$V_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Nessa equação, V_L é a voltagem induzida pela taxa de variação do fluxo $\Phi = L i(t)$ no interior do solenóide. Observe que, neste caso, a taxa de variação do fluxo está associada à taxa de variação da corrente que passa pelo indutor. A constante de proporcionalidade entre $\Phi(t)$ e $i(t)$ é chamada de auto-indutância – ou simplesmente indutância – do indutor. O sinal “menos” representa o fato da voltagem induzida gerar um fluxo magnético de forma a se opor à variação do fluxo original. A unidade de indutância no sistema internacional é o henry (H) que, assim como no caso de capacitores, é uma unidade muito grande. Por isso, em geral os indutores que aparecem nos equipamentos do nosso dia-a-dia são representados por sub-múltiplos do henry: mili-henry (mH) e micro-henry (μH).

Como pode ser verificado a partir da equação característica do indutor, a voltagem induzida ou força eletromotriz, **Equação 1**, somente estará presente no circuito enquanto a corrente elétrica estiver variando. No caso de correntes alternadas, como veremos mais adiante, o indutor está sempre atuando como tal. Já no caso de correntes contínuas, como é o que ocorre quando ligamos uma bateria ao indutor, a lei de Faraday atuará apenas durante o transiente correspondente ao tempo que o sistema gasta para entrar em equilíbrio na nova voltagem aplicada. Como os indutores são fabricados com fios condutores, após esse transiente o efeito da indutância desaparece e ele se comporta apenas como um condutor ôhmico, em geral com resistência bastante baixa, correspondendo à resistência do fio

condutor com o qual ele é fabricado.

Num circuito elétrico representamos o indutor pelo símbolo mostrado na **Figura 1**.

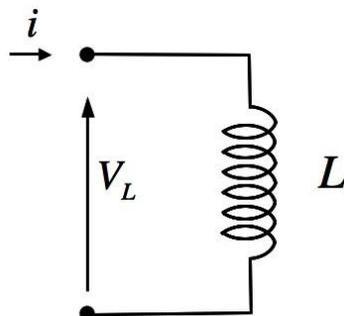


Figura 1: Representação esquemática de um indutor em circuitos elétricos.

3.2 - Indutores e circuitos RL

No caso real, o fato do indutor possuir uma resistência ôhmica, faz com que ele possa ser pensado, sempre, como um indutor ideal (resistência nula) em série com um resistor. Generalizando, podemos associar qualquer outro resistor em série com a resistência do indutor, e teremos a situação real representada pelo circuito da **Figura 2** abaixo, onde R pode ter qualquer valor a partir do valor da resistência interna do indutor.

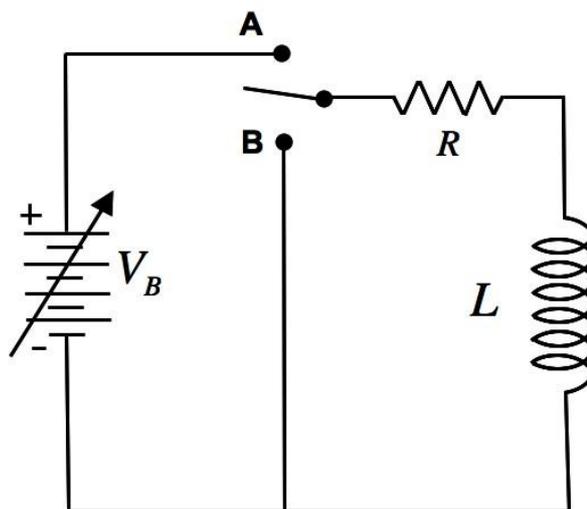


Figura 2: Diagrama de um circuito RL alimentado com uma fonte de corrente contínua.

No caso representado na **Figura 2**, quando comutamos a chave da posição “B” para “A”, a lei das malhas nos diz que:

$$V_B = V_R + V_L. \quad (2)$$

Como

$$V_R = Ri(t) \quad (3)$$

e

$$V_L = L \frac{di}{dt}, \quad (4)$$

resulta a seguinte equação diferencial para o circuito durante o regime transiente com a chave fechada em “A”:

$$V_B = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}. \quad (5)$$

Esta equação diferencial para a corrente é a mesma equação diferencial que encontramos na **Aula 3** para a carga q nas placas do capacitor. Sua solução, assumindo que para $t=0$ a corrente também é igual a zero, $i(0)=0$, é dada por:

$$i(t) = \frac{V_B}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (6)$$

o que nos mostra que a evolução da corrente no circuito, $i(t)$, depende do valor da razão R/L . Como o argumento da exponencial deve ser adimensional, definimos um tempo característico τ , da mesma forma que o fizemos no caso de um capacitor. Para o caso do indutor teremos:

$$\tau = \frac{L}{R}. \quad (7)$$

τ é a **constante de tempo** do circuito e a **Equação 6** pode ser escrita como:

$$i(t) = \frac{V_B}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (8)$$

Essa equação é análoga ao caso do capacitor e, portanto, todos os resultados obtidos para os capacitores se aplicam também aos indutores. Também neste caso, τ é o tempo necessário para o argumento da exponencial chegar a “-1”. Nesse intervalo de tempo, a corrente atinge 63% do seu valor máximo quando a chave da **Figura 2** é comutada para a posição “A” e a voltagem da fonte passa de zero volt a V_B . Em função desses resultados e usando também a lei das malhas obtemos:

$$V_R = Ri(t) = V_B \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (9)$$

e

$$V_L = V_B - V_R = V_B e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (10)$$

As **Equações 9** e **10** nos mostram que para pequenos intervalos de tempo acima de zero, a voltagem no resistor é próxima de zero, enquanto no indutor ela tem valor próximo de V_B , a voltagem da fonte. Após um intervalo de tempo muito maior que τ , V_L cai a zero e V_R se torna igual a V_B .

Se nesse momento, a chave da **Figura 2** for comutada para a posição “B”, uma nova equação diferencial passa a governar o comportamento do circuito:

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 0. \quad (11)$$

A condição inicial neste caso passa a ser $i(0) = V_B/R$ e a solução da equação diferencial descrita na **Equação 11** será dada por:

$$i(t) = \frac{V_B}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (12)$$

Podemos então escrever neste caso:

$$V_R = Ri(t) = V_B e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (13)$$

e

$$V_L = -V_R = -V_B e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (14)$$

Como no caso do circuito *RC* (**Aula 3**), na aula de hoje utilizaremos elementos de circuito com valores de indutância e resistência que levam a tempos de relaxação muito pequenos, da ordem de micro-segundos. Assim, para observarmos a variação da voltagem será necessário chavear o circuito da posição “A” para a posição “B”, e vice-versa, com uma frequência muito grande, da ordem de mega-hertz. Isso é possível se utilizarmos um gerador de sinais, escolhendo a forma de onda quadrada. Novamente nesse caso, ao invés de termos a voltagem no circuito variando de 0V a V_B , como assumimos em toda a discussão do problema, teremos a voltagem variando de $-V_0$ a V_0 . O efeito dessa mudança é o de alterar a condição inicial e também a equação diferencial do problema. Como consequência, as amplitudes das voltagens que observaremos serão diferentes das previstas pelo modelo que estamos usando, no entanto, como estamos interessados no tempo de relaxação do circuito, esse não é alterado. Isto porque como vimos na **Aula 3**, a definição do tempo de relaxação não depende dos valores absolutos da voltagem, apenas de valores relativos.

A determinação dos tempos característicos de um circuito *RL* pode ser feita de maneira análoga à de um circuito *RC*. A voltagem no indutor descrita na **Equação 10** tem a mesma expressão que a voltagem no capacitor quando o mesmo está descarregando (**Aula 3**, **Equação 9**). Assim, podemos determinar τ :

- a) diretamente no gráfico, observando o intervalo de tempo que leva para a voltagem no resistor atingir 63% do valor máximo ou a voltagem no indutor cair a 37% de seu valor inicial;
- b) usando a definição do tempo de meia-vida $t_{1/2}$:

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}. \quad (15)$$

- c) utilizando medidas de V_L em função de t , uma linearização e uma regressão linear.

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1 - Procedimento I

- 5) Monte o circuito da **Figura 3** abaixo utilizando um resistor $R=1k\Omega$ e uma das bobinas disponíveis no laboratório ($1mH < L < 50mH$). Ajuste no gerador de sinais uma forma de onda quadrada de frequência $f = 5MHz$ e amplitude $V_0 = 5V$.

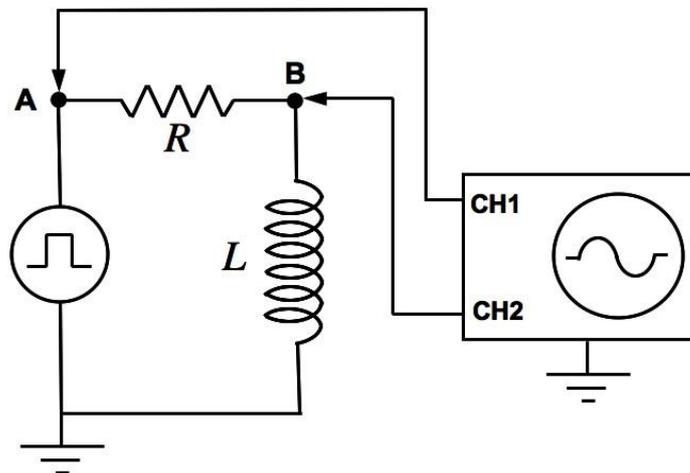


Figura 3: Montagem de um circuito RL usando um gerador de sinais e um osciloscópio. Essa montagem permite a medida da voltagem no indutor em relação à terra (V_L). Para isso devemos ligar o canal 1 (CH1) do osciloscópio no ponto “A” e o canal 2 (CH2) no ponto “B” do circuito.

- 6) Ajuste os comandos do osciloscópio de forma a ver na tela uma figura parecida com a **Figura 4** abaixo:

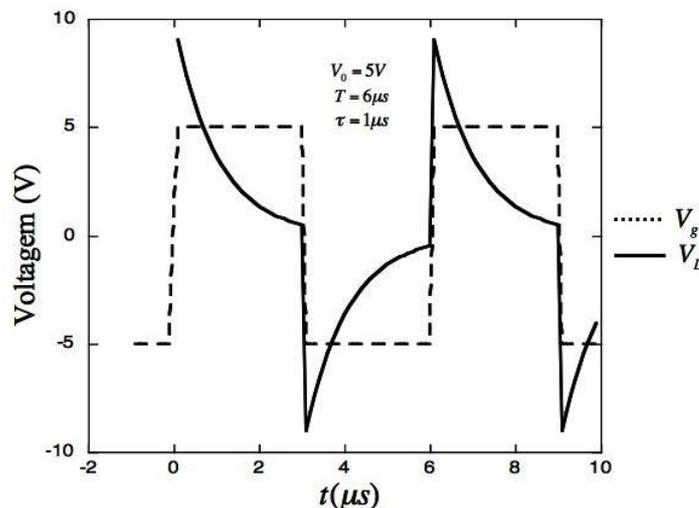


Figura 4: Imagem similar ao que deve aparecer na tela do osciloscópio mostrando a superposição da voltagem do gerador de sinais V_g e do capacitor V_L .

Observe que a voltagem no indutor V_L tem valor próximo de $2V_0$, quando a voltagem no gerador muda de $-5V$ a $+5V$ e valor próximo de $-2V_0$, quando a voltagem no gerador muda de $+5V$ para $-5V$. Além disso, em ambos os casos, a voltagem no indutor vai para zero com o passar do tempo. Esse comportamento é equivalente a termos $V_B = 2V_0$ nas **Equações 13 e 14**. Você saberia explicar o porquê?

- 7) Ajuste agora as escalas do osciloscópio de modo a colocar na tela apenas um patamar da onda quadrada, de forma a ocupar o maior espaço possível, e meça os valores de $t_{1/2}$ e τ , como indicado na **Figura 5**.

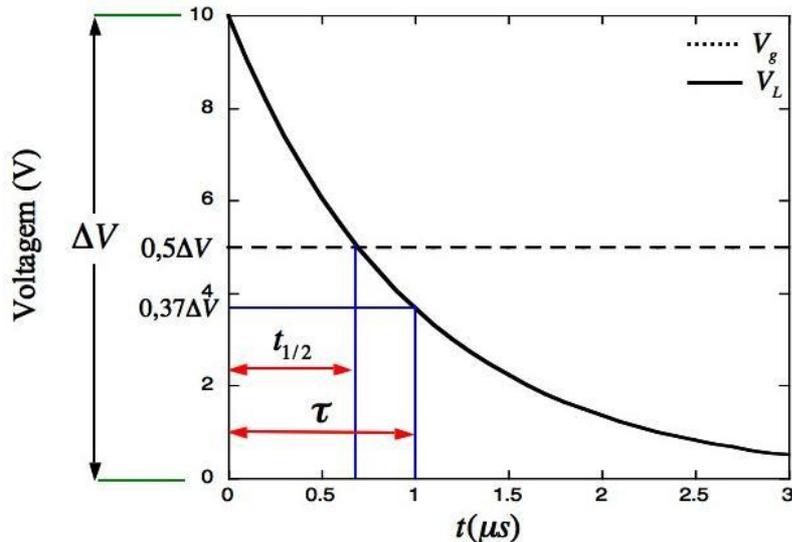


Figura 5: Voltagem no indutor mostrando as duas maneiras de medir a constante de tempo τ .

Na **Figura 5** estão indicadas duas maneiras distintas de se determinar τ , diretamente (τ^1) ou via $t_{1/2}$ (τ^2).

- 8) Preencha a **Tabela 1** e determine o valor de τ e sua respectiva incerteza utilizando os dois métodos indicados acima. Utilize o cursor para medir os valores de $t_{1/2}$ e τ .

	$\tau^1 = (\quad \pm \quad)$
$t_{1/2} = (\quad \pm \quad)$	$\tau^2 = (\quad \pm \quad)$

Tabela 1: Resultados das medidas do tempo de meia-vida e do tempo de relaxação obtidas diretamente a partir da voltagem do indutor.

4.2 - Procedimento II

- 6) Utilizando o circuito da **Figura 3**, ajuste novamente o osciloscópio para apresentar na tela uma imagem semelhante a que é mostrada na **Figura 5**.
- 7) Construa a **Tabela 2**. Utilize um dos métodos de medida, graticula, cursor ou menu medida, para medir seis valores de t e V_L . Anote também na tabela os valores das escalas de tempo e voltagem utilizadas na medida. Meça o valor de R usando um multímetro.

Escala de tempo: () $\mu\text{s}/\text{DIV}$ Escala de Voltagem: () V/DIV

n	$t(\mu\text{s})$	$V_L(\text{V})$	$\ln(V_L)$	$\sigma_{\ln(V_L)}$
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

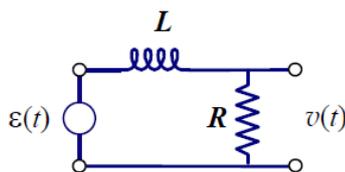
Tabela 2: Medida da curva de V_L em função de t .

- 8) Faça um gráfico de $\ln(V_L)$ versus $t(\text{ms})$ e determine o tempo de relaxação τ .
- 9) Compare com o valor nominal

4.3 - Procedimento III

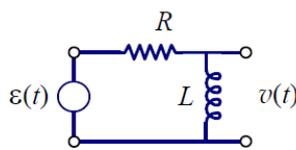
O circuito RL também pode ser usado para realizar operações matemáticas, como derivação e integração. Pode portanto ser utilizado para medir a variação de uma dada grandeza ou seu comportamento médio no tempo.

Integrador RL



$\tau = L/R$
Figura 6

Diferenciador RL



$\tau = L/R$
Figura 7

O circuito da figura 6 se comporta como integrador no seguinte sentido: em qualquer intervalo de tempo de duração $|t - t_0| \ll \tau$, a voltagem de saída é

$$v(t) \cong \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^t \varepsilon(t) dt + v_0(t)$$

O circuito da figura 7 se comporta como diferenciador se $\tau \ll T$ no seguinte sentido: se $\varepsilon(t)$ “varia pouco” em qualquer intervalo de tempo de duração menor que T , então a voltagem de saída é

$$v(t) \cong \tau \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

Na prática o circuito integrador RL é pouco utilizado pois os indutores são mais volumosos e caros que os capacitores. Além disto, um capacitor é mais perto do ideal que um indutor, já que é difícil fabricar um indutor com resistência série pequena. Ao igual que no caso do integrador, o diferenciador RL é pouco utilizado.

Experimento 5 – Circuitos *RLC* com onda quadrada

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é estudar a variação de voltagem nas placas de um capacitor, em função do tempo, num circuito *RLC* alimentado com onda quadrada.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- gerador de sinais;
- potenciômetro $R_{pot}=5k\Omega$;
- resistor, $R = 100\Omega$;
- bobina: $1mH < L < 50 \text{ mH}$;
- capacitor, $C = 10nF < C < 50nF$

3. INTRODUÇÃO

Nas **Aulas 3 e 4** estudamos o comportamento da voltagem em circuitos *RC* e *RL* quando alimentados com uma fonte de onda quadrada. Vimos que o capacitor e o indutor têm comportamentos opostos quando um transiente positivo de tensão é aplicado. A voltagem no capacitor (inicialmente descarregado) inicialmente é zero e vai aumentando à medida que o tempo passa, enquanto que a voltagem no indutor começa com o valor máximo e vai caindo à medida que o tempo passa. A taxa com que a voltagem (ou a corrente) varia em cada circuito depende da constante de tempo do circuito.

O que vamos estudar agora é o que se passa quando colocamos um resistor, um capacitor e um indutor em série em um circuito como o mostrado na **Figura 1** abaixo.

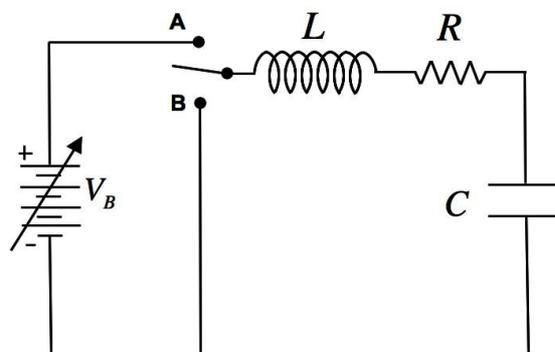


Figura 1: Circuito *RLC*.

No instante que viramos a chave para a posição “A”, uma voltagem V_B é aplicada ao circuito e quando a chave vai para a posição “B”, a fonte é desconectada. Neste caso, as cargas se movem usando a energia que foi armazenada no indutor e no capacitor, quando a

fonte estava ligada.

Quando a chave é colocada na posição “A”, pela lei das malhas temos que:

$$V_B = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C}. \quad (1)$$

Substituindo $i = dq/dt$ na **Equação 1**, encontramos:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_B. \quad (2)$$

A solução geral dessa equação diferencial é a solução q_h da equação homogênea associada, somada a uma solução particular q_p da equação completa:

$$q(t) = q_h(t) + q_p(t). \quad (3)$$

A solução particular da **Equação 2** é $q_p = aV_B$, que ao ser substituída na **Equação 2** leva a $a = C$, ou seja:

$$q_p(t) = CV_B. \quad (4)$$

A equação homogênea associada à equação diferencial descrita na **Equação 2** é:

$$L \frac{d^2q_h}{dt^2} + R \frac{dq_h}{dt} + \frac{q_h}{C} = 0. \quad (5)$$

Para encontrarmos a solução dessa equação diferencial, observemos que ela envolve funções cujas derivadas primeira e segunda são proporcionais a elas mesmas. As funções que satisfazem a essas condições são a função *exponencial* e as funções *seno* e *coseno*. Como podemos representar as funções *seno* e *coseno* por exponenciais complexas, vamos supor uma solução geral do tipo:

$$q_h(t) = be^{rt}, \quad (6)$$

onde b e r são constantes, de forma que:

$$\frac{dq_h}{dt} = rq_h, \quad (7)$$

e:

$$\frac{d^2q_h}{dt^2} = r^2q_h. \quad (8)$$

Assim, para que a equação diferencial descrita na **Equação 5** seja satisfeita devemos ter:

$$r^2 + 2\alpha r + \omega_0^2 = 0, \quad (9)$$

onde:

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad (10)$$

e

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (11)$$

Resolvendo a **Equação 9** encontramos para r os seguintes valores:

$$r_1 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad (12)$$

$$r_2 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (13)$$

Temos, com isso, três regimes diferentes de soluções:

a) Regime super-crítico: neste caso $\alpha > \omega_0$ e a solução corresponde à soma de duas exponenciais que decaem com o tempo.

b) Regime crítico: neste caso $\alpha = \omega_0$ e a solução corresponde à soma de uma exponencial que decai com o tempo (t) e uma função linear em t .

c) Regime sub-crítico: neste caso $\alpha < \omega_0$, as raízes r_1 e r_2 são complexas, a solução corresponde a oscilações amortecidas.

Para o caso sub-crítico podemos escrever a solução geral da **Equação 2** como:

$$q(t) = CV_B + e^{-\alpha t} (c_1 e^{j\omega' t} + c_2 e^{-j\omega' t}) \quad (14)$$

com $j = \sqrt{-1}$ e:

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \quad (15)$$

Apenas no regime sub-crítico oscilações são observadas no sistema. Na **Equação 14** o termo CV_B corresponde ao valor da carga para um tempo muito grande e, portanto, podemos associá-lo à carga máxima que o capacitor pode acumular. As constantes c_1 e c_2 são determinadas a partir das condições iniciais do problema ($t=0$), por exemplo, $q(0)=0$ e $i(0)=0$. Para $t \rightarrow \infty$, podemos escrever $q = CV_B$. Tomando a parte real da **Equação 14** e substituindo as condições iniciais, a solução da equação diferencial pode ser escrita como:

$$q(t) = CV_B [1 - e^{-\alpha t} \cos(\omega' t)] \quad (16)$$

Como a voltagem V_C no capacitor é proporcional à carga, podemos escrever também:

$$V_C(t) = V_B [1 - e^{-\alpha t} \cos(\omega' t)] \quad (17)$$

A **Equação 16** nos mostra que a carga no capacitor é composta de duas partes. Uma parte oscilante, que é chamada de transiente (ou transitório), cuja frequência $f' = \omega'/2\pi$ é aproximadamente a frequência de ressonância do circuito, que é modulada por uma função exponencial decrescente, que tende a zero. A outra parte é fixa, que é a carga que o capacitor terá após cessado o efeito do transiente.

Novamente, para observarmos as oscilações no regime subcrítico devemos usar um gerador de sinais, que ao invés de gerar uma voltagem no circuito variando de 0V a V_B , como assumimos em toda a discussão do problema, gera uma onda quadrada com amplitude variando de $-V_0$ a V_0 . O efeito dessa mudança altera a condição inicial do problema. A nova condição inicial para a carga do capacitor quando o circuito é chaveado para a posição “B” passa a ser $q(0) = -CV_0$ e não “zero”, como assumimos na discussão anterior. Isto faz com que a solução descrita pelas **Equações 16 e 17** seja modificada para:

$$q(t) = CV_0 [1 - 2e^{-\alpha t} \cos(\omega't)] \quad (18)$$

e

$$V_C(t) = V_0 [1 - 2e^{-\alpha t} \cos(\omega't)] \quad (19)$$

Assim a parcela da carga total que oscila no tempo, nos pontos de máximo ou mínimo da função “cosseno”, é dada em módulo por:

$$q_{oscilante}(t) = q_0 e^{-\alpha t_n}, \quad (20)$$

onde $q_0 = 2CV_0$ e os instantes de tempo t_n são aqueles que fazem $\cos(\omega't_n) = \pm 1$, ou seja:

$$t_n = n \frac{T'}{2}, \quad n = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}; \quad (21)$$

com:

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'}. \quad (22)$$

T' é o período das oscilações da voltagem no capacitor. Assim, para os instantes de tempo t_n , podemos escrever:

$$|V_C(t_n)| = \Delta V e^{-\alpha t_n}, \quad (23)$$

com $\Delta V = 2V_0$.

Na **Figura 2** mostramos uma imagem aproximada do que deve ser visto na tela do osciloscópio quando utilizamos uma onda quadrada de amplitude $V_0 = 5V$, período $T = 10ms$, alimentando um circuito RLC com $R = 10\Omega$, $L = 10mH$ e $C = 10nF$. Percebemos por essa figura que a voltagem oscilante corresponde aos máximos e mínimos das oscilações em torno da voltagem do gerador de sinais.

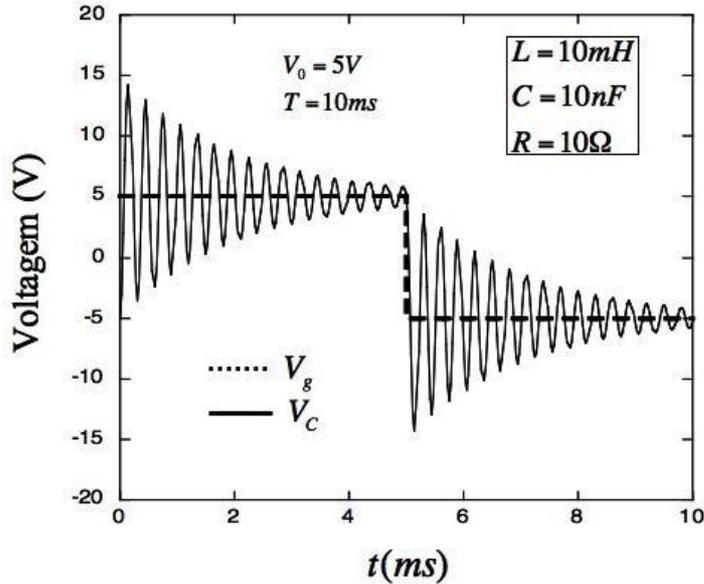


Figura 2: Figura aproximada que deve ser obtida na tela do osciloscópio para um circuito RLC operando em regime sub-crítico com os valores de R , L , C indicados na mesma.

A determinação experimental de α pode ser feita usando-se os mesmos métodos empregados para a determinação dos tempos de decaimento de circuitos RC e RL utilizados nas **Aulas 3** e **4**. α é igual ao inverso da constante de tempo da curva de decaimento da voltagem oscilante.

A **Figura 2** mostra um aspecto muito interessante, próprio de circuitos RLC operando em regime sub-crítico. À medida que o capacitor se descarrega, parte de sua energia é transferida para o indutor e parte é dissipada pelo resistor. Depois que o capacitor é completamente descarregado, o indutor descarrega a energia armazenada no ciclo anterior, carregando novamente o capacitor e dissipando parte dessa energia através do resistor. Dessa forma, temos uma transferência periódica de energia entre o capacitor e o indutor, que é amortecida pelo resistor.

A **Figura 2** mostra, portanto, todas as características da **Equação 19**. A onda quadrada corresponde à excitação do circuito. Durante um certo tempo a carga do capacitor mostra um comportamento oscilante que decai exponencialmente. Após esse tempo, o circuito sai do regime transitório e entra no regime permanente, com o capacitor carregado com o valor máximo de carga. Medindo a voltagem oscilante podemos usar a **Equação 23** para determinar o valor de α .

Um fator Q , chamado de fator de mérito do circuito RLC também é utilizado para caracterizar o comportamento do circuito RLC .

$$Q_{nominal} = \omega_0 \frac{L}{R} \quad (24)$$

$$Q_\alpha = \omega_0 \frac{1}{2\alpha} \quad (25)$$

e portanto ω' também pode ser definido em função deste fator

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (26)$$

Se o fator de mérito $Q > 1/2$ (regime super-crítico) então o circuito oscila com a frequência natural de oscilação ω' . Note que ω' é sempre menor que a frequência ω_0 . As oscilações são amortecidas exponencialmente com a constante de tempo $\tau = 1/\alpha$.

Se o fator de mérito $Q < 1/2$ (regime sub-crítico) então ω' é imaginário, e não há oscilações.

Se $Q = 1/2$ temos o caso do amortecimento crítico e ω' é nulo.

A **Figura 3** mostra as tensões sobre o resistor, capacitor e indutor nos três regimes (sub-crítico super-crítico e crítico). É interessante notar que no caso de amortecimento sub-crítico, o número de oscilações dentro de uma constante de tempo (i.e. τ/T_0 , onde $T_0 = 2\pi/\omega_0$) é Q/π . Q é π vezes o número de oscilações contadas dentro de uma constante de tempo.

$$Q_N = N \times \pi \quad (27)$$

Este fato é muitas vezes utilizado para estimar rapidamente o Q do circuito.

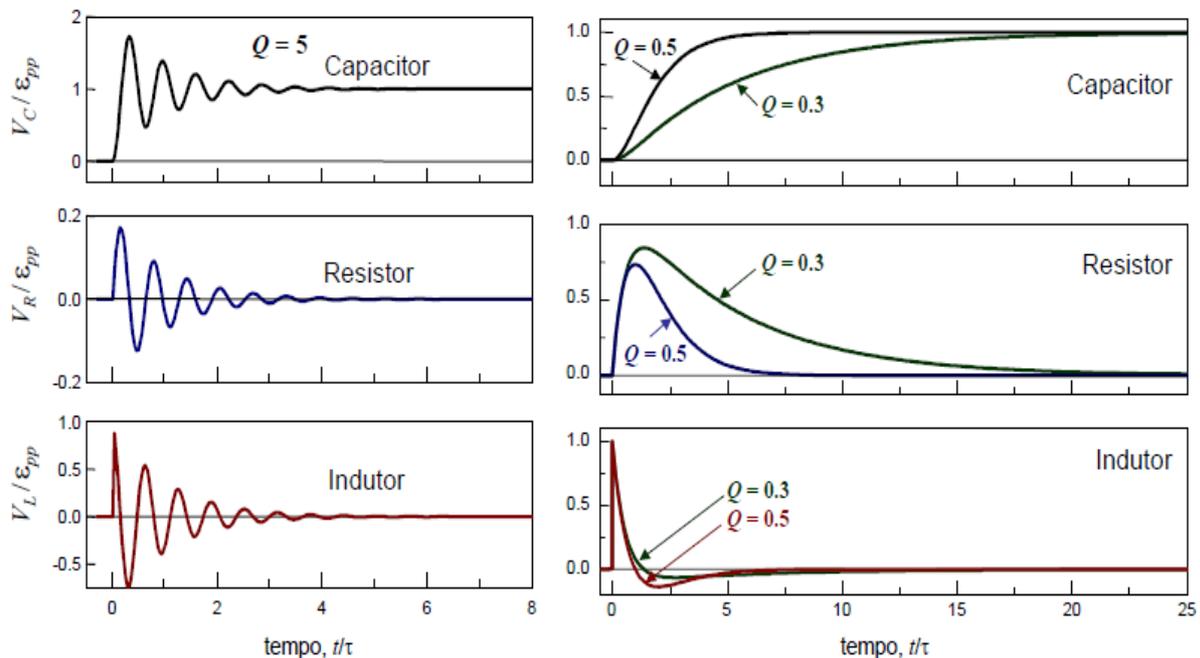


Figura 3. Transientes no circuito RLC em série para os casos de amortecimento sub-crítico (esquerda), amortecimento crítico (direita, $Q=0.5$) e super-crítico (direita $Q=0.3$). ϵ_{pp} é a tensão pico a pico da onda quadrada

No caso de amortecimento sub-crítico a voltagem no capacitor oscila, excedendo a voltagem da fonte. Para $Q=0.5$ o capacitor se carrega em tempo mínimo sem exceder a voltagem de entrada em nenhum instante. A voltagem no indutor é sempre descontínua em $t=0$. Esta é uma característica de todo circuito excitado por uma função degrau. Como a soma das voltagens sobre todos os elementos do circuito em série deve ser igual à voltagem da fonte, pelo menos uma das voltagens da soma deve ser descontínua

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1 - Procedimento I: constante de tempo e freqüência de oscilação do circuito RLC

- 1) Com o auxílio do osciloscópio, ajuste a tensão de saída do gerador de ondas quadradas de modo que tenhamos $V_0=5V$ e a freqüência $f \sim 500Hz$. A freqüência deve ser ajustada para que no regime de amortecimento sub-crítico, e durante um semi-ciclo da tensão da fonte, tenhamos cerca de 5 ciclos de oscilações da voltagem no capacitor.
- 2) Monte o circuito da **Figura 3** utilizando os valores $10nF < C < 50nF$, $L \sim 10mH$ e $R=100\Omega$.

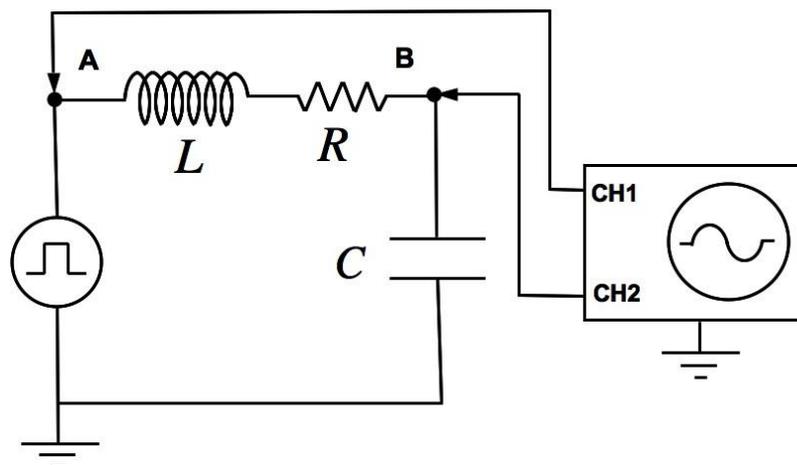


Figura 3: Circuito RLC .

Você deve obter uma imagem na tela do osciloscópio semelhante àquela mostrada na **Figura 2**.

Obs.: Os valores de R , L e C dados acima são valores teóricos, que podem ser diferentes dos valores nominais dos elementos que você terá disponíveis na bancada. Caso esses valores não forneçam uma figura semelhante à da **Figura 2**, você deve adotar um procedimento alternativo, que consiste inicialmente em aumentar o valor da freqüência ω' , para isso diminuindo-se o valor de C ou de L . Se o resultado não for ainda o desejado, devemos diminuir o valor da constante de amortecimento α , o que é feito aumentando-se o valor de L .

- 3) Proceda da mesma forma que nas aulas anteriores, ajustando as escalas de tempo e de tensão do osciloscópio de modo a maximizar a imagem de um semi-ciclo na tela. Neste caso, coloque o patamar superior da onda quadrada do canal 2 no meio da tela e aumente a sua duração de modo a obter apenas o primeiro semi-ciclo da onda. Ajuste a

duração da onda quadrada e/ou a varredura do osciloscópio de modo a obter cerca de 5 ciclos completos de oscilação.

- 4) Meça o período T' das oscilações da voltagem no capacitor.
- 5) Preencha a **Tabela 1** abaixo com os valores de $V_{RLC}(t_n)$ e t_n . Meça o valor de R usando um multímetro e anote os valores de L e C utilizados.

Escala de tempo: () $\mu\text{s}/\text{DIV}$ **Escala de Voltagem:** () V/DIV

n	$t_n \pm \sigma_{t_n}$ (μs)	$ V_{RLC}(t_n) \pm \sigma_{V_{RLC}}$ (V)	$\ln(V_{RLC}(t_n))$	$\sigma_{\ln(V_{RLC}(t_n))}$
0				
1				
2				
3				
4				
5				

Tabela 1: Módulo da voltagem no capacitor em função de t_n para um circuito RLC .

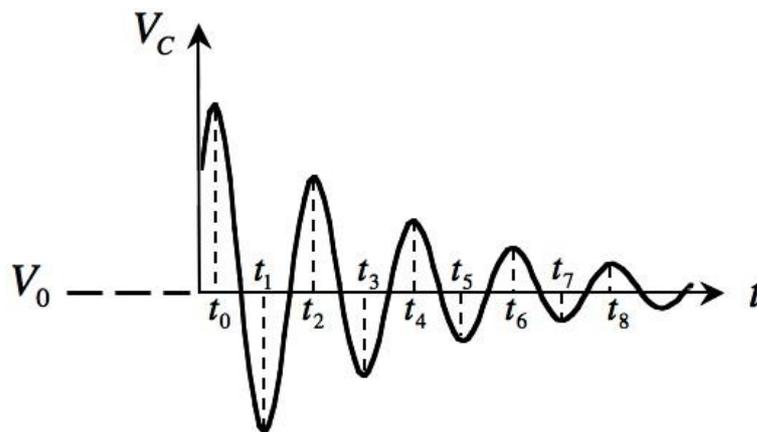


Figura 4 Representação esquemática de t_n

- 6) Determine a partir das medidas tabeladas os valores dos parâmetros
 - a) α e ΔV da equação 23
 - b) número de oscilações N e fator de mérito Q (equação 24, 25 e 27)

4.2 - Procedimento II: transição do regime sub-crítico para super-crítico

- 1) Com o auxílio do osciloscópio, ajuste a tensão de saída do gerador de ondas quadradas de modo que tenhamos $V_0=5V$ e a frequência $f \sim 500Hz$. Associe em série ao resistor R no circuito da **Figura 3** um potenciômetro ($R_{pot}=5k\Omega$) como mostrado na **Figura 5**. O potenciômetro é um elemento de circuito com resistência variável. Ele é muito utilizado em situações que se deseja variar a corrente e, por conseguinte a potência fornecida a determinado circuito elétrico.

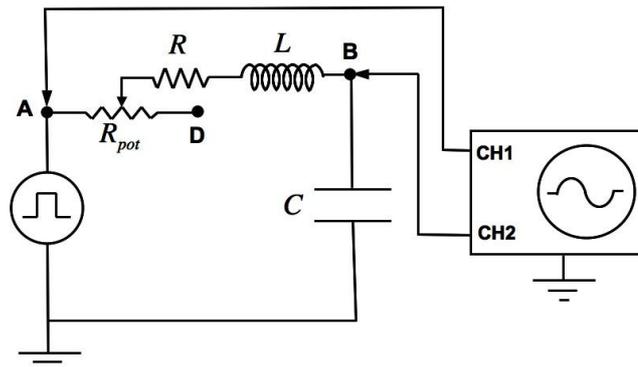


Figura 5: Associação em série de um resistor variável aos elementos do circuito da **Figura 3** para verificação da mudança de regime do circuito RLC .

- 2) Varie a resistência do potenciômetro de modo a identificar o valor crítico de resistência ($R_{crítica}$) para o qual o circuito passa do regime sub-crítico ao regime super-crítico. Meça $R_{crítica}$ usando um multímetro digital.
- 3) Ajuste o potenciômetro de modo que ele tenha resistência nula. Descreva o que acontece com a voltagem no capacitor. O amortecimento persiste? Neste caso não deveria haver amortecimento e o circuito deveria ser um oscilador hamônico simples. Explique porque isso não ocorre. (Toda fonte tem resistência interna).

Experimento 6 – Corrente alternada: circuitos resistivos

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é estudar o comportamento de circuitos resistivos em presença de uma fonte de alimentação de corrente alternada.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- gerador de sinais;
- resistores: $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $R_2 = 100\Omega$;

3. INTRODUÇÃO

Nas aulas anteriores estudamos o comportamento de resistores, capacitores e indutores quando excitados com uma voltagem constante. No caso, observamos constantes de tempo pequenas, da ordem de mili-segundo. Isso nos levou a utilizar o osciloscópio e um gerador de sinais, de forma a podermos observar os efeitos associados aos elementos estudados.

Nesta aula e nas seguintes, estudaremos o comportamento de resistores, capacitores e indutores quando submetidos a voltagens senoidais, ou seja, voltagens que variam no tempo descrevendo uma função seno. Estudaremos como a dependência da amplitude da voltagem depende da frequência do sinal de excitação. Mostraremos também, as condições em que ocorrem diferenças de fase entre a corrente e a voltagem. Mostraremos que os comportamentos podem ser explicados introduzindo-se o conceito de impedância. Começaremos fazendo uma pequena introdução a respeito de sinais senoidais.

3.1 – Sinais senoidais

Quando estamos lidando com circuitos elétricos, sinais senoidais são voltagens que variam no tempo de forma senoidal. Elas são geradas por um gerador de sinais e são representadas, na forma mais geral, por uma função do tipo:

$$V_g(t) = V_0 \sin(\omega t + \mathcal{G}), \quad (1)$$

onde “ V_0 ” é o que chamamos de amplitude da forma de onda. V_0 é o valor da voltagem quando a função seno é igual à unidade, ou seja, é o valor máximo da voltagem gerada. A amplitude também é chamada de “valor de pico da função”. É sempre um valor positivo

Quando a função seno atinge o seu menor valor “-1”, a voltagem tem o seu valor

máximo (em módulo) negativo $-V_0$. Portanto, uma voltagem senoidal oscilará entre os valores extremos V_0 e $-V_0$. A diferença entre esses valores é o que chamamos de valor “pico-a-pico” da voltagem e o representamos por V_{PP} . Temos então:

$$V_{PP} = 2V_0. \quad (2)$$

No laboratório, em geral, é mais fácil determinar o valor V_{PP} do que simplesmente o valor de pico. Isso se deve ao fato que a determinação do valor de pico, pela visualização da senóide na tela do osciloscópio, depende de um ajuste prévio do valor “zero” da função, o que não é necessário quando se determina o valor V_{PP} da função pois, por definição, o valor de pico, V_0 , é a metade do valor pico-a-pico. A **Figura 1** ilustra essas definições.

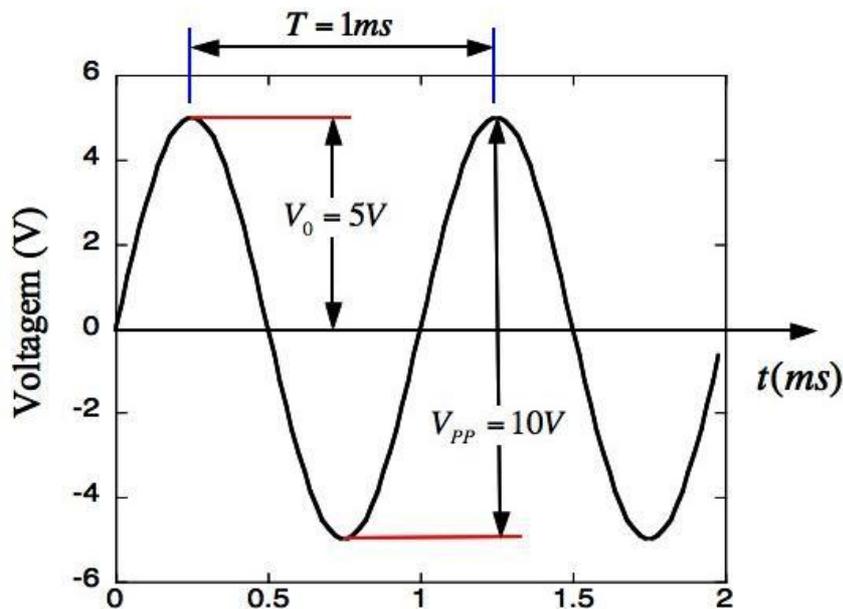


Figura 1: Figura indicando como são definidos os parâmetros que caracterizam a forma de onda senoidal. No exemplo apresentado $V_0 = 5V$, $V_{PP} = 10V$, o período $T = 1ms$ e por conseguinte, frequência $f = 1kHz$ e a constante de fase $\mathcal{G} = 0$.

O símbolo ω representa a frequência angular da senóide que é definida por:

$$\omega = 2\pi f, \quad (3)$$

onde:

$$f = \frac{1}{T} \quad (4)$$

é a frequência linear da senóide, ou simplesmente frequência, e T o seu período.

O argumento da função seno nas equações acima é chamado de *fase* da senóide e o termo \mathcal{G} , é denominado de constante de fase. A constante de fase é uma constante arbitrária que é utilizada para determinar o valor da função no instante de tempo $t=0$.

Em nossos estudos experimentais definiremos a senóide gerada pelo gerador de sinais como aquela representada pela linha sólida da **Figura 2**, ela será sempre a nossa função de referência. Isso significa que fizemos $\mathcal{G}=0$ na **Equação 1**. Na prática a definição

da fase só tem sentido quando comparamos duas funções senoidais simultaneamente. Nesse caso, definimos um ângulo de fase φ que serve, essencialmente, para determinar a diferença de tempo que uma função senoidal leva para chegar à mesma fase de uma outra senóide tomada como referência. φ representa a diferença de fase entre duas senóides de mesma frequência.

Por exemplo, chamando $V_1(t)$ e $V_2(t)$ duas voltagens que variam senoidalmente em função do tempo, com a mesma frequência, dizemos que existe uma diferença de fase φ entre elas, se V_2 atingir, por exemplo, o valor máximo positivo em um instante de tempo diferente do instante que V_1 atinge esse mesmo máximo. A **Figura 2** mostra duas funções defasadas de $\pm\pi/4$ rad ou $\pm 45^\circ$ em relação a uma função tomada como referência V_g (linha sólida). V_1 está representada pela linha pontilhada e V_2 pela linha tracejada.

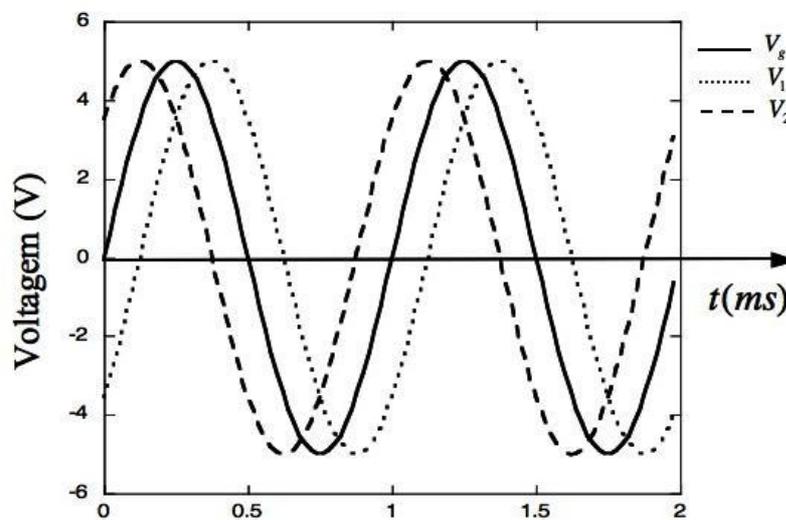


Figura 2: Voltagens defasadas: linha pontilhada (V_1) representando uma voltagem com defasagem de $-\pi/4$ (atrasada) em relação à linha contínua, e linha tracejada (V_2) representando uma defasagem de $+\pi/4$ (adiantada) em relação à linha contínua.

Na **Figura 2** a linha contínua representa a voltagem de referência. Seu valor é zero quando $t = 0$. Podemos observar que quando a voltagem V_1 passa pela linha de zero volt, para voltagens crescendo (inclinação positiva), a senóide tracejada, V_2 , está, nesse instante de tempo, com um valor maior que zero e a senóide pontilhada, V_1 , está com um valor menor que zero. Dizemos, portanto, que a fase da senóide tracejada (V_2) está adiantada, enquanto a da senóide pontilhada (V_1) está atrasada em relação à senóide contínua, que utilizamos como referência. Essas funções podem ser representadas, respectivamente, pelas seguintes relações matemáticas:

$$V_g(t) = V_0 \sin(\omega t), \tag{5}$$

$$V_1(t) = V_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \tag{6}$$

e

$$V_2(t) = V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right), \tag{7}$$

com $V_0 = 5V$ e $T = 2\pi/\omega = 1ms$.

Voltagens do tipo senoidal são as mais simples de serem produzidas e, também, as mais simples de serem tratadas matematicamente. Por isso, são o tipo mais comum de sinal que podemos encontrar. É o tipo de voltagem que encontramos nas tomadas que existem em nossas residências e é conhecido como “corrente alternada”. A característica principal dessa voltagem é que ela é produzida por geradores em usinas hidrelétricas por voltagens induzidas pela rotação de turbinas. A variação da voltagem ocorre de forma senoidal, exatamente a forma da função trigonométrica seno.

Uma das grandes vantagens da utilização de senos (ou cossenos) em sinais eletrônicos vem do fato de que esses tipos de função são soluções de equações diferenciais que descrevem muitos fenômenos encontrados na natureza e em circuitos elétricos lineares.

Voltagens alternadas podem ser medidas com voltímetros conectados em uma escala adequada para medida de sinais alternados. Como um sinal alternado tem valor médio igual a zero, a escala do voltímetro que mede sinais alternados possui em sua entrada um dispositivo chamado de “retificador de onda-completa” que transforma a função $V_0\sin(\omega t)$ em $V_0|\sin(\omega t)|$. Nesse caso, o valor lido para a voltagem corresponde ao que chamamos de valor eficaz, que é a raiz quadrada do valor médio do quadrado da voltagem, calculada ao longo do período, ou seja:

$$V_{eff} = \left(\frac{1}{T} \int_0^T V_0^2 \sin^2(\omega t) dt \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_{PP}}{2\sqrt{2}}. \quad (8)$$

Por exemplo, a voltagem nominal de nossa rede elétrica doméstica é 127V. Esse valor é o valor eficaz da voltagem da rede elétrica. Isso significa que o valor de pico da rede é $V_0 = 179,6V$.

3.2 – Resistores em corrente alternada

Em circuitos lineares, como o nome diz, as voltagens e correntes se relacionam de forma linear. É o que ocorre no caso dos resistores, e a lei que relaciona corrente e voltagem é a Lei de Ohm, estudada na **Aula 2**. Nos resistores a corrente é proporcional à voltagem aplicada e a constante de proporcionalidade é chamada de resistência. Isso funciona tanto para correntes contínuas como para correntes alternadas. Vamos imaginar um resistor de valor $R = 1k\Omega$, submetido a uma voltagem alternada V_g como a representada na **Figura 2**. Pela Lei de Ohm a corrente no resistor, nesta situação, é dada por:

$$i(t) = \frac{V_g(t)}{R} = \frac{V_0}{R} \sin(\omega t) = i_0 \sin(\omega t). \quad (9)$$

Da **Equação 9** acima vemos que a corrente está em fase com a voltagem, ou seja, quando a voltagem assume um valor máximo, a corrente também está em um máximo. A **Figura 3** exemplifica o que é determinado pela **Equação 9**.

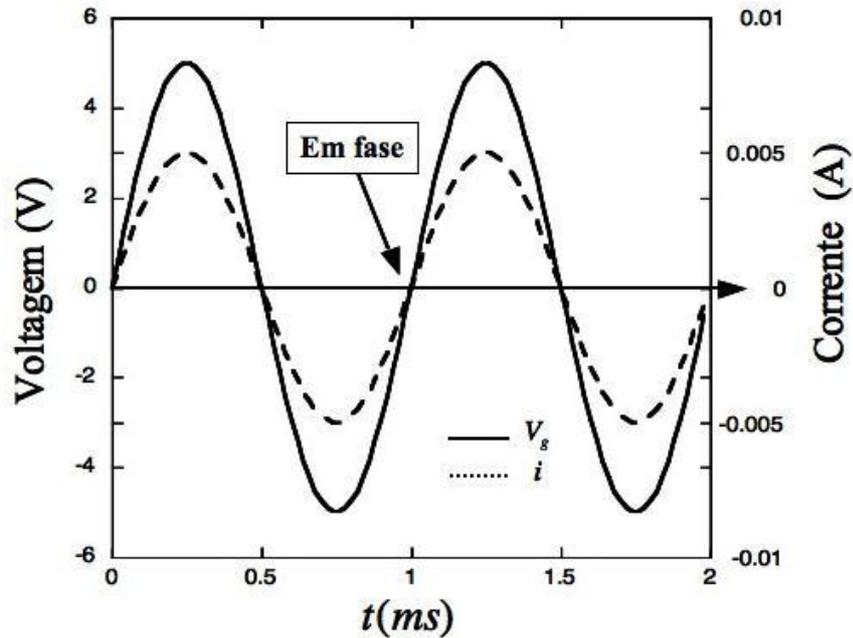


Figura 3: Tensão e corrente em fase quando um resistor $R=1k\Omega$ é submetido à tensão alternada V_g representada na **Figura 2**. A linha tracejada representa a corrente.

Tomando-se as amplitudes dos dois sinais temos:

$$R = \frac{V_0}{i_0}. \quad (10)$$

A **Equação 10** mostra que a resistência também não depende da frequência do sinal aplicado. Esse resultado é muito importante pois nos permite determinar a corrente do circuito a partir do valor de V_R no resistor, dividindo-o pelo valor da resistência.

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1 - Procedimento I

Medidas em circuitos de corrente alternada: uso do multímetro e do osciloscópio.

Ligue, conforme mostra a Fig. 4, o gerador de sinais no canal 1 do osciloscópio, selecione uma frequência qualquer no gerador e obtenha na tela do osciloscópio uma boa imagem do sinal do gerador (tensão em função do tempo). Empregando o método da graticula da tela do osciloscópio, meça a amplitude V_0 da tensão e o período. Determine também a frequência e a frequência angular do sinal.

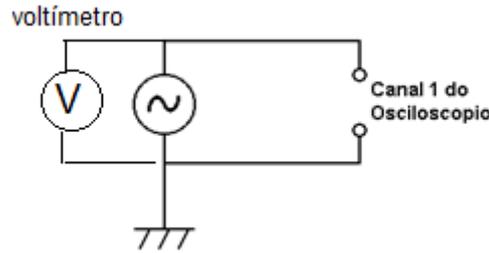


Figura 4: Gerador, osciloscópio e multímetro

- 1) Meça a tensão de saída do gerador de funções (5 V) em dependência da frequência na faixa de $15\text{Hz} < f < 1,5\text{kHz}$ com o osciloscópio (OSC) e depois com o multímetro digital (MUL dig). Escolha 6 valores de frequência e monte a **Tabela 1**. Compare os resultados?

f(Hz)	$V_{ef} \pm \sigma_{V_{ef}}$ (V) MUL dig AC	$V_{ef} \pm \sigma_{V_{ef}}$ (V) MUL dig DC	V_0 (V) OSC	V_p^p (V) OSC	V_{medio} (V) OSC	V_{RMS} (V) OSC	Discrepância MUL-AC. e OSC-RMS (%)

Tabela 1

- 2) Faça um gráfico da V_{ef} medida pelo multímetro digital - AC e pelo osciloscópio (V_{RMS}) em função da frequência (dados da tabela 1). Estabeleça a faixa de frequência que pode ser utilizada para medir a tensão eficaz de correntes alternadas pelo multímetro.

Lembre-se que o voltímetro que você irá usar mede *valores eficazes* da tensão. Não se surpreenda se os valores eficazes medidos forem um pouco menores que os valores eficazes “verdadeiros”, pois estes aparelhos são geralmente calibrados para uma frequência de 60 Hz. Para uma mesma tensão eficaz aplicada, tais voltímetros geralmente indicam voltagens progressivamente menores à medida que a frequência aumenta.

Atenção: A tensão eficaz de uma linha de alimentação pode ser medida com um voltímetro (multímetro) a.c. A tensão eficaz de uma rede de 110Volts corresponde a uma amplitude de 155.6V e a uma amplitude pico-a-pico de 311V e a frequência de linha é de 60Hz. A maioria dos osciloscópios medem voltagens até de 80V. Para medir voltagens maiores que 80V se utilizam pontas de prova atenuadoras, de pelo menos $10 \times$ e a

impedância da ponta de prova deve ser maior que $1M\Omega$, mas mesmo com um ponta atenuadora o aluno não deve intentar medir a voltagem da linha com um osciloscópio. Os osciloscópios sempre medem em relação à terra, por isso nunca ligue a entrada do osciloscópio à linha, voce poderá estar ligando o terra do osciloscópio ao vivo ou ao neutro do ponto da tomada, mas voce saberá se ligou ao vivo só depois de danificar o osciloscópio.

4.2 - Procedimento II

Neste procedimento experimental estamos interessados em verificar a Lei de Ohm para resistores quando eles são submetidos a voltagens e correntes alternadas. Como não podemos medir a corrente no circuito diretamente com o osciloscópio (necessitaríamos de uma sonda especial), vamos medi-la de forma indireta, usando um resistor como sonda.

- 1) Monte o circuito da **Figura 5** abaixo, usando os seguintes resistores: $R_1=1k\Omega$; $R_2=100\Omega$. Com um multímetro digital meça os valores de R_1 e R_2 e suas respectiva incertezas.

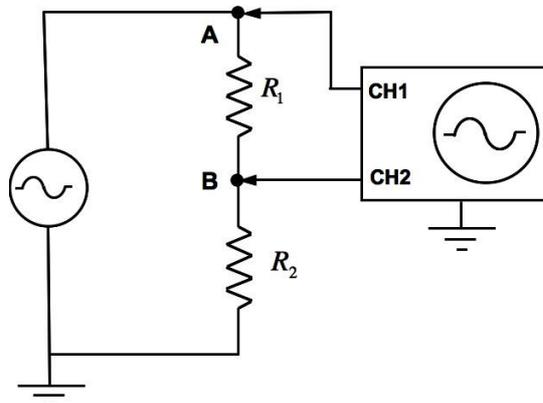


Figura 5: Montagem de um circuito puramente resistivo alimentado com voltagem alternada.

- 2) Ligue os equipamentos e selecione um sinal senoidal no gerador. Ajuste a frequência do gerador com o auxílio de um osciloscópio (CH1) para $f=500$ Hz. Você deve observar uma figura semelhante à **Figura 3**. Com o osciloscópio meça o período T com sua respectiva incerteza e determine a frequência f , também com sua respectiva incerteza.
- 3) Ligue o ponto “B” ao canal 2 do osciloscópio (CH2) a ajuste a amplitude no gerador para obter um valor pico de V_B (entre o ponto “B” e a TERRA) de $V_0^B = 0.3V$. Lembre-se de utilizar uma escala apropriada no osciloscópio, ou seja, uma escala onde a precisão seja suficientemente grande. Anote este valor na **Tabela 2**. Determine o valor de pico da corrente que passa pelo circuito, $i_0 = V_0^B / R_2$.

Uma maneira conveniente de fazermos essas medições, que se aplica aos outros procedimentos semelhantes que aparecerão nas próximas aulas, consiste em colocarmos o “zero” de cada canal do osciloscópio (GND) sobre a linha inferior da tela do osciloscópio. Com isso, podemos determinar as amplitudes dos dois canais simultaneamente simplesmente ajustando, quando for o caso, o fator de escala de cada canal.

- 4) Meça o valor da voltagem de pico entre o ponto “A” e a TERRA (CH1) com a respectiva incerteza, e anote este valor na **Tabela 2**. Com os valores de V_0^A e V_0^B podemos determinar o valor da voltagem de pico no resistor R_1 , simplesmente determinando a diferença $V_0^A - V_0^B$. Há uma coluna nas tabelas para que você faça essas operações. Observe que não há diferença de fase entre os sinais! O que vemos no osciloscópio é muito parecido com o que é mostrado na **Figura 3**.
- 5) Repita os itens anteriores ajustando amplitude do gerador para que a voltagem de pico no ponto “B” aumente em intervalos de 0.1V até atingir 0.8V, e complete a **Tabela 2**.

$V_0^B \pm \sigma_{V_0^B}$ (V)	$i_0 \pm \sigma_{i_0}$ (A)	$V_0^A \pm \sigma_{V_0^A}$ (V)	$V_0^{R_1}$ (V)	$\sigma_{V_0^{R_1}}$ (V)
0,3				
0,4				
0,5				
0,6				
0,7				
0,8				

Tabela 2: $f = 500\text{Hz}$. $V_0^{R_1} = V_0^A - V_0^B$

4.3 - Procedimento III

- 1) Fixe a amplitude de V_B em $V_0^B = 0.5\text{V}$ e varie a frequência do gerador com o auxílio do osciloscópio (CH1) de 100Hz até 1MHz. Observe o que acontece nesse caso com as amplitudes de V_A e V_B . Anote as suas observações. O valor da resistência R_1 se mantém inalterado como esperado com a variação da frequência do gerador.

Experimento 7 – Circuitos RC e RL em corrente alternada

Parte A: Circuito RC em corrente alternada

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é estudar o comportamento de circuitos RC em presença de uma fonte de alimentação de corrente alternada..

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- multímetro;
- gerador de sinais;
- resistor: $R = 10\Omega$;
- capacitor: $C = 2,2\mu\text{F}$

3. INTRODUÇÃO

Como vimos na **Aula 3** a equação característica do capacitor ideal é dada por:

$$i(t) = C \frac{d}{dt} V_C(t). \quad (1)$$

Se aplicarmos uma voltagem alternada, $V_g(t) = V_0 \sin(\omega t)$, a esse capacitor, teremos uma corrente carregando o capacitor que pode ser escrita como:

$$i(t) = C \frac{d}{dt} [V_0 \sin(\omega t)] = \omega C V_0 \cos(\omega t) = \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (2)$$

Portanto, podemos escrever para a corrente:

$$i(t) = \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3)$$

Nessa equação, podemos observar que a amplitude da corrente, i_0 , é dada por:

$$i_0 = \omega C V_0, \quad (4)$$

ou seja,

$$V_0 = \frac{1}{\omega C} i_0 = X_C i_0. \quad (5)$$

A **Equação 5** é o equivalente da lei de Ohm para capacitores em correntes alternadas. O termo $X_C = 1/(\omega C)$, tem dimensão de ohm (Ω), é chamado de **reatância capacitiva**, e é inversamente proporcional à frequência. Para frequências muito altas, o capacitor se comporta como um curto-circuito (resistência nula) em relação à passagem da corrente alternada. Isto significa que os sinais de frequência alta passam sem serem muito atenuados. Se a frequência for muito baixa, a reatância cresce muito e os sinais de baixa frequência são bastante atenuados. Essa propriedade dos capacitores é utilizada na confecção de filtros eletrônicos de frequências.

A **Equação 3** mostra que em um capacitor ideal, a corrente e a voltagem estão defasadas de $\pi/2$ radianos, ou seja, para uma voltagem do gerador de sinais:

$$V_g(t) = V_0 \sin(\omega t) \quad (6)$$

temos:

$$i(t) = i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (7)$$

e a corrente está adiantada de $\pi/2$ radianos em relação à voltagem da fonte. Quando a voltagem está em zero volt (fase igual a zero ou π radianos), a corrente está em seu valor máximo (positivo ou negativo) e vice-versa.

3.1 – Circuitos RC

Em circuitos RC do tipo mostrado na **Figura 1** abaixo, a lei das malhas diz que:

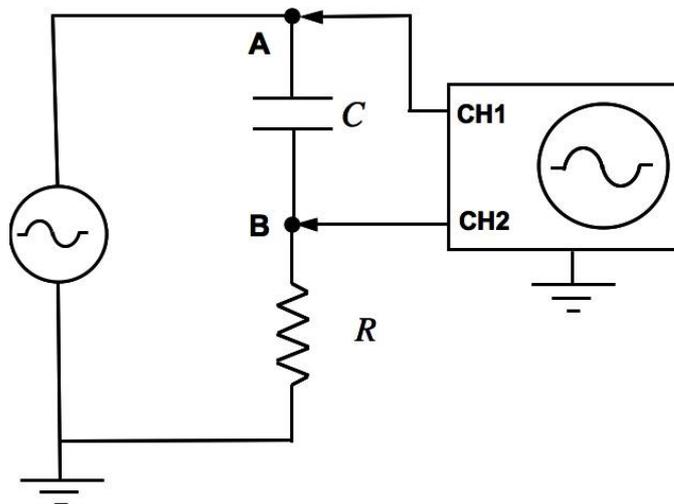


Figura 1: Circuito RC alimentado com uma fonte de corrente alternada.

$$V_g = V_C + V_R \Rightarrow V_0 \sin(\omega t) = \frac{q(t)}{C} + Ri(t), \quad (8)$$

sendo V_g a voltagem do gerador.

Como esse circuito é composto por elementos lineares, é de se esperar que a corrente também varie senoidalmente com o tempo, ou seja, tenha a forma geral:

$$i(t) = i_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (9)$$

onde φ representa a diferença de fase entre a voltagem do gerador e a corrente no circuito. Derivando a **Equação 8** em relação ao tempo e usando a **Equação 9**, encontramos:

$$\omega V_0 \cos(\omega t) = \frac{i_0}{C} \sin(\omega t + \varphi) + \omega R i_0 \cos(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

A **Equação 10** pode ser trabalhada expandindo-se as funções $\sin(\omega t + \varphi)$ e $\cos(\omega t + \varphi)$ e reagrupando os termos em $\cos(\omega t)$ e $\sin(\omega t)$. Após alguns cálculos encontramos:

$$\cos(\omega t) \left[\omega V_0 - (\omega R i_0) \cos \varphi - \frac{i_0}{C} \sin \varphi \right] + \sin(\omega t) \left[(\omega R i_0) \sin \varphi - \frac{i_0}{C} \cos \varphi \right] = 0. \quad (11)$$

Como a **Equação 11** deve valer para qualquer valor do tempo, os coeficientes desses termos devem ser individualmente nulos. Teremos, pois, que duas equações devem ser satisfeitas:

$$(R i_0) \cos \varphi + \left(\frac{i_0}{\omega C} \right) \sin \varphi = V_0, \quad (12)$$

e

$$(R i_0) \sin \varphi - \left(\frac{i_0}{\omega C} \right) \cos \varphi = 0. \quad (13)$$

Da **Equação 13** obtemos diretamente o ângulo de fase φ :

$$\tan \varphi = \frac{1}{\omega C R} = \frac{\left(\frac{1}{\omega C} \right)}{R} = \frac{X_C}{R}. \quad (14)$$

A **Equação 12** pode ser resolvida escrevendo-se $\sin \varphi$ e $\cos \varphi$ em função de $\tan \varphi$ na forma:

$$\sin \varphi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}, \quad (15)$$

e:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}. \quad (16)$$

Após substituirmos as relações descritas nas **Equações 15 e 16** na **Equação 12** e usarmos a **Equação 14** obtemos a seguinte relação:

$$\frac{V_0}{i_0} = \sqrt{R^2 + X_C^2} = Z, \quad (17)$$

onde Z é denominado de impedância do circuito e tem dimensão de ohm (Ω). Num circuito de corrente alternada, como mostrado na **Equação 17**, é a impedância Z o análogo da resistência em corrente contínua. Observe que impedância do circuito agora não é simplesmente a soma da resistência e da reatância capacitiva, mas tem uma nova forma de ser calculada. As **Equações 14 e 17** nos permitem imaginar uma representação gráfica para o que, num circuito de corrente alternada, seria equivalente à resistência num circuito de corrente contínua. A impedância do circuito RC é representado por dois eixos ortogonais no plano, o eixo horizontal representando a resistência e o vertical a reatância, que se compõem de forma análoga a um número complexo (ou um vetor), veja **Figura 2** abaixo.

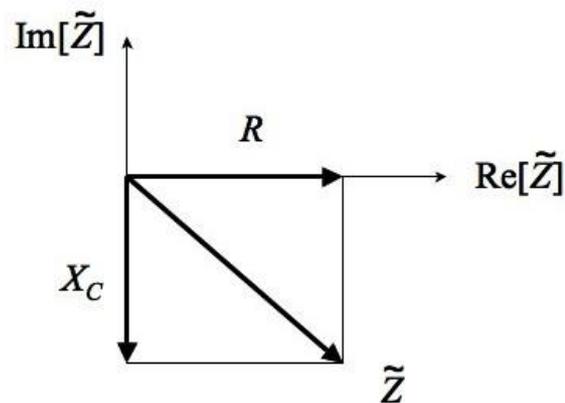


Figura 2: Representação da impedância Z de um circuito RC como um número complexo.

Nessa figura, representamos a reatância capacitiva como um número complexo com a parte imaginária negativa. A explicação para isso vem da definição da impedância complexa que veremos a seguir.

Circuitos com correntes alternadas podem ser também tratados pelo formalismo de números complexos. Consideremos um circuito envolvendo apenas um gerador e um capacitor, a voltagem na fonte pode ser escrita como:

$$V_g(t) = V_0 \sin(\omega t). \quad (18)$$

Usando números complexos, e a fórmula de Euler $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$, podemos escrever para a voltagem no gerador:

$$V_g(t) = \text{Im}[\tilde{V}_g(t)] \quad (19)$$

com:

$$\tilde{V}_g(t) = V_0 e^{j\omega t}. \quad (20)$$

Para um circuito contendo apenas o gerador e o capacitor, vimos que nesse caso, a corrente é dada por:

$$i(t) = i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (21)$$

com $i_0 = \omega CV_0$. Podemos representar também a corrente em termos de uma função complexa:

$$i(t) = \text{Im}[\tilde{i}(t)] \quad (22)$$

com:

$$\tilde{i}(t) = i_0 e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}. \quad (23)$$

A equação análoga à lei de Ohm pode então ser escrita para correntes alternadas em termos de números complexos:

$$\tilde{i}(t) = \frac{\tilde{V}_g(t)}{\tilde{Z}}, \quad (24)$$

onde, \tilde{Z} é a impedância complexa do circuito que para este caso é dada por:

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{V}_g(t)}{\tilde{i}(t)} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{V_0 \omega C e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}} = \frac{1}{\omega C e^{j\frac{\pi}{2}}} = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C. \quad (25)$$

Assim, usando o formalismo de números complexos, se soubermos a impedância complexa \tilde{Z} do circuito, podemos obter a corrente no mesmo, usando o análogo da lei de Ohm para correntes alternadas e tomando a parte imaginário de $\tilde{i}(t)$ como a solução procurada.

A voltagem de pico no capacitor é dada por $V_0^C = X_C i_0$ e a voltagem de pico no resistor por $V_0^R = R i_0$. Assim podemos reescrever as **Equações 12 e 13** na forma:

$$V_0^R \cos \varphi + V_0^C \sin \varphi = V_0, \quad (26)$$

$$V_0^R \sin \varphi - V_0^C \cos \varphi = 0. \quad (27)$$

Elevando as **Equações 26 e 27** ao quadrado e somando-as membro a membro, obtemos:

$$(V_0^R)^2 + (V_0^C)^2 = V_0^2. \quad (28)$$

Para a diferença de fase φ , teremos uma forma alternativa dada por:

$$\tan \varphi = \frac{V_0^C}{V_0^R}. \quad (29)$$

Da **Equação 14** temos que a dependência da diferença de fase φ entre a corrente e a voltagem do gerador para um circuito RC pode ser escrita como:

$$\tan \varphi = \frac{1}{\omega RC}. \quad (30)$$

Na **Figura 3** mostramos um gráfico de φ em radianos, como função da frequência angular ω para $R=10\Omega$ e $C=2,2\mu\text{F}$. Observe que para uma melhor visualização da dependência de φ com ω o gráfico foi apresentado em escala semi-logarítmica. Para valores de ω tendendo a zero a diferença de fase tende a $\pi/2$ e para ω tendendo a infinito ela tende a zero.

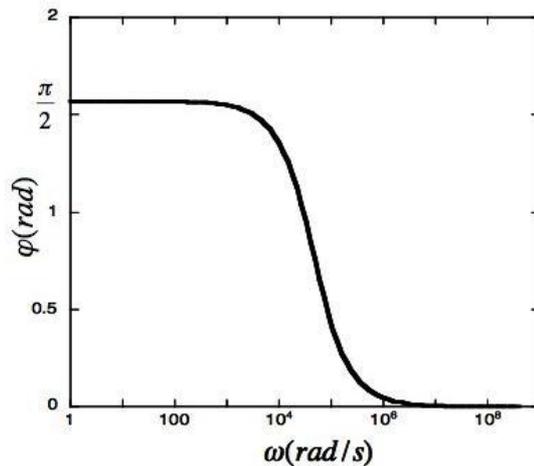


Figura 3: Dependência, em um circuito RC , da diferença de fase entre a corrente e a voltagem do gerador de sinais.

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1 - Procedimento I

Vamos novamente verificar a Lei de Ohm, desta vez para capacitores. Queremos verificar como se comporta a reatância capacitiva com a frequência. Para isso vamos montar o circuito da **Figura 4** abaixo, usando $C = 2.2\mu\text{F}$ e $R = 10\Omega$. Como fizemos na **Aula 6**, vamos medir a voltagem no resistor de 10Ω e determinar a corrente através deste resultado fazendo $i_0 = V_0^R / R$.

- 1) Monte o circuito da **Figura 4**, ligue os equipamentos e ajuste o gerador (CH1) para um sinal senoidal, com frequência $f_1 = 1\text{kHz}$. Com o osciloscópio, meça o período T_1 com sua respectiva incerteza e determine a frequência f_1 , também com sua respectiva incerteza.

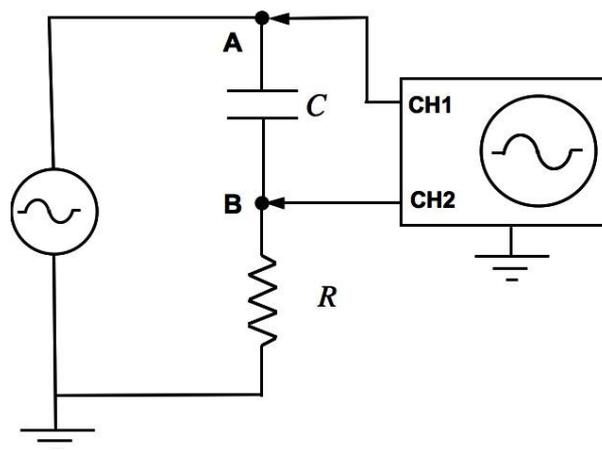


Figura 4: Circuito a ser utilizado para a verificação da lei de Ohm em capacitores sujeitos a correntes alternadas.

- 2) Ajuste a amplitude no gerador para que o valor pico (V_0^B) da diferença de potencial entre o ponto “B” e a TERRA no circuito (CH2) seja de 0.3V. Lembre-se de utilizar uma escala apropriada no osciloscópio. Anote esse valor na **Tabela 1**. Usando um multímetro meça o valor de R e determine a corrente que passa pelo circuito, $i_0 = V_0^R / R$.

Observação: Para obter melhor resolução e facilitar a tomada de dados, é conveniente que a referência de ambos os canais (GND) seja colocada na linha mais inferior da tela do osciloscópio. Com isso, os valores de V_B e V_A podem ser medidos simultaneamente.

- 3) Meça o valor de pico (V_0^A) da diferença de potencial entre o ponto “A” e a TERRA (CH1) com sua respectiva incerteza, e anote também o valor na **Tabela 1**. A partir desses resultados, determine a voltagem de pico no capacitor, V_0^C pela relação
$$V_0^C = \sqrt{(V_0^A)^2 - (V_0^B)^2}.$$
- 4) Observe que existe uma diferença de fase φ entre os sinais dos dois canais. Meça essa diferença de fase medindo a diferença temporal entre os dois sinais (diferença de tempo entre duas passagens pelo zero nas mesmas condições, por exemplo) e determine o ângulo de fase e sua respectiva incerteza, sabendo que a diferença de fase φ é dada por $\varphi = \omega \Delta t = 2\pi f \Delta t = 2\pi \Delta t / T$. Na **Figura 5** mostramos um esquema de como a medida da diferença de fase é feita. Nessa figura a diferença de fase é positiva.
- 5) Determine o valor da reatância capacitiva pela fase.

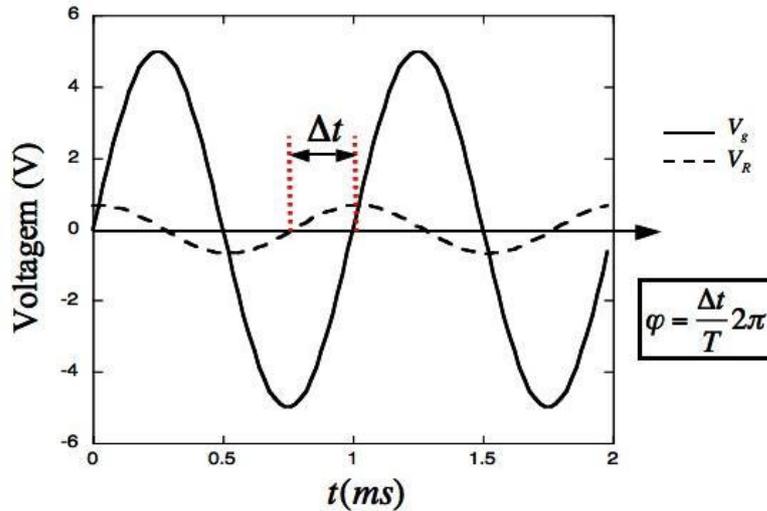


Figura 5: Formas da voltagem no circuito RC da nossa montagem experimental. A linha contínua representa a voltagem da fonte (V_s), e a linha tracejada a voltagem no resistor (V_R). Como já foi visto, em um resistor a corrente e a voltagem estão em fase. A diferença de fase que está ocorrendo se deve à presença do capacitor. Para este caso $\varphi < 0$ e tem módulo igual a $0,46\pi$. $R= 10\Omega$, $C=2,2\mu\text{F}$, $V_0=5\text{V}$, $T=1\text{ms}$.

- 6) Repita os itens anteriores ajustando amplitude do gerador para que a voltagem no ponto “B” vá aumentando em intervalos de 0.1V até completar a **Tabela 1**.

$V_0^B \pm \sigma_{V_0^B}$ (V)	$i_0 \pm \sigma_{i_0}$ (A)	$V_0^A \pm \sigma_{V_0^A}$ (V)	V_0^C (V)	$\sigma_{V_0^C}$ (V)
0,3				
0,4				
0,5				
0,6				
0,7				
0,8				

Tabela 1: Resultados experimentais obtidos com a frequência $f_l = 1\text{kHz}$. $V_0^C = \sqrt{(V_0^A)^2 - (V_0^B)^2}$

- 7) Determine o valor a reatância capacitiva a partir dos dados contidos na tabela 1. Faça um gráfico de V_0^C vs i_0 . Compare seus resultados de X_C com o valor nominal esperado.

Parte B: Circuito RL em corrente alternada

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é estudar o comportamento de circuitos RL em presença de uma fonte de alimentação de corrente alternada.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- multímetro;
- gerador de sinais;
- resistor: $R = 100\Omega$;
- indutor: $5\text{mH} < L < 50\text{mH}$.

3. INTRODUÇÃO

A maneira de apresentar o modelo elétrico que vamos nos basear para estudar indutores e circuitos RL é essencialmente igual à que foi apresentada na **Aula 7**, para circuitos RC , visto que a solução formal das equações do circuito RC e do circuito RL são as mesmas. A equação característica do indutor ideal é dada por:

$$V_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (1)$$

Se aplicarmos uma voltagem alternada, de modo análogo ao caso do capacitor, é de se esperar que a corrente varie na forma:

$$i(t) = i_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

onde φ corresponde à diferença de fase entre a corrente e a voltagem. Considerando que a voltagem aplicada pelo gerador seja da forma $V_g(t) = V_0 \sin(\omega t)$, e usando a equação característica do indutor obtemos:

$$V_0 \sin(\omega t) = \omega L i_0 \cos(\omega t + \varphi). \quad (3)$$

Expandindo a função cosseno e igualando os coeficientes de $\sin(\omega t)$ e $\cos(\omega t)$ encontramos:

$$(\omega L i_0) \cos(\varphi) = 0, \quad (4)$$

e:

$$V_0 = -(\omega L i_0) \sin(\varphi). \quad (5)$$

A **Equação 4** nos diz que $\varphi = \pm \pi/2$ e a **Equação 5**, que a única possibilidade é termos $\varphi = -$

$\pi/2$, porque V_0 , L , i_0 e ω possuem valores positivos. Portanto, a corrente em um indutor ideal é dada por:

$$i(t) = i_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (6)$$

Neste caso a corrente está atrasada de $\pi/2$ radianos em relação à voltagem.

A **Equação 6** nos diz também que:

$$V_0 = (\omega L)i_0 = X_L i_0, \quad (7)$$

onde

$$X_L = \omega L. \quad (8)$$

A **Equação 7** é o equivalente da lei de Ohm para indutores. O termo X_L , que tem dimensão de ohm (Ω), é chamado de **reatância indutiva**, e é proporcional à frequência.

Como pode ser representada a reatância indutiva no formalismo de números complexos? Consideremos novamente um circuito envolvendo apenas um gerador e um indutor. A voltagem na fonte pode ser escrita como:

$$V_g(t) = V_0 \sin(\omega t). \quad (9)$$

Usando números complexos, e a fórmula de Euler $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$, podemos escrever para a voltagem no gerador:

$$V_g(t) = \text{Im}[\tilde{V}_g(t)] \quad (10)$$

com:

$$\tilde{V}_g(t) = V_0 e^{j\omega t}. \quad (11)$$

Para um circuito contendo apenas o gerador e o indutor, vimos que nesse caso, a corrente é dada por:

$$i(t) = i_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (12)$$

com $i_0 = V_0/(\omega L)$.

Podemos representar também a corrente em termos de uma função complexa:

$$i(t) = \text{Im}[\tilde{i}(t)] \quad (13)$$

com:

$$\tilde{i}(t) = i_0 e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}. \quad (14)$$

A equação análoga à lei de Ohm pode então ser escrita para correntes alternadas em termos de números complexos:

$$\tilde{i}(t) = \frac{\tilde{V}_g(t)}{\tilde{Z}}, \quad (15)$$

onde, \tilde{Z} é a impedância complexa do circuito e para este caso é dada por:

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{V}_g(t)}{\tilde{i}(t)} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{\frac{V_0}{\omega L} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}} = \frac{\omega L}{e^{-j\frac{\pi}{2}}} = \frac{\omega L}{-j} = jX_L. \quad (16)$$

Assim, usando o formalismo de números complexos, para um indutor, a impedância complexa é um número complexo imaginário puro positivo.

3.1 – Circuitos RL

Em circuitos *RL* como o que é mostrado na **Figura 1** abaixo, a lei das malhas nos diz que:

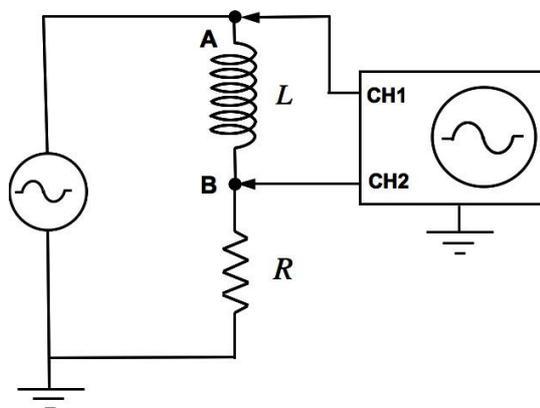


Figura 1: Circuito *RL*.

$$V_g = V_L + V_R \Rightarrow V_0 \sin(\omega t) = L \frac{di}{dt} + Ri. \quad (17)$$

Como se trata de um circuito com elementos lineares esperamos que a corrente tenha a forma geral

$$i(t) = i_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (18)$$

onde φ representa a diferença de fase entre a voltagem e a corrente no circuito. Substituindo a **Equação 17** na **Equação 18** encontramos:

$$V_0 \sin(\omega t) = Li_0 \omega \cos(\omega t + \varphi) + Ri_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (19)$$

A **Equação 19** pode ser reescrita após abrirmos as funções cosseno e seno para obtermos:

$$\sin(\omega t)[(Ri_0)\cos\varphi - (\omega Li_0)\sin\varphi - V_0] + \cos(\omega t)[(\omega Li_0)\cos\varphi + (Ri_0)\sin\varphi] = 0. \quad (20)$$

Os coeficientes de $\sin(\omega t)$ e $\cos(\omega t)$ devem ser individualmente nulos para que a igualdade descrita na **Equação 20** seja satisfeita. Assim devemos ter:

$$(Ri_0)\cos\varphi - (\omega Li_0)\sin\varphi = V_0, \quad (21)$$

e

$$(\omega Li_0)\cos\varphi + (Ri_0)\sin\varphi = 0. \quad (22)$$

A **Equação 22** mostra que o ângulo de fase φ entre a voltagem e a corrente é dado por:

$$\tan\varphi = -\frac{\omega L}{R} = -\frac{X_L}{R}, \quad (23)$$

φ pode assumir valores variando entre $-\pi/2$ e 0 (valor negativo para a tangente), mostrando que a corrente está atrasada em relação à voltagem no circuito RL .

A **Equação 21** pode ser simplificada escrevendo-se $\sin\varphi$ e $\cos\varphi$ em função de $\tan\varphi$ na forma:

$$\sin\varphi = \frac{\tan\varphi}{\sqrt{1 + \tan^2\varphi}}, \quad (24)$$

e:

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\varphi}}. \quad (25)$$

Após substituírmos as relações descritas nas **Equações 24 e 25** na **Equação 21** e usarmos a **Equação 23** obtemos a seguinte relação:

$$\frac{V_0}{i_0} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = Z, \quad (26)$$

onde, da mesma forma que no caso de circuitos RC (**Aula 7**), Z é denominada a impedância do circuito e tem a dimensão de ohm (Ω).

As **Equações 23 e 26** mostram que a impedância pode ser obtida a partir de um plano

onde o eixo horizontal representa a resistência e o eixo vertical a reatância indutiva. Como no caso da reatância capacitiva, a composição entre a resistência e a reatância segue as mesmas regras de composição de um número complexo. A reatância indutiva corresponde à parte imaginária positiva da impedância complexa, como mostrado na **Figura 2** abaixo.

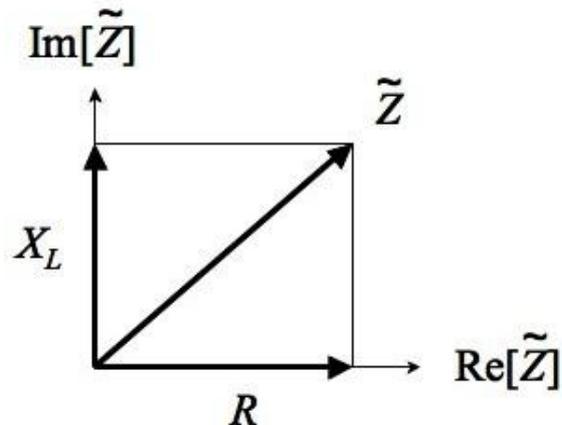


Figura 2: Reatância indutiva e impedância como números complexos.

As **Equações 23** e **26**, da mesma forma que para o circuito *RC*, levam às seguintes relações:

$$(V_0^R)^2 + (V_0^L)^2 = V_0^2. \quad (27)$$

enquanto que teremos, alternativamente, para o ângulo de fase a expressão:

$$\tan \varphi = -\frac{V_0^L}{V_0^R}. \quad (28)$$

A **Equação 8** mostra que quanto maior for a frequência maior será a reatância indutiva e a **Equação 23** que maior será a defasagem entre a voltagem e a corrente.

Da **Equação 23** temos que a dependência da diferença de fase φ entre a corrente e a voltagem do gerador para um circuito *RL* pode ser escrita como:

$$\tan \varphi = -\frac{\omega L}{R}. \quad (29)$$

Na **Figura 3** mostramos um gráfico de φ em radianos, como função da frequência angular ω para $R=10\Omega$ e $L=10\text{mH}$. Observe que para uma melhor visualização da dependência de φ com ω o gráfico foi apresentado em escala semi-logarítmica. Para valores de ω tendendo a zero a diferença de fase é nula e para ω tendendo a infinito ela tende a $-\pi/2$.

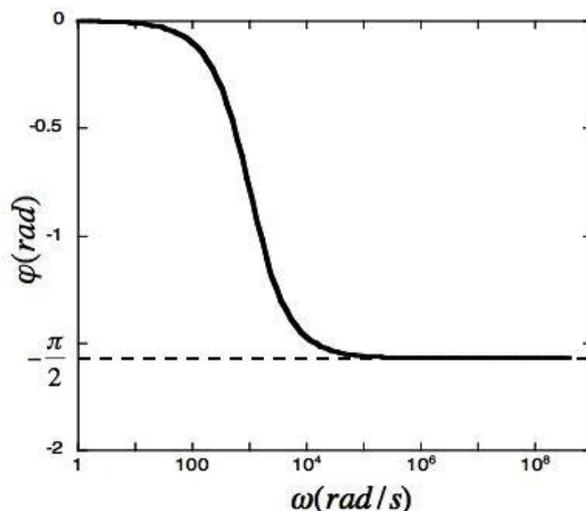


Figura 3: Dependência, em um circuito RL , da diferença de fase entre a corrente e a voltagem do gerador de sinais.

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1 - Procedimento I

Vamos novamente verificar a Lei de Ohm, desta vez para indutores. Queremos verificar como se comporta a reatância indutiva com a frequência. Para isso vamos montar o circuito da **Figura 4** abaixo, usando um indutor na faixa de $5\text{mH} < L < 50\text{mH}$ e $R = 100\Omega$. Como fizemos nas **Aula 6 e 7**, vamos medir a voltagem no resistor de 100Ω e determinar a corrente através deste resultado, fazendo $i_0 = V_o^R/R$.

- 8) Monte o circuito da **Figura 4**, ligue os equipamentos e ajuste o gerador (CH1) para um sinal senoidal, com frequência $f_1 = 1\text{kHz}$. Com o osciloscópio, meça o período T_1 com sua respectiva incerteza e determine a frequência f_1 , também com sua respectiva incerteza.

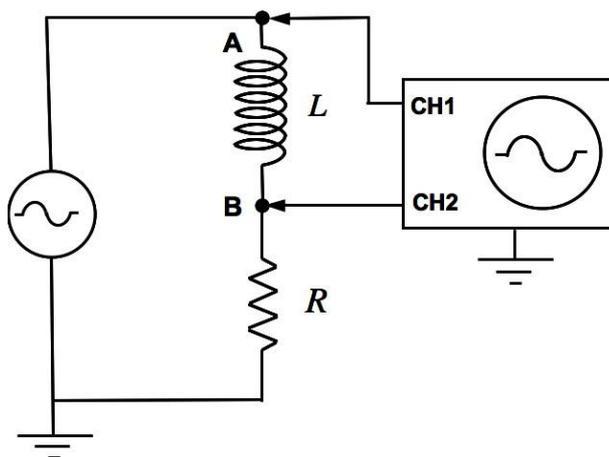


Figura 4: Circuito a ser utilizado para a verificação da lei de Ohm em indutores sujeitos a correntes alternadas.

- 9) Ajuste a amplitude no gerador para que o valor pico (V_o^B) da diferença de potencial entre o ponto "B" e a TERRA no circuito (CH2) seja de 0.3V . Lembre-se de utilizar uma escala apropriada no osciloscópio. Anote esse valor na **Tabela 2**. Usando um

multímetro meça o valor de R e determine a corrente que passa pelo circuito, $i_0 = V_0^R / R$.

Observação: Para obter melhor resolução e facilitar a tomada de dados, é conveniente que a referência de ambos os canais (GND) seja colocada na linha mais inferior da tela do osciloscópio. Com isso, os valores de V_0^B e V_0^A podem ser medidos simultaneamente.

10) Meça o valor de pico (V_0^A) da diferença de potencial entre o ponto “A” e a TERRA (CH1) com sua respectiva incerteza, e anote também o valor na **Tabela 2**. A partir desses resultados, determine a voltagem de pico no indutor, V_0^L , pela relação $V_0^L = \sqrt{(V_0^A)^2 - (V_0^B)^2}$.

11) Observe que existe uma diferença de fase φ entre os sinais dos dois canais. Diferentemente do circuito RC , no circuito RL a corrente está atrasada em relação à voltagem no gerador. Meça essa diferença de fase medindo a diferença temporal entre os dois sinais (diferença de tempo entre duas passagens pelo zero nas mesmas condições, por exemplo) e determine o ângulo de fase e sua respectiva incerteza, sabendo que o módulo da diferença de fase φ é dado por $\varphi = \omega \Delta t = 2\pi f \Delta t = 2\pi \Delta t / T$. Na **Figura 5** mostramos um esquema de como a medida da diferença de fase é feita para o circuito RL . Nessa figura a diferença de fase é negativa.

12) Determine o valor da reatância indutiva pela fase.

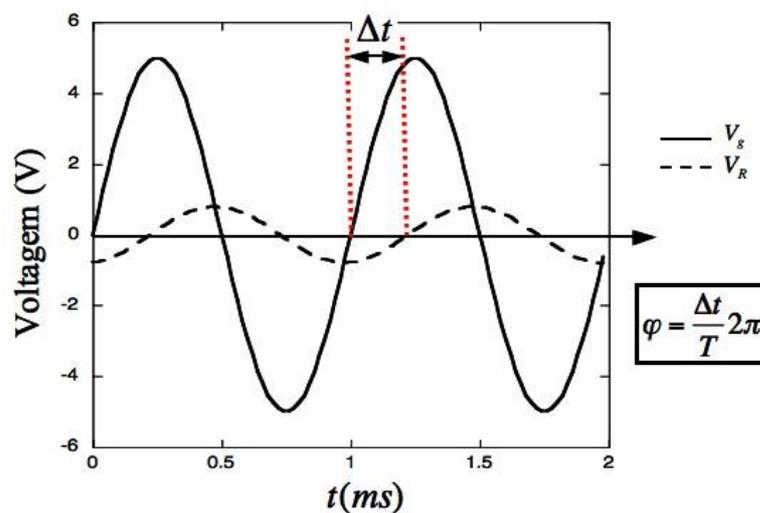


Figura 5: Formas da voltagem no circuito RL da nossa montagem experimental. A linha contínua representa a voltagem da fonte (V_g), e a linha tracejada a voltagem no resistor (V_R). Como já foi visto, em um resistor a corrente e a voltagem estão em fase. A diferença de fase que está ocorrendo se deve à presença do indutor. Para este caso $\varphi < 0$ e tem módulo igual a $0,45\pi$. $R = 10\Omega$, $L = 10\text{mH}$, $V_0 = 5\text{V}$, $T = 1\text{ms}$.

13) Repita os itens anteriores ajustando amplitude do gerador para que a voltagem no ponto “B” vá aumentando em intervalos de 0.1V até completar a **Tabela 2**.

$V_0^B \pm \sigma_{V_0^B}$ (V)	$i_0 \pm \sigma_{i_0}$ (A)	$V_0^A \pm \sigma_{V_0^A}$ (V)	V_0^L (V)	$\sigma_{V_0^L}$ (V)
0,3				
0,4				
0,5				
0,6				
0,7				
0,8				

Tabela 2: Resultados experimentais obtidos com a frequência $f_I = 1\text{kHz}$. $V_0^L = \sqrt{(V_0^A)^2 - (V_0^B)^2}$.

- 14) Determine o valor a reatância indutiva a partir dos dados contidos na tabela 2. Faça um gráfico de V_0^L vs i_0 . Compare seus resultados de X_L com o valor nominal esperado.

Experimento 8 – Circuitos RC e filtros de frequência

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é ver como filtros de frequência utilizados em eletrônica podem ser construídos a partir de um circuito RC. Os filtros elétricos são muito utilizados em instalações elétricas e equipamentos eletrônicos para rejeitar ruído e para proteger, por exemplo, contra transientes induzidos pela queda de raios durante as tormentas.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- multímetro;
- gerador de sinais;
- resistor: $R=1\text{k}\Omega$;
- capacitor: $C=100\text{nF}$.

3. INTRODUÇÃO

Como vimos na **Aula 7**, a reatância do capacitor depende da frequência: quanto maior a frequência da forma de onda menor será a resistência que o capacitor oferecerá à passagem da corrente. Essa propriedade pode ser utilizada para a confecção de filtros de frequência de maneira a atenuar (ou mesmo eliminar) certos valores de frequência num dado circuito elétrico. Os filtros que cortam as frequências baixas são chamados de “filtros passa-altas”, ao passo que aqueles que cortam as frequências altas chamam-se “filtros passa-baixas”. A combinação dos dois tipos de filtros pode fornecer um filtro que deixa passar frequências intermediárias, atenuando as frequências baixas e altas. Um exemplo muito comum da aplicação de filtros são os equalizadores gráficos dos amplificadores de som. Isso se deve ao fato de que um sinal qualquer introduzido em um circuito eletrônico, como o caso dos sinais em equipamentos de som, é sempre visto pelo circuito eletrônico como sendo uma superposição de um número muito grande de funções senoidais, chamadas os harmônicos do sinal.

Aplicando as definições de reatância capacitiva e impedância discutidas na **Aula 7**, lembrando que para capacitores devemos utilizar a reatância capacitiva no lugar da resistência correspondente, as amplitudes das voltagem no capacitor (V_0^C) e no resistor (V_0^R) podem ser escritas como:

$$V_0^C = \frac{X_C}{Z} V_0, \quad (1)$$

$$V_0^R = \frac{R}{Z} V_0. \quad (2)$$

Observe que o termo “resistência” aplica-se agora somente ao resistor. Para o capacitor utiliza-se “reatância capacitiva” e para a “resistência total do circuito”

empregamos o termo “impedância”. Os filtros deixarão passar certas faixas de frequência dependendo da posição relativa do capacitor e do resistor.

3.1 – Filtro passa-baixas

Na **Figura 1** apresentamos um circuito RC que funciona como um filtro passa-baixas quando comparamos a voltagem no capacitor em relação à voltagem do gerador de sinais.

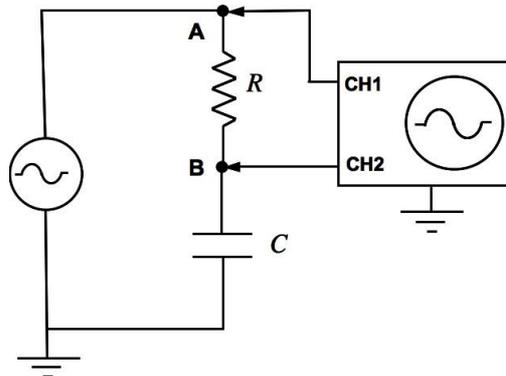


Figura 1: Filtros passa-baixas num circuito RC alimentado com corrente alternada.

Para o circuito da **Figura 1**, temos que a amplitude da voltagem no capacitor, que corresponde a V_0^B , é dada por:

$$V_0^B = \frac{X_C}{Z} V_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 RC^2}} V_0. \quad (3)$$

Definimos a razão entre as amplitudes V_B e V_0 por A_{PB} :

$$A_{PB} = \frac{V_0^B}{V_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 RC^2}}. \quad (4)$$

As **Equações 3 e 4** mostram que para frequências próximas de zero, a voltagem no capacitor tem a mesma amplitude que a voltagem do gerador ($A_{PB}=1$), ou seja, o sinal não é atenuado. Por sua vez, à medida que a frequência cresce, a voltagem no ponto “B” diminui, o que significa que em relação ao sinal do gerador a voltagem no capacitor foi atenuada. Se tomarmos o limite de frequências tendendo a infinito, a amplitude A_{PB} tende a zero e neste caso a voltagem no capacitor é totalmente atenuada. Portanto, somente as frequências muito baixas não terão suas amplitudes diminuídas.

3.2 – Filtro passa-altas

Na **Figura 2** apresentamos um circuito RC que funciona como um filtro passa-altas quando comparamos a voltagem no resistor em relação à voltagem do gerador de sinais. Ele é obtido a partir do circuito da **Figura 1** trocando-se as posições do resistor e do capacitor.

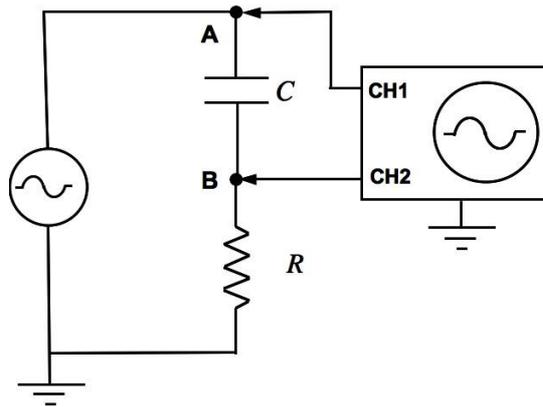


Figura 2: Filtros passa-altas num circuito RC alimentado com corrente alternada.

Para o circuito da **Figura 2**, temos agora que a amplitude da voltagem no resistor, que corresponde a V_0^B , é dada por:

$$V_0^B = \frac{R}{Z} V_0 = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} V_0. \quad (5)$$

Definimos a razão entre as amplitudes V_B e V_0 neste caso por A_{PA} :

$$A_{PA} = \frac{V_0^B}{V_0} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}. \quad (6)$$

As **Equações 5 e 6** mostram que o filtro passa-altas tem um comportamento invertido com a frequência, em relação ao filtro passa-baixas. Frequências próximas de zero são muito atenuadas e frequências muito grandes são transmitidas com pequena atenuação.

3.3 – Frequência de corte

É costume definir para os filtros passa-baixas e passa altas uma frequência, chamada de “frequência angular de corte”, que determina a faixa de frequências a ser filtrada. A frequência angular de corte, ω_c é definida como aquela que torna a resistência do circuito igual à reatância capacitiva, ou seja, o valor de ω que faz com que $X_C = R$. Usando essa definição encontramos:

$$X_C = \frac{1}{\omega_c C} = R, \quad (7)$$

o que nos leva a:

$$\omega_c = \frac{1}{RC}. \quad (8)$$

A partir da **Equação 6** definimos a frequência linear de corte, ou simplesmente frequência de corte do filtro por:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (9)$$

Na frequência de corte, tanto A_{PA} quanto A_{PB} têm o mesmo valor (verifique):

$$A_{PB}(\omega_C) = A_{PA}(\omega_C) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,707. \quad (10)$$

Para a frequência de corte a voltagem do sinal no capacitor ou no resistor cai para 70.7% do seu valor máximo. Isto pode ser visto na **Figura 3** onde mostramos o comportamento de A_{PA} e A_{PB} com a frequência angular para um circuito RC , com $R=1k\Omega$ e $C=100nF$. Este tipo de curva é denominado curva característica do filtro.

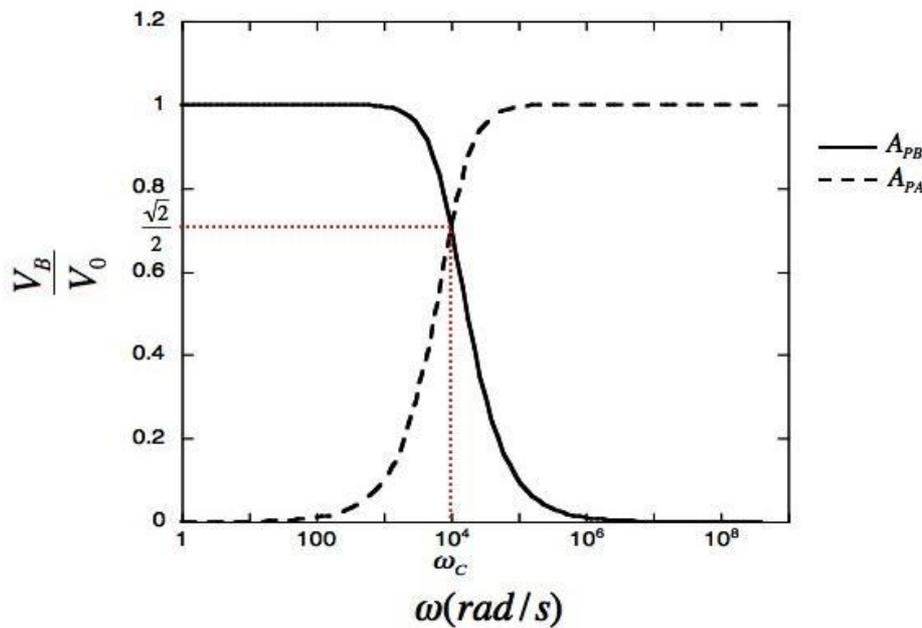


Figura 3: Curvas características dos filtros passa-altas (A_{PA}) e passa-baixas (A_{PB}) construídos com um circuito RC que utiliza $R=1k\Omega$ e $C=100nF$. A frequência angular de corte para este caso é $\omega_C = 10^4 \text{ rad/s}$.

As curvas de A_{PB} e A_{PA} em função de ω ou de f correspondentes às equações 4 e 6 são denominadas de curvas de resposta de frequência

Função de transferência e Transmitância de filtros

Todo filtro é caracterizado por uma *função de transferência* (*resposta espectral* ou *resposta em frequência*) $H(\omega)$. Suponha que ligamos um gerador de frequência variável nos terminais de entrada e medimos a amplitude das voltagens de entrada ($|V_e|$) e de saída ($|V_s|$) e a fase relativa (ϕ) entre V_s e V_e como função da frequência do gerador (ω). A função de transferência é:

$$H(\omega) = \frac{V_s(\omega)}{V_e(\omega)} = \left[\frac{V_s(\omega)}{V_e(\omega)} \right] e^{i\phi(\omega)} \quad (11)$$

A função de transferência pode ser definida para frequência zero como o quociente entre as voltagens de corrente contínua. Neste caso um indutor atua como um curto-circuito e um capacitor como um circuito aberto. Como consequência, $H(0)$ é real e a fase $\varphi(0)$ só pode ser 0 ($H(0)$ positivo) ou π ($H(0)$ negativo) Na maioria das situações estamos mais interessados na amplitude e menos na fase. O quadrado do módulo de H , é denominada *Transmitância* ou *Resposta em potência* e geralmente a transmitância é expressa em decibéis

$$T(\omega) = |H(\omega)|^2 \quad (12)$$

$$T_{dB}(\omega) = 10 \log [T(\omega)] \quad (13)$$

Para o *filtro RC passa-baixos e passa altos* resultam as seguintes expressões para a transmitância

$$T(\omega) = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} \quad T(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}} \quad (14)$$

O filtro passa-baixos possui transmitância máxima $T_{max} = 1$ para $\omega = 0$ e cai para zero como $1/(\omega RC)^2$ na medida em que $\omega \rightarrow \infty$. Para $\omega_c \equiv 1/RC$ a transmitância cai à metade do máximo. Este comportamento é mais fácil de visualizar em um diagrama log-log (também chamado *diagrama de Bode*) como o mostrado na Figura 4. Para $\omega \ll \omega_c$ a resposta do filtro é praticamente plana e a transmitância é de 0 dB; para $\omega = \omega_c$ a transmitância é -3 dB ($10 \log(1/2) = -3.0103\dots$) e para $\omega \gg \omega_c$ a transmitância cai a uma taxa (taxa de descida) de -20 dB/dec (decibéis por década) ($10 \log[1/(\omega RC)^2] = -20 \log(\omega) + \text{const.}$). A faixa de frequências entre 0 e ω_c é chamada *largura de banda* do filtro. No diagrama de Bode a dependência com $1/\omega^2$ em alta frequência é muito mais evidente do que em um gráfico em escala linear. Por outro lado o filtro de passa-altos tem transmitância de -3dB em relação à $T_{max} = 0$ para $\omega = \omega_c$ e taxa de subida de 20 dB/dec.

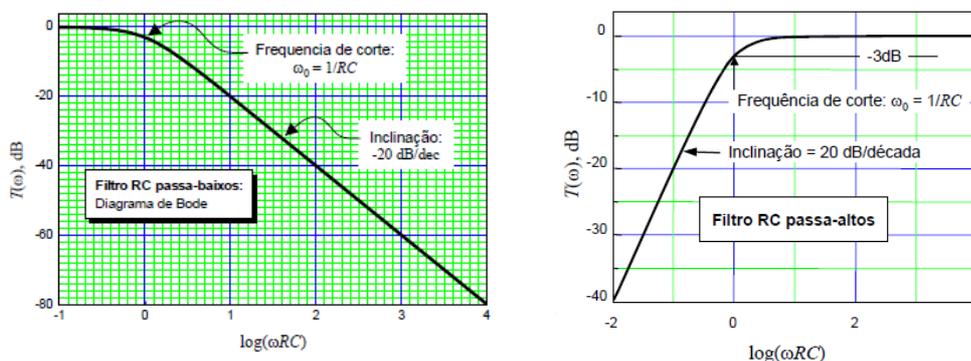


Figura 4. Diagrama de Bode: Transmitância de filtros passa-baixos (esquerda), passa-altos (direita) como função da frequência em escala logarítmica

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

4.1 – Procedimento I – Filtro passa-altas

- 1) Monte o circuito da **Figura 4** utilizando um resistor de $1k\Omega$ e um capacitor de $100nF$. Meça o valor de R usando um multímetro.

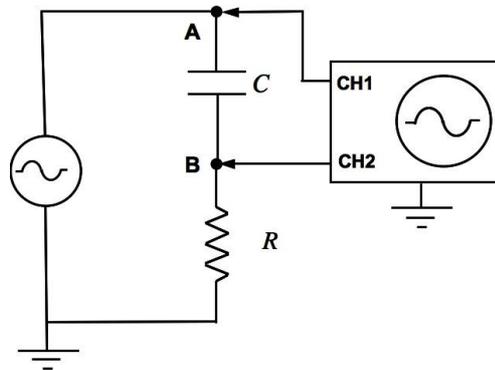


Figura 4: Filtro passa-altas.

- 2) Ligue os equipamentos e ajuste o gerador (CH1) para um sinal senoidal, com frequência de $200Hz$, e amplitude $V_0=4V$. Lembre-se de determinar o valor da frequência medindo o período correspondente no osciloscópio, e não o valor indicado no gerador.
- 3) Meça a voltagem de pico no resistor (tensão de saída, V_0^R) e anote esse valor na **Tabela 1**. Faça o mesmo com a voltagem de pico do gerador (V_g).
- 4) Mude a frequência do sinal no gerador para $500Hz$. Verifique se a amplitude da tensão no gerador, V_g , foi alterada. Caso tenha se alterado, faça correções para que ela volte a ter o mesmo valor anterior, ou seja, $4V$. Complete a linha da tabela com os valores de V_R .
- 5) Repita esse procedimento para as outras frequências indicadas na **Tabela 1**.

$f(Hz)$	$\log(f)$	$\log(\omega RC)$	$V_g \pm \sigma_{V_g}$ (V)	$V_0^R \pm \sigma_{V_R}$ (V)	$A_{PA} \pm \sigma_{A_{PA}}$	$T_{PA} \pm \sigma_{T_{PA}}$
200						
500						
1k						
2k						
5k						
10k						
20k						
50k						

Tabela 1: Resultados experimentais obtidos com o filtro passa-altas.

Como ω_c é definida como aquela que torna a resistência do circuito igual à reatância capacitiva, ou seja, o valor de ω que faz com que $X_C = R_T$ e a resistência total do circuito é dada por:

$$R_T = R_G + R \quad (15)$$

as expressões para o filtro de passa-altas considerando a resistência do gerador são:

$$V_0^B = \frac{R}{Z} V_0 = \frac{R}{\sqrt{(R_G + R)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} V_0. \quad (16)$$

$$\frac{V_0^B}{V_0} = \frac{R}{(R_G + R)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad \omega_c = \frac{1}{R_T C}.$$

A figura 6 exemplificada esta discussão:

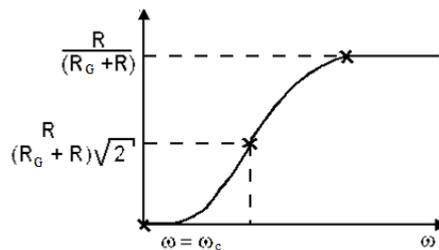


Figura 6:

4.2 – Procedimento II - Filtro passa-baixas

- 1) Monte o circuito da **Figura 5** utilizando um resistor de $1k\Omega$ e o capacitor de $100nF$. Meça o valor de R utilizando um multímetro.

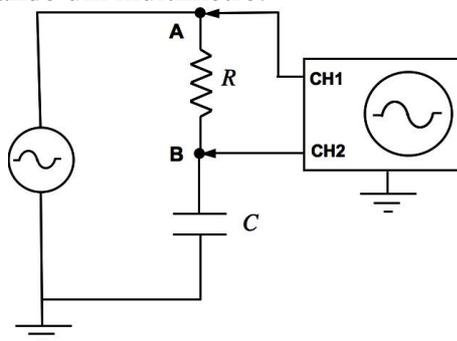


Figura 5: Filtro passa-baixas.

- 2) Ligue os equipamentos e ajuste o gerador (CH1) para um sinal senoidal, com frequência de $200Hz$ e amplitude $V_0=4V$. Lembre-se de sempre obter a frequência pela determinação do período correspondente, (com a respectiva incerteza), pelo osciloscópio e não pelo valor indicado no gerador.

- 3) Meça o valor de pico da tensão no capacitor V_0^C (tensão de saída), com sua respectiva incerteza e anote esse valor na **Tabela 2**. Faça o mesmo com a voltagem de pico do gerador V_g .
- 4) Mude a frequência do sinal no gerador para 500Hz. Verifique se a amplitude da tensão no gerador se alterou. Caso tenha se alterado, faça correções para que ela volte a ter o mesmo valor anterior, ou seja, 4V. Complete a linha da tabela com o valor de V_0^C .
- 5) Repita esse procedimento para as outras frequências indicadas na **Tabela 2**.

$f(\text{Hz})$	$\log(f)$	$\log(\omega RC)$	$V_g \pm \sigma_{V_g}$ (V)	$V_0^C \pm \sigma_{V_0^C}$ (V)	$A_{PB} \pm \sigma_{A_{PB}}$ exp	$A_{PB} \pm \sigma_{A_{PB}}$ modelo	$T_{PB} \pm \sigma_{T_{PB}}$
200							
500							
1k							
2k							
5k							
10k							
20k							
50k							

Tabela 2: Resultados experimentais obtidos com o filtro passa-altas.

- 6) Plote as curvas de resposta de frequência A_{PA} vs. $\log f$ e A_{PB} vs. $\log f$ no mesmo gráfico da curva anterior. Explique porque os dois circuitos podem ser vistos como filtros “passa baixa” e “passa alta”.
- 7) Mostre que a frequência para a qual ocorre a interseção das duas curvas é a frequência de corte f_C . Determine pelo gráfico o valor de f_C . Compare este valor com aquele calculado pela sua expressão teórica, usando os valores nominais de R e de C.
- 8) Calcule a resistência interna do gerador de funções utilizando as medidas realizadas no procedimento I e as expressões (15) e (16).
- 9) Verifique a concordância entre cada uma das curvas com as previsões do modelo teórico. Esta comparação implica no cálculo de V_C/V_0 e V_R/V_0 pelas suas expressões teóricas empregando os valores nominais de R e de C. Você pode traçar as curvas “teóricas” V_C/V_0 e V_R/V_0 vs $\log f$ e compará-las com as experimentais. Calcule pelo menos 3 pontos destas curvas para alguns valores de f , verificando se há concordância com o experimento. Inclua estes valores na **Tabela 1 e 2**. A sua comparação deverá ser feita em termos de erros percentuais, apontando as causas mais prováveis destes erros.
- 10) Plote a curva de transmitância para o filtro de passa-baixa, T_{PB} em dB vs. $\log(\omega RC)$. Determine pelo gráfico o valor da frequência angular de corte ω_C e a inclinação da curva de transmitância para valores $\omega > \omega_C$. Indique no gráfico os seus procedimentos. Argumente os seus resultados, se estes estão de acordo com o modelo.

4.3 - Procedimento III - Opcional

Filtros passa-alta e passa-baixa também podem ser constituídos por um resistor associado em série com um indutor (filtro RL). Considere então um filtro RL em série ligado a um gerador de corrente alternada.

- 1) Chamando de V_L e V_0 as amplitudes das voltagens no indutor e no gerador, respectivamente, obtenha a expressão que relaciona V_L com V_0 , R , L e f .
- 2) Monte o seu circuito RL
- 3) Levante a seguir o gráfico V_L/ V_0 vs f . Determine, a partir do gráfico, a frequência de corte.
- 4) Trata-se de um filtro passa-alta ou passa-baixa? Há boa concordância entre a teoria e o experimento? Verifique e comente, lembrando que o indutor tem uma resistência ôhmica de $\approx 3 \Omega$ (resistência do próprio fio de cobre da bobina) que não foi considerada no modelo teórico.

A frequência de corte f_C num filtro RL é definida de forma análoga à do filtro RC : frequência em que a reatância indutiva se igual a à resistência externa do circuito.

Nota: Uma [intensidade sonora](#) I ou [potência](#) P pode ser expressa em decibels através da equação

$$I_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad \text{or} \quad P_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{P_0} \right),$$

onde I_0 e P_0 são as intensidades e potências de referência.

Se P_{dB} é 3 dB então P é o dobro de P_0 .

Se P_{dB} é 10 dB então P é 10 vezes maior que P_0 .

Se P_{dB} é -10 dB então P é 10 vezes menor que P_0 .

Se P_{dB} é 20 dB então P é 100 vezes maior que P_0 .

Se P_{dB} é -20 dB então P é 100 vezes menor que P_0 .

Barras de erro nos diagramas de Bode

Nos gráficos de T_{dB} vs $\log f$, a barra vertical

$$\Delta T_{\text{dB}} = 10 \frac{d \log(T)}{dT} \Delta T = 10 \log(e) \frac{d \ln(T)}{dT} \Delta T = 10 \log(e) \frac{\Delta T}{T}$$

Experimentalmente T é determinada como o quociente entre duas voltagens V_2 e V_1 medidas com erros ΔV_2 e ΔV_1 , respectivamente: $T = |V_2/V_1|^2$ e

$$\frac{\Delta T}{T} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta V_1}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta V_2}{V_2}\right)^2}.$$

Geralmente acontece que as voltagens são medidas com o mesmo erro relativo, i.e., $\Delta V_1/V_1 = \Delta V_2/V_2 = \Delta V/V$, e temos então

$$\frac{\Delta T}{T} \cong 2\sqrt{2} \frac{\Delta V}{V}$$

e

$$\Delta T_{\text{dB}} \cong 20 \log(e) \sqrt{2} \frac{\Delta V}{V} \approx 12 \frac{\Delta V}{V}.$$

Por exemplo, se o erro em V for de 4% (típico de osciloscópios), então a barra de erro será de $\pm \Delta T_{\text{dB}} = \pm 0.5$ dB para todos os pontos do gráfico.

Por outro lado, a barra de erro na horizontal é

$$\Delta \log f = \log(e) \Delta \ln f = \log(e) \frac{\Delta f}{f} \cong 0.43 \frac{\Delta f}{f}.$$

Geralmente, também, as frequências são medidas sempre com o mesmo erro relativo. Se $\Delta f/f = 0.2\%$ (um valor típico em osciloscópios digitais), a barra de erro horizontal é de $\pm \Delta \log f = \pm 0.0009$ para todos os pontos do gráfico. Note que esta barra de erro (menos de um milésimo de uma década) não pode ser representada (seria menor que a espessura do traço do lápis ou caneta) se o gráfico abarcar 1 ou mais décadas.

Resumindo, para medidas com osciloscópio digital, a barra de erro horizontal é desprezível e a vertical é de ± 0.5 dB para todos os pontos (se as voltagens foram medidas com erro de $\pm 4\%$).

Experimento 9 – Circuitos RLC em série e em paralelo em corrente alternada: ressonância e filtros passa-banda e rejeita-banda

Parte A: Circuitos RLC em série

1. OBJETIVO

Circuitos contendo indutores e capacitores podem exibir o fenômeno de ressonância. Os circuitos ressonantes mais simples contêm apenas um indutor e um capacitor, além de resistores. A ressonância é diferente se o indutor e o capacitor estão ligados em série ou em paralelo.

Os circuitos ressonantes são utilizados principalmente como filtros. Filtros ressonantes passa-banda são utilizados, por exemplo, em circuitos de sintonia de rádio e televisão para selecionar uma estação transmissora e rejeitar as frequências dos outros canais vizinhos. Filtros rejeita-banda (também chamados *notch filters*) são utilizados em instrumentação científica para rejeitar frequências indesejáveis como, por exemplo, a frequência de linha (que sempre se acopla aos circuitos através dos cabos). Um exemplo de filtro rejeita-banda é o chamado circuito tanque, circuito RLC em paralelo com saída no resistor. Na prática, o comportamento de um filtro real se afasta do previsto no modelo com elementos de circuito ideais devido às indutâncias, capacitâncias e resistências parasitas presentes nos elementos de circuitos de c.a.

Para entender rapidamente o que os filtros ressonantes fazem, é útil imaginar que, na frequência de ressonância, o capacitor e indutor em série podem ser substituídos por um fio, ou seja, um curto-circuito, e o capacitor e indutor em paralelo podem ser substituídos por um circuito aberto.

O objetivo desta aula é estudar o comportamento de circuitos RLC em presença de uma fonte de alimentação de corrente alternada.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- multímetro;
- gerador de sinais;
- resistor: $R= 470\Omega$ e $4.7k\Omega$
- capacitor: $C=10nF$;
- indutor: $5mH < L < 50mH$.

3. INTRODUÇÃO

Como vimos na **Aula 5**, quando um circuito RLC opera no regime sub-crítico, aparecem oscilações. Se deixarmos esse circuito oscilante evoluir livremente no tempo, após receber uma certa energia inicial, as oscilações terão sua amplitude diminuída até que toda a energia seja dissipada, fazendo com que o sistema pare de oscilar. Essa atenuação dependerá do valor da constante $\alpha = R/2L$ (veja **Aula 5**). Essas oscilações correspondem a trocas da energia armazenada no sistema entre o capacitor e o indutor. A atenuação das amplitudes aparece devido à dissipação de energia no resistor por efeito Joule. Para mantermos a amplitude constante ao longo do tempo, deveríamos constantemente fornecer energia de modo a compensar essa dissipação. Esse tipo de circuito também é conhecido como *circuito RLC forçado*.

Vimos também que em circuitos puramente resistivos a voltagem e a corrente estão em fase, em circuitos RC a corrente está adiantada em relação à voltagem, e em circuitos RL a corrente está atrasada em relação à voltagem. O que vamos fazer agora é combinar resistores, capacitores e indutores num mesmo circuito e estudar o comportamento das voltagens e correntes quando o mesmo é alimentado com um gerador de corrente alternada.

3.1 – Circuitos RLC em série

Um circuito RLC em série está esquematizado na **Figura 1** abaixo.

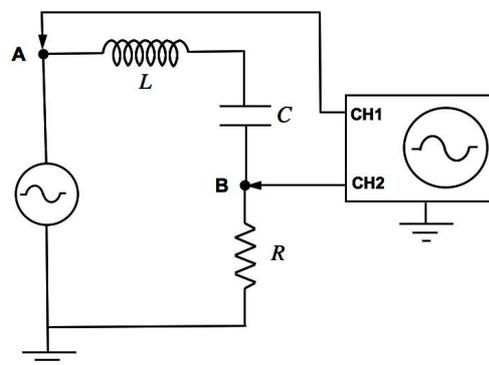


Figura 1: Circuito RLC em série.

Aplicando a lei das malhas ao circuito, como já fizemos anteriormente em outros casos, obtemos:

$$V_g = V_L + V_C + V_R, \quad (1)$$

com:

$$V_L = L \frac{di}{dt}, \quad (2)$$

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i(u) du, \quad (3)$$

e:

$$V_R = Ri. \quad (4)$$

Com a voltagem de excitação sendo dada por:

$$V_g(t) = V_0 \sin(\omega t), \quad (5)$$

esperamos que a corrente no circuito seja também senoidal e tenha a forma geral:

$$i(t) = i_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (6)$$

Para encontrarmos i_0 e φ a partir de V_g e da **Equação 1** temos duas opções:

- a) seguir o procedimento realizado nas **Aulas 7 e 9**, substituindo as **Equações 2, 3, 4, 5 e 6** na **Equação 1**;
- b) usar o formalismo de números complexos, determinando a impedância do circuito.

Deixamos como exercício a determinação de i_0 e φ a partir da opção “a”, e como alternativa, menos trabalhosa em termos de desenvolvimentos matemáticos, mostraremos como o mesmo pode ser feito a partir da opção “b”.

Consideremos novamente um circuito envolvendo o gerador, resistor, capacitor e indutor associados em série. Usando números complexos e a fórmula de Euler $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$, a voltagem no gerador pode ser escrita como:

$$V_g(t) = \text{Im}[\tilde{V}_g(t)] \quad (7)$$

com:

$$\tilde{V}_g(t) = V_0 e^{j\omega t}. \quad (8)$$

A corrente $i(t)$, da mesma forma, pode ser escrita como:

$$i(t) = \text{Im}[\tilde{i}(t)] \quad (9)$$

com:

$$\tilde{i}(t) = i_0 e^{j(\omega t + \varphi)}. \quad (10)$$

A equação análoga à lei de Ohm, escrita para correntes alternadas em termos de números complexos é dada por:

$$\tilde{i}(t) = \frac{\tilde{V}_g(t)}{\tilde{Z}}. \quad (11)$$

E portanto a impedância do circuito é dada pelo quociente entre os valores de pico da voltagem da fonte e o valor de pico da corrente.

Para o circuito mostrado na **Figura 1** temos os três elementos associados em série. A associação de impedâncias complexas do circuito é feita da mesma forma que a associação de resistências. Assim, lembrando que para o resistor temos $\tilde{Z}_R = R$, para o capacitor $\tilde{Z}_C = -jX_C = -j/(\omega C)$ e para o indutor $\tilde{Z}_L = jX_L = j\omega L$, temos:

$$\tilde{Z} = \tilde{Z}_R + \tilde{Z}_C + \tilde{Z}_L = R + j(X_L - X_C) = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \quad (12)$$

\tilde{Z} é um número complexo que pode ser escrito na forma polar, $\tilde{Z} = Ze^{j\theta}$, onde:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (13)$$

$$\tan \theta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \quad (14)$$

Substituindo as **Equações 7, 10, 13 e 14** na **Equação 11**, encontramos:

$$\tilde{i}(t) = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{Z e^{j\theta}} = \frac{V_0}{Z} e^{j(\omega t - \theta)} = \frac{V_0 e^{j(\omega t - \theta)}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (15)$$

Como a corrente $i(t)$ é a parte imaginária de $\tilde{i}(t)$ temos que:

$$i_0 = \frac{V_0}{Z}, \quad (16)$$

e

$$\varphi = -\theta. \quad (17)$$

Ou seja:

$$i_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad (18)$$

e

$$\tan \varphi = -\frac{(X_L - X_C)}{R} = \frac{(X_C - X_L)}{R}. \quad (19)$$

A **Equação 19** nos dá a diferença de fase entre a voltagem e a corrente no circuito.

O fato novo introduzido pelo circuito RLC é que a impedância terá um comportamento diferente dependendo da frequência:

- (i) para baixas frequências, i.e. se $X_C > X_L$, o circuito terá característica predominantemente capacitiva
- (ii) enquanto para frequências mais altas, i.e. se $X_C < X_L$, ele terá características indutivas.
- (iii) em uma frequência em que as reatâncias são iguais, ou seja, $X_C = X_L$, o circuito terá propriedades puramente resistivas, ou seja, as reatâncias indutiva e capacitiva se cancelam mutuamente! Essa frequência é chamada de **frequência angular de ressonância** e é dada por:

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (20)$$

A frequência linear de ressonância, ou simplesmente frequência de ressonância é então escrita como:

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (21)$$

A amplitude da voltagem no resistor da **Figura 1** está em fase com a corrente. Isto significa que medir V_R é observar o comportamento da corrente no circuito. Assim, para o circuito da **Figura 1** temos (verifique):

$$V_0^R = \frac{R\omega C}{\sqrt{(R\omega C)^2 + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_R^2}\right)^2}} V_0, \quad (22)$$

e:

$$\tan \varphi = \frac{1}{R\omega C} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_R^2}\right). \quad (23)$$

Quando a frequência angular (ω) tende a zero ou infinito, a voltagem V_R também tende a zero. E quando a frequência angular é igual à frequência angular de ressonância (ω_R), $V_R = V_0$. Já para a diferença de fase (φ) quando a frequência angular tende a zero, a diferença de fase tende a $+\pi/2$, ou seja o circuito tem comportamento capacitivo. Quando a frequência angular tende a infinito, a diferença de fase tende a $-\pi/2$, ou seja o circuito tem comportamento indutivo. Finalmente, quando a frequência angular é igual à frequência angular de ressonância, $\varphi = 0$, neste caso o circuito é puramente resistivo.

Na **Figura 2** mostramos o comportamento esperado para a amplitude de V_R em função da frequência angular do sinal do gerador, para um circuito com $R=1k\Omega$, $L= 10mH$, $C=10nF$ e a voltagem de pico do gerador $V_0 = 5V$.

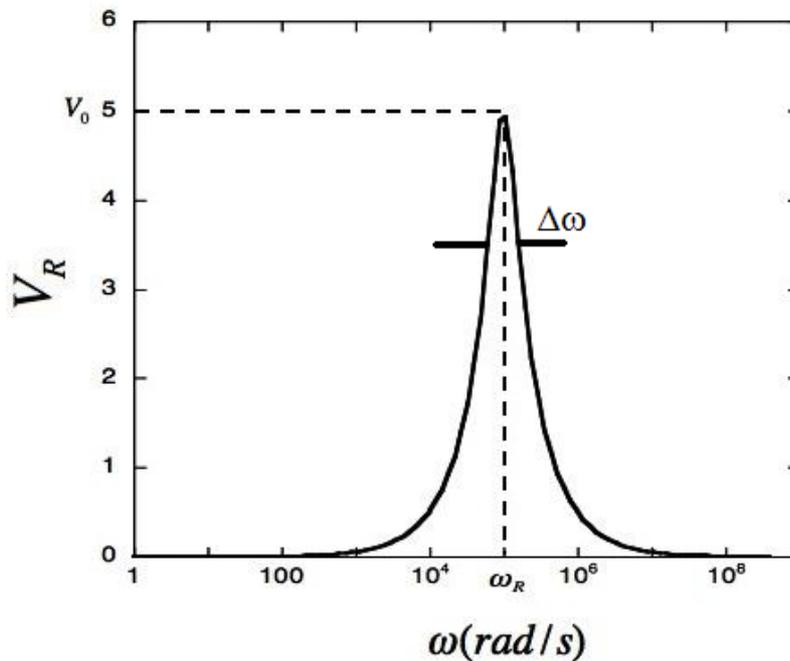


Figura 2: Comportamento esperado para a amplitude de V_R em função da frequência angular do sinal do gerador, para um circuito RLC com $R=1k\Omega$, $L= 10mH$, $C=10nF$ e a voltagem de pico do gerador $V_0 = 5V$. Para este caso temos $\omega_R=100krad/s$ e $f_R=15,9kHz$.

Na **Figura 3** mostramos o comportamento esperado para a diferença de fase φ em função dos mesmos parâmetros. A frequência angular de ressonância desse circuito é $\omega_R=100krad/s$ e a frequência de ressonância, $f_R=15,9kHz$

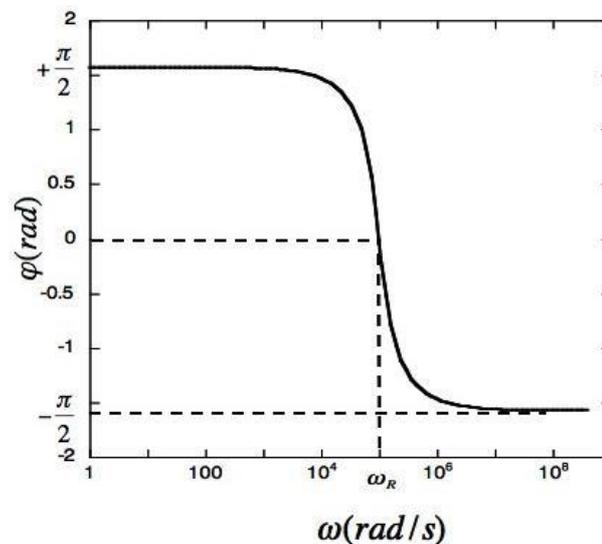


Figura 3: Comportamento esperado para a diferença de fase φ em função da frequência angular do sinal do gerador, para um circuito RLC com $R=1k\Omega$, $L=10mH$, $C=10nF$ e a voltagem de pico do gerador $V_0 = 5V$. Para este caso temos $\omega_R=100krad/s$ e $f_R=15,9kHz$.

Potência média em circuitos RLC

A potência média P_{medio} fornecida por um gerador de corrente alternada a um circuito RLC é dada pela equação

$$\langle P_R(\omega) \rangle = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi \quad (24)$$

onde V_{ef} e I_{ef} são respectivamente a tensão e corrente eficaz no gerador e φ é o ângulo de fase entre a corrente e tensão no gerador.

ou

$$\langle P_R(\omega) \rangle = R_T I_{ef}^2 = R_T \left(\frac{V_{ef}^R}{R} \right)^2 = \frac{1/2 (V_0^R)^2}{R}, \quad (25)$$

sendo que R_T é a resistência total do circuito

$$R_T = R + R_{indutor} + R_{fios} + R_G \approx R \quad (26)$$

e

$$V_{ef}^R = V_{RMS}^R = \frac{V_0^R}{\sqrt{2}} \quad (27)$$

A expressão para P_{medio} pode ser escrita em função da do resistor R , reatância capacitiva X_C e indutiva X_L .

$$\langle P_R(\omega) \rangle = R I_{ef}^2 = \frac{R V_{ef}^2}{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{R V_0^2}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (28)$$

e é fácil verificar que o gráfico de P_{med} em função de ω mostrado na **figura 4** apresenta um máximo em $\omega = \omega_R$

$$\langle P_R(\omega) \rangle = \frac{1}{2} \times \frac{R V_0^2 \omega^2}{\omega^2 R^2 + L^2 (\omega^2 - \omega_R^2)^2} \quad (29)$$

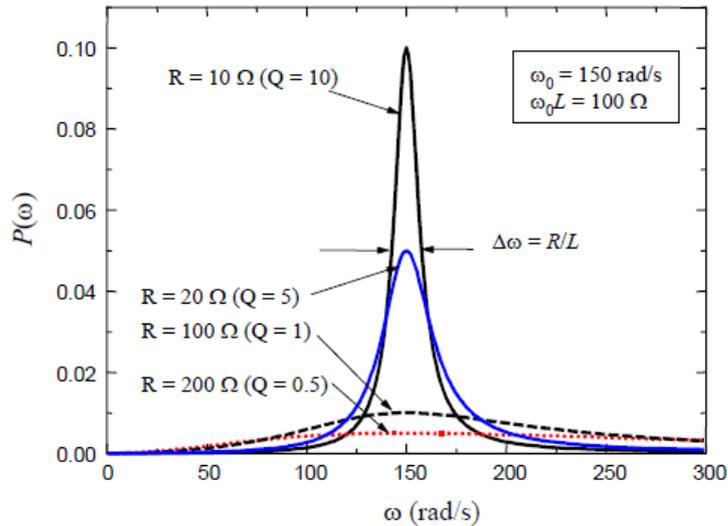


Figura4: Potência transferida por um gerador de $V_{ef}=1V$ para vários valores de R

O potência fornecida pelo gerador é a potência dissipada no resistor do circuito, já que não há dissipação no capacitor e no indutor (se desprezarmos a resistência do indutor).

Na ressonância o circuito apresenta:

- um comportamento puramente resistivo,
- sua impedância é mínima $Z(\omega_R) = R$,
- a reatância total $X = X_C - X_L$ é nula (L em série com C age como um curto-circuito, $X(\omega_R) = 0$),
- a corrente que passa no circuito, portanto, máxima $I_0 \angle \phi_R \cong \frac{V_0^R}{R}$ (30)
- a potência transferida ao circuito é máxima,

$$\langle P_R(\omega_R) \rangle_{MAX} = \frac{1/2 (V_0^s)^2}{R}, \quad (31)$$

A largura de banda da ressonância é definida como o intervalo de frequência dentro do qual a potência $P_{med}(\omega)$ é maior ou igual que a metade do valor máximo, ou seja, $\Delta\omega$ corresponde a amplitude à meia altura da curva P_{med} vs ω . Em radianos/s é

$$\Delta\omega_R = R/L \dots\dots\dots(32)$$

O fator de mérito, Q do circuito em série ressonante caracteriza a curva de ressonância

$$Q_{SERIE} = \frac{\omega_R}{\Delta\omega_R} = \omega_R \frac{L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \dots\dots\dots(33)$$

A Figura 5. mostra dois filtros ressonantes série com as suas respectivas curvas de transmitância.

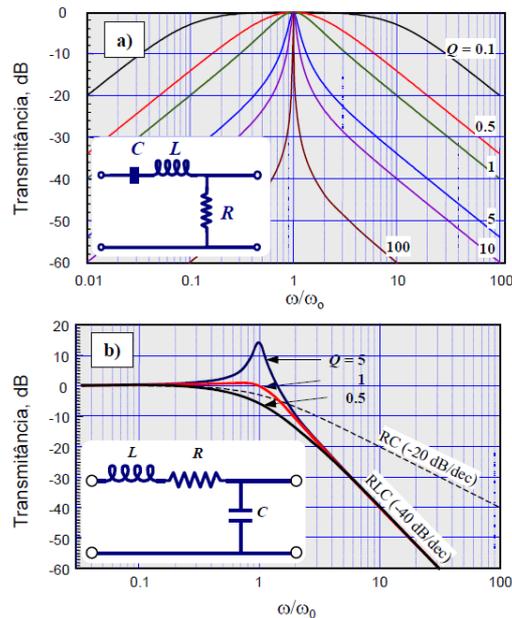


Figura 5

Quando a saída é no resistor (Figura 5a) temos um filtro passa-banda. Longe da ressonância a transmitância cai a 20 dB por década. Quando a saída (Figura 5b) é no capacitor temos um filtro passa-baixos. Este filtro rejeita as altas frequências melhor que o filtro RC passa-baixos. Para uma melhor comparação entre os filtros passa-baixos RLC e o RC, na linha tracejada de Figura 5b representamos também a transmitância de um filtro RC com a mesma frequência de corte. No filtro RLC a transmitância cai com o logaritmo da frequência a uma taxa de -40 dB/dec, enquanto que no RC a queda é de -20dB/dec.

Parte B: Circuitos RLC em paralelo

3.2 – Circuitos RLC em paralelo

Um circuito RLC em paralelo está esquematizado na **Figura 6**.

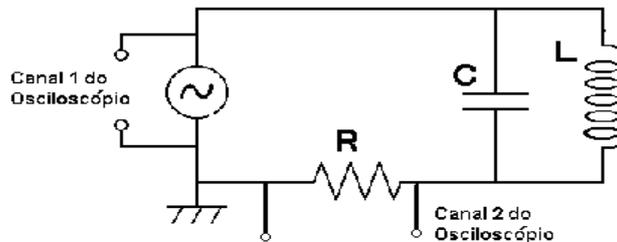


Figura 6: Circuito RLC em paralelo.

Para o circuito da Fig. 1 pode-se mostrar que a impedância complexa da associação LC em paralelo é

$$\tilde{Z}_{LC} = j\left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}\right) \quad (34)$$

onde ω é a frequência angular do gerador. A impedância complexa total do circuito ressonante paralelo (ou circuito tanque) é então

$$\tilde{Z} = R + \frac{L/C}{j\omega L + 1/j\omega C} = R + j\left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}\right) \quad (35)$$

e se deduz que a corrente I (complexa) é dada por

$$\tilde{i}(t) = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{Z e^{i\theta}} = \frac{V_0}{Z} e^{j(\omega t - \theta)} = \frac{V_0 e^{j(\omega t - \theta)}}{\sqrt{R^2 + \left[\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}\right]^2}} \quad (36)$$

onde V_0 é amplitude da voltagem no gerador e a fase da impedância Z dada por

$$\tan \theta = \frac{\omega L}{R \left(1 - \omega^2 LC\right)} \quad (37)$$

A potência média P_{media} dissipada no resistor

$$\langle P_R(\omega) \rangle = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi = R_T I_{ef}^2 = \frac{1}{2} \times \frac{R V_0^2}{R^2 + \left[\frac{\omega L}{\omega^2 LC} \right]^2} \quad (38)$$

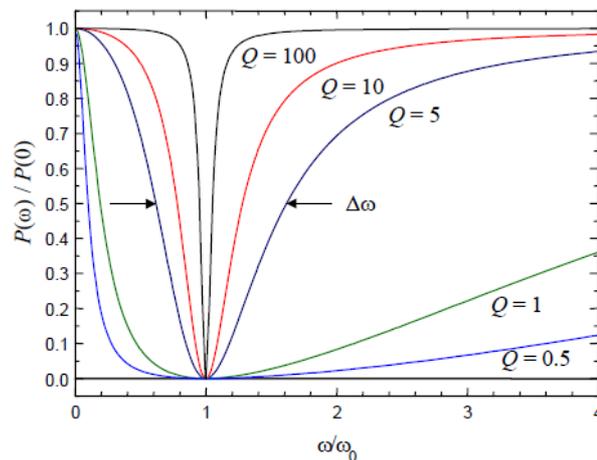


Figura 7: Potência normalizada para vários valores de Q

A condição de ressonância é a mesma do que no circuito RLC em série

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (39)$$

Na ressonância no circuito paralelo, temos que

- sua impedância é máxima $Z(\omega_R) = \infty$,
- a reatância total X é infinita (age como um circuito aberto $X(\omega_R) = \infty$) e
- a corrente que passa no circuito, portanto, mínima, $I(\omega_R) = 0$,
- a potência transferida ao circuito é mínima,

$$\langle P_R(\omega_R) \rangle_{MIN} = 0, \quad (40)$$

Para $\omega = 0$ ou $\omega \rightarrow \infty$ a potência dissipada no resistor é máxima e igual a

$$\langle P_R(0) \rangle_{MAX} = \frac{1/2 (V_0^s)^2}{R} \quad (41)$$

Se $\omega = 0$ toda a corrente passa pelo indutor e, para $\omega \rightarrow \infty$, passa pelo capacitor.

A largura de banda da ressonância é definida como o intervalo de frequência dentro do qual a potência $P(\omega)$ é maior ou igual que a metade do valor máximo. Em radianos/s é

$$\Delta\omega_{TANQUE} = \frac{1}{RC} \quad (42)$$

O fator de mérito, Q_{TANQUE} do circuito em paralelo ressonante caracteriza a curva de ressonância

$$Q_{TANQUE} = \omega_R RC = \frac{\omega_R}{\Delta\omega_{TANQUE}} \quad (43)$$

Note que

$$Q_{TANQUE} = \frac{1}{Q_{SERIE}} \quad (44)$$

O circuito RLC em paralelo com voltagem de saída no resistor corresponde a um filtro rejeita-banda

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Determinação experimental dos parâmetros que caracterizam o circuito RLC em série e em paralelo em corrente alternada

Método da amplitude

A ressonância ocorre em $X_C = X_L$. Nessa situação a impedância do circuito é mínima. Se a impedância do circuito é mínima, a corrente, para essa frequência, é máxima. Dessa forma, variamos a frequência do gerador e observamos no osciloscópio para qual valor da mesma o valor de V_R é máximo ($V_R = V_0$). Esse valor de f será a frequência de ressonância do circuito.

4.1 – Procedimento I:

Os parâmetros que caracterizam o circuito RLC em série em corrente alternada são

- a. Frequência de ressonância,
- b. Largura de banda
- c. Fator Q do circuito RLC
- d. Potência fornecida pelo gerador de corrente alternada ao circuito RLC , ou potência dissipada no resistor

- 1) Com o auxílio do osciloscópio, ajuste a tensão de saída do gerador para uma onda senoidal com $V_0=4V$ de pico e uma frequência $f=1kHz$.
- 2) Monte o circuito da **Figura 5** abaixo com $R=470\Omega$, $C=10nF$ e L com valor entre 5mH e 50mH. Meça o valor de R e C e anote os valores de R , L e C utilizados.

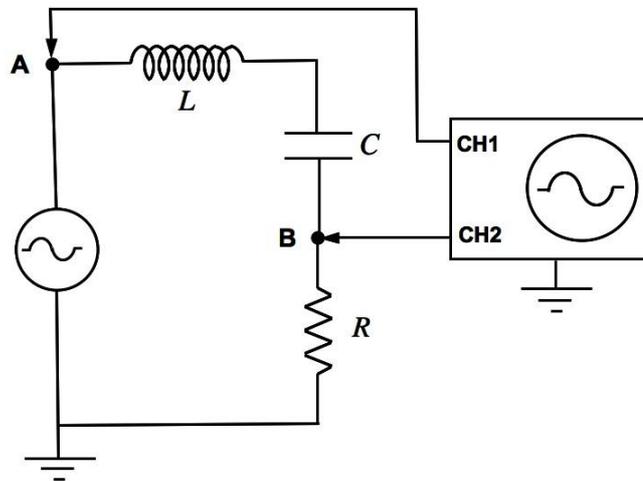


Figura 8: Circuito RLC usado nos experimentos do **Procedimento I**.

Calcule o valor nominal da frequência de ressonância a partir dos valores dos componentes R , L e C .

- 1) Complete a **Tabela 1** abaixo com os valores das voltagem no resistor (V_0^R) obtidas para cada frequência utilizada. Escolha cerca de 10 valores de frequência, uma metade deles a baixo da frequência de ressonância determinada e a outra acima. Observe que a frequência de ressonância é dada pela **Equação 21** e a largura de banda pela **Equação 32**.
- 2) Antes de começar a anotar os resultados, certifique-se também que as amplitudes de voltagens no resistor (V_0^R) no primeiro e no último ponto sejam muito menores do que na ressonância. Faça medidas num intervalo de frequência suficientemente amplo para mostrar nitidamente o máximo da curva de $\langle P_R \rangle$ vs. f . Por exemplo entre 1-20kHz.
- 3) Varie a frequência f e coloque na **Tabela 1** as amplitudes correspondentes de V_0^R .
- 4) Calcule os valores de $\langle P_R \rangle$ pela **Equação 25**, considerando a condição da **Equação 26**. e coloque na **Tabela 1**
- 5) Calcule os valores a potência média $\langle P_R \rangle$. empregando a **Equação 28** utilizando os valores medidos de ω pelo osciloscópio de C pelo multímetro e L indicado pelo fabricante incluindo seus valores na **Tabela 1**.

Certifique-se que a amplitude do sinal do gerador permanece constante ($V_0=4V$) para todos os valores de frequência utilizados. A amplitude da voltagem do gerador deve ser monitorada pelo canal 1 do osciloscópio

Todos os resultados experimentais devem ser apresentados com suas respectivas incertezas.

$f(\text{Hz})$	$\ln(f)$	$V_0^R \pm \sigma_{V_0^R}$ (V)	$P_R \pm \sigma_{P_R}$ experimental	P_R Equação 28	Discrepância (%)

Tabela 1: Resultados para as medidas de V_0^R como função da frequência num circuito *RLC em série*.

6) A partir dos dados da **Tabela 1** trace a partir dos valores experimentais a curva da potência média dissipada no resistor $\langle P_R \rangle$ em função da frequência f e compare-os com os valores previstos pela **Equação 28**.

7) Determine a partir do gráfico da potência média dissipada no resistor $\langle P_R \rangle$ em função da frequência f os seguintes parâmetros:

- a frequência de ressonância, ω_R ,
- a largura de banda, $\Delta\omega_R$,
- o fator de mérito Q
- a potência média no máximo, $\langle P_R \rangle_{MAX}$

8) Demonstre que $\Delta\omega = \frac{R}{L}$

(A condição a ser satisfeita é $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{2}R$)

9) Compare os resultados obtidos no item 5 com os valores nominais esperados considerando-se os valores de R , L e C usados.

parâmetros	experimental	modelo	Discrepancia (%)
ω_R			
$\Delta\omega_R$			
Q			
$\langle P_R \rangle_{MAX}$			

Tabela 2

10) Substitua o resistor por um outro de maior resistência e determine a potência para o máximo da curva $\langle P_R \rangle$ vs f usando o mesmo valor de $V_0=4V$ anteriormente usado. Note que a frequência para qual ocorre o máximo não deve mudar. Porque isto ocorre?

11) O valor da potência média no máximo $\langle P_R^{(2)} \rangle_{MAX}$ é agora menor $\langle P_R^{(1)} \rangle_{MAX}$. Inclua os valores na **Tabela 3**. Calcule a razão entre $\langle P_R^{(2)} \rangle_{MAX} / \langle P_R^{(1)} \rangle_{MAX}$ e verifique se há concordância com a previsão teórica, (**Tabela 4**).

Resistor (Ω)	$f_R \pm \sigma_{f_R}$	$\langle P_R \rangle$ exp	$\langle P_R \rangle$ modelo

Tabela 3

$$\langle P_R^{(2)} \rangle_{MAX} / \langle P_R^{(1)} \rangle_{MAX}$$

experimental	previsão	Discrepância (%)

Tabela 4

4.2 – Procedimento II: Determinar os parâmetros que caracterizam o circuito RLC em paralelo em corrente alternada

- 1) Com o auxílio do osciloscópio, ajuste a tensão de saída do gerador para uma onda senoidal com $V_0=4\text{V}$ de pico e uma frequência $f=1\text{kHz}$.
- 2) Monte o circuito da **Figura 9** com $R\approx 4.7\text{k}\Omega$, $C=10\text{nF}$ e L com valor entre 5mH e 50mH . Meça o valor de R e C e anote os valores de R , L e C utilizados.

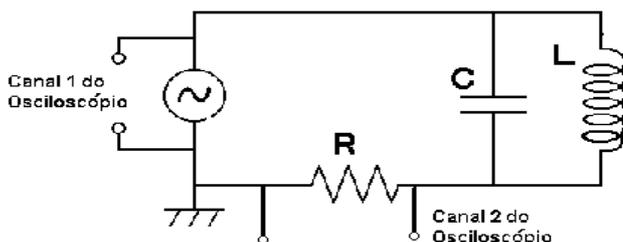


Figura 9: Circuito RLC usado nos experimentos do **Procedimento II**

- 3) Repita os procedimentos do procedimento I, agora para o circuito RLC em paralelo
- 4) Complete a **Tabela 4** abaixo com os valores das voltagem no resistor (V_0^R) obtidas para cada frequência utilizada. Escolha cerca de 10 valores de frequência, uma metade deles a baixo da frequência de ressonância determinada e a outra acima. Observe que a frequência de ressonância é dada pela **Equação 21**. Antes de começar a anotar os resultados, certifique-se também que as amplitudes de voltagens no resistor (V_0^R) no primeiro e no último ponto sejam muito menores do que na ressonância. Faça medidas num intervalo de frequência para mostrar nitidamente o mínimo da curva de $\langle P_R \rangle$. vs. f .
- 5) Varie a frequência f e coloque na **Tabela 5** as amplitudes correspondentes de V_0^R
- 6) Calcule os valores de $\langle P_R \rangle$ pela **Equação 25**, considerando a condição 26 e coloque na **Tabela 5**
- 7) Calcule os valores da potência média $\langle P_R \rangle$ pela **equação 38**

Certifique-se que a amplitude do sinal do gerador permanece constante ($V_0=4\text{V}$) para todos os valores de frequência utilizados. A amplitude da voltagem do gerador deve ser monitorada pelo canal 1 do osciloscópio

Todos os resultados experimentais devem ser apresentados com suas respectivas incertezas.

10) Compare os resultados obtidos no item 6 com os valores nominais esperados considerando-se os valores de R , L e C usados.

parâmetros	experimental	modelo	Discrepância (%)
ω_R			
$\Delta\omega_R$			
Q			
$\langle P_R \rangle_{\min}$			

Experimento 10 – Circuitos RLC em série em corrente alternada: diferença de fase entre voltagem e corrente

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é estudar o comportamento de circuitos RLC em presença de uma fonte de alimentação de corrente alternada em relação ao ângulo de fase entre voltagem e corrente no circuito.

2. MATERIAL UTILIZADO

- osciloscópio;
- multímetro;
- gerador de sinais;
- resistor: $R=1\text{k}\Omega$;
- capacitor: $C=10\text{nF}$;
- indutor: $5\text{mH} < L < 50\text{mH}$.

3. INTRODUÇÃO

Vimos que em circuitos puramente resistivos a voltagem e a corrente estão em fase, em circuitos RC a corrente está adiantada em relação à voltagem, e em circuitos RL a corrente está atrasada em relação à voltagem. O que vamos fazer agora é combinar resistores, capacitores e indutores num mesmo circuito e estudar o comportamento da fase entre as voltagens e correntes quando o mesmo é alimentado com um gerador de corrente alternada.

3.1 – Circuitos RLC em série

Um circuito RLC em série está esquematizado na **Figura 1** abaixo.

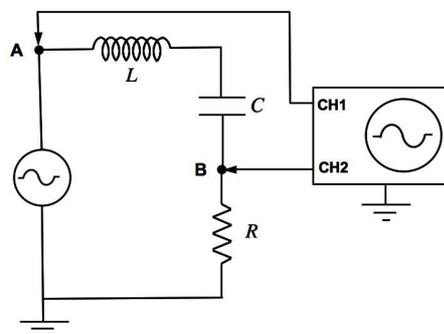


Figura 1: Circuito RLC em série.

Como já apresentado no experimento 9 para o circuito mostrado na **Figura 1** (idêntico ao montado na experiência 9) temos os três elementos associados em série. A associação de impedâncias complexas do circuito é feita da mesma forma que a associação

de resistências. Assim, lembrando que temos

para o resistor $\tilde{Z}_R = R$,

para o capacitor $\tilde{Z}_C = -jX_C = -j/(\omega C) = \frac{1}{\omega C} e^{-j\pi/2}$

e

para o indutor $\tilde{Z}_L = jX_L = j\omega L = \omega L e^{+j\pi/2}$,

resulta

$$\tilde{Z} = \tilde{Z}_R + \tilde{Z}_C + \tilde{Z}_L = R + jX = R + j(X_L - X_C)$$

onde $R = \text{Re}\{\tilde{Z}\}$ é a parte real da impedância complexa e $X = \text{Im}\{\tilde{Z}\}$ é a parte imaginária de \tilde{Z} .

\tilde{Z} é um número complexo que pode ser escrito na forma polar, $\tilde{Z} = Z e^{j\theta}$, onde:

$$Z = |\tilde{Z}| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (2)$$

é o módulo de \tilde{Z} e as vezes também chamado de impedância do circuito e θ é a fase de \tilde{Z} .

A diferença de fase entre a corrente e voltagem através do gerador é dada pela equação

$$\theta = \tan^{-1} \frac{(X_L - X_C)}{R} \quad (3)$$

onde X_C e X_L são as reatâncias capacitiva e indutiva, R é corretamente a soma da resistência do resistor com a resistência ôhmica do fio do indutor

A **Equação 4** nos dá a diferença de fase entre a voltagem e a corrente no circuito. Assim X_L (parte imaginária da impedância devido a corrente total) causa um retardo na voltagem, enquanto X_C tem efeito contrário. Então X_L e X_C tendem a se compensarem. Em um circuito *RLC* as tensões na capacitor e no indutor sempre estão defasadas de 180° . Por esta razão V_C e V_L subtraem um do outro, então a tensão através de L e C combinadas é sempre menor que a maior tensão através dos componentes separadamente.

$$\tan \varphi = -\frac{(X_L - X_C)}{R} = \frac{(X_C - X_L)}{R} = \frac{1/\omega C - \omega L}{R} \quad (4)$$

O termo $|X_L - X_C|$ é o módulo da diferença das duas reatâncias, que definimos como a reatância total do circuito. Se $X_C > X_L$, o circuito terá característica predominantemente capacitiva. Caso contrário será um circuito indutivo.

Em uma frequência particular as reatâncias são iguais, ou seja, $X_C = X_L$. e se cancelam. Nesse caso, o circuito terá propriedades puramente resistivas, ou seja, as reatâncias indutiva e capacitiva se cancelam mutuamente! Essa frequência é chamada de **freqüência angular de ressonância** e é dada por:

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (5)$$

A frequência linear de ressonância, ou simplesmente frequência de ressonância é então escrita como:

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (6)$$

Para a diferença de fase (φ) quando a frequência angular tende a zero, a diferença de fase tende a $+\pi/2$, ou seja o circuito tem comportamento capacitivo. Quando a frequência angular tende a infinito, a diferença de fase tende a $-\pi/2$, ou seja o circuito tem comportamento indutivo. Finalmente, quando a frequência angular é igual à frequência angular de ressonância, $\varphi=0$, neste caso o circuito é puramente resistivo.

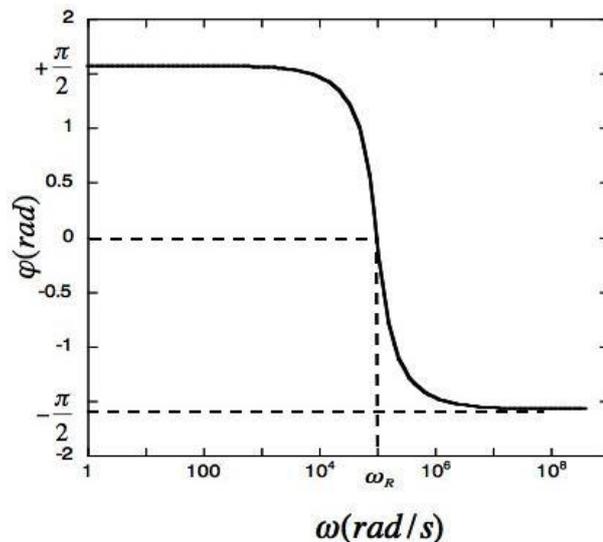


Figura 3: Comportamento esperado para a diferença de fase φ em função da frequência angular do sinal do gerador, para um circuito RLC com $R=1k\Omega$, $L=10mH$, $C=10nF$ e a voltagem de pico do gerador $V_0 = 5V$. Para este caso temos $\omega_R=100krad/s$ e $f_R=15,9kHz$.

4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Determinação experimental da frequência de ressonância

Há várias maneiras de se determinar a frequência de ressonância de um circuito RLC . No experimento 9 determinamos a frequência de ressonância pela amplitude da voltagem no resistor. Os efeitos da introdução de indutores e capacitores em circuitos elétricos alimentados com corrente alternada mostram uma alteração de fase entre a corrente e a voltagem aplicada no circuito. Vimos que no caso do capacitor, a corrente se adiantava em relação à voltagem, no indutor ela se atrasava, enquanto que um circuito puramente resistivo não introduzia diferença de fase alguma. Quando o circuito RLC possui características capacitivas, X_C é maior que X_L , enquanto o contrário ocorre quando o circuito tem

características indutivas. A ressonância ocorre quando $X_C = X_L$. Baseados nessas considerações, podemos visualizar dois outros métodos para determinação da frequência de ressonância de um circuito *RLC*:

a) Método da diferença de fase.

Neste método, montamos o circuito mostrado na **Figura 1** e variamos a frequência, observando os dois canais simultaneamente no osciloscópio (**Figura 4**). Para frequências mais baixas a voltagem do CH2 se encontra adiantada em relação à voltagem da fonte (CH1). Para frequências altas ocorre o contrário, a voltagem no CH2 fica atrasada em relação à voltagem da fonte. A frequência de ressonância é aquela onde a diferença de fase é nula. Nesse caso o circuito se comporta como puramente resistivo e $\varphi = 0$. Desse modo, variando-se a frequência podemos determinar com segurança a frequência na qual a diferença de fase vai a zero. Essa é a frequência de ressonância.

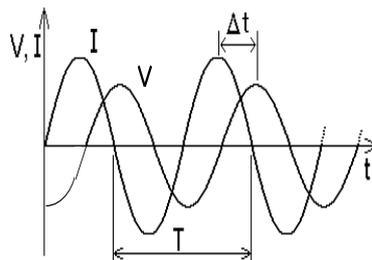


Figura 4

Observando os sinais senoidais de corrente e tensão através do gerador, a diferença de fase em radianos entre os dois sinais é dada pela equação por:

$$\varphi^1 = \frac{2\pi\Delta t}{T} = 2\pi f\Delta t \quad (8)$$

onde T e f é o período e a frequência do sinal do gerador respectivamente e Δt o deslocamento relativo dos sinais $I(t)$ e $V(t)$. Na figura, Δt é diferença de tempo entre dois máximos.

b) Figuras de Lissajous

A composição gráfica de dois movimentos ondulatórios, um na horizontal e outro na vertical, resulta na chamada Figura de Lissajous. As chamadas figuras de Lissajous são obtidas quando tiramos a varredura temporal do osciloscópio. Nesse caso, ambos os canais medem voltagens e um dado par coordenado (x,y) é mostrado como um ponto fixo na tela do osciloscópio. Todo o osciloscópio tem a possibilidade de ter a varredura temporal retirada. Quando aplicamos às duas entradas do osciloscópio, sinais de uma mesma frequência, teremos na tela, uma figura de Lissajous onde é possível determinar-se o valor da defasagem entre eles. Para 2 sinais quaisquer de mesma frequência e defasados (figura 4), teremos na tela do osciloscópio uma elipse como figura de Lissajous. Na **figura 5**, temos a composição de 2 sinais defasados e a elipse resultante.

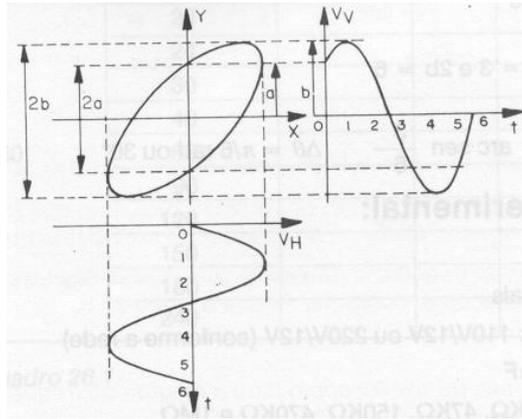


Figura 5: Elipse resultante da composição de 2 sinais defasados

O sinal V_V obedece à função: $V_V(t) = V_{V\text{máx}} \text{sen}(\omega t + \Delta\theta)$

onde: $V_{V\text{máx}} = b$

e $V_V(t) = a$, para $t = 0$

substituindo, temos que:

$$a = b \text{sen} \Delta\theta \quad \text{e} \quad \Delta\theta = \text{arc sen}(a / b)$$

Para determinarmos a defasagem através da elipse obtida, basta obtermos os valores de **a** e **b**, onde **a** representa a distância entre o centro da elipse e o ponto onde esta corta o eixo y e **b** representa a distância entre o centro da elipse e o ponto máximo da figura. Para facilitar a leitura, podemos determinar os valores de **2a**, **2b** e calcular a defasagem, utilizando a relação:

$$\Delta\theta = \text{arc sen}(2a / 2b)$$

Nesse caso, aplicando-se a voltagem senoidal do gerador no CH1 (eixo x) e a voltagem do resistor no CH2 (eixo y), uma elipse é desenhada na tela, porque havendo uma diferença de fase entre o sinal do gerador e a corrente, as duas voltagens atingirão os seus máximos em instantes diferentes. Vamos chamar V_x a voltagem do gerador e V_y a voltagem no resistor. Assim temos:

$$V_x = V_0 \text{sen}(\omega t), \quad (9)$$

$$V_y = R \left(\frac{V_0}{Z} \right) \text{sen}(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

Escrevendo V_y como função de V_x encontramos:

$$V_y = \frac{R}{Z} \left(\cos\varphi V_x + \sin\varphi \sqrt{V_0^2 - V_x^2} \right) \quad (11)$$

Para $\varphi = 0$, a **Equação 11** se reduz à equação de uma reta:

$$V_y = \frac{R}{Z} V_x, \quad (12)$$

onde a inclinação da reta é dada por R/Z .

Para $\varphi = \pm\pi/2$, a **Equação 11** se reduz à equação de uma elipse com os eixos maior e menor ao longo dos eixos x e y , respectivamente:

$$\left(\frac{V_y}{RV_0/Z}\right)^2 + \left(\frac{V_x}{V_0}\right)^2 = 1. \quad (13)$$

Para valores diferentes de φ , a elipse se torna excêntrica. Sua excentricidade é máxima quando $\varphi = 0$, e a figura de Lissajous observada é uma reta. Nessa situação o sistema se encontra em ressonância.

Na **Figura 4** mostramos a figura de Lissajous esperada para um circuito RLC (linha contínua) com $R=1k\Omega$, $L=10mH$, $C=10nF$, a voltagem de pico do gerador $V_0 = 5V$ e a frequência $f=10kHz$. Além disso, mostramos também a figura de Lissajous observada na ressonância (linha tracejada).

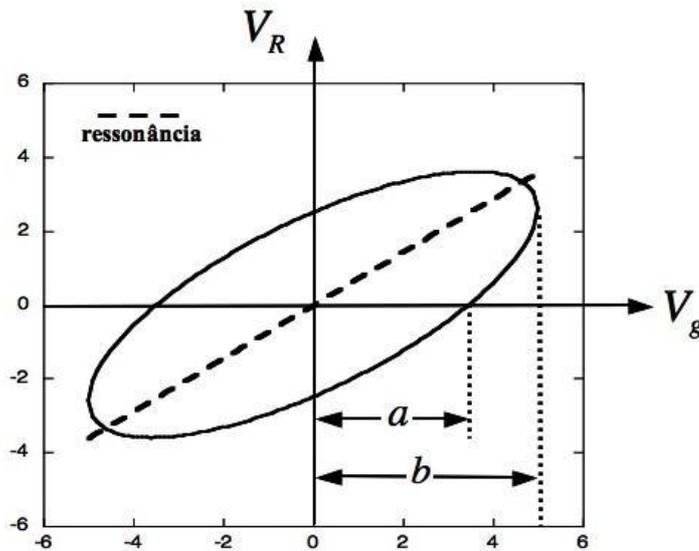


Figura 4: *Linha contínua:* figura de Lissajous esperada para um circuito RLC com $R=1k\Omega$, $L=10mH$, $C=10nF$, a voltagem de pico do gerador $V_0 = 5V$ e a frequência $f=10kHz$. *Linha tracejada:* figura de Lissajous observada na ressonância para o mesmo circuito.

Na **Figura 4** mostramos também um método para a medida da fase φ usando a figura de Lissajous. Usando a **Equação 11**, observamos que quando $V_x=V_0$ temos $b=V_0$ e quando $V_y=0$ temos $a = V_0|\text{sen}(\varphi)|$ (verifique). Assim, podemos determinar o módulo da diferença de fase entre a voltagem do gerador e a corrente pela expressão:

$$|\text{sen}(\varphi)| = \frac{a}{b}. \quad (14)$$

Onde a e b são os parâmetros representados na **Figura 4**. Para a situação mostrada, temos $|\text{sen}(\varphi)| \approx 3,5/5 = 0,7 \Rightarrow \varphi \approx 0,8\text{rad}$.

4.1 – Procedimento I:

- 3) Com o auxílio do osciloscópio, ajuste a tensão de saída do gerador para uma onda senoidal com $V_0=5V$ de pico e uma frequência $f=1kHz$.
- 4) Monte o circuito da **Figura 5** abaixo com $R=1k\Omega$, $C=10nF$ e L com valor entre 5mH e 50mH. Meça o valor de R e anote os valores de R , L e C utilizados.
- 5) Utilizando o método da figura de Lissajous identifique a condição de ressonância do circuito e meça o período de ressonância T_R e sua respectiva incerteza. No modo de operação x-y, varie a frequência até que a elipse na tela do osciloscópio se transforme numa reta. A partir dessa condição determine a frequência de ressonância f_R e sua respectiva incerteza. Compare o valor de f_R calculado pela equação (6) e o medido.

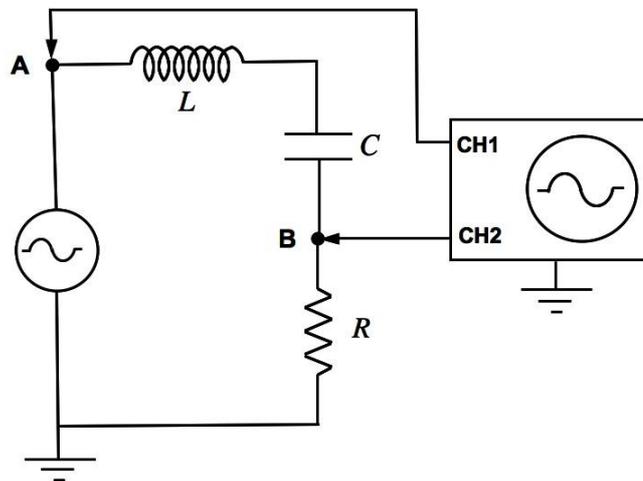


Figura 5: Circuito RLC usado nos experimentos do **Procedimento I**.

- 6) Complete a **Tabela 1** abaixo com os valores diferença de fase entre a voltagem do gerador e a corrente do circuito para 10 valores de frequência, uma metade deles a baixo da frequência de ressonância determinada e a outra acima. Observe que a frequência de ressonância é dada pela **equação 6** ou pelo valor determinado experimentalmente no **item 3**.
 - **Certifique-se que a amplitude do sinal do gerador permanece constante ($V_0=5V$) para todos os valores de frequência utilizados.**
 - 7) Faça a medida, através da diferença de fase temporal (Δt) entre a voltagem da fonte e a voltagem do resistor e determine φ^1 .
 - 8) Meça diretamente φ pelo menu medidas, anote o valor φ^2 .
- Lembre-se que no resistor a corrente está em fase com a voltagem e que para frequências abaixo da ressonância, $0 < \varphi < +\pi/2$ e para frequências acima da ressonância $-\pi/2 < \varphi < 0$.

Apêndice 1-Tratamento de dados

A finalidade deste apêndice é informar alguns procedimentos que serão adotados ao longo do curso, no que diz respeito ao tratamento de dados experimentais.

Serão abordados sucintamente a propagação de erros, o método dos mínimos quadrados e a confecção de gráficos.

Incertezas e Propagação de erros:

Essencialmente, existem dois tipos de medidas que podemos fazer: ***medidas diretas*** cujo resultado é obtido diretamente pela leitura do painel de um instrumento de medida; e ***medidas indiretas*** cujo valor é obtido pela operação de grandezas que são medidas diretamente e, portanto, possuem incertezas associadas a elas. Por exemplo medimos o comprimento e uma largura de um retângulo diretamente. A área desse retângulo é obtida multiplicando-se o comprimento pela largura medidos. O comprimento e a largura são medidas diretas e a área do retângulo é uma medida indireta.

Medidas Diretas:

As incertezas aparecem porque não dispomos de instrumentos de medida que nos permitam dividir infinitamente a escala de medida. Dessa forma o valor de uma medida será truncado em algum ponto, para qualquer instrumento que se use. Em geral, assumimos que todos os instrumentos de medida são corretamente construídos, ou seja, os valores das divisões e sub-divisões que aparecem no seu painel estão corretos. O fato de termos que truncar uma medida em um dado valor significa que temos certeza que até esse valor a medida pode ser considerada correta (ou exata). O restante é incerto e devemos dar uma indicação da magnitude dessa incerteza. Por essa razão, para manter a precisão do instrumento dada pelo fabricante, devemos fabricar uma escala suplementar, dividindo a menor divisão fornecida pelo fabricante em um certo número razoável de partes. Como essa nossa divisão da menor escala do instrumento não é acurada, ela intrinsecamente contém incertezas. O procedimento que adotamos para fazer o registro correto de uma medida direta, então, é o seguinte: registramos todos os algarismos fornecidos pela escala do instrumento e acrescentamos um outro algarismo resultante da escala que criamos. O conjunto formado por esses algarismos chama-se “***algarismos significativos da medida***” e são esses algarismos que utilizamos para registrar qualquer medida. A incerteza desse nosso registro será a menor divisão da escala que fabricamos.

Sem perda de generalidade, a nossa divisão da menor escala do instrumento deve ser feita por um divisor de 10. Assim, podemos dividir a menor divisão da escala em 10 partes (se a menor divisão for muito grande) e nesse caso a incerteza seria um décimo da nossa divisão; podemos dividi-la em 5 partes (se a menor divisão do instrumento não for tão grande como no caso anterior) e nesse caso cada divisão que criamos corresponde a 1/5 (0,2) da menor divisão do fabricante e a incerteza de nossa medida também; podemos subdividir essa menor divisão em duas partes (*que é o caso mais comum*) e nesse caso cada divisão que criamos corresponde à metade da menor divisão e a incerteza também. Finalmente, se a escala do fabricante for muito pequena, de tal forma que não seja razoável uma subdivisão adicional da menor divisão do instrumento, devemos utilizar o menor valor da escala como o dígito incerto da medida. Essa é uma forma conveniente e razoável de estabelecermos o valor da incerteza em medidas diretas, e o critério para saber como devemos proceder em relação a isso depende do nosso bom senso e das nossas condições para realizar a medida. Por exemplo, com uma régua milimetrada, em condições boas de medida, podemos, no máximo, subdividir o milímetro em duas partes, e uma leitura de um dado comprimento poderia ser escrita, por exemplo, como $(2,30 \pm 0,05)\text{cm}$ se o comprimento estiver mais

próximo do traço de 2,30cm, ou $(2,35 \pm 0,05)$ cm se o comprimento estiver mais próximo do traço de 2,31cm. Esse critério vai sempre depender das condições da medida. Sob condições não muito boas, deveríamos registrar para essa medida o valor $(2,3 \pm 0,1)$ cm.

Portanto, como dissemos, o registro correto da medida envolve a indicação de três informações, como apresentamos no exemplo acima:

$$L = (2,35 \pm 0,05)cm. \quad (1)$$

As informações que devem obrigatoriamente aparecer no registro de uma medida direta (ou de qualquer medida) são o seu valor, a sua unidade e a sua incerteza.

Medidas Indiretas

Uma medida é dita indireta quando ela resulta da operação de duas ou mais grandezas, cada uma delas medida com um certo grau de incerteza. Dizemos que o erro cometido em cada uma das grandezas, medidas diretamente, propaga-se para o resultado final. A maneira de determinarmos a incerteza de uma medida indireta não é trivial e depende do desenvolvimento de modelos estatísticos, que não iremos abordar aqui. As medidas que iremos realizar em nosso curso obedecem à chamada estatística de Gauss ou Gaussiana. Os detalhes podem ser encontrados em textos especializados de estatística.

O resultado analítico do tratamento estatístico, utilizando a estatística Gaussiana, na determinação do valor de uma grandeza $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ onde y é uma grandeza experimental que é definida em função de grandezas x_1, x_2, \dots , que são medidas diretamente e, portanto, possuem incertezas associadas a elas, nos diz que a incerteza σ_y de y é dada por:

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2, \quad (2)$$

onde consideramos que as variáveis x_i são medidas independentemente umas das outras. Esta fórmula é conhecida como fórmula de propagação quadrática de erros. Nessa expressão as derivadas que aparecem significam que devemos derivar a função em relação a cada uma das variáveis, considerando todas as outras variáveis como constantes. Essa forma de cálculo do erro propagado é chamada de **erro médio**. Existe uma outra forma de cálculo de propagação de erros onde não aparecem os quadrados dos termos da expressão acima, que é conhecida como **erro limite**. Esse tipo de erro não encontra suporte na teoria estatística e não será adotado.

Para exemplificar, vamos aplicar a **Equação 2** para um caso específico. Medimos a corrente elétrica que passa por um condutor e a diferença de potencial correspondente e queremos saber o valor da resistência elétrica do condutor. Os valores medidos foram $(V \pm \sigma_V)$ para a voltagem e $(i \pm \sigma_i)$ para a corrente. O valor de R é dado por $R = V/i$, ou seja, uma função de V e i , e a incerteza de R pode ser avaliada usando a **Equação 2**:

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial V} \right)^2 \sigma_V^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial i} \right)^2 \sigma_i^2 = \left(\frac{1}{i} \right)^2 \sigma_V^2 + \left(-\frac{V}{i^2} \right)^2 \sigma_i^2, \quad (3)$$

a incerteza de R é a raiz quadrada da expressão acima.

O caso de uma função onde ocorrem apenas produtos e quocientes, como no exemplo acima, é o mais comum de ser encontrado no dia-a-dia do laboratório. No exemplo acima o valor da função pode ser fatorado no lado direito da expressão, levando a:

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{V}{i}\right)^2 \left[\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_i}{i}\right)^2 \right] = R^2 \left[\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_i}{i}\right)^2 \right]. \quad (4)$$

O caso mais comum que ocorre quando temos uma função em que aparecem somente produtos e quocientes, como no exemplo acima, pode ser generalizado para um número qualquer de variáveis. Por exemplo, se $y = x_1 x_2 / (x_3 x_4)$, a aplicação da **Equação 2** e do desenvolvimento feito acima, nos leva a:

$$\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_3}}{x_3}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_4}}{x_4}\right)^2. \quad (5)$$

Quando $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é formada apenas por produtos e quocientes, não importando o número de variáveis x_i , a Equação 5 nos diz que o quadrado do erro relativo da função é igual à soma dos quadrados dos erros relativos das variáveis.

O exemplo acima para o cálculo da incerteza da resistência é um caso particular do uso da **Equação 5** para duas variáveis.

Registro correto de uma medida

Um aspecto muito importante diz respeito ao registro correto da medida. Uma regra geral é adotada:

Uma medida é registrada com todos os seus algarismos significativos, ou seja, todos os algarismos que se tem certeza e um, e apenas um, algarismo duvidoso.

Para se determinar os algarismos significativos de uma medida indireta procede-se da seguinte maneira:

- 1) **Calcula-se a incerteza da medida e trunca-se esse resultado no primeiro algarismo diferente de zero que aparece e arredonda-se a parte truncada, de modo que a incerteza tenha apenas um algarismo diferente de zero.**
- 2) **Trunca-se o resultado na mesma casa decimal do dígito da incerteza, arredondando-se a parte truncada.**

Importante: A incerteza de uma medida indireta é registrada com um, e somente com um algarismo diferente de zero.

Para exemplificar, vamos supor que tenhamos feito as seguintes medidas: $V = (5,74 \pm 0,01)V$, e $i = (0,82 \pm 0,01)mA$. O valor de R , segundo essas medidas, é $7000,0\Omega$ e a incerteza calculada pela fórmula de propagação de erros é $\sigma_R = 86,23253429\Omega$. Empregando-se as regras acima, resulta para a incerteza após o truncamento e arredondamento o valor $\delta R = 9 \times 10^1 \Omega$. Em função desse resultado, o registro correto para o valor da resistência, após truncarmos seu valor na casa das dezenas e procedermos aos arredondamentos adequados será:

$$R = (700 \pm 9) \times 10 \Omega = (7,00 \pm 0,09) k\Omega. \quad (6)$$

Método dos Mínimos Quadrados.

Em muitas situações do dia-a-dia do laboratório observamos grandezas físicas que estão relacionadas entre si por alguma lei ou função conhecida. Neste caso, gostaríamos de encontrar quais são os parâmetros dessa função que fazem com que a mesma, melhor se ajuste aos dados coletados. Para isso usamos o método dos mínimos quadrados.

O método dos mínimos quadrados é um método baseado no princípio de máxima verossimilhança e que pode ser aplicado quando as distribuições de erros experimentais são gaussianas. O que, na prática, acontece frequentemente. Além disso, a melhor função $f(x)$, deve ser determinada a partir de uma função tentativa $f(x) = f(x; a_1, a_2, \dots, a_p)$, previamente escolhida. Isto significa que as variáveis a serem ajustadas são os parâmetros a_1, a_2, \dots, a_p .

Considere que num processo de medida de duas grandezas x e y , obtemos um conjunto de n pontos experimentais que designaremos por

$$\{x_1, y_1, \sigma_1\}, \{x_2, y_2, \sigma_2\}, \dots, \{x_n, y_n, \sigma_n\}, \quad (7)$$

onde a variável independente x_i é considerada isenta de erros e a variável y_i tem incerteza estatística dada pelo desvio padrão σ_i . Na prática a variável x_i também apresenta erros estatísticos, quando esses erros forem significativos, eles podem ser transferidos para a variável y_i através das regras de propagação de erros.

Considere, agora, o ponto experimental x_i, y_i, σ_i . Como estamos considerando que a distribuição estatística de y_i é gaussiana, então a probabilidade P_i de ocorrência desse ponto é determinada pela função gaussiana de densidade de probabilidade correspondente a:

$$P_i = \frac{C}{\sigma_i} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \right] \quad (8)$$

onde μ_i é o valor médio verdadeiro correspondente a y_i e C é uma constante de normalização. Como a probabilidade P_{total} de ocorrência do conjunto dos n pontos experimentais é o produto das probabilidades de ocorrência de cada ponto, pois eles são estatisticamente independentes, temos que:

$$P_{total} = \prod_{i=1}^n P_i = \frac{C^n}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \right] \quad (9)$$

Se substituirmos o valor médio verdadeiro μ_i pela função tentativa $f(x) = f(x; a_1, a_2, \dots, a_p)$, teremos:

$$P_{total} = \prod_{i=1}^n P_i = \frac{C^n}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_p)}{\sigma_i} \right)^2 \right] = \frac{C^n}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n} \exp \left[-\frac{1}{2} \chi^2 \right] \quad (10)$$

com

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_p)}{\sigma_i} \right)^2. \quad (11)$$

Segundo o princípio da máxima verossimilhança, a função $f(x) = f(x; a_1, a_2, \dots, a_p)$ que melhor se ajusta aos pontos experimentais é aquela que maximiza a probabilidade P_{total} , se for considerada como a função verdadeira. Portanto, tudo o que devemos fazer é determinar os parâmetros a_1, a_2, \dots, a_p que maximizam P_{total} . Devido à exponencial na expressão acima para P_{total} , essa probabilidade é uma função decrescente de χ^2 . Portanto, para maximizar P_{total} , basta minimizar χ^2 em relação aos parâmetros a_1, a_2, \dots, a_p .

Resumindo, se $f(x; a_1, a_2, \dots, a_p)$ é uma função tentativa previamente escolhida. Então, o método dos mínimos quadrados consiste em determinar os parâmetros a_1, a_2, \dots, a_p que minimizam a soma dos quadrados na **Equação 11**.

Nas situações em que as incertezas σ_i são todas iguais, ou seja, $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_n = \sigma$, teremos $\chi^2 = S / \sigma^2$, onde $S = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_p))^2$. Nesses casos, os parâmetros a_1, a_2, \dots, a_p devem ser tais que minimizam S . Note que, num gráfico, S representa a soma dos quadrados das distâncias verticais dos pontos experimentais à curva que representa $f(x)$.

Regressão linear

O problema da minimização de χ^2 , no método dos mínimos quadrados, se torna especialmente simples quando a função tentativa representa uma reta, ou seja, $f(x) = ax + b$. O problema do ajuste de uma reta a um conjunto de dados experimentais se chama *regressão linear*. Como nesse caso a aplicação do método dos mínimos quadrados é bastante simples, vamos realizá-la aqui explicitamente para que você tenha uma idéia de como o método funciona.

Nosso problema consiste em minimizar a função descrita na **Equação 12**:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - (ax_i + b)}{\sigma_i} \right)^2, \quad (12)$$

em relação aos parâmetros a e b . Para isso, vamos derivar χ^2 em relação a a e b e igualar essas derivadas a zero:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - (ax_i + b)]}{\sigma_i^2} x_i = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - (ax_i + b)]}{\sigma_i^2} = 0. \quad (14)$$

Rearranjando os termos, podemos escrever o sistema de equações acima como:

$$a \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} x_i^2 + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} x_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} x_i y_i, \quad (15)$$

$$a \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} x_i + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} y_i. \quad (16)$$

Para simplificar a notação vamos definir:

$$S_\sigma = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}; S_x = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma_i^2}; S_{x^2} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}; S_y = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\sigma_i^2}; S_{xy} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2}$$

Ao utilizarmos a nova notação, obtemos o seguinte sistema de equações lineares para as variáveis a e b :

$$a S_{x^2} + b S_x = S_{xy} \quad (17)$$

$$a S_x + b S_\sigma = S_y \quad (18)$$

A solução desse sistema de equações pode ser facilmente obtida, fornecendo:

$$a = \frac{S_\sigma S_{xy} - S_x S_y}{S_\sigma S_{x^2} - S_x S_x} \quad (19)$$

e

$$b = \frac{S_{x^2} S_y - S_x S_{xy}}{S_\sigma S_{x^2} - S_x S_x} \quad (20)$$

As grandezas a e b foram obtidas em função das variáveis y_i que possuem incertezas estatísticas σ_i . Portanto, a e b também estão sujeitas a erros estatísticos. Suas incertezas podem ser computadas através da fórmula de propagação de erros:

$$\sigma_a^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial a}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_i^2 \quad (21)$$

$$\sigma_b^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial b}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_i^2 \quad (22)$$

$$\sigma_a^2 = \frac{S_\sigma}{S_\sigma S_{x^2} - S_x S_x}$$

(23)

$$\sigma_b^2 = \frac{S_{x^2}}{S_{\sigma} S_{x^2} - S_x S_x} \quad (24)$$

Como as grandezas a e b foram obtidas através das mesmas grandezas y_i , elas devem estar estatisticamente correlacionadas. A covariância dessas duas grandezas pode ser calculada através da fórmula $\sigma_{ab}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{\partial a}{\partial y_i} \frac{\partial b}{\partial y_i} \sigma_i^2$, fornecendo:

$$\sigma_{ab}^2 = - \frac{S_x}{S_{\sigma} S_{x^2} - S_x S_x} \quad (25)$$

Apesar de simples esses cálculos são muito trabalhosos! Por isso, em nossas análises, vamos sempre utilizar um programa de computador para fazer a regressão linear.

Gráficos, regras gerais

Na confecção dos gráficos que vamos elaborar ao longo do curso, algumas regras gerais devem ser observadas:

- 1) Em todos os gráficos existe uma relação analítica linear conhecida entre as variáveis dependentes e independentes. Por exemplo, a lei de Ohm onde $V = Ri$. Nessas condições, podemos simplificar o problema do traçado dos gráficos, no que concerne às barras de erro. Embora as medidas das variáveis independentes tenham incertezas associadas a ela, podemos simplificar o problema usando o fato dessas variáveis serem arbitrárias (ou seja, podem ter o valor que desejarmos que tenham) e assumir que o seu valor é exato (incerteza zero). A consequência disso é que desaparecem as barras de erro horizontais. Se cometermos um erro na sua determinação, esse erro se manifestará na variável dependente que terá um valor maior ou menor que o que deveria ter e o desvio-padrão da regressão linear será afetado.
- 2) A melhor reta que passa por um conjunto de dados experimentais é determinada utilizando métodos numéricos: o método dos mínimos quadrados. Ele é aplicado quando conhecemos a relação analítica entre as variáveis (como é o nosso caso, onde a relação é dada pela função linear). Em nosso curso nós utilizaremos um programa de computador específico para realizar a regressão linear.

PRÉ-RELATÓRIO 1

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 1**, - Noções básicas de circuitos elétricos simples, Lei de Ohm e circuitos em série e em paralelo, e responda às questões que seguem.

- 1) O que é uma fonte de alimentação DC variável?

- 2) O que é um galvanômetro?

- 3) O que é um amperímetro? Como ele é construído a partir de um galvanômetro?

- 4) O que é um voltímetro? Como ele é construído a partir de um galvanômetro?

- 5) Desenhe o circuito que será utilizado no Procedimento I

6) O que é a Lei de Ohm?

7) Mostre que num amperímetro com resistência de desvio R_D , associada a um galvanômetro com resistência R_G , a corrente total passando pelo amperímetro i_A , é dada pela **Equação 11**, onde i_G é a corrente medida pelo galvanômetro.

$$i = \frac{R_G + R_D}{R_D} i_G$$

Considere a resistência do galvanômetro $R_G = 90\Omega$, a resistência de desvio $R_D = 10\Omega$, a corrente máxima que pode ser medida no galvanômetro $i_G = 1\text{mA}$ e calcule a resistência R_A desse amperímetro e a corrente máxima i_{max} que pode ser medida por ele.

8) Desenhe o circuito que será utilizado no *Procedimento II*. Calcule o valor esperado para a corrente i_A nesse circuito.

9) Desenhe o circuito que será utilizado no *Procedimento III*. Calcule o valor esperado para a corrente i_a , i_b e i_e nesse circuito.

RELATÓRIO 1 (10 pontos)

Nome1: _____ Assinatura1: _____
Nome2: _____ Assinatura2: _____
Nome3: _____ Assinatura3: _____
Nome4: _____ Assinatura4: _____

Turma: _____

Procedimento I

Q1 (1.0 ponto) Quais foram os valores medidos para a voltagem da fonte e para a corrente no circuito **a e b** da **Figura 11**?

$$V_B = (\quad \pm \quad)$$

$$i_a = (\quad \pm \quad)$$

$$i_b = (\quad \pm \quad)$$

Faz diferença se o amperímetro é colocado antes ou depois do resistor? Justifique.

Q2 (1.0 ponto) – Mostre que num amperímetro com resistência de desvio R_D , associada a um galvanômetro com resistência R_G , a corrente total passando pelo amperímetro i_A , é dada pela **Equação 11**, onde i_G é a corrente medida pelo galvanômetro.

$$i = \frac{R_G + R_D}{R_D} i_G.$$

Q3 (1.0 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 1**. Apresente também o valor de R_I medido com o multímetro.

$i \pm \sigma_i$ (mA)	$V_{AB} \pm \sigma_{V_{AB}}$ (V)
-----------------------	----------------------------------

Tabela1

$$R_1 = (\quad \pm \quad)$$

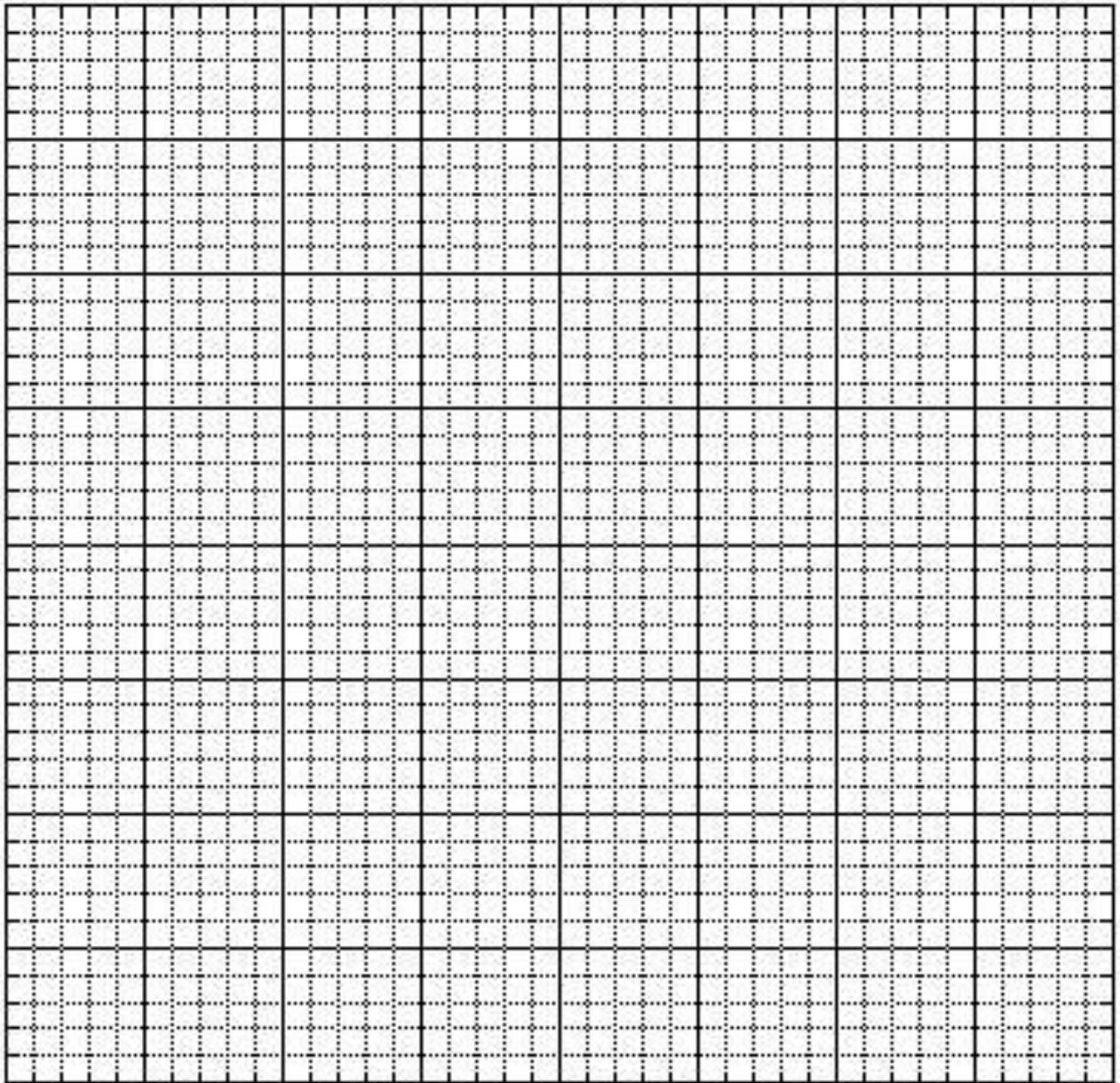
Q4 (1.0 ponto) – Faça um gráfico de $V_{AB} \times i$. Lembre-se que os valores da corrente i devem ser colocados no eixo x do gráfico e que as incertezas na grandeza y devem também ser representadas (**gráfico em anexo**). Trace a curva que melhor se ajusta sobre esses pontos.

Q5 (1.5 pontos) – Utilize o método dos mínimos quadrados para determinar os coeficientes angular e da reta descrita no gráfico da **Q5** acima com suas respectivas incertezas. Não esqueça de incluir as unidades.

$$a = (\quad \pm \quad)$$

$$b = (\quad \pm \quad)$$

Q6 (0.5 pontos) Compare o valor da inclinação da reta com o valor medido de R_1 . Justifique possíveis diferenças.



Procedimento II

Q7 (1.5 pontos) – Apresente os resultados que você obteve nas **Tabelas 1 e 2.**

Ponto do circuito	$i(mA)$	$\sigma_i(mA)$	σ_i/i
A			
B			

Tabela 1

Pontos no circuito	$V(V)$	$\sigma_V(V)$	σ_V/V
AB			
BC			
AC			

Tabela 2

Q8 (0.5 pontos) – A partir de seus resultados, o que podemos dizer sobre as correntes e voltagens nos elementos de uma associação em *série* de resistores?

Procedimento III

Q9 (1.5 pontos) – Apresente os resultados que você obteve nas **Tabelas 3 e 4.**

Ponto do circuito	$i(mA)$	$\sigma_i(mA)$	σ_i/i
A			
B			
D			

Tabela 3

Pontos no circuito	$V(V)$	$\sigma_V(V)$	σ_V/V
AC			
BC			
DE			

Tabela 4

Q10 (0.5 pontos) – A partir de seus resultados, o que podemos dizer sobre as correntes e voltagens nos elementos de uma associação em *paralelo* de resistores.

PRÉ-RELATÓRIO 2

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 2**, – Gerador de funções e osciloscópio, e responda às questões que seguem.

1 – O que é um gerador de sinais ou funções?

2 – O que é uma forma de onda e o que são sua amplitude, período e frequência?

3 – Descreva as variáveis que podem ser selecionadas no gerador de funções (veja **Figura 2** da **Aula 2**).

4 – O que é um osciloscópio?

5 – O que é a base de tempo no osciloscópio e a escala horizontal e vertical?

6 – Como funciona o sistema de gatilho do osciloscópio?

7 – A **Figura 1** abaixo corresponde à imagem na tela do osciloscópio obtida de um experimento onde foram utilizadas as relações $1\text{DIV} = 2\text{V}$, para a deflexão vertical e $1\text{DIV}=0,5\text{ms}$; para a deflexão horizontal. Determine quais são as formas de onda V_1 e V_2 . Determine também quais são seus períodos e amplitudes com as respectivas incertezas.

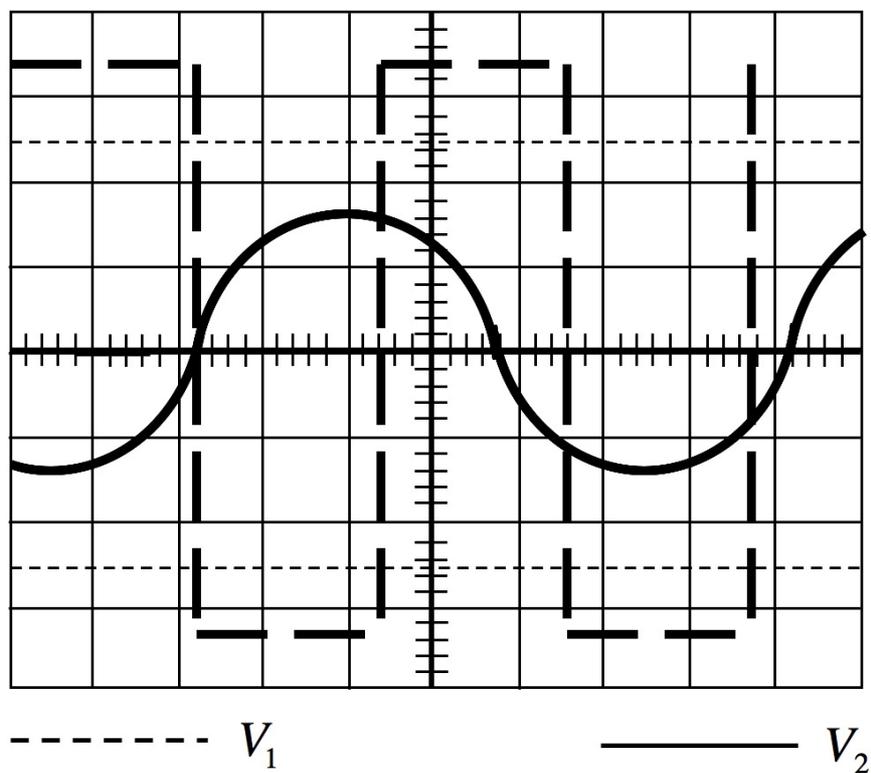


Figura 1: Formas de onda V_1 e V_2 .

8 – A partir da Questão 7 determine as frequências das formas de onda V_1 e V_2 e suas respectivas incertezas.

9 – Desenhe o circuito que será utilizado no **Procedimento I**.

10 – O que é exibido no formato YT e XY

RELATÓRIO 2 (10 pontos)

Nome1: _____ Assinatura1: _____
Nome2: _____ Assinatura2: _____
Nome3: _____ Assinatura3: _____
Nome4: _____ Assinatura4: _____

Turma:

Procedimento I, II e III

Q1 (2 pontos) Meça o período T e determine a frequência f do sinal e compare com o valor escolhido no gerador de funções incluindo também a leitura da amplitude e a escala escolhida para fixar a amplitude em 4V Utilize o procedimento de medida por graticulas, (escala de tempo/div) e escala de voltagem/div) para determinar os parâmetros do sinal da onda quadrada. Inclua a incerteza nas medidas.

Escolhida pela configuração AUTOset:

$T = (\quad \pm \quad)$ escala horizontal (\quad /div)

$f = (\quad \pm \quad)$

$V = (\quad \pm \quad)$ escala vertical (\quad /div)

Variação das escalas vertical e horizontal de medida

Escala vertical	$V \pm \sigma_V$
0,5V/div	
1,0V/div	
2,0V/div	
5,0V/div	

Tabela1

Escala horizontal	$T \pm \sigma_T$
0.1ms/div	
0.2ms/div	
0.5ms/div	
0.05ms/div	

Tabela 2

Qual a melhor escala vertical e horizontal de medida?

Escala vertical:

Escala horizontal:

Procedimento IV

Q2 (1.5 pontos) Quais os valores dos parâmetros (frequência, período, amplitude, V_{pico} a pico, V_{max} , tempo de subida, largura positiva.) determinados do menu MEDIDAS. Preencha a tabela 3 abaixo compare com os valores medidos no item anterior Q1 pelas melhores escalas.

<i>procedimento</i>	f	T	V_{max}	V_{pp}	t_s	L_p
Gratícula						
Menu						

Tabela 3

Compare seus resultados? Justifique sua resposta

Procedimento IV

Q3 (2.0 pontos) Faça um esboço da onda quadrada incluindo os cursores de amplitude e verifique a partir dos cursores a presença de oscilações na amplitude e na frequência do sinal de uma onda quadrada. Preencha as tabelas 4, 5 e 6.

Tipo Tempo – frequência de oscilação						
Δt	$1/\Delta t$	ΔV	<i>Cursor 1</i>		<i>Cursor 2</i>	

Tabela 4

Tipo Amplitude - amplitude dos picos de oscilação				
ΔV	<i>Cursor 1</i>		<i>Cursor 2</i>	

Tabela 5

<i>Tipo Tempo – tempo de subida</i>						
Δt	$1/\Delta t$	ΔV	<i>Cursor 1</i>		<i>Cursor 2</i>	

Tabela 6

Procedimento V

Q4 (1 ponto) O que voce observou visualmente na aquisição nos modos amostra, detecção de pico e media da onda quadrada. Faça um desenho para explicar as diferenças.

Procedimento VI

Q5 (1.0 ponto) Insira no canal 1 e no canal 2 simultaneamente uma onda quadrada com uma frequência de 1kHz e amplitude de 2V. Com o menu Funções Matemáticas faça a as operações : adição e subtração da forma de onda do canal 2 da forma de onda do canal 1.

Faça um esboço dos resultados.

Adição

Subtração

Procedimento VII

Q6 (1.0 ponto) Insira no canal 1 e no canal 2 simultaneamente uma onda quadrada com uma frequência de 1kHz e amplitude de 2V. Com o Menu Display selecione o Formato XY. Faça um esboço do resultado. Explique o seu resultado.

Q7 (0,5 pontos)

Qual a diferença entre a medição no modo Autoset e Autoranging? Quando voce utiliza um e o outro modo.

No processo de aquisição qual a função do botão Run/Stop e Seq. Única

Q8 (0.5 pontos) O que voce observou quando alterou a posição do trigger horizontal, para acima, na metade da amplitude e abaixo do sinal mostrado na tela?

Q9 (0.5 pontos) O que acontece quando a fonte de sincronismo é alterada de CH1 para CH2? Qual a diferença entre o modo de sincronismo automático e normal. Explique.

PRÉ-RELATÓRIO 3

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 3**, – Capacitores e circuitos RC com onda quadrada, e responda às questões que seguem.

1 – O que é um capacitor? Qual é sua equação característica?

2 – Um circuito RC é ligado a uma bateria de voltagem V_B (**Figura 3**). Considere que no instante em que a bateria é ligada ao circuito ($t = 0s$) o capacitor se encontra descarregado. Qual é a equação que descreve a variação da voltagem V_C do CAPACITOR com o tempo, durante a CARGA do capacitor? Faça um esboço do gráfico de $V_C \times t$.

3 – Um circuito RC é ligado a uma fonte de alimentação V_B (**Figura 3**). Considere que no instante em que a fonte é ligada ao circuito ($t = 0s$) o capacitor se encontra descarregado. Qual é a equação que descreve a variação da voltagem V_R do RESISTOR com o tempo, durante a CARGA do capacitor? Faça um esboço do gráfico de $V_R \times t$.

4 – Um circuito RC é ligado a uma fonte de alimentação de voltagem V_B (**Figura 3**). Espera-se um intervalo de tempo suficiente para que o capacitor se carregue completamente. Considere agora o que acontece no instante em que a fonte é desligada do circuito ($t = 0s$). Nesta situação o capacitor se encontra inicialmente carregado com carga $q = CV_B$ e inicia seu processo de descarga. Qual é a equação que descreve a variação da voltagem V_C do CAPACITOR com o tempo, durante a DESCARGA do capacitor? Faça um esboço do gráfico de $V_C \times t$ para essa situação.

5 – Um circuito RC é ligado a uma fonte de alimentação de voltagem V_B . Espera-se um intervalo de tempo suficiente para que o capacitor se carregue completamente. Considere agora o que acontece no instante em que a fonte é desligada do circuito ($t = 0s$). Nesta situação o capacitor se encontra inicialmente carregado com carga $q = CV_B$ e inicia seu processo de descarga. Qual é a equação que descreve a variação da voltagem V_R do RESISTOR com o tempo, durante a DESCARGA do capacitor? Faça um esboço do gráfico de $V_R \times t$ para essa situação.

6 – Defina o tempo de relaxação (τ) de um circuito RC ? Qual é o valor de τ para o caso em que $R = 10k\Omega$ e $C = 100nF$?

7 – Defina o tempo de meia vida ($t_{1/2}$) de um circuito RC ? Qual é o valor de $t_{1/2}$ para o caso em que $R = 10k\Omega$ e $C = 100nF$?

8 – Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento I**. Descreva o tipo de medida que será realizado nesse procedimento?

9 – Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento II**. Descreva o tipo de medida que será realizado nesse procedimento?

10 – Descreva o tipo de medida que será realizado no **Procedimento III**. Qual a influência da resistência do gerador de funções em suas medidas?

11 – Derive as condições para a obtenção da derivada de uma onda quadrada

12 – Faça um esboço da derivada da onda quadrada

12 – Derive as condições para a obtenção da integral da onda quadrada

13 – Faça um esboço da integral da onda quadrada

RELATÓRIO 3 (10 pontos)

Nome1: _____ Assinatura1: _____

Nome2: _____ Assinatura2: _____

Nome3: _____ Assinatura3: _____

Nome4: _____ Assinatura4: _____

Turma: _____

Procedimento I

Q1 (0.5 pontos) – Determine o valor nominal do tempo de relaxação τ_N a partir dos valores de R e C e sua respectiva incerteza. Use para isso o valor medido de R e assumo que C possui incerteza relativa de 10%.

$$R = (\quad \pm \quad)$$

$$C = (\quad \pm \quad)$$

$$\tau_N = (\quad \pm \quad)$$

Q2 (1 ponto) – Apresente os resultados experimentais que você obteve na **Tabela 1**.

	$\tau^1 = (\quad \pm \quad)$
$t_{1/2} = (\quad \pm \quad)$	$\tau^2 = (\quad \pm \quad)$

Tabela 1

Q3 (0.5 pontos) – A partir dos resultados da **Tabela 1** determine o valor de τ e sua respectiva incerteza a partir de sua relação com o tempo de meia-vida $t_{1/2}$ (**Equação 18**).

$$\tau = (\quad \pm \quad)$$

Procedimento II

Q4 (1 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 2**.

Escala de tempo: () ms/DIV **Escala de Voltagem:** () V/DIV

n	t(ms)	V _R (V)	ln(V _R)	σ _{ln(V_R)}
0				
1				

Tabela 2

Q5 (1.0 ponto) – Na **Figura 9**, a função representada na tela do osciloscópio é descrita por:

$$V_R = \Delta V e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Essa função pode ser linearizada para obtermos:

$$\ln V_R = \ln \Delta V - \frac{1}{\tau} t,$$

A partir dos resultados da **Tabela 2**, determine o valor de τ, como sua incerteza.

$$\tau = (\quad \pm \quad)$$

Q6 (1.0 ponto) – Compare os valores obtidos para τ_N e τ nas questões (**Q2, Q3 e Q5**) com o valor nominal obtido em **Q1**. Apresente na tabela3 a discrepância relativa D de τ em relação ao valor de referência τ_N.

	τ	D (%)
Q2		
Q3		
Q5		

Tabela 3

Discrepância relativa

$$D = \left| \frac{\text{Valor}_{medido} - \text{Valor}_{referência}}{\text{Valor}_{referência}} \right|$$

Procedimento III

Q7 (1.0 ponto) Determine a partir dos valores de τ medidos pelos diferentes métodos um valor médio para a resistência interna do gerador R_G . Verifique se este valor está de acordo com a afirmação contida no procedimento III.

Procedimento IV

Q9 (2.0 pontos)

Para o circuito da figura 11, usando $R = 10k\Omega$ e $C = 10nF$ ajuste a frequência do gerador para reproduzir as figuras 13a, b e c.

Meça as ondas e registre as ondas obtidas, faça um desenho indicando as escalas de tensão e tempo usadas.

Preencha a tabela 3 com os valores de T , V_R e a constante de proporcionalidade entre τ e T para as condições da figura 13a, b e c

<i>Figura 13</i>	$T(\text{ms})$	$V_R(\text{V})$	$cte (\tau = cte \times T)$
(a)			
(b)			
(c)			

Tabela 3: Determinação de T para as condições a, b, e c.

Qual é a frequência do gerador de tal forma que o produto $\omega RC \ll 1$. Neste caso a tensão V_R é a derivada de $V_G(t)$? Justifique sua resposta.

Q10 (2.0 pontos)

Para o circuito da figura 12, usando $R = 1\text{k}\Omega$ e $C = 1\mu\text{F}$, ajuste a frequência do gerador para reproduzir as figuras 14a, b e c.

Meça as ondas e registre as ondas obtidas, faça um desenho indicando as escalas de tensão e tempo usadas.

Preencha a tabela 4 com os valores de T , V_R e a constante de proporcionalidade entre τ e T para as condições da figura 14a, b e c

<i>Figura 14</i>	$T(\text{ms})$	$V_R(\text{V})$	$cte (\tau = cte \times T)$
(a)			
(b)			
(c)			

Tabela 4: Determinação de T para as condições a, b, e c.

Qual é a frequência do gerador de tal forma que o produto $\omega RC \gg 1$. Neste caso a tensão V_R é a integral de $V_G(t)$? Justifique sua resposta.

PRÉ-RELATÓRIO 4

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 4**, – Indutores e circuitos RL com onda quadrada, e responda às questões que seguem.

1 – O que é um indutor? Qual é sua equação característica?

2 – Um circuito RL é ligado a uma fonte de alimentação de voltagem V_B (**Figura 2**). Considere que no instante em que a fonte é ligada ao circuito ($t = 0s$) o indutor se encontra “descarregado”. Qual é a equação que descreve a variação da voltagem V_L do INDUTOR com o tempo, durante a CARGA do indutor? Faça um esboço do gráfico de $V_L \times t$.

3 – Um circuito RL é ligado a uma fonte de alimentação de voltagem V_B (**Figura 2**). Considere que no instante em que a fonte é ligada ao circuito ($t = 0s$) o indutor se encontra “descarregado”. Qual é a equação que descreve a variação da voltagem V_R do RESISTOR com o tempo, durante a CARGA do indutor? Faça um esboço do gráfico de $V_R \times t$.

4 – Um circuito RL é ligado a uma fonte de alimentação de voltagem V_B (**Figura 2**). Espera-se um intervalo de tempo suficiente para que o indutor se “carregue” completamente. Considere agora o que acontece no instante em que a fonte é desligada do circuito ($t = 0s$). Nesta situação o indutor se encontra inicialmente carregado com corrente $i(0) = \frac{V_B}{R}$ e inicia seu processo de descarga. Qual é a equação que descreve a variação da voltagem V_L do INDUTOR com o tempo, durante a DESCARGA do indutor? Faça um esboço do gráfico de $V_L \times t$ para essa situação.

5 – Um circuito RL é ligado a uma fonte de alimentação de voltagem V_B (**Figura 2**). Espera-se um intervalo de tempo suficiente para que o indutor se “carregue” completamente. Considere agora o que acontece no instante em que a fonte é desligada do circuito ($t = 0s$). Nesta situação o indutor se encontra inicialmente “carregado” com corrente $i(0) = \frac{V_B}{R}$ e inicia seu processo de descarga. Qual é a equação que descreve a variação da voltagem V_R do RESISTOR com o tempo, durante a DESCARGA do indutor? Faça um esboço do gráfico de $V_R \times t$ para essa situação.

6 – Defina o tempo de relaxação (τ) de um circuito RL ? Qual é o valor de τ para o caso em que $R = 1k\Omega$ e $L = 10mH$?

7 – Defina o tempo de meia vida ($t_{1/2}$) de um circuito RL ? Qual é o valor de $t_{1/2}$ para o caso em que $R = 1k\Omega$ e $L = 10mH$.

8 – Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento I**. Descreva o tipo de medida que será realizado nesse procedimento?

9 – Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento II**. Descreva o tipo de medida que será realizado nesse procedimento?

10 – Descreva o tipo de medida que será realizado no **Procedimento III**.

11 – O circuito RL também pode ser usado para realizar operações matemáticas, como derivação e integração

Derive as condições para obtenção da derivada da onda quadrada

12 - Faça um desenho do circuito diferenciador RL

13 - Derive as condições para obtenção da integral da onda quadrada

14 - Faça um desenho do circuito integrador RL

RELATÓRIO 4 (10 pontos)

Nome1: _____ Assinatura1: _____
Nome2: _____ Assinatura2: _____
Nome3: _____ Assinatura3: _____
Nome4: _____ Assinatura4: _____

Turma: _____

Procedimento I

Q1 (0.5 pontos) – Determine o valor nominal do tempo de relaxação τ_N a partir dos valores de R e L e sua respectiva incerteza. Use para isso o valor medido de R e assumo que L possui incerteza relativa de 10%.

$$R = (\quad \pm \quad)$$

$$L = (\quad \pm \quad)$$

$$\tau_N = (\quad \pm \quad)$$

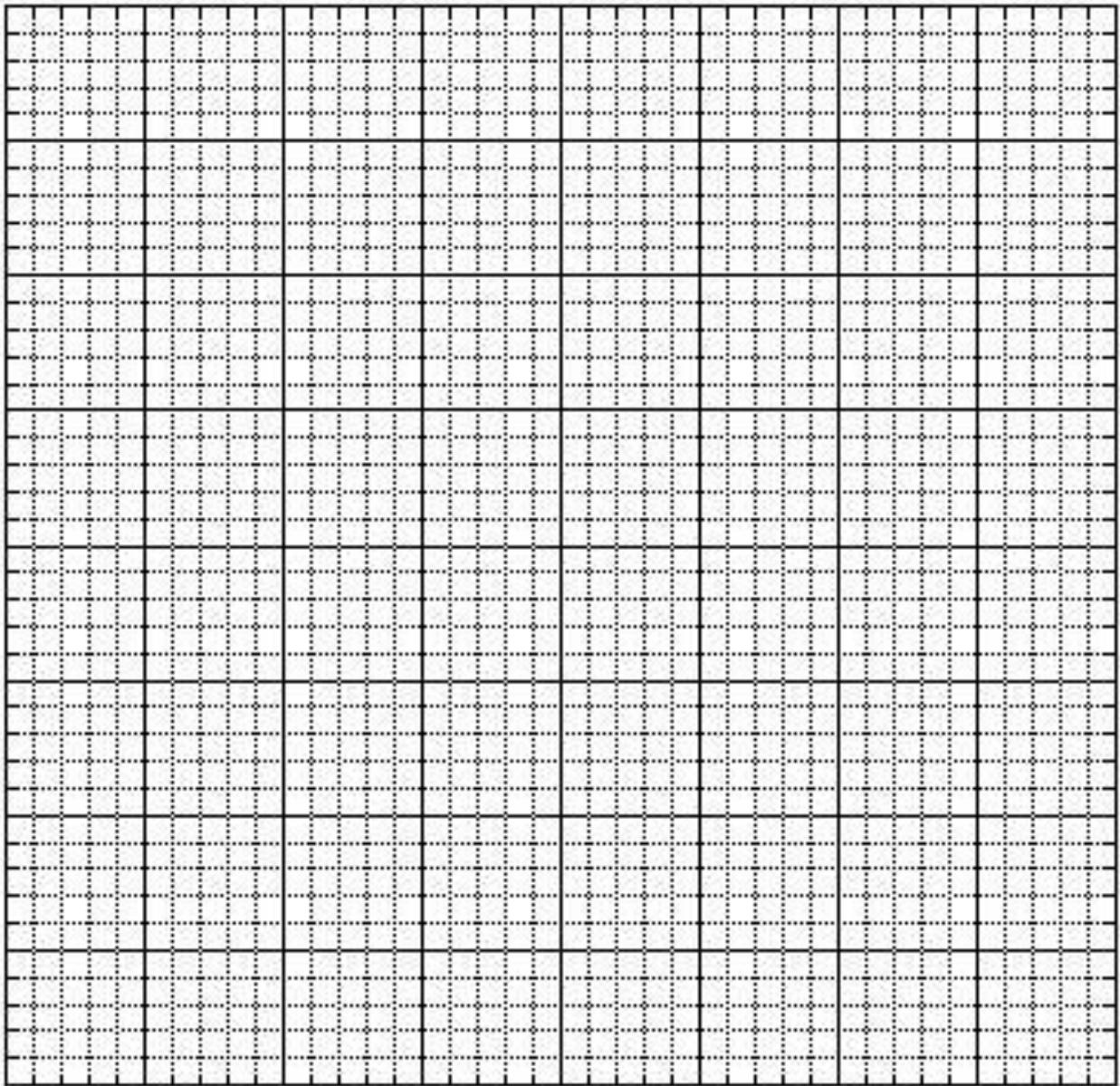
Q2 (1 ponto) – Apresente os resultados experimentais que você obteve na **Tabela 1**.

	$\tau^1 = (\quad \pm \quad)$
$t_{1/2} = (\quad \pm \quad)$	$\tau^2 = (\quad \pm \quad)$

Tabela 1

Q3 (0.5 pontos) – A partir dos resultados da **Tabela 1** determine o valor de τ e sua respectiva incerteza a partir de sua relação com o tempo de meia-vida $t_{1/2}$ (**Equação 18**).

$$\tau = (\quad \pm \quad)$$



Q6 (1 ponto) – Utilizando o método dos mínimos quadrados, faça um ajuste linear da reta descrita no gráfico da **Q4** e determine os coeficientes linear e angular da reta com suas respectivas unidades e incertezas.

$$a = (\quad \pm \quad)$$

$$b = (\quad \pm \quad)$$

Q7 (1.0 ponto)– A partir dos resultados da **Q6** determine o valor da constante de tempo τ com sua respectiva incerteza.

$$\tau = (\quad \pm \quad)$$

Q8 (1.5 pontos) – Compare os valores obtidos para τ_N e τ nas questões (Q2, Q3 e Q7) com o valor nominal obtido em Q1. Apresente na tabela 3 a discrepância relativa D de τ em relação ao valor de referência τ_N .

	τ	D (%)
Q2		
Q3		
Q7		

Tabela 3

Discrepância relativa

$$D = \left| \frac{\text{Valor}_{\text{medido}} - \text{Valor}_{\text{referência}}}{\text{Valor}_{\text{referência}}} \right|$$

Procedimento III

Q9 (1.5 pontos) – Apresente o circuito integrador e diferenciador RL. Apresente as condições para a obtenção da derivada e integral de uma onda quadrada

PRÉ-RELATÓRIO 5

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 5**, – Circuitos *RLC* com onda quadrada, e responda às questões que seguem.

1 – Qual é o significado de ω_0 ? Qual o valor de ω_0 para um circuito *RLC* com $R=100\Omega$, $C=10\text{nF}$ e $L=10\text{mH}$?

2 – Qual é o significado de α ? Qual o valor de α para um circuito *RLC* com $R=100\Omega$, $C=10\text{nF}$ e $L=10\text{mH}$?

3 – Descreva sucintamente os três regimes de soluções possíveis num circuito *RLC* alimentado por um gerador de onda quadrada: super-crítico, crítico e sub-crítico. Explique como se caracteriza cada um deles. Faça um esboço das soluções encontradas em cada regime para a carga q do capacitor como função do tempo t .

4 - Qual é o significado físico de ω' ? Qual o valor de ω' para um circuito *RLC* com $R= 10\Omega$, $C=10\text{nF}$ e $L=10\text{mH}$?

5 - Qual é o significado de T' e t_n ? Qual o valor de T' para um circuito *RLC* com $R= 100\Omega$, $C=10\text{nF}$ e $L=10\text{mH}$?

6 – Qual é o significado de $V_{RLC}(t_n)$? Faça um esboço do gráfico de $V_{RLC}(t_n)$ em função de t_n .

7 – Para $C=10\text{nF}$ e $L=10\text{mH}$ qual é o valor de resistência $R_{crítica}$ que coloca o circuito RLC no regime crítico? *Sugestão:* no regime crítico $\alpha = \omega_0$.

8 – Desenhe o circuito que será utilizado no **Procedimento I**. Para essa situação, faça um esboço do gráfico esperado para a voltagem no capacitor V_C em função do tempo t .

9 – Desenhe o circuito que será utilizado no **Procedimento II**. Descreva o tipo de medida que será realizado nesse procedimento?

10 – Qual a definição de fator de mérito Q ?

11 – Qual a relação de Q com o número de oscilações dentro de uma constante de tempo. Faça um esboço da tensão no resistor no regime sub-crítico para justificar a sua resposta.

11 – Quais são os valores que o fator Q deve assumir para caracterizar um circuito RLC no regime sub-crítico, crítico e super-crítico?

RELATÓRIO 5 (10 pontos)

Nome1: _____ **Assinatura1:** _____
Nome2: _____ **Assinatura2:** _____
Nome3: _____ **Assinatura3:** _____
Nome4: _____ **Assinatura4:** _____

Turma: _____

Procedimento I

Q1 (1 ponto) – Qual foi o valor encontrado para o período T' das oscilações da voltagem no capacitor e sua respectiva incerteza? Explique como foi realizada a medida a partir de um simples diagrama.

$$T' = (\quad \pm \quad)$$

Q2 (1.5 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 1**. Apresente também o valor medido de R e C e o valor nominal de L . Assuma que L possui uma incerteza relativa de 10%. Atenção: t_n é dado pela equação 21.

Escala de tempo: () ms/DIV **Escala de Voltagem:** () V/DIV

n	$t_n(\text{ms})$	$V_C(t_n)$ (V)	$\ln(V_C(t_n))$	$\sigma_{\ln(V_C(t_n))}$
0				
1				
2				
3				
4				
5				

Tabela 1

$$R = (\quad \pm \quad); L = (\quad \pm \quad); \\
 C = (\quad \pm \quad)$$

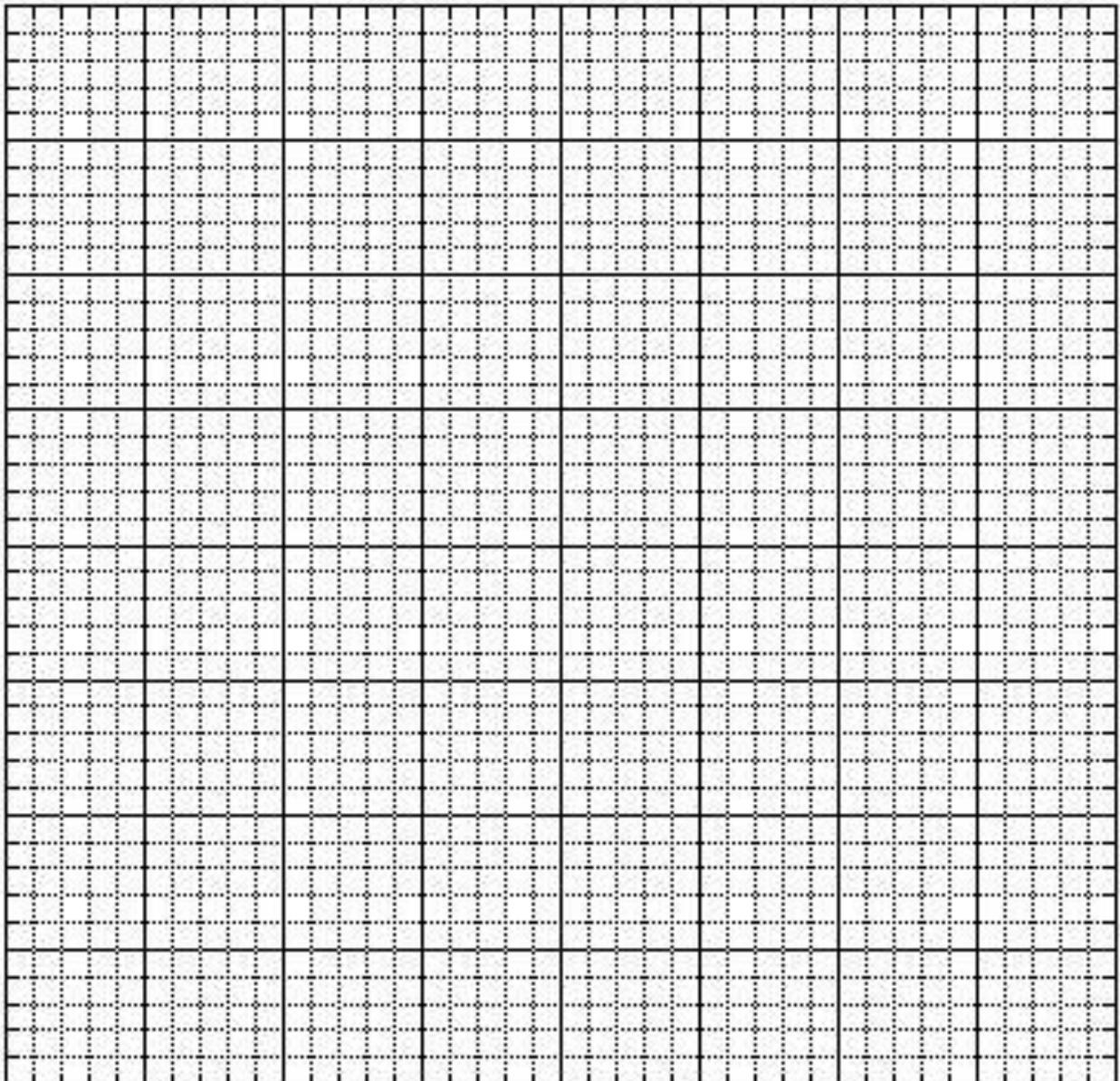
Q3 (1 ponto) – A função que descreve o decaimento das oscilações no circuito *RLC* é dada pela equação:

$$|V_C(t_n)| = \Delta V e^{-\alpha t_n}.$$

Essa função pode ser linearizada para obtermos:

$$\ln|V_C(t_n)| = \ln \Delta V - \alpha t_n,$$

ou seja, uma reta com coeficiente angular negativo igual a α . A partir dos resultados da **Tabela 1**, faça um gráfico de $\ln(|V_C(t_n)|)$ em função de t_n , não se esqueça de representar a barra de erro da variável y no gráfico.



Q4 (1 ponto) – Utilizando o método dos mínimos quadrados, faça um ajuste linear da reta descrita no gráfico da **Q4** e determine os coeficientes linear e angular da reta com suas respectivas unidades e incertezas.

$$a = (\quad \pm \quad)$$

$$b = (\quad \pm \quad)$$

Q5 (1.0 ponto) – A partir dos resultados da **Q4** determine o valor de α e de ΔV e suas respectivas incertezas.

$$\alpha = (\quad \pm \quad)$$

$$\Delta V = (\quad \pm \quad)$$

Q6 (1 ponto) – Determine o valor nominal α_N a partir dos valores de R e L e sua respectiva incerteza. Assuma para isso que R e L possuem incertezas relativas de 10%.

$$\alpha_N = (\quad \pm \quad)$$

Q7 (0.5 pontos) – Compare os valores obtidos para α e α_N nas questões **Q5** e **Q6**.

Q8 (1.0 ponto) Determine o valor do fator de mérito Q a partir do número de oscilações N e de α determinado no item **Q5**. Compare com o valor nominal, Q_{nominal} .

parâmetros	Q	Discrepância (%)
N		
ω_0, α		
$\omega_0, L/R$		-----

Q9 (1.0 ponto) Apresenta em um gráfico de forma esquemática os transientes no resistor para

Q=3 , 0.5 e 0.1

Q=3	
Q=0.5	
Q=0.1	

Procedimento II

Q10 (1 ponto) – Qual foi o valor medido da resistência crítica e sua respectiva incerteza?
Qual é o significado físico da resistência crítica?

$$R_{crítica} = (\quad \pm \quad)$$

PRÉ-RELATÓRIO 6

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 6**, – Corrente alternada: circuitos resistivos, e responda às questões que seguem.

1 – Explique o significado de cada um dos termos da **Equação 1**, $V_g(t) = V_0 \sin(\omega t + \vartheta)$.

2 – A **Figura 1** corresponde à imagem na tela do osciloscópio obtida de um experimento onde foram utilizadas as relações $1\text{DIV} = 1\text{V}$, para a deflexão vertical e $1\text{DIV} = 0,5\text{ms}$; para a deflexão horizontal. Determine as amplitudes dos sinais (V_0^1 e V_0^2) e suas respectivas incertezas.

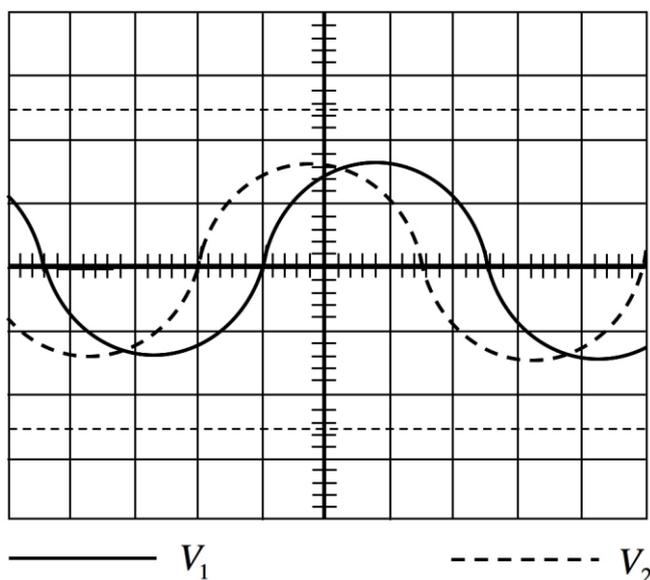


Figura 1: Formas de onda a serem usadas para responder às questões **Q2**, **Q3** e **Q4**.

3 – Ainda com relação à **Figura 1**, determine o período T de V_1 e V_2 com sua respectiva incerteza.

4 – Ainda com relação à **Figura 1**, V_2 está adiantada ou atrasada em relação a V_1 ? Como podemos determinar a diferença de fase ϕ entre os dois sinais, tomando V_1 como o sinal de referência.

5 – Seja um circuito resistivo de resistência R alimentado por um gerador cuja voltagem gerada é dada por $V_g(t) = V_0 \sin(\omega t)$. Quais são as amplitudes de corrente i_0 e a diferença de fase entre a corrente e a voltagem, tomando a voltagem como referência?

6 – Qual a tensão que o voltímetro a.c. e d.c. mede para o caso de uma voltagem senoidal?

7- Qual a diferença entre a amplitude V_0 , $V_{\text{pico-a-pico}}$, e V_{RMS} medido pelo osciloscópio?

8 - Qual a relação entre a amplitude da voltagem V_0 medida com o osciloscópio com o valor medido com o voltímetro a.c.?

9 – Porque não deve se medir com um osciloscópio a voltagem de linha?

10 – Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento II**. Faça um esboço do gráfico esperado para a corrente e para a voltagem aplicada ao circuito, em função do tempo. Coloque as duas funções no mesmo gráfico.

RELATÓRIO 6 (10 pontos)

Nome1: _____ **Assinatura1:** _____
Nome2: _____ **Assinatura2:** _____
Nome3: _____ **Assinatura3:** _____
Nome4: _____ **Assinatura4:** _____

Turma: _____

Procedimento I

Q1 (1 ponto) – Qual foi o valor escolhido para V_0 , encontrado para o período T e sua respectiva incerteza. A partir desse valor determine a frequência f e angular ω e suas respectivas incertezas.

$$V_0 = (\quad \pm \quad)$$

$$T = (\quad \pm \quad) \quad f = (\quad \pm \quad)$$

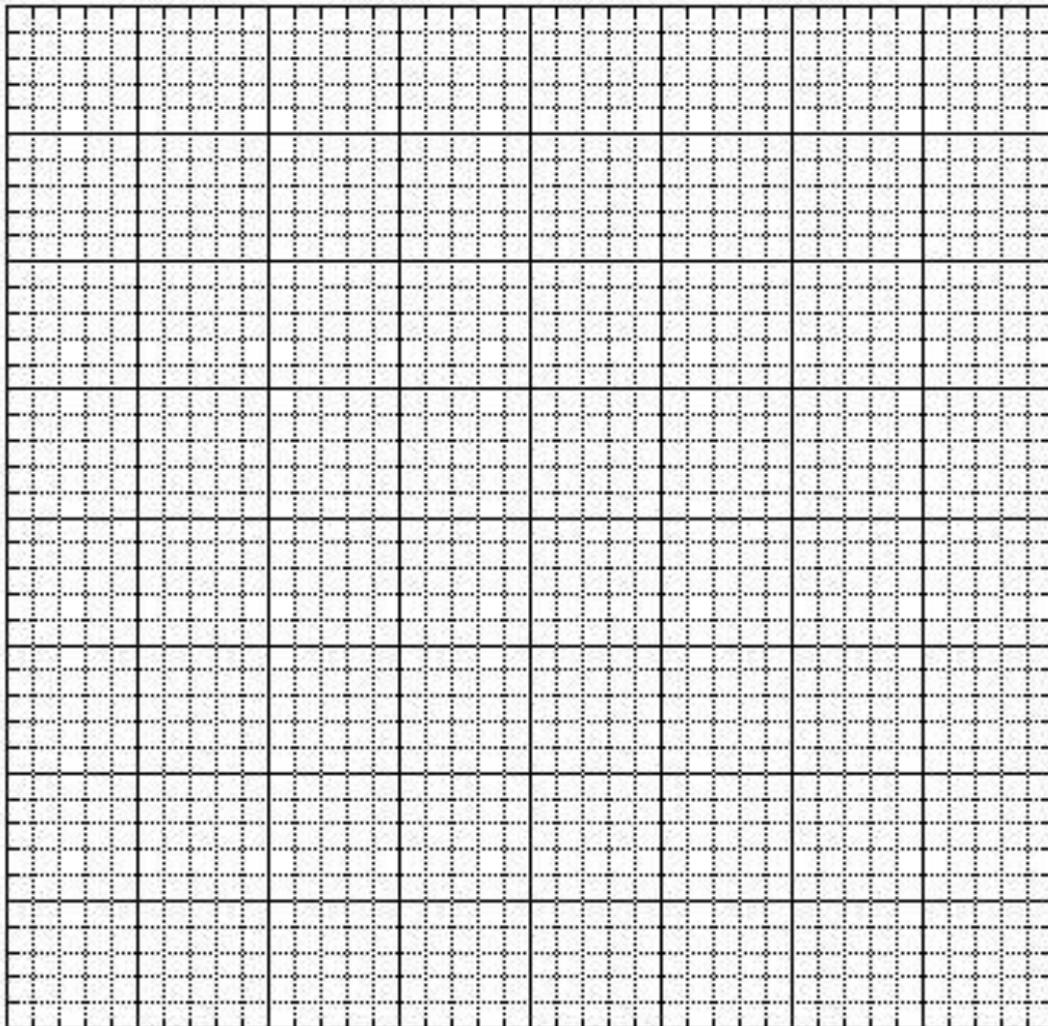
$$\omega = (\quad \pm \quad)$$

Q2 (2.0 pontos) Apresenta os valores da tensão medidos pelo multímetro e V_0 , V_{pp} , V_{medio} , V_{RMS} medidos pelo osciloscópio da voltagem fornecida pelo gerador para as diferentes frequências escolhidas na tabela 1

f(Hz)	$V_{ef} \pm \sigma_{V_{ef}}$ (V) MUL dig AC	$V_{ef} \pm \sigma_{V_{ef}}$ (V) MUL dig DC	V_0 (V) OSC	V_p^p (V) OSC	V_{medio} (V) OSC	V_{RMS} (V) OSC	Discrepância MUL-AC. e OSC-RMS (%)

Compare os valores obtidos. Comente os seus resultados.

Q3 (1.0 ponto) Gráfico V_{ef} medida pelo multímetro digital - AC e pelo osciloscópio (V_{RMS}) em função da frequência f



Q4 (0.5 pontos) Qual a faixa de frequência que pode ser utilizada para medir a tensão eficaz de correntes alternadas pelo multímetro?

Procedimento II

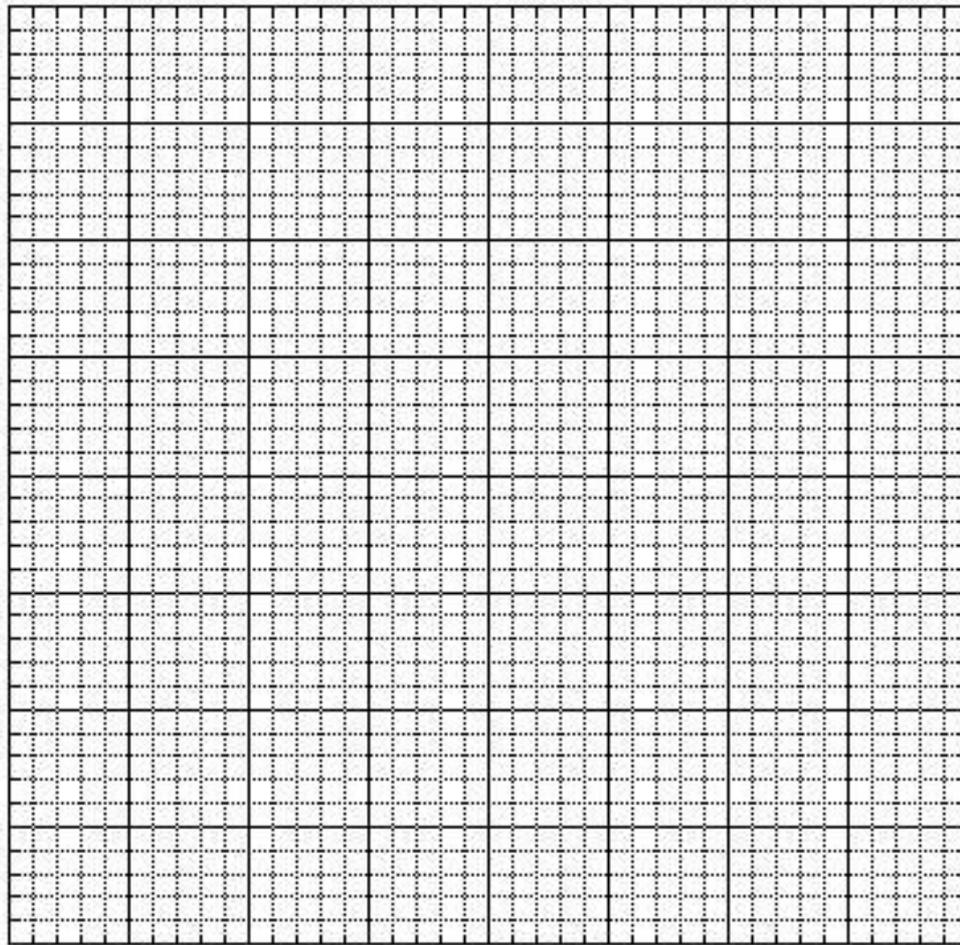
Q5 (2 pontos) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 2** para as medidas feitas com a frequência de 500Hz.

$V_0^B \pm \sigma_{V_0^B}$ (V)	$i_0 \pm \sigma_{i_0}$ (A)	$V_0^A \pm \sigma_{V_0^A}$ (V)	$V_0^{R_1}$ (V)	$\sigma_{V_0^{R_1}}$ (V)
0,3				
0,4				
0,5				
0,6				
0,7				
0,8				

Tabela 2: $f = 500\text{Hz}$. $V_0^{R_1} = V_0^A - V_0^B$

$$R_2^{\text{multímetro}} = (\quad \pm \quad)$$

Q6 (1.5 pontos) – Faça um gráfico de $V_{R_1} \times i_0$, para a frequência $f_I=500\text{Hz}$.



Q7 (1.5 pontos) – Utilizando o método dos mínimos quadrados, faça um ajuste linear da reta descrita no gráfico da **Q3** e determine os coeficientes linear e angular da reta com suas respectivas unidades e incertezas. A partir desses resultados determine o valor da resistência R_l com sua respectiva incerteza, para a frequência $f = 500\text{Hz}$.

$$a = (\quad \pm \quad)$$

$$b = (\quad \pm \quad)$$

$$R_l = (\quad \pm \quad)$$

Procedimento III

Q8 (0.5 pontos) Baseados no comportamento das amplitudes de V_A e V_B quando variamos a frequência dos sinais de 100Hz para 1Mz, o que podemos concluir sobre o comportamento da resistência R_l com a frequência? Justifique.

PRÉ-RELATÓRIO 7

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 7**, PARTE A – Circuitos RC em corrente alternada, e responda às questões que seguem.

1 – Qual é o significado de reatância capacitiva X_C ? Como ela varia com a frequência?

2 – Qual é valor da reatância capacitiva para um sinal de frequência $f = 5kHz$ em um capacitor de capacitância $C = 2,2\mu F$?

3 – O que é a impedância Z de um circuito RC ? Considere um circuito formado por um resistor $R = 1k\Omega$ e um capacitor $C = 100nF$, associados em série. Qual é a impedância desse circuito para um sinal de frequência $f = 5kHz$?

4 – Seja um circuito composto por um resistor R e um capacitor C , associados em série, alimentado por um gerador cuja voltagem gerada é dada por $V_g(t) = V_0 \sin(\omega t)$. Quais são, para esse circuito, as amplitudes de corrente i_0 e a diferença de fase entre a corrente e a voltagem, tomando a voltagem como referência?

5- Mostre de onde veio a Equação 28, $(V_0^R)^2 + (V_0^C)^2 = V_0^2$.

6 – Faça um esboço do gráfico esperado para a corrente $i(t)$ num circuito RC e para a voltagem aplicada ao circuito $V_g(t)$, em função do tempo. Coloque as duas funções no mesmo gráfico.

7 – Faça um esboço do gráfico da variação da fase ϕ entre a corrente e a voltagem num circuito RC , em função da frequência do sinal senoidal aplicado ao circuito.

8 – Faça um esboço do gráfico da variação da amplitude de corrente i_0 num circuito RC , em função da frequência do sinal senoidal aplicado ao circuito.

9 – Faça um desenho do circuito utilizado nas medidas do **Procedimento I**. Qual é o objetivo principal desse procedimento experimental?

10 – Qual é a finalidade do resistor nos experimentos do **Procedimento I**?

Leia atentamente o texto da **Aula 7**, – PARTE B Circuitos RL em corrente alternada, e responda às questões que seguem.

1 – Qual é o significado de reatância indutiva X_L ? Como ela varia com a frequência?

2 – Qual é valor da reatância indutiva para um sinal de frequência $f = 5kHz$ em um indutor de indutância $L = 10mH$?

3 – O que é a impedância Z de um circuito RL ? Considere um circuito formado por um resistor $R = 1k\Omega$ e um indutor $L = 10mH$, associados em série. Qual é a impedância desse circuito para um sinal de frequência $f = 5kHz$?

4 – Seja um circuito composto por um resistor R e um indutor L , associados em série, alimentado por um gerador cuja voltagem gerada é dada por $V_g(t) = V_0 \sin(\omega t)$. Quais são, para esse circuito, as amplitudes de corrente i_0 e a diferença de fase entre a corrente e a voltagem, tomando a voltagem como referência?

5 – Mostre de onde veio a Equação 27 $(V_0^R)^2 + (V_0^L)^2 = V_0^2$.

6 – Faça um esboço do gráfico esperado para a corrente $i(t)$ e para a voltagem aplicada ao circuito $V_g(t)$, em função do tempo. Coloque as duas funções no mesmo gráfico.

7 – Faça um esboço do gráfico da variação da fase φ entre a corrente e a voltagem num circuito RL , em função da frequência do sinal senoidal aplicado ao circuito.

8 – Faça um esboço do gráfico da variação da amplitude de corrente i_0 num circuito RL , em função da frequência do sinal senoidal aplicado ao circuito.

9 – Faça um desenho do circuito utilizado nas medidas do **Procedimento I**. Qual é o objetivo principal desse procedimento experimental?

10 – Qual é a finalidade do resistor nos experimentos do **Procedimento I**?

RELATÓRIO 7 (10 pontos)

Nome1: _____ Assinatura1: _____
Nome2: _____ Assinatura2: _____
Nome3: _____ Assinatura3: _____
Nome4: _____ Assinatura4: _____

Turma: _____

Parte A: CIRCUITO RC

Procedimento I

Q1 (1 ponto) – Qual foi o valor encontrado para o período T_1 e para Δt_1 e suas respectivas incertezas. A partir desses valores determine a frequência f_1 e a diferença de fase φ_1 com suas respectivas incertezas.

$$T_1 = (\quad \pm \quad) \quad f_1 = (\quad \pm \quad)$$

$$\Delta t_1 = (\quad \pm \quad) \quad \varphi_1 = (\quad \pm \quad)$$

Q2 (0.5 pontos) Determine o valor da reatância capacitiva X_C com sua respectiva incerteza, a partir da diferença de fase. Utilize a equação 14. Apresente também o valor de R medido com o multímetro com as suas respectivas incertezas.

$$R = (\quad \pm \quad)$$

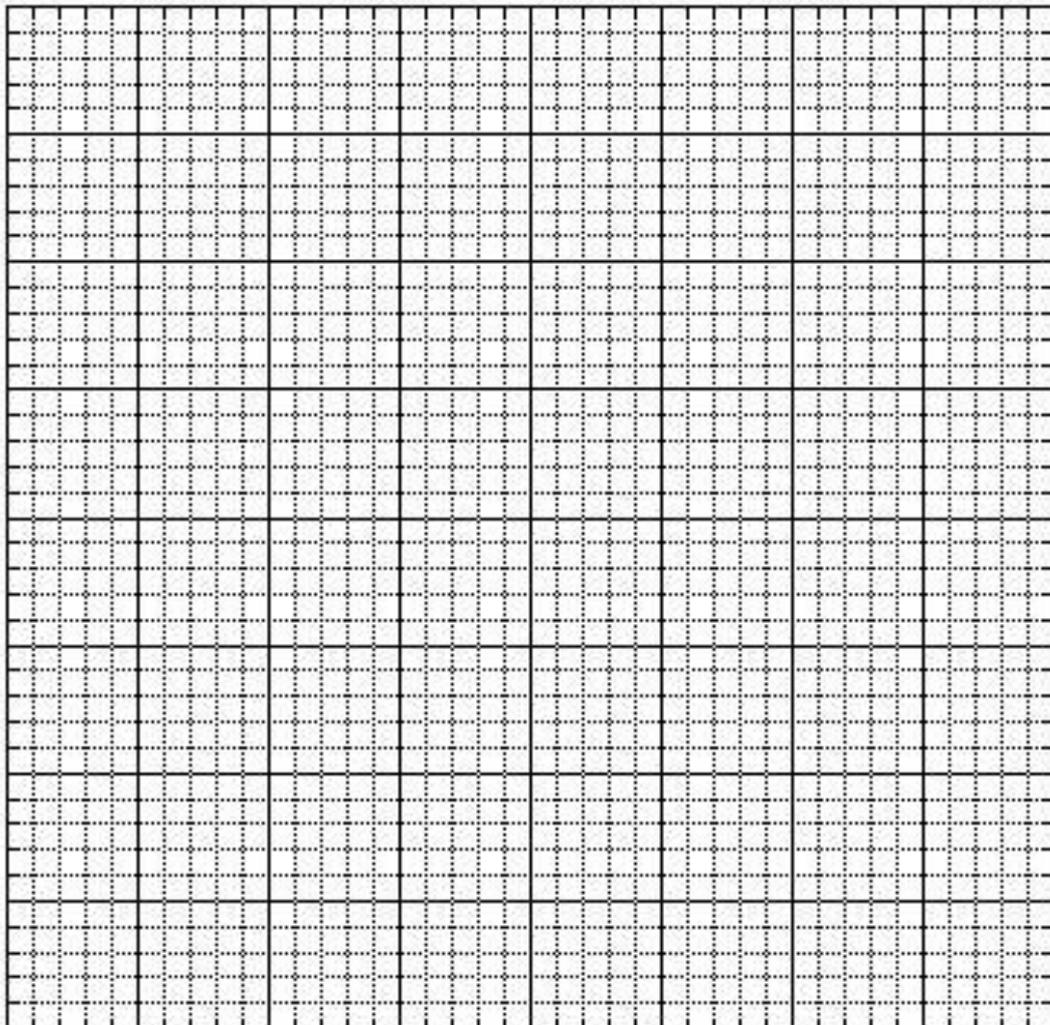
$$X_C = (\quad \pm \quad)$$

Q3 (1 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 1** para as medidas feitas com a frequência de 1kHz. Apresente também o valor de R medido com o multímetro e os cálculos das propagações de incerteza realizadas.

$V_0^B \pm \sigma_{V_0^B}$ (V)	$i_0 \pm \sigma_{i_0}$ (A)	$V_0^A \pm \sigma_{V_0^A}$ (V)	V_0^C (V)	$\sigma_{V_0^C}$ (V)
0,3				
0,4				
0,5				
0,6				
0,7				
0,8				

Tabela 1

Q4 (1 ponto) – Faça um gráfico de $V_0^C \times i_0$, para a frequência $f_1=1\text{kHz}$.



Q5 (1. ponto) – Utilizando o método dos mínimos quadrados, faça um ajuste linear da reta descrita no gráfico da **Q3** determine os coeficientes linear e angular da reta com suas respectivas incertezas. A partir desses resultados determine o valor da reatância capacitiva X_C com sua respectiva incerteza, para a frequência $f_l=1\text{kHz}$.

$$a = (\quad \pm \quad)$$

$$b = (\quad \pm \quad)$$

$$X_C = (\quad \pm \quad)$$

Compare o valor X_C do item 2 e 5 com o valor nominal. Qual a medida mais precisa? Justifique!

$$X_L^{nominal} = (\quad \pm \quad)$$

Q6 (0.5 pontos) – Como se comporta a reatância capacitiva X_C com o aumento da frequência.

Parte B: CIRCUITO RL

Procedimento I

Q7 (1 ponto) – Qual foi o valor encontrado para o período T_1 e para Δt_1 e suas respectivas incertezas. A partir desses valores determine a frequência f_1 e a diferença de fase φ_1 com suas respectivas incertezas.

$$T_1 = (\quad \pm \quad) \quad f_1 = (\quad \pm \quad)$$

$$\Delta t_1 = (\quad \pm \quad) \quad \varphi_1 = (\quad \pm \quad)$$

Q8 (0.5 pontos) Determine o valor da reatância indutiva X_L com sua respectiva incerteza, para a frequência $f_2=1\text{kHz}$, a partir da diferença de fase. Utilize a equação 23. Apresente também o valor de R medido com o multímetro com as suas respectivas incertezas.

$$R = (\quad \pm \quad)$$

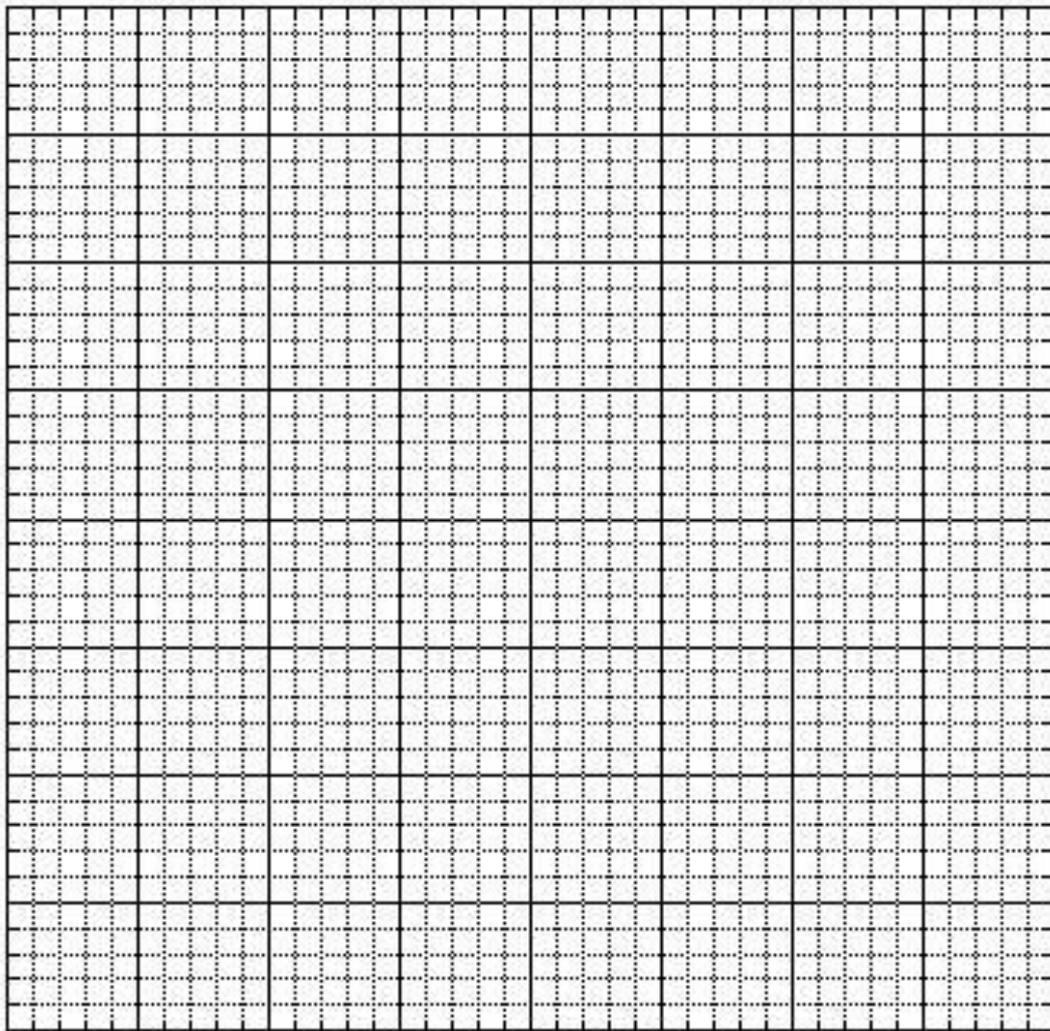
$$X_L = (\quad \pm \quad)$$

Q9 (1 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 1** para as medidas feitas com a frequência de 1kHz. Apresente também o valor de R medido com o multímetro e os cálculos das propagações de incerteza realizadas.

$V_0^B \pm \sigma_{V_0^B}$ (V)	$i_0 \pm \sigma_{i_0}$ (A)	$V_0^A \pm \sigma_{V_0^A}$ (V)	V_0^L (V)	$\sigma_{V_0^L}$ (V)
0,3				
0,4				
0,5				
0,6				
0,7				
0,8				

Tabela 1

Q10 (1 ponto) – Faça um gráfico de $V_0^L \times i_0$, para a frequência $f_l=1\text{kHz}$.



Q11 (1.0 pontos) – Utilizando o método dos mínimos quadrados, faça um ajuste linear da reta descrita no gráfico da **Q3** determine os coeficientes linear e angular da reta com suas respectivas incertezas. A partir desses resultados determine o valor da reatância indutiva X_L com sua respectiva incerteza, para a frequência $f_l=1\text{kHz}$.

$$a = (\quad \pm \quad) \quad b = (\quad \pm \quad)$$

$$X_L = (\quad \pm \quad)$$

Compare o valor de X_L do item 8 e 11 com o valor nominal. Qual a medida masi precisa? Justifique

$$X_L^{nominal} = (\quad \pm \quad)$$

Q12 (0.5 pontos) – Como se comporta a reatância indutiva X_L com o aumento da frequência?

PRÉ-RELATÓRIO 8

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 8**, – Circuitos *RC* e filtros de frequência, e responda às questões que seguem.

1 – Desenhe o circuito de um filtro passa-baixas construído com um circuito *RC*, alimentado com um gerador de sinais e com um osciloscópio, usado de modo a ter no CH1 o sinal do gerador e no CH2 o sinal filtrado.

2 – Qual é o significado de A_{PB} ? Defina A_{PB} em função de ω , R e C .

3 – Desenhe o circuito de um filtro passa-altas construído com um circuito *RC*, alimentado com um gerador de sinais e com um osciloscópio usado de modo a ter no CH1 o sinal do gerador e no CH2 o sinal filtrado.

4 – Qual é o significado de A_{PA} ? Defina A_{PA} em função de ω , R e C .

5 – O que é a frequência linear de corte (f_c) de um filtro passa-altas ou passa-baixas? Defina f_c em termos de R e C .

6 – Para um filtro passa-altas com $R = 1k\Omega$ e $C = 100nF$, qual é o valor da frequência de corte f_c ?

7 – Quais são os valores de A_{PB} e A_{PA} quando a frequência do gerador é igual à frequência de corte?

8 – Faça um esboço dos gráficos de A_{PB} e A_{PA} como funções da frequência angular (ω) do sinal. Indique os valores que elas assumem quando a frequência é igual à frequência de corte.

9 – Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento I**. Este circuito corresponde a que tipo de filtro?

10 – Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento II**. Este circuito corresponde a que tipo de filtro?

11 - Defina a transmitância ou resposta em potência?

12 – Escreva a expressão da transmitância para um filtro passa-baixa e passa alta.

13 – A partir de gráficos da transmitância em decibéis de filtros PA e PB apresente como se determina a frequência de corte, a largura de banda e as taxas (em dB/dec) de subida e descida nos filtros PA e PB respectivamente?

RELATÓRIO 8 (10 pontos)

Nome1: _____ **Assinatura1:** _____
Nome2: _____ **Assinatura2:** _____
Nome3: _____ **Assinatura3:** _____
Nome4: _____ **Assinatura4:** _____

Turma: _____

Procedimentos I e II

Q1 (1 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 1**, para o filtro passa-altas.

$f(\text{Hz})$	$\log(f)$	$\log(\omega RC)$	$V_g \pm \sigma_{V_g}$ (V)	$V_0^R \pm \sigma_{V_0^R}$ (V)	$A_{PA} \pm \sigma_{A_{PA}}$ experimental	$A_{PA} \pm \sigma_{A_{PA}}$ modelo	$T_{PA} \pm \sigma_{T_{PA}}$ (dB)
200							
500							
1k							
2k							
5k							
10k							
20k							
50k							

Tabela 1

Q2 (1 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 2** para o filtro passa-baixas.

$f(\text{Hz})$	$\log(f)$	$\log(\omega RC)$	$V_g \pm \sigma_{V_g}$ (V)	$V_0^C \pm \sigma_{V_0^C}$ (V)	$A_{PB} \pm \sigma_{A_{PB}}$ exp	$A_{PB} \pm \sigma_{A_{PB}}$ Modelo	$T_{PB} \pm \sigma_{T_{PB}}$ (dB)
200							
500							
1k							
2k							
5k							
10k							
20k							
50k							

Tabela 2

Q3 (1 ponto) Apresente em um mesmo gráfico $A_{PB} \times \log f$ e $A_{PA} \times \log f$. Explique porque os dois circuitos podem ser vistos como filtros de passa-baixa e passa-alta.

Q4 (1 ponto) – A partir dos gráficos do item Q3 determine graficamente sua frequência de corte e respectiva incerteza.

$$f_C^{PA} = (\quad \pm \quad)$$

$$f_C^{PB} = (\quad \pm \quad)$$

Q5 (1.5 pontos) – Determine o valor da frequência de corte nominal $f_C^{nominal}$ e sua respectiva incerteza, a partir da **Equação 9**. Use para isso o valor medido de R e C . Compare o valor encontrado com os valores medidos. Apresente os 3 valores na tabela 4. Justifique possíveis diferenças. Apresente o valor de R e C medido com o multímetro.

$$R = (\quad \pm \quad)$$

$$C = (\quad \pm \quad)$$

$$f_c^{nominal} = (\quad \pm \quad)$$

Filtro	$f_c \pm \sigma_{f_c}$	D (%)
Passa alta		
Passa baixa		

Tabela 3

Q6 (1 ponto) Para os 3 valores calculados através do modelo teórico contidos na **Tabela 1 e 2**, justifique possíveis diferenças. A sua comparação deve ser feita em termos de erros percentuais, apontando as causas mais prováveis destes erros.

Q7 (1 ponto) Apresente em um gráfico a curva de transmitância em dB $T_{PB}(dB)$ vs $\log(\omega RC)$.

Q8 (1.5 ponto) – A partir do gráfico do item Q3 para o filtro passa-baixa, determine graficamente sua frequência angular de corte e a inclinação α da curva de transmitância para valores de $\omega > \omega_C$.

$$\omega_C^{PB} = (\quad \pm \quad)$$

$$\alpha^{PB} = (\quad \pm \quad)$$

Estes valores estão de acordo com o esperado pelo modelo. Compare com os valores esperados. Em termos de erros percentuais apontando as causas mais prováveis destes erros.

Q9 (1 ponto) Calcule a resistência interna do resistor de funções utilizando as medidas realizadas no procedimento I e as expressões 15 e 16

Gráfico $A_{PA} \times \log f$.e $A_{PB} \times \log f$

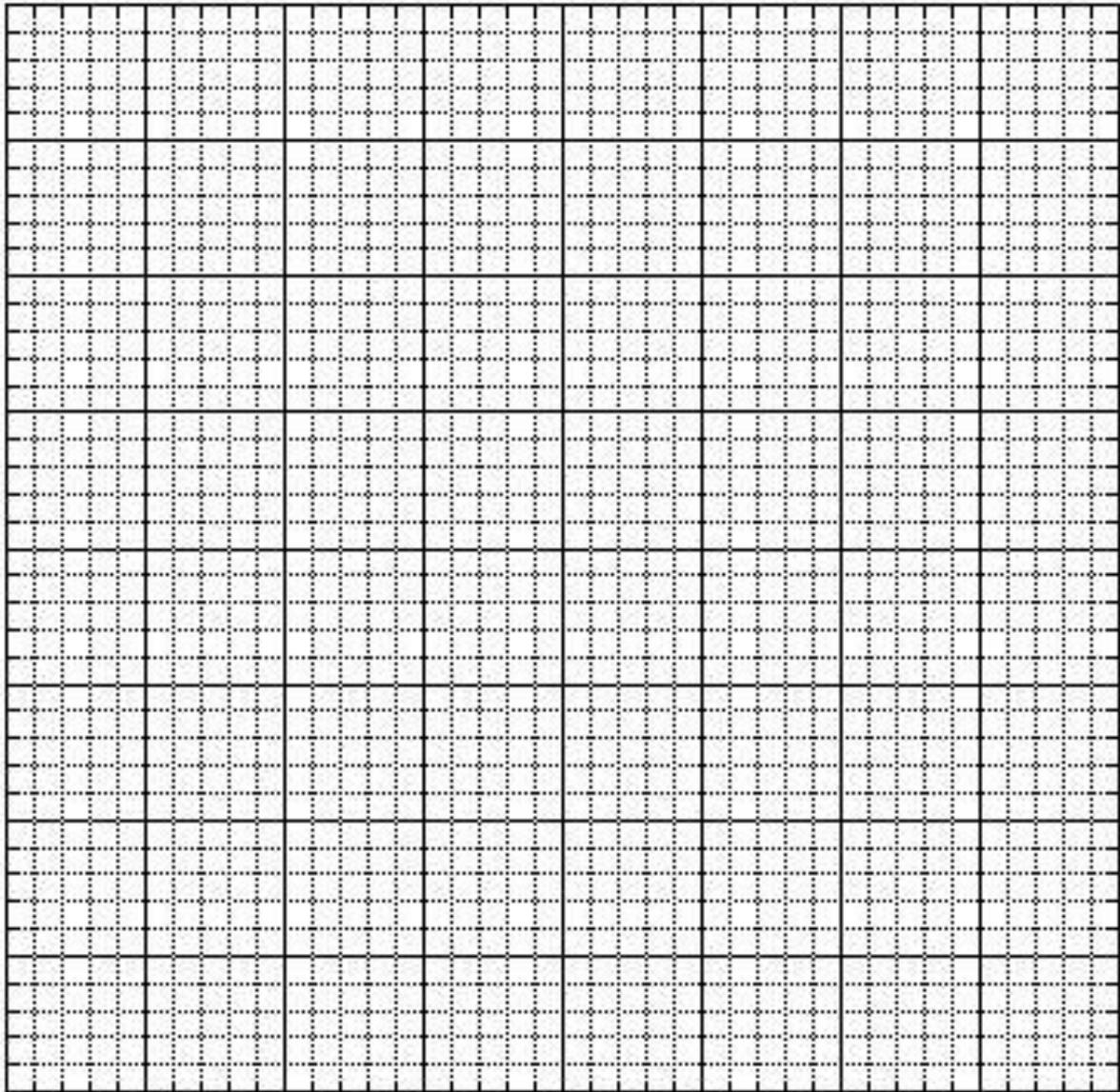
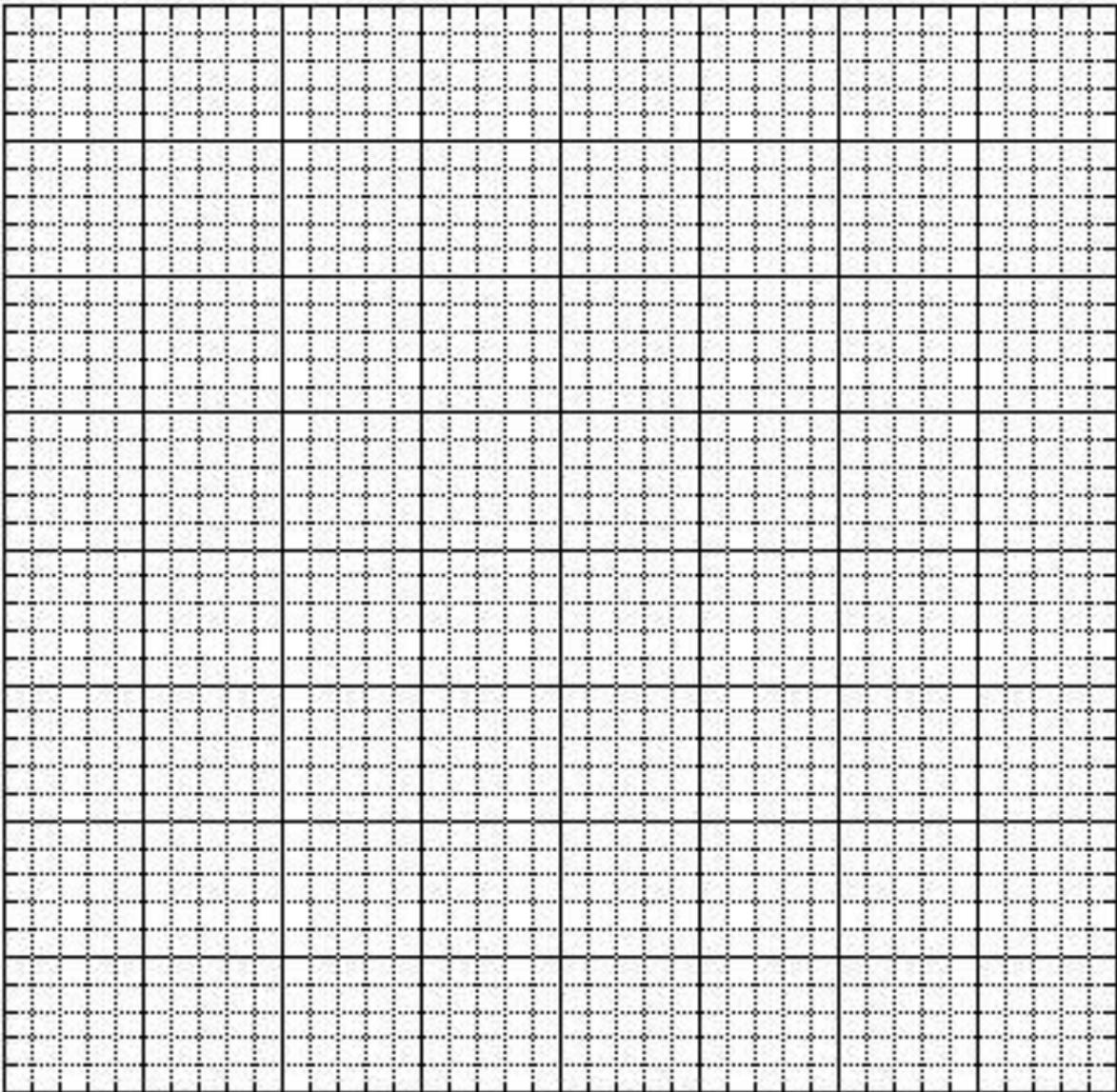


Gráfico $T_{PB}(dB) \times \log(\omega RC)$.



PRÉ-RELATÓRIO 9

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 9**, – Circuitos *RLC* em série e em paralelo em corrente alternada: ressonância”, e responda às questões que seguem.

1 – O que é a impedância Z de um circuito *RLC*? Considere um circuito formado por um resistor $R = 1k\Omega$, um capacitor $C = 10nF$ e um indutor $L = 10mH$, associados em série ou em paralelo. Qual é a impedância desses circuitos para um sinal de frequência $f = 5kHz$?

2 – O que a frequência de ressonância f_R de um circuito *RLC*? Qual é o seu valor para um circuito com $R = 1k\Omega$, $C = 10nF$ e $L = 10mH$ em série e em paralelo?

3 – Seja um circuito composto por um resistor R , um capacitor C e um indutor L , associados em série, alimentado por um gerador cuja voltagem gerada é dada por $V_g(t) = V_0 \sin(\omega t)$. Quais são, para esse circuito, as amplitudes de corrente i_0

4 – Faça para um circuito *RLC* em série e em paralelo um esboço dos gráficos esperados para a amplitude da voltagem no resistor V_0 em função da frequência do sinal aplicado

8 – Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento I**. Descreva que tipo de medida será realizado nesse procedimento.

9 – Derive a expressão da potência média dissipada no resistor em funções das impedâncias presentes no circuito para o circuito RLC em série.

10 - Faça um esboço do gráfico da potencia media em função da frecuencia para dois fatores Q, um menor que 1 e outro maior que 10. Indique no gráfico a frecuencia de ressonancia e a largura de banda

11 - Faça um desenho do circuito utilizado no **Procedimento II**. Descreva que tipo de medida será realizado nesse procedimento.

12 – Derive a expressão da potência média dissipada no resistor em funções das impedâncias presentes no circuito para o circuito RLC em paralelo.

13 - Faça um esboço do gráfico da potencia média em função da frequencia para dois fatores Q, um baixo, menor que 1, e outro alto, maior que 10. Indique no gráfico a frequencia de ressonância e a **largura de banda**

14 - . O circuito RLC em série e paralelo correspondem a que tipo de filtros respectivamente? Justifique sua resposta

15 – Usando o mesmo capacitor C e indutor L em um circuito RLC em série e em paralelo, o resistor R a ser incluído no circuito de forma obter um fator de merito alto deve ser grande ou pequeno no circuito em série e paralelo? Justifique sua resposta.

RELATÓRIO 9 (10 pontos)

Nome1: _____ **Assinatura1:** _____
Nome2: _____ **Assinatura2:** _____
Nome3: _____ **Assinatura3:** _____
Nome4: _____ **Assinatura4:** _____

Turma: _____

Procedimento I

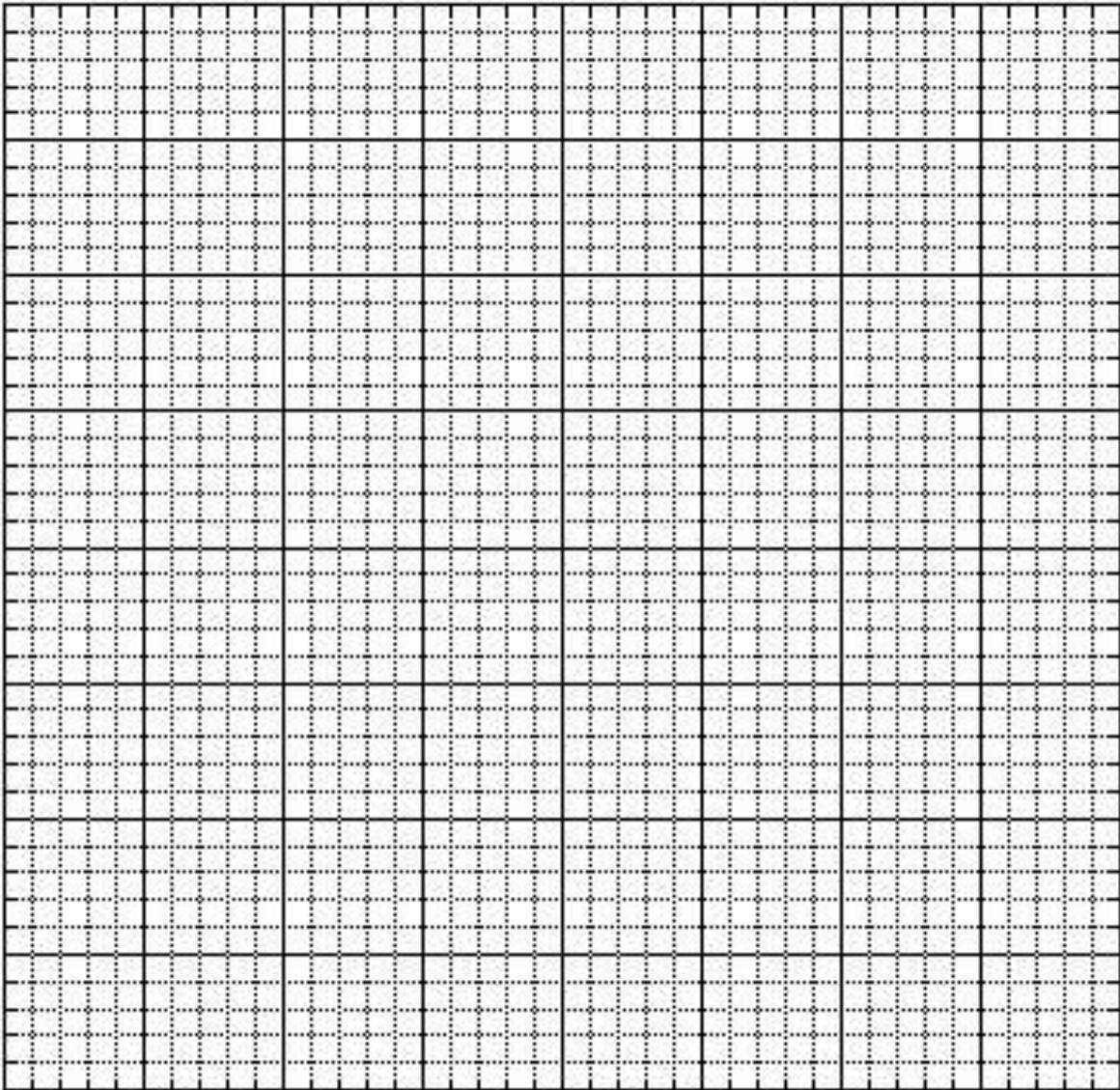
Q1 (1 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 1**.

$f(\text{Hz})$	$\ln(f)$	$V_0^R \pm \sigma_{V_0^R}$ (V)	$P_R \pm \sigma_{P_R}$ experimental	P_R Equação 28	Discrepância (%)
500					
20000					

Tabela 1

Q2 (1 ponto) – A partir dos valores experimentais faça um gráfico $P_R \times \log f$, não se esqueça de representar o erro na variável y do gráfico. Inclua no gráfico os valores previstos pelo modelo. Verifique a concordância entre os valores experimentais com os previstos.

Gráfico $P_R \times \log f$



Q3 (1 ponto) – A partir do gráfico da questão **Q2** determine graficamente o valor da frequência de ressonância, ω_R , a largura de banda, $\Delta\omega_R$, o fator de mérito Q e a potência média no máximo, $\langle P_R \rangle_{MAX}$ com as suas respectivas unidades e incertezas.

$$\omega_R = (\quad \pm \quad)$$

$$\Delta\omega_R = (\quad \pm \quad)$$

$$Q = (\quad \pm \quad)$$

$$\langle P_R \rangle_{MAX} = (\quad \pm \quad)$$

Q3 (1 ponto) Demonstre que $\Delta\omega = \frac{R}{L}$

(A condição a ser satisfeita é $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{2}R$)

Q4 (1 ponto) Compare os resultados obtidos no item Q3 com os valores nominais esperados considerando-se os valores de R , L e C usados. Justifique possíveis diferenças.

$R = (\quad \pm \quad)$; $C = (\quad \pm \quad)$; $L = (\quad \pm \quad)$

parâmetros	experimental	modelo	Discrepancia (%)
ω_R			
$\Delta\omega_R$			
Q			
$\langle P_R \rangle_{MAX}$			

Tabela 2

Q5 (0.5 pontos) O circuito RLC em série corresponde a que tipo de filtro? Justifique sua resposta!

Q6 (1 ponto) Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 3 e 4**.

Resistor (Ω)	$f_R \pm \sigma_{f_R}$	$\langle P_R \rangle_{\text{exp}}$	$\langle P_R \rangle_{\text{modelo}}$

Tabela 3

A frequência para qual ocorre o máximo não deve mudar. Porque isto ocorre?

$$\frac{\langle P_R^{(2)} \rangle_{\text{MAX}}}{\langle P_R^{(1)} \rangle_{\text{MAX}}}$$

experimental	previsão	Discrepância (%)

Tabela 4

Compare o valor experimental com o esperado pelo modelo e verifique se há concordância. Justique sua resposta.

Procedimento II

Q7 (1 ponto) – Apresente os resultados que você obteve na **Tabela 5**.

$f(\text{Hz})$	$\ln(f)$	$V_0^R \pm \sigma_{V_0^R}$ (V)	$P_R \pm \sigma_{P_R}$ experimental	P_R Equação 38	Discrepância (%)

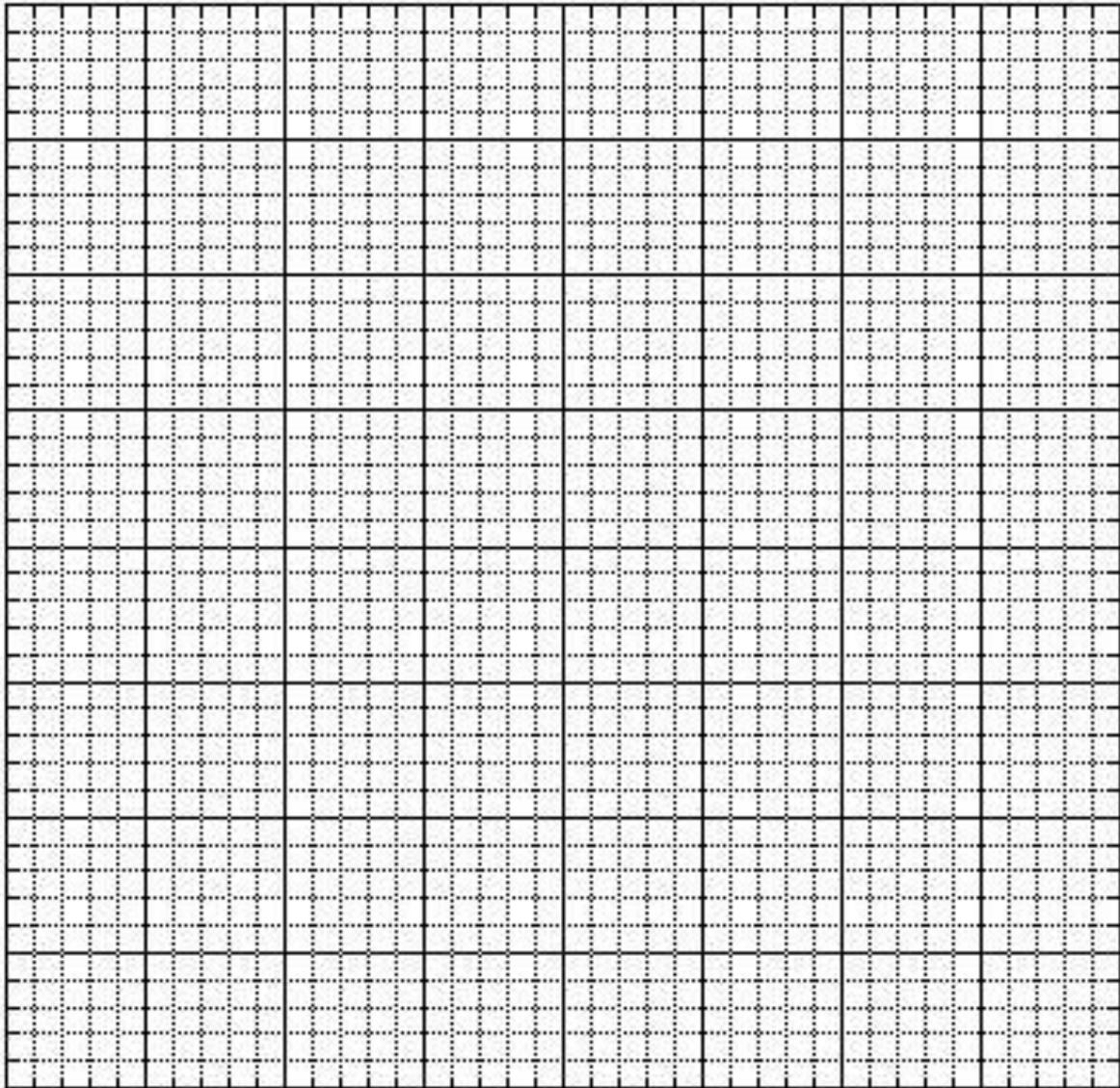
--	--	--	--	--	--

Tabela 5

Q8 (1 ponto) – A partir dos valores experimentais faça um gráfico $P_R \times \log f$, não se esqueça de representar o erro na variável y do gráfico. Inclua no gráfico os valores previstos pelo modelo

Compare os valores experimentais com os previstos.

Gráfico $P_R \times \log f$



Q9 (1 ponto) – A partir do gráfico da questão **Q8** determine graficamente o valor da frequência de ressonância, ω_R , a largura de banda, $\Delta\omega_R$, o fator de mérito Q e a potência média mínima, $\langle P_R \rangle_{\min}$ com as suas respectivas incertezas.

$$\omega_R = (\quad \pm \quad)$$

$$\Delta\omega_R = (\quad \pm \quad)$$

$$Q = (\quad \pm \quad)$$

$$\langle P_R \rangle_{\min} = (\quad \pm \quad)$$

Q10 (0.5 pontos) O circuito *RLC* em paralelo corresponde a que tipo de filtro? Justifique sua resposta!

PRÉ-RELATÓRIO 10

Nome:

turma:

Leia atentamente o texto da **Aula 10**, – Circuitos *RLC* em série em corrente alternada: diferença de fase e responda às questões que seguem.

1 – Seja um circuito composto por um resistor R , um capacitor C e um indutor L , associados em série, alimentado por um gerador cuja voltagem gerada é dada por $V_g(t) = V_0 \sin(\omega t)$. Derive a expressão da diferença de fase entre a corrente e a voltagem?

2 – Qual a condição na diferença de fase que deve ser satisfeita na ressonância? Na ressonância o circuito é puramente capacitivo, resistivo ou indutivo? Justifique sua resposta

3 – Faça um esboço do gráfico esperado para a diferença de fase φ entre a corrente e a voltagem aplicada ao circuito, em função da frequência do sinal aplicado? Justifique sua resposta.

4 - Como obtem-se figuras de lissajous?

5 – Faça um esboço do gráfico da figura de lissajous esperada para a diferença de fase φ entre a corrente e a voltagem aplicada ao circuito, na ressonância e apresente a expressão para φ em função dos parâmetros a e b da figura de lissajous.

6 - Faça um esboço do gráfico das figuras de lissajous esperadas para a diferença de fase φ entre a corrente e a voltagem aplicada ao circuito, quando este apresenta características predominantemente capacitivas ou indutivas respectivamente? Justifique sua resposta.

RELATÓRIO 10 (10 pontos)

Nome1: _____ Assinatura1: _____

Nome2: _____ Assinatura2: _____

Nome3: _____ Assinatura3: _____

Nome4: _____ Assinatura4: _____

Turma: _____

Procedimento I

Q1 (2 pontos) – Quais foram os valores encontrados para o período de ressonância, T_R , e para a frequência de ressonância, f_R , e suas respectivas incertezas, usando a figura de Lissajous?

Apresente o grafico da figura de Lissajous para a frequencia de ressonância.

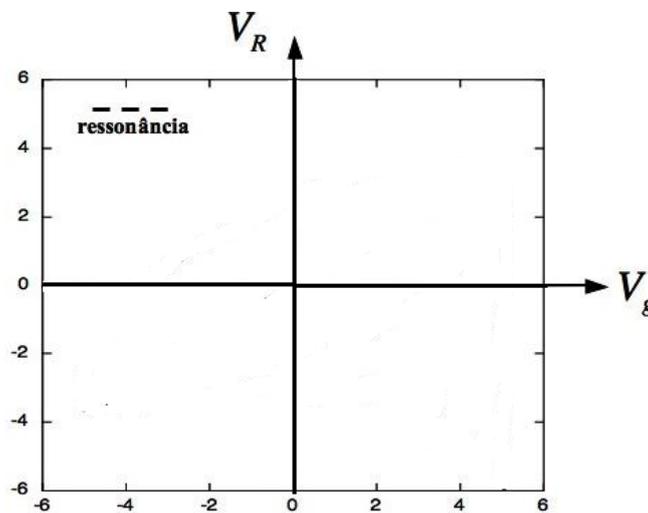
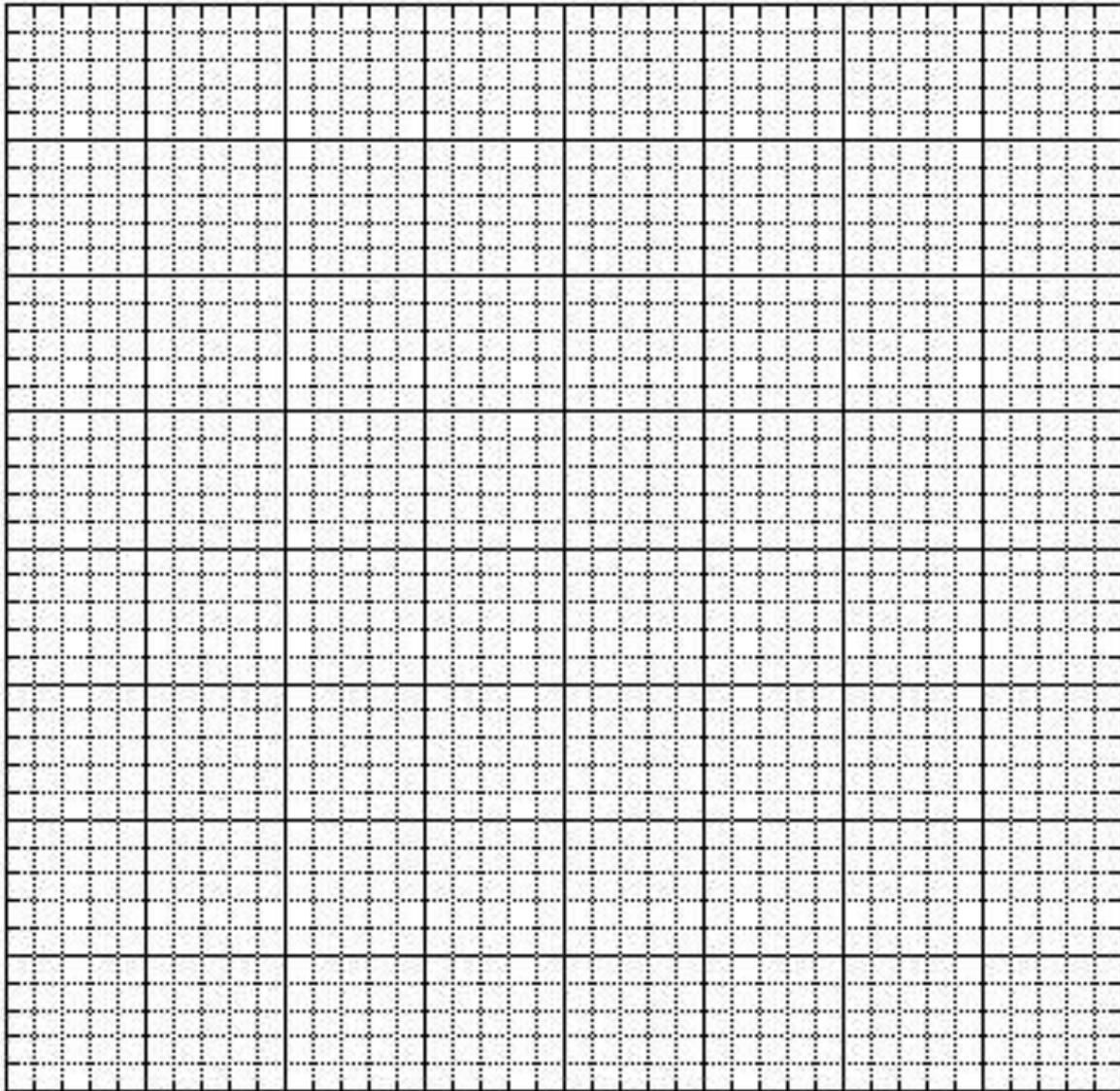


Figura 1

$$a = (\quad \pm \quad) \quad b = (\quad \pm \quad)$$

$$T_R = (\quad \pm \quad) \quad f_R = (\quad \pm \quad)$$



Q4 (2 pontos) – A partir do gráfico da questão **Q5** determine graficamente o valor da frequência de ressonância do circuito e sua respectiva incerteza.

$$f_R = (\quad \pm \quad)$$

Q5 (2 pontos) – Calcule o valor nominal da frequência de ressonância do circuito e sua respectiva incerteza. Use o valor medido de R e assumo que L e C possuem incertezas relativas de 10%. Como o valor nominal se compara com os resultados obtidos nas questões **Q1**, **Q4**? Calcule a discrepância relativa D dos valores experimentais f_R com o valor nominal. Justifique possíveis diferenças.

$$R = (\quad \pm \quad); L = (\quad \pm \quad); C = (\quad \pm \quad)$$

valor nominal da frequência de ressonância: $f_R \pm \sigma_{f_R} = (\quad \pm \quad)$

	$f_R \pm \sigma_{f_R}$	D (%)
Q1		
Q4		

Compare os resultados obtidos pelos métodos. Qual o método mais preciso?