Introdução à Organização e à Programação de Computadores

usando Logisim e Scilab

Osvaldo Carvalho

Departamento de Ciência da Computação

UFMG

osvaldo@dcc.ufmg.br

2º Semestre de 2010

Conteúdo

1 Introdução 1
1.1 Computadores 1
1.2 Informação Analógica e Informação Digital 4
1.3 Computadores e Informação 7
1.4 Conversões análogo-digital e digital-analógica 8
1.5 Sensores e atuadores 12
1.6 Memórias 15
1.7 Organização do Texto 17
1.7.1 Organização de Computadores 17
1.7.2 Linguagem e Ambiente Scilab 18
1.7.3 Algoritmos e Programas 21
2 Organização de Computadores 23
2.1 Bits e códigos 23
2.2 Circuitos Combinatórios 26
2.2.1 Álgebra de Boole 27
2.2.2 Portas Lógicas 27
2.2.3 Introdução ao Logisim 31
2.2.4 Aritmética com operações lógicas 36
2.2.5 Síntese de Circuitos Combinatórios 42
2.2.6 Comparação de binários sem sinal 48
2.2.7 Multiplexadores e Demultiplexadores 51
2.3 Circuitos Sequenciais 54
2.3.1 Flip-flops e Registradores 54
2.3.2 Barramentos e Controle de Fluxo de Dados 57
2.3.3 Memórias 58
2.3.4 Acumuladores 60
2.3.5 Uma CPU não Automática 61
2.3.6 Osciladores ou Clocks 63
2.4 Organização de uma CPU 64
2.4.1 Ciclo de Instrução 66
2.4.2 Instruções 68
2.4.3 Programação em Assembler 70
2.4.4 Montagem do Programa Executável 72
2.4.5 O Circuito Principal da CPU Pipoca 73

2.4.6 O Contador de Programa 77
2.4.7 A Unidade de Controle 77
2.4.8 O Ciclo de Micro-Instrução 81
2.4.9 O Micro-Programa 86
2.4.10 A Planilha Pipoca.xls 89
3 Ambiente e Linguagem Scilab 95
3.1 Introdução ao Ambiente e à Linguagem Scilab 95
3.1.1 Variáveis e Comandos de Atribuição 98
3.1.2 Programas Scilab 101
3.1.3 Loops: os comandos `for` e `while` 107
3.1.4 Valores Lógicos e Strings 112
3.1.5 Comandos Aninhados 116
3.1.6 Arquivos 119
3.2 Matrizes 124
3.2.1 Atribuindo valores a uma matriz 124
3.2.2 Vetores linha e coluna 126
3.2.3 Referenciando partes de uma matriz 126
3.2.4 Aritmética matricial 127
3.2.5 Construindo matrizes 131
3.2.6 Matrizes e Gráficos 133
3.2.7 Matrizes de Strings e Arquivos 135
3.2.8 Matrizes Numéricas e Arquivos 136
3.2.9 Matrizes e expressões lógicas 138
3.3 Funções 139
3.3.1 Sintaxe 141
3.3.2 Funções, arquivos fonte e o Scilab 142
3.3.3 Funções, Matrizes, Loops e Indução 144
3.3.4 Recursividade 149
3.3.5 Funções e Desenvolvimento Top-down 151
3.3.6 Desenhando Mapas 153
4 Algoritmos 157
4.1 Definição e Características 157
4.1.1 Especificação 157
4.1.2 Correção 157
4.1.3 Eficiência e Complexidade Computacional 158
4.2 Pesquisa 164
4.2.1 Pesquisa Seqüencial 165

4.2.2 Pesquisa Binária 166
4.3 Ordenação 168
4.3.1 Seleção e Troca 168
4.3.2 Intercalação (MergeSort) 173
4.3.3 Partição (QuickSort) 177
4.3.4 Dividir para Conquistar 179
4.4 Algoritmos Numéricos 179
4.4.1 Integração por Trapézios 180
4.4.2 Bisseção 183
4.4.3 Série de Taylor para exp(x) e Cancelamento Catastrófico 188
4.5 Barreiras de Complexidade 191
4.5.1 Problemas np-completos: O Problema do Caixeiro Viajante 191
4.5.2 Problemas indecidíveis: O Problema da Correspondência de Post 198
5 Notas Finais e Próximos Passos 204
6 Índice Remissivo 208
7 Referências 211

Aos Professores

Programação de Computadores é a disciplina mais tradicionalmente oferecida por departamentos de Ciência da Computação, e geralmente também a de maior número de matrículas. Na UFMG, Programação de Computadores já era oferecida para Ciências e Engenharias desde antes da criação do departamento. Seu código é DCC001, o que dá uma idéia de sua venerabilidade.

Este texto é parte integrante de um conjunto de materiais pedagógicos para esta disciplina, produzidos com a intenção de serem usados em um curso de 60 horas-aula, dado em um semestre letivo. Exercícios, imprescindíveis para um bom aprendizado, não estão aqui, mas em um site Moodle que contém também apresentações e outros materiais.

O enfoque adotado apresenta algumas características que o distinguem da forma tradicional como a a disciplina é ministrada:

- O curso necessita de um professor e de monitores;
- Em cada semana são previstas uma aula expositiva, dada pelo professor, e uma aula prática, dada pelos monitores;
- Aulas expositivas podem ser dadas em auditório ou sala de aula com grande capacidade;
- Aulas práticas são oferecidas em laboratórios com computadores; melhores resultados podem ser esperados com turmas pequenas;
- Os procedimentos de avaliação do aluno incluem questionários semanais e provas, que podem (e devem) ser realizados “online”;
- As aulas práticas têm como objetivo auxiliar os alunos nas avaliações semanais;
- Uma base de questões, fechadas e abertas, está disponível no Moodle para a montagem de avaliações.
- Questões fechadas (múltipla escolha, associações, etc.) são corrigidas automaticamente; ao montar uma avaliação, o professor deve dosar o uso de questões abertas para manter o trabalho de correção em volumes aceitáveis.
- Conjuntos de exercícios podem também ser disponibilizados no Moodle, permitindo estudos e auto-avaliações pelos alunos;
- A linguagem adotada é o Scilab;
- O primeiro terço do curso é dedicado ao ensino de circuitos lógicos e organização de computadores, utilizando o software Logisim (Burch, 2002);
- Mesmo com um enfoque eminentemente prático, o material cobre conceitos teóricos fundamentais, como complexidade de algoritmos, problemas np-completos e problemas indecidíveis.

Para justificar a adoção do Scilab é preciso falar um pouco sobre o fenômeno MatLab. MatLab, de *Matrix Laboratory*, é uma linguagem chamada M e um ambiente de desenvolvimento e execução voltado para aplicações técnicas. Segundo Bill McKeeman (quase fundador do Computer Science Department de Stanford, hoje professor de Dartmouth e desenvolvedor da MathWorks(Mathworks), empresa que vende e mantém o MatLab), a linguagem teve origem na idéia de colocar cálculos matriciais na sintaxe, ao invés de utilizar chamadas de subrotinas em Fortran (McKeeman).

Com poucas mas muito bem sucedidas exceções, MatLab não é conhecido em departamentos de Ciência da Computação. Não é só aqui no Brasil que isto acontece. MatLab não foi projetado por especialistas em linguagens ou compiladores, não tendo aos olhos de cientistas da computação (incluindo este autor) qualquer importância conceitual como linguagem de programação. Mas seu sucesso prático é sem qualquer dúvida enorme. Ao apresentar a

linguagem M para o MIT em 2005, McKeeman inicia dizendo "*as it turns out, the computer science department is about the only part of MIT that does not use MatLab*". Ele continua (McKeeman):

> *MATLAB has grown over 20 years from academic research into a generalized tool for a wide variety of applications, including vehicle crash simulation, financial prediction, genome analysis, imbedded computer control, aircraft design and so on. More than 200 MathWorks developers are working on the next release. Another 1000 people run the rest of the business, in Natick and worldwide.*
>
> *There are about a million users. Some MATLAB users do not think of what they are doing as "programming." Some users are interested in quick and easy results. Some users want to build applications that are bullet proof and reusable over decades. I know of 100000 line MATLAB programs and MATLAB programs mining petabytes of data and others running 100x parallel for days at a time. Some universities teach MATLAB for beginning programming. On every customer contact I find new surprises. MATLAB satisfies all these communities.*

O Scilab é um sistema livre, produzido pelo INRIA, que segue a mesma filosofia do MatLab sem tentar ser um clone. A compatibilidade das linguagens de programação é grande mas não total. Segundo o verbete na Wikipedia, SciLab vem conquistando cada vez mais adeptos tanto na academia como na indústria. Existem livros sobre SciLab em inglês, francês e espanhol, e está disponível na Internet um texto introdutório em português produzido pelo Prof. Paulo Sérgio da Mota Pires, da UFRN. Links para esses materiais podem ser encontrados no site (Scilab Consortium).

Agradecimentos

A "nova" metodologia para Programação de Computadores (uma aula expositiva e uma aula prática por semana) e a nova linguagem (Scilab) nos foram sugeridas pelos Professores Regina Helena Bastos Cabral e Ivan Moura Campos. Os dois me fizeram conhecer o Matlab, me convenceram da necessidade de práticas mais intensivas, e também da viabilidade de provas online. A Professora Regina já aplicava estas técnicas com enorme sucesso em Cálculo Numérico.

Os monitores que trabalharam na disciplina em sua primeira oferta em 2007 foram Maxstaley Neves e Henrique Chevreux. Sem eles eu não teria conseguido enfrentar a miríade de detalhes técnicos do Logisim, Moodle e Scilab, todos então sistemas novos para mim. Mas, muito mais do que isso, eles forjaram para a monitoria uma postura íntegra, competente e criativa, postura que souberam transmitir aos outros monitores: Harlley Augusto de Lima, Phillippe Samer Lallo Dias, Rafael Bonutti, Douglas Max Duarte Batista, Luis Cláudio Dutra Martins, Rafael Vieira Carvalho e Thiago Moreira Torres.

A aplicação da metodologia faz uso intenso da infra-estrutura de tecnologia da informação da UFMG, competentemente administrada pelo Centro de Computação, pelo Laboratório de Computação Científica, pelo Laboratório de Recursos Computacionais do Instituto de Ciências Exatas e pelo Centro de Recursos Computacionais do Departamento de Ciência da Computação.

1 Introdução

1.1 Computadores

Este é um texto sobre organização e programação de computadores. Apenas meio século após a construção dos primeiros computadores, o impacto desta tecnologia sobre nossas vidas é enorme. Computadores mudaram – e muito – a forma como se faz música, cinema ou artes plásticas, como se escrevem textos, como se faz comércio. A medicina mudou, e mudaram a engenharia, as ciências, a economia. Mudaram as formas de governar, e as formas de exercício de cidadania. Mas o que é um computador?

Vamos começar com alguns exemplos. É certo que você já viu diversos computadores, e é provável que a imagem que lhe venha à mente seja similar à mostrada na Figura 1.

Figura 1: Um IBM PC, lançado em 1981 (IBM)

Existem computadores que não se assemelham a isto. Aliás, os computadores existentes em maior número são simples e pequenos, embutidos em telefones celulares, iPods, eletrodomésticos e automóveis. Outos são enormes, ocupando vastos salões, como o Blue Gene mostrado na Figura 2. Em 2006 o Blue Gene era o computador mais poderoso do mundo, sendo capaz de executar 478 trilhões de operações aritméticas por segundo. Em 2008 já não era: o RoadRunner, que como o Blue Gene foi produzido pela IBM, atingiu um *petaflops*, isto é, mil trilhões de operações aritméticas por segundo. Como curiosidade, o RoadRunner utiliza chips (circuitos integrados) usados na PlayStation 3 da Sony. A cada seis meses uma lista com os maiores computadores do mundo é publicada no site (Top500). Vale a pena visitar este site, que contém dados e análises interessantes sobre a evolução dos supercomputadores, denominação que a indústria dá a computadores como o Blue Gene ou o RoadRunner.

Figura 2: Blue Gene (2006)

Com a rápida evolução da eletrônica, poderoso hoje, normal amanhã, fraco depois de amanhã. Para ter alguma utilidade o termo é forçosamente relativo à época: um supercomputador é um computador que figura dentre os mais poderosos do mundo ... em sua geração.

Figura 3: Mark IV (1944)

Neste sentido o Mark IV (Figura 3), de 1944, executando apenas 3 operações aritméticas por segundo, era mais super que o Blue Gene, pois era um dos únicos computadores existentes no mundo.

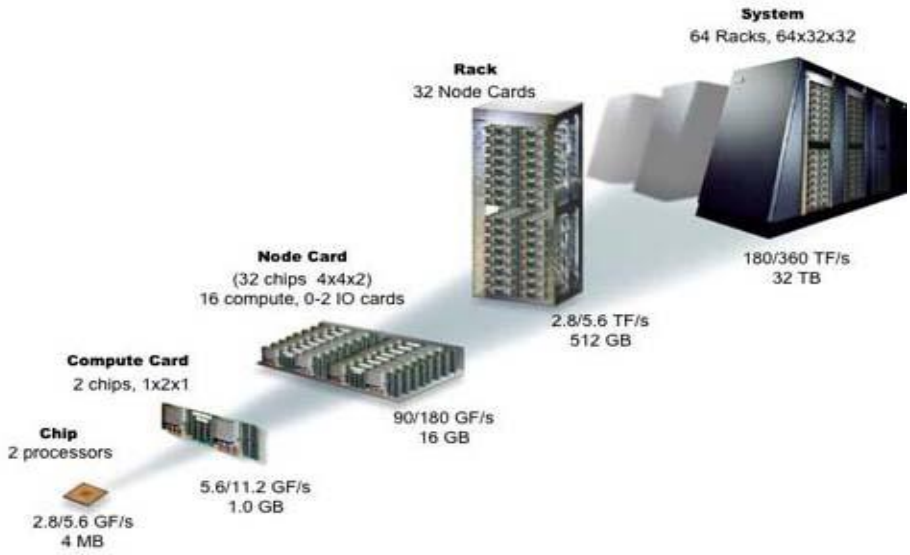


Figura 4: Módulos, sub-módulos, sub-sub-módulos, ... do Blue Gene

A Figura 4 nos permite entender melhor a estrutura do Blue Gene:

- O sistema completo tem 64 *racks*, pequenas torres que ficam abrigadas nos grandes blocos do computador.
- Cada rack tem 32 “nós computacionais”.
- Um nó computacional abriga 16 placas computacionais e, em alguns casos, até 2 placas de entrada e saída de dados.
- Cada placa computacional tem duas pastilhas de circuitos integrados.
- Cada circuito integrado abriga dois processadores, que são os circuitos que efetivamente realizam cálculos computacionais.

Na Figura 4, as sucessivas decomposições param por aqui , mas, na verdade, o *chip* – palavra em inglês para pastilha de circuito integrado – é ainda uma estrutura bastante complexa.

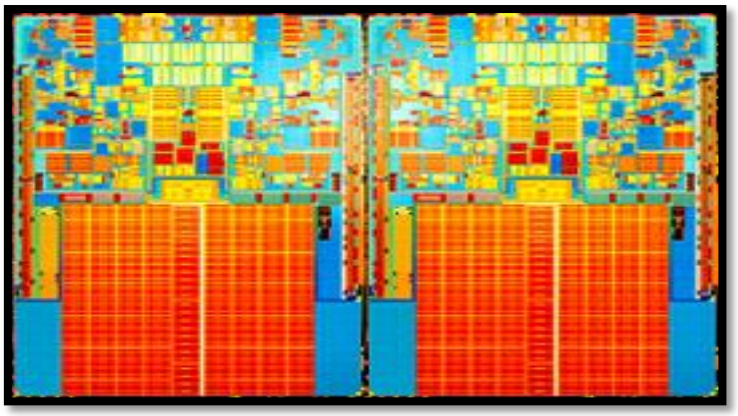


Figura 5: Chip do processador Intel Core 2 Extreme QX9770 (imagem retirada de (HotHardware.com))

Olhando para a foto (Figura 5) de um chip do processador Intel Core 2 Extreme QX9770 nós podemos perceber visualmente diversos sub-módulos, mesmo sem ter qualquer idéia de suas funções. Se pudéssemos olhar ainda mais de perto, veríamos que este chip contém 820 milhões de transistores, espremidos em uma área de apenas 240 milímetros quadrados.

Fazendo agora um zoom na direção contrária, temos a Internet, a rede mundial que interliga quase todos os computadores do mundo. A imagem da Figura 6 propositalmente lembra uma galáxia. São milhões de computadores na Internet, todos interligados.

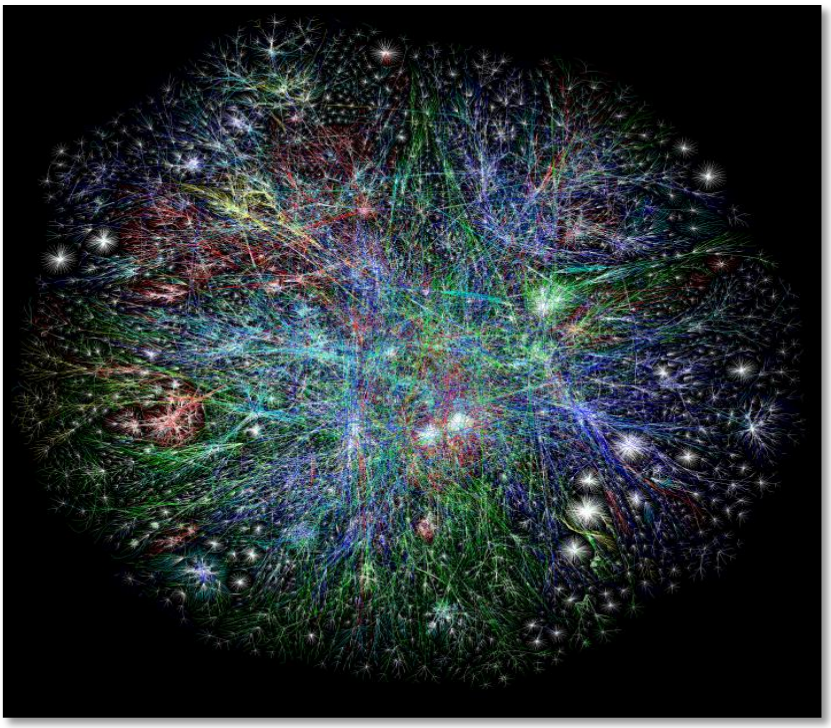


Figura 6: Uma visualização da Internet pelo produzida pelo Projeto Opte (Lyon, 2005). Em azul estão os nós da América do Norte, em verde os da Europa, Oriente Médio, Ásia Central e África, e em amarelo os da América Latina.

Todo esse arranjo envolvendo Internet, computadores, processadores, circuitos integrados, incrivelmente, tudo isso funciona, com algumas falhas, é verdade, mas que de forma alguma impediram a computação de mudar a forma de vida da humanidade. Funciona como? Essa proeza de organização se deve exatamente ao uso intenso de uma idéia central para a computação, a *modularização*. São muitas e muitas peças, mas que são desenvolvidas conforme padrões que permitem que, para utilizar um módulo, é preciso saber apenas o que esse módulo faz, e não como ele é construído.

Módulos permitem a divisão de competências. Um programador profissional normalmente não tem a menor idéia sobre a física de semicondutores, e nem mesmo sobre como funcionam os protocolos básicos da Internet. Toda a computação é um imenso lego, onde cada peça tem encaixes bem definidos que permitem seu acoplamento para a montagem de estruturas maiores. Como veremos ao longo desse curso, módulos são onipresentes na ciência da computação, pois são fundamentais para o domínio de sistemas complexos.

1.2 Informação Analógica e Informação Digital

Computadores só trabalham com informação, e é por isso que a palavra *informática* é sinônimo de ciência da computação. Mas informação é um conceito de difícil definição. É algo em um objeto – o objeto suporte – que diz alguma coisa sobre outro objeto – o objeto alvo – ou sobre uma grandeza física, ou sobre um evento localizado no tempo, ou sobre qualquer coisa. Quando o objeto suporte da informação tem uma relação física direta com o objeto alvo da informação, nós dizemos que a informação ali armazenada é *informação analógica*. Quando o objeto suporte armazena *símbolos* como números ou palavras com informação sobre o objeto alvo, nós dizemos que a informação é simbólica ou, mais comumente, *informação digital*.

Figura 7: Filmes fotográficos (Flickr)

Um filme fotográfico revelado – objeto em extinção nos dias de hoje – registra informação sobre a cena fotografada. Um arquivo JPEG, formato comum para imagens digitais, também tem. Uma mesma cena, fotografada com uma máquina tradicional, gera informação analógica sobre o material foto-sensível que cobre o filme; fotografada com uma máquina digital, gera símbolos, ou seja, informação digital.

Figura 8: Informação analógica e digital

Um termômetro caseiro é um objeto que fornece informação sobre a temperatura do ar, ou do corpo de uma criança, pois fenômenos de dilatação fazem com que a altura da coluna de mercúrio seja proporcional à temperatura medida. Nós dizemos que a informação obtida por um exame direto do termômetro é uma informação analógica.

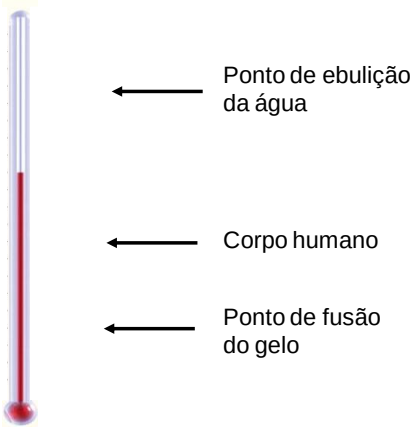


Figura 9: Um termômetro

Com o uso de uma escala um médico pode anotar em um papel a temperatura de seu paciente. Ao fazê-lo, a informação sobre a temperatura passa de analógica (a altura da coluna de mercúrio) para informação digital ou simbólica (o número anotado pelo médico).

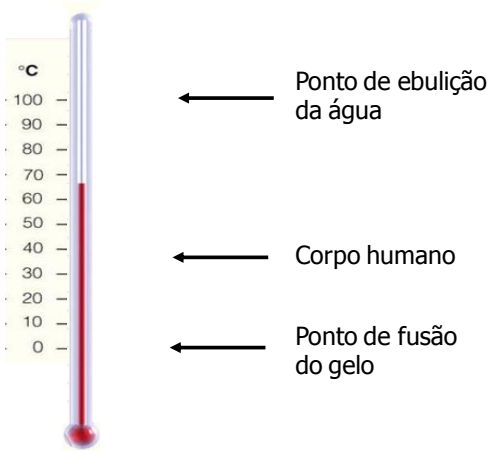


Figura 10: Um termômetro com escala

Existe uma perda nessa transformação: o médico irá anotar o número correspondente ao tracinho mais próximo à extremidade da coluna, talvez com uma proximação entre dois tracinhos, mas não a sua altura exata. Para o médico essa perda é perfeitamente tolerável.Temperaturas do corpo humano medidas com uma casa decimal provavelmente atendem a todas as necessidades clínicas. E existe também um grande ganho: a temperatura anotada é informação simbólica, que pode ser comunicada ao telefone, ou copiada em outro papel ou digitada em um computador.

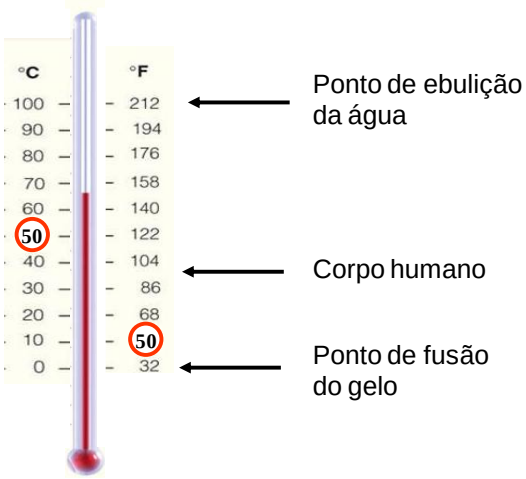


Figura 11: Termômetro com escalas Celsius e Farenheit

O uso de informação simbólica requer uma convenção de interpretação. A qual temperatura – altura da coluna de mercúrio – corresponde o símbolo 50? A Figura 11 mostra as escalas mais comumente utilizadas para temperaturas. Ou seja, ao dizer 50 graus, devemos esclarecer se estamos falando de graus centígrados ou Farenheit, ou de alguma outra escala de temperaturas.

Tabela 1: Diferentes símbolos para os números inteiros de 1 a 7

Arábico	Romano	Binário
1	I	1
2	II	10
3	III	11
4	IV	100
5	V	101
6	VI	110
7	VII	111

Símbolos podem também ser usados para representar outros símbolos. Assim como explicitar uma escala é um requisito para se interpretar um número associado a uma temperatura, a correspondência entre símbolos deve ser estabelecida por convenções, como mostra o exemplo na Tabela 1.

1.3 Computadores e Informação

Computadores são essencialmente formados por *processadores*, *memórias*, *sensores* e *atuadores*:

- O componente mais importante é o processador. Um processador transforma informação exclusivamente simbólica, em informação também simbólica; as transformações que um processador realiza são ditadas por um *programa* que o processador executa.
- *Memórias* servem para registrar informações para recuperação posterior, e também só trabalham com informações simbólicas.
- *Sensores* como o teclado do computador, o mouse, câmeras digitais, microfones digitais, entradas de rede, são também chamados de *dispositivos de entrada*, e trazem informação para o processador.
- *Atuadores* são impressoras, monitores de vídeo, alto-falantes, projetores, saídas de rede, e são também chamados de *dispositivos de saída*. Atuadores exportam informação que sai do processador.
- Sensores e atuadores frequentemente trabalham tanto com informação digital como com informação analógica, e fazem uso de conversões A/D e D/A.

A informação digital nos processadores e memórias atuais utiliza somente dois valores básicos para os símbolos. A palavra *bit* designa a unidade de informação simbólica; os dois valores de um bit são normalmente denotados por 0 e 1.

Dois valores só? Computadores fazem maravilhas: exibem filmes, oferecem jogos, editores de texto, correio eletrônico. Como, somente com 0 e 1? É que, mesmo se cada um só contém um de dois símbolos, computadores usam muitos bits. Com 1 bit podemos representar dois estados, que podem por convenção representar 0 ou 1, sim ou não, verdadeiro ou falso, preto ou branco, o que quer que se convencione, mas apenas dois estados. Com dois bits já são 4 combinações: 00, 01, 10 e 11. Com 3 bits, 8 combinações: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 e 111. Já fica possível armazenar 8 diferentes informações, que poderiam ser os inteiros de 0 a 7, ou talvez designando 8 diferentes níveis de cinza: o preto, o branco, e 6 nuanças intermediárias.

Não é difícil ver que, ao acrescentar um bit a um conjunto de bits, multiplicamos por 2 o número de combinações já existentes. Ou seja, com n bits, temos 2^n combinações, e 2^n cresce muito rapidamente:

- Com 8 bits podemos representar $2^8 = 256$ coisas diferentes. Isso é suficiente para atribuir um código distinto para cada letra do alfabeto, distinguindo entre maiúsculas e minúsculas, e também para caracteres especiais como "(", "+", etc. Um conjunto de 8 bits é chamado de *byte*.
- Com 24 bits, temos $2^{24} = 16.777.216$ possibilidades, o suficiente para representar todas as cores com qualidade excelente para a acuidade visual humana.
- Com 80 bits, nada menos que $2^{80} = 1.208.925.819.614.629.174.706.176$ coisas podem ser representadas!

A Tabela 2 mostra os prefixos usados para designar potências decimais e binárias de uso corrente na computação.

Tabela 2: Prefixos binários e decimais.

Prefixos Binários e Decimais			
Prefixo	**Símbolo**	**Valor**	**Base 10**
kilo	k/K	2^{10} = 1 024	> 10^{3} = 1,000
mega	M	2^{20} = 1 048 576	> 10^{6} = 1 000 000
giga	G	2^{30} = 1 073 741 824	> 10^{9} = 1 000 000 000
tera	T	2^{40} = 1 099 511 627 776	> 10^{12} = 1 000 000 000 000
peta	P	2^{50} = 1 125 899 906 842 624	> 10^{15} = 1 000 000 000 000 000
exa	E	2^{60} = 1 152 921 504 606 846 976	> 10^{18} = 1 000 000 000 000 000 000
zetta	Z	2^{70} = 1 180 591 620 717 411 303 424	> 10^{21} = 1 000 000 000 000 000 000 000
yotta	Y	2^{80} = 1 208 925 819 614 629 174 706 176	> 10^{24} = 1 000 000 000 000 000 000 000 000

Podemos ver que o uso de apenas 2 símbolos não traz limitação alguma de representatividade. Tudo bem, mas porque só 2 símbolos? Se os computadores fossem menos mesquinhos e usassem, por exemplo, os algarismos decimais como unidade básica de informação, não teríamos um sistema que, antes de qualquer coisa, seria familiar, e que com n algarismos poderíamos representar 10^n coisas diferentes?

A decisão de adoção de um sistema binário foi tomada pelos projetistas dos primeiros computadores, e se justifica principalmente pela confiabilidade. Computadores são equipamentos eletrônicos, onde símbolos devem ser representados por voltagens ou correntes elétricas. Se tivermos apenas dois níveis de voltagens ou de correntes, a distinção dos símbolos fica muito mais confiável.

Além disso, bits são baratos, e ocupam muito pouco espaço quando anotados em suportes eletrônicos. O notebook utilizado para escrever este texto tem 2GB (2 Giga Bytes) de memória principal, e 300GB de capacidade de armazenamento em sua memória secundária, um disco magnético.

1.4 Conversões análogo-digital e digital-analógica

Figura 12: Conversões análogo-digital (A/D) e digital-analógica (D/A)

Existem dispositivos que transformam informação analógica em informação digital (conversões A/D), e outros que fazem o contrário (conversões D/A).

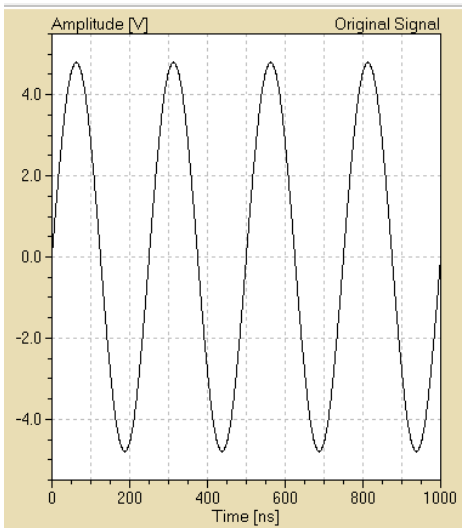


Figura 13: Um sinal analógico sinoidal

Para digitalizar um sinal de entrada como o da Figura 13 é preciso obter amostras de sua amplitude em instantes discretos no tempo, e digitalizar – obter um valor numérico – cada amostra.

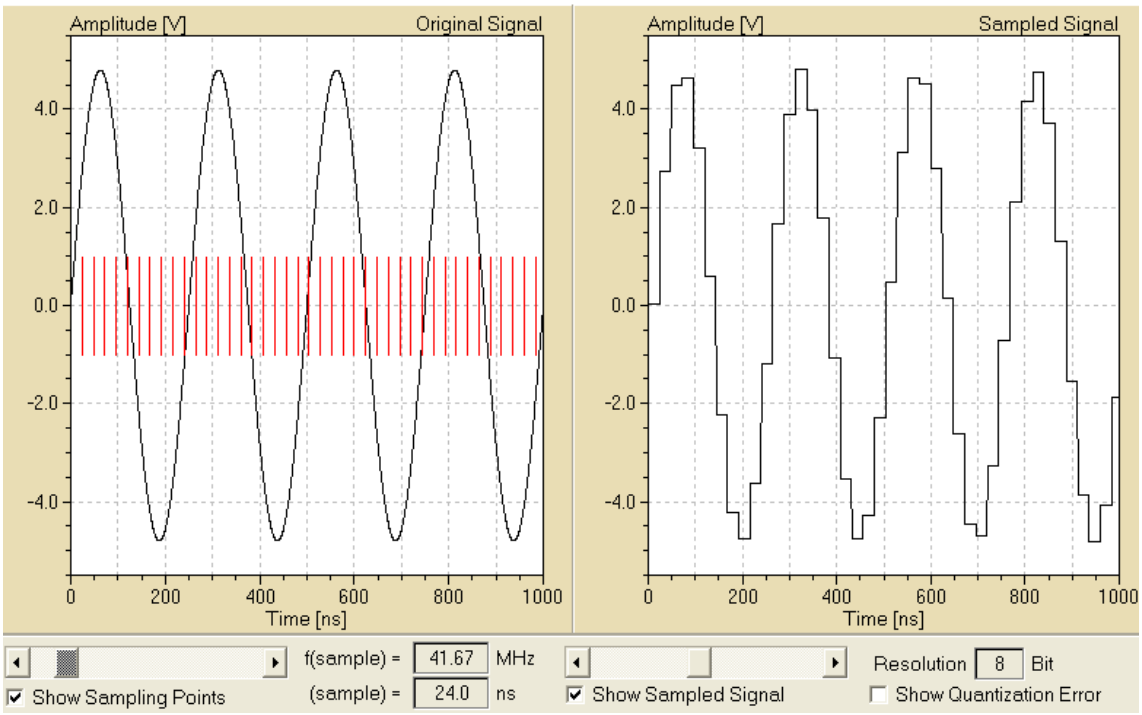


Figura 14: Sinal original e sinal amostrado nos instantes correspondentes aos traços verticais em vermelho, usando 8 bits e frequência de amostragem de 41,67 MHz

A Figura 14 ilustra esse processo de digitalização. Se reconstituirmos este sinal a partir dos valores das amostras, mantendo constante o valor do sinal nos intervalos de tempo entre duas amostras, iremos obter o sinal à direita na figura. Sem dúvida, o sinal reconstituído se assemelha ao sinal original, mas a má qualidade da digitalização é evidente.

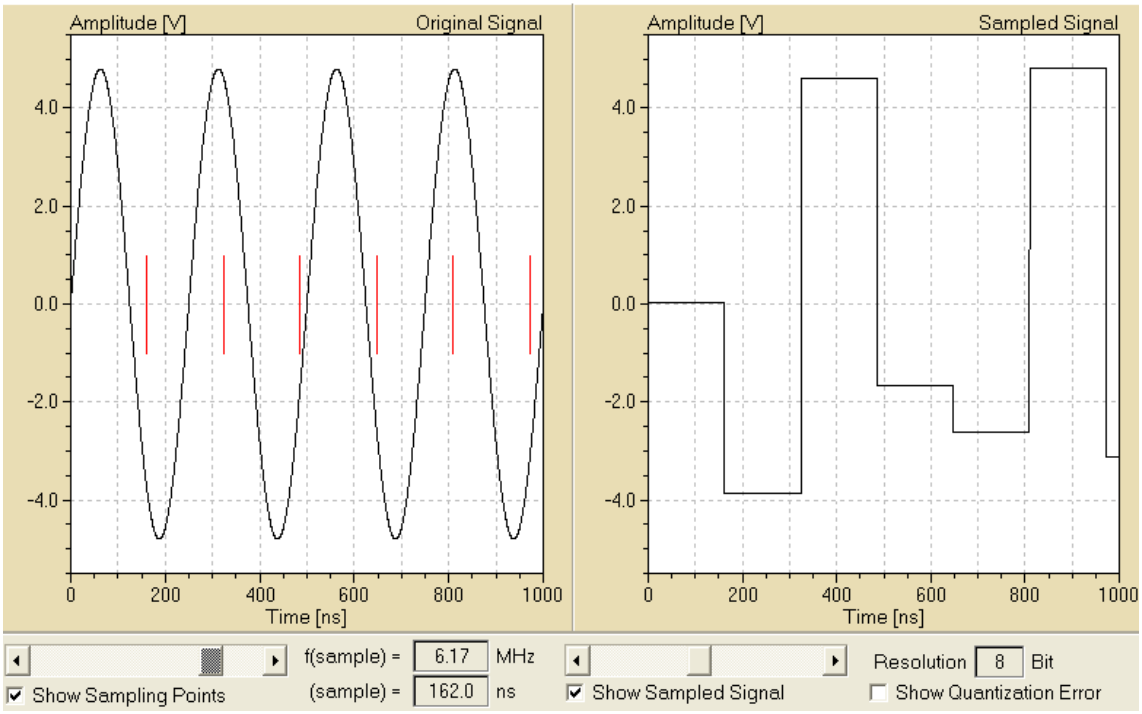


Figura 15: Digitalização com frequência de amostragem insuficiente, produzindo um sinal completamente distorcido. Sinal amostrado com 8 bits e frequência da amostragem 6,17 MHz

A qualidade da digitalização depende:

- da freqüência da amostragem e
- da precisão com que é feita cada amostragem.

Se diminuirmos a freqüência de amostragem o resultado pode ser desastroso, como mostrado na Figura 15; se aumentarmos, a qualidade melhora.

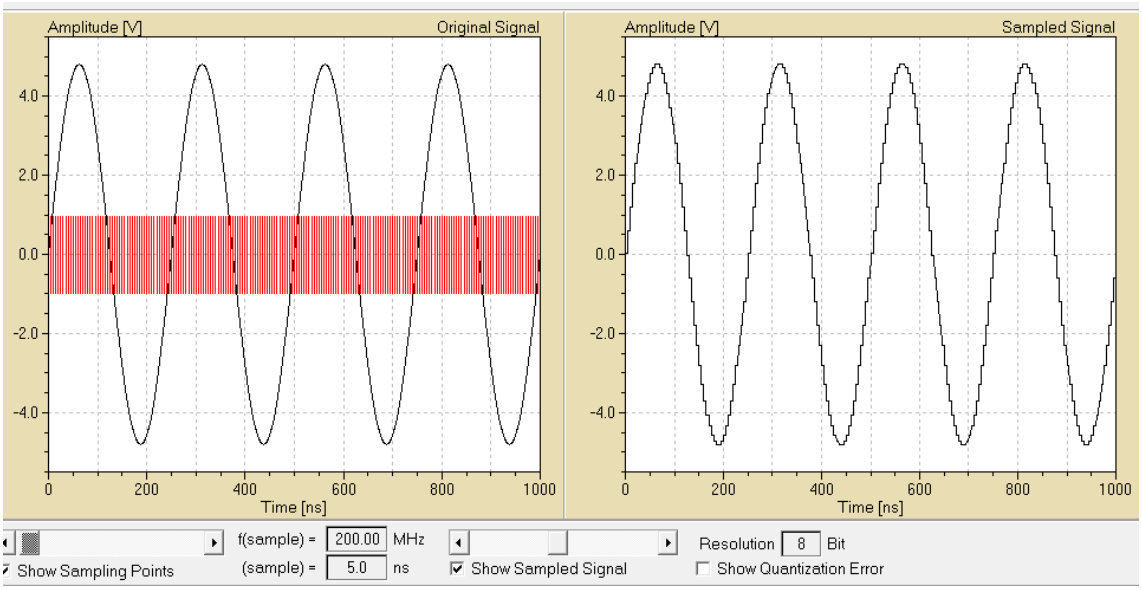


Figura 16: A qualidade da digitalização melhora com a frequência de amostragem. Sinal amostrado com 8 bits e frequência de amostragem de 200 MHz

Na Figura 16 vemos o mesmo sinal sendo digitalizado com uma freqüência de amostragem bem maior. O sinal amostrado já está bem próximo do sinal original. Podemos sempre tentar aumentar a freqüência de amostragem, mas isso tem custos. Se considerarmos que o sinal está sendo amostrado para apreciação visual por humanos, a partir de um certo ponto a qualidade da digitalização atingirá os nossos limites de acuidade visual.

Como dissemos, a precisão com que a amplitude do sinal em cada amostra é digitalizada também influi na qualidade da conversão.

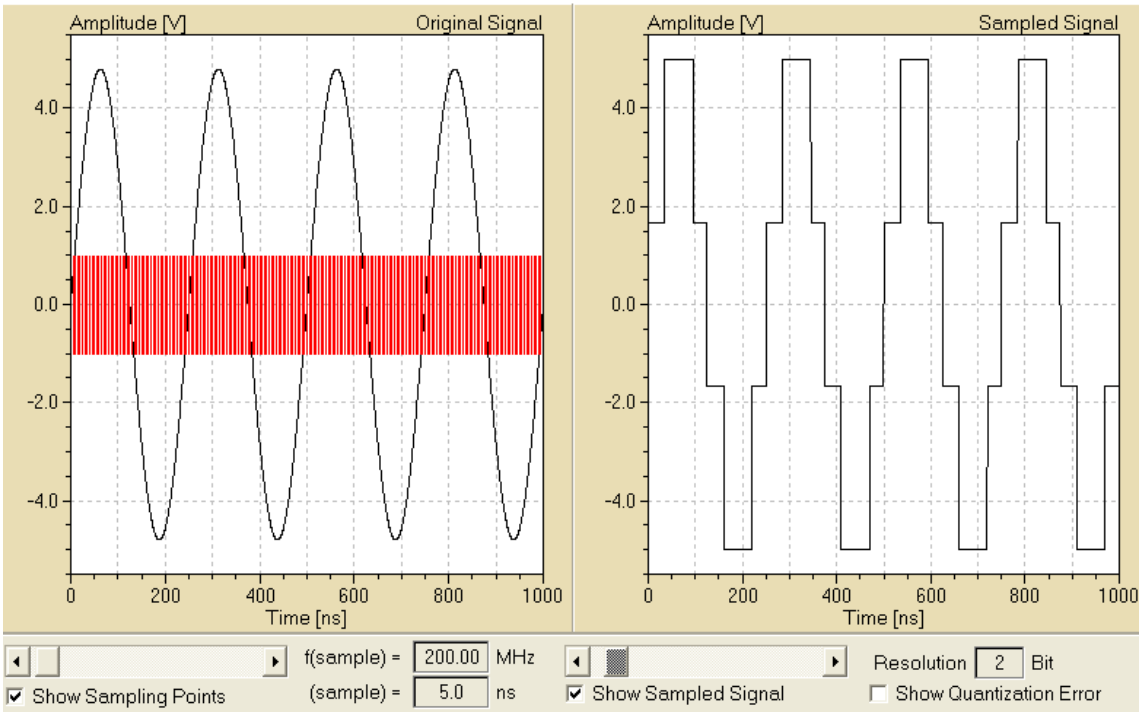


Figura 17: Sinal amostrado com f = 200 MHz, mas com apenas 2 bits de resolução

Na Figura 17 nós vemos o efeito do uso de apenas dois bits para a digitalização da amplitude em cada amostra, e na Figura 18 a digitalização com um único bit.

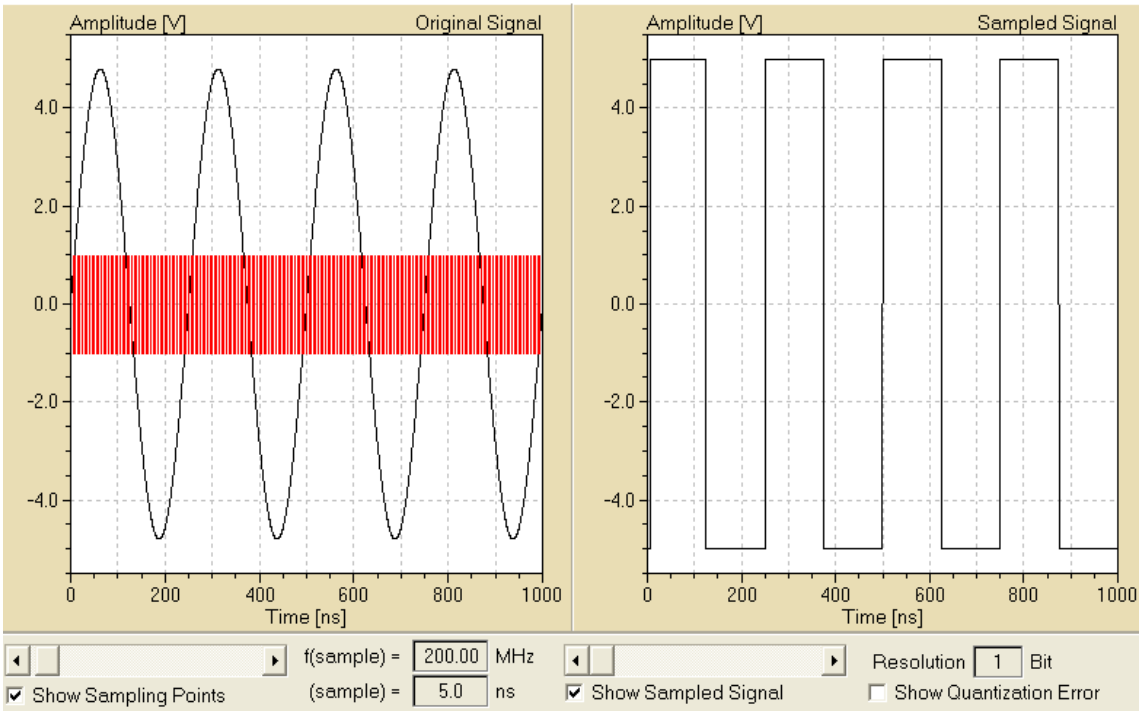


Figura 18: Sinal amostrado com f = 200 MHz, com um único bit de precisão

As ilustrações da Figura 13 à Figura 18 foram obtidas com o software *ADconversion*, que você pode obter no site (Lohninger, 2006). Faça o download, brinque com os parâmetros da digitalização (freqüência de amostragem e bits de precisão), e veja os resultados.

É importante observar que a conversão em qualquer dos dois sentidos nunca é perfeita, mas em muitos casos pode ser tão boa quanto se queira. Em conversões D/A (Digital/Analógica) destinadas à absorção por humanos, a exploração de limites fisiológicos como a acuidade visual ou auditiva é muito utilizada.

1.5 Sensores e atuadores

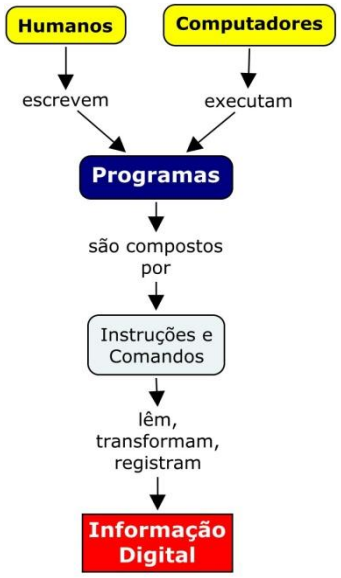


Figura 19: Computadores, programas e informação digital

Programas são escritos por pessoas e executados por computadores. Programas são compostos por instruções e comandos que lêm, transformam e registram informação digital.

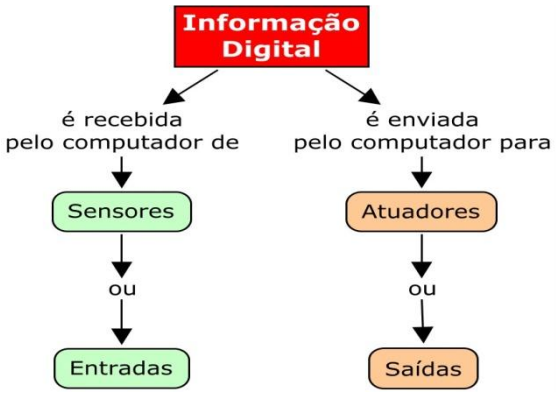


Figura 20: Sensores e atuadores

A informação digital é recebida pelo computador por sensores (ou equipamentos de entrada) e, normalmente após alguma transformação, é enviada para atuadores (ou equipamentos de saída).

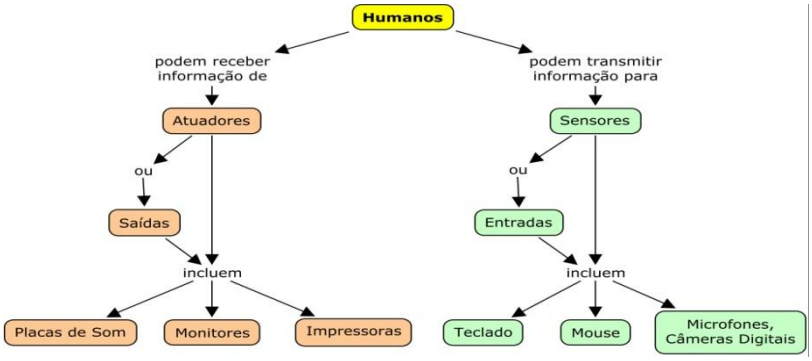


Figura 21: Interação homem-máquina

A interação entre humanos e computadores também se dá através de sensores e atuadores. Presente em quase todos os computadores, o sensor mais comum é o teclado. Sua importância é imensa. É através de teclados que entra, por exemplo, a informação que movimenta a economia mundial. O teclado pode ser também uma barreira pessoal para a entrada no mundo da informática. Pessoas com dificuldades na digitação tendem a abandonar os computadores, em uma atitude que provavelmente lhe trarão conseqüências negativas.

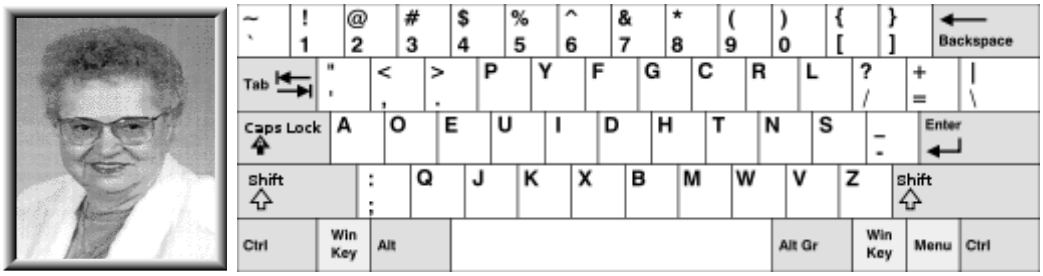


Figura 22: Barbara Blackburn, recordista mundial de velocidade de digitação(BarbaraBlackburn), e um teclado Dvorak, projetado para maximizar a velocidade de digitação em inglês

Outras pessoas, pelo contrário, têm grande facilidade para a digitação. O recorde mundial de digitação pertence a Barbara Blackburn, que atingia uma velocidade sustentada de 15 toques por segundo, com picos de 20 toques por segundo, usando um teclado Dvorak. Estamos nos permitindo essa digressão somente para calcular a velocidade de produção de informação por

um teclado. Considerando que cada toque produz um byte ou 8 bits, a Barbara Blackburn produzia informação a uma taxa de 160 bps (bps = bits por segundo).

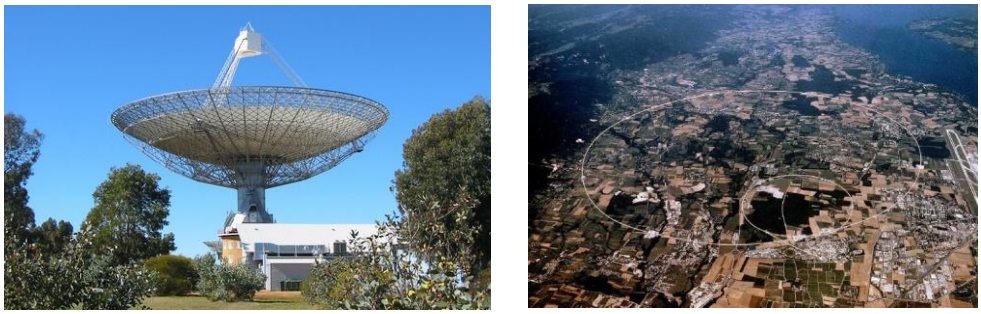


Figura 23: Sensores especiais: um rádio-telescópio e um acelerador de partículas

A ciência faz uso de sensores que produzem informação muito mais rapidamente. Um rádio-telescópio ou um acelerador de partículas podem produzir informação à taxas de 1Gbps, ou seja, um bilhão de bits por segundo, quase 7 milhões de vezes mais rápido do que o recorde mundial de digitação.

Figura 24: Um atuador especial: um braço mecânico

Atuadores comuns são monitores, impressoras, alto-falantes. Existem também atuadores especiais como braços mecânicos usados por robôs, como mostrado na Figura 24.

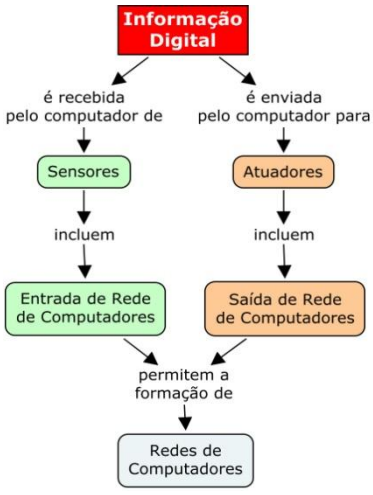


Figura 25: Redes de computadores

Entradas e saídas de rede são particularmente importantes pois permitem a conexão entre computadores. Um atuador de um computador emite sinais – elétricos, ou de rádio, ou óticos, – que são percebidos – lidos – por um sensor de outro computador.

1.6 Memórias

Memórias são usadas por computadores para registrar informações para recuperação posterior. Um computador geralmente trabalha com diversos tipos de memória, que seguem uma distribuição hierárquica:

- Registradores são memórias muito pequenas e muito rápidas, que se encontram dentro do mesmo chip do processador, e que têm suas entradas e saídas ligadas diretamente a circuitos que realizam transformações de informação, como a unidade aritmética que, como o nome indica, realiza operações aritméticas.
- Memória principal ou RAM (*Random Access Memory*) é um circuito externo ao processador, mas de acesso ainda bastante rápido. Instruções executadas pelo processador utilizam diretamente operandos armazenados na memória principal. Transformações como operações aritméticas geralmente exigem que informação seja previamente transferida da memória principal para registradores, onde as operações são realizadas, e os resultados posteriormente armazenados na memória principal. De uma forma geral a memória principal é *volátil*, no sentido em que é necessário manter o computador ligado para que a informação ali armazenada não se perca. A volatilidade não é uma necessidade, mas uma característica da tecnologia empregada nas memórias principais atuais. Há alguns anos atrás memórias principais utilizavam núcleos de ferrite, com o registro da informação feito por polarizações magnéticas não voláteis.

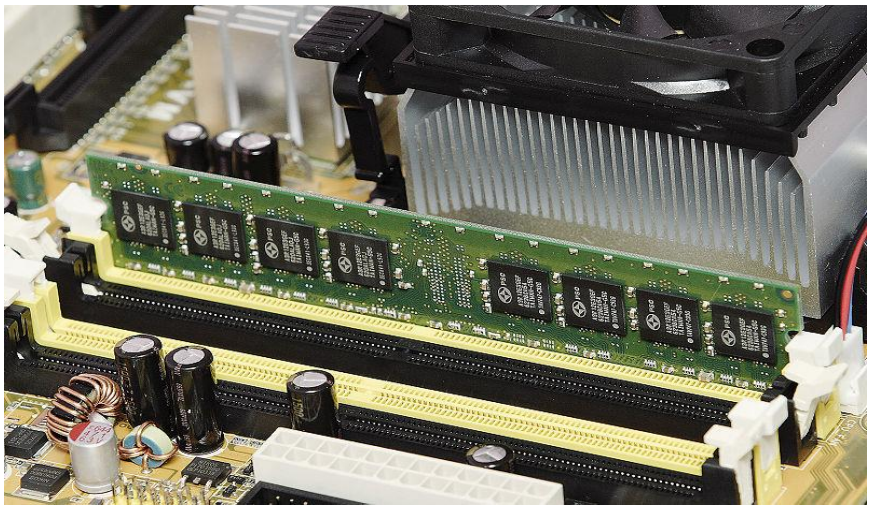


Figura 26: 4GB de RAM montados em um computador pessoal

- Memórias secundárias são tipicamente discos rígidos, onde informações também podem ser lidas e escritas, mas o processador deve executar instruções especiais de entrada e saída para isso. Memórias *flash* (memórias usadas em *pen drives*, no *iPod*) vêm sendo também cada vez mais utilizadas como memórias secundárias. Memórias secundárias são não-voláteis, com a informação armazenada permanecendo registrada mesmo sem qualquer alimentação de energia. A informação em uma memória secundária é sempre formatada em arquivos e diretórios, que provêm uma abstração essencial para o seu uso.

Figura 27: Um disco rígido sem a cobertura protetora, mostrando o movimento da cabeça de leitura e gravação

- Memórias terciárias são necessárias em ambientes maiores, que armazenam grandes volumes de dados. Fitas magnéticas são utilizadas, com um robô que é capaz de localizar a fita correta em um repositório e montá-la em uma unidade de fita ligada ao computador.

Figura 28: Armazenamento terciário com uma grande coleção de fitas magnéticas manipuladas por um braço mecânico de um robô

1.7 Organização do Texto

Este material destina-se a disciplinas introdutórias de organização e programação de computadores para alunos de ciências e de engenharia, e tem como objetivos:

- introduzir noções básicas de circuitos digitais, organização de computadores, representação de dados e programação,
- apresentar ao aluno alguns princípios básicos da construção de algoritmos – métodos computacionais para transformação de informação – e de sua implementação em um ambiente de programação, e
- tornar o aluno fluente no uso de uma ferramenta computacional, o *Scilab*, de vasta aplicação nas ciências e engenharias.

O material está dividido em três partes:

- Parte I: Organização de Computadores
- Parte II: Ambiente e Linguagem Scilab
- Parte III: Algoritmos e Programas

1.7.1 Organização de Computadores

A Parte I, Organização de Computadores, tem dois objetivos principais:

- dar ao aluno uma compreensão dos elementos essenciais do funcionamento interno de um computador, e
- permitir ao aluno perceber a dificuldade da programação em baixo nível, e apreciar os ganhos obtidos com o uso de compiladores e interpretadores

A interpretação de conjuntos de bits é estabelecida por convenções de códigos que associam a uma determinada configuração de bits um valor numérico, ou um nível de vermelho em uma imagem. São apresentados alguns dos códigos mais comumente utilizados na computação.

Circuitos combinatórios, isto é, circuitos digitais que realizam transformações sobre um conjunto de bits de entrada produzindo outro conjunto de bits como saída, não têm memória, e sua saída em um dado instante é função apenas dos valores de entrada nesse instante. Circuitos combinatórios utilizam portas lógicas, que são componentes que realizam as operações AND, OR e NOT que constituem a Álgebra de Boole. São vistos circuitos combinatórios para somas, comparações e para direcionamento de fluxo de dados.

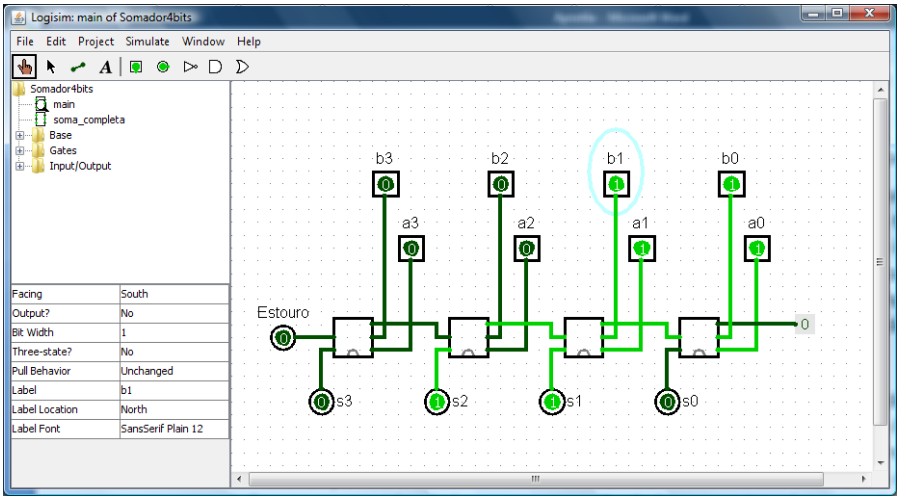


Figura 29: Circuito combinatório, simulado no Logisim, que realiza a soma de duas parcelas binárias de 4 bits

Circuitos seqüenciais têm a sua saída influenciada também pelo valor corrente de suas memórias. O elemento básico de memória é o flip-flop, capaz de armazenar um bit. Conjuntos de flip-flops formam registradores, que são ligados a outros registradores e a circuitos combinatórios por meio de barramentos. São também introduzidos circuitos de memórias onde ficam armazenados dados e programas. Osciladores e registradores circulares são introduzidos como elementos para controle da evolução temporal de um circuito.

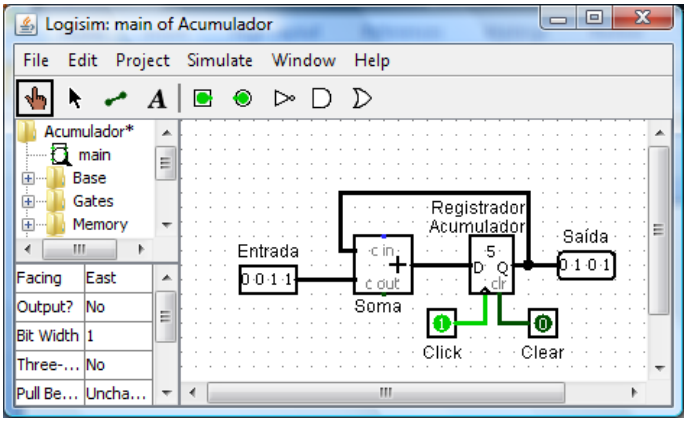


Figura 30: Circuito sequencial, simulado no Logisim, que acumula a soma das entradas.

A primeira parte culmina com a apresentação da arquitetura de um processador simples, com suas rotas de dados, instruções e seu ciclo de execução, sua unidade de controle e também software para sua programação em linguagem Assembler.

1.7.2 Linguagem e Ambiente Scilab

O estudo da organização de computadores terá permitido ao aluno tanto conhecer melhor o funcionamento básico de um computador, como ter um contato com a desumanidade da programação a nível de instruções de máquina de um computador. A Parte II, Linguagem e Ambiente Scilab, tem como objetivos principais:

- a introdução de uma linguagem de alto nível, Scilab (Scilab Consortium), que facilita imensamente a tarefa de programação de computadores através da oferta de comandos com formato muito mais próximo da forma como seres humanos raciocinam, e
- a familiarização do aluno com o ambiente de desenvolvimento e de execução de programas fornecido pelo Scilab.

Inicialmente é apresentado o Scilab como uma linguagem de alto nível, com variáveis, expressões aritméticas e comandos de atribuição.São vistas variáveis que contêm valores numéricos ou cadeias de caracteres. Em seguida são apresentadas construções de linguagem para expressar comportamentos condicionais e repetitivos.

Matrizes constituem o ponto forte do Scilab. Nós veremos como criar e modificar matrizes, aritmética matricial, como construir matrizes a partir de matrizes já existentes, e uma série de outras operações. Um uso freqüente de matrizes no Scilab é para a construção de gráficos, feita por comandos muito flexíveis.

Em seguida são vistos comandos para a manipulação de arquivos, que são conjuntos de dados que tipicamente são produzidos por um programa e armazenados em um disco rígido ou um pen drive, e lidos posteriormente por outro programa. Arquivos são absolutamente essenciais para o tratamento de grandes volumes de dados.

A Parte II se encerra com o estudo de funções Scilab, que constituem uma ferramenta essencial para o uso de módulos na construção de programas.

Para exemplificar o uso do Scilab para a construção de programas, consideremos o seguinte problema. Temos um arquivo `ondas.txt` (fonte: (StatLib, 1989))que contém dados obtidos em um laboratório de observação de ondas marinhas (Figura 31).

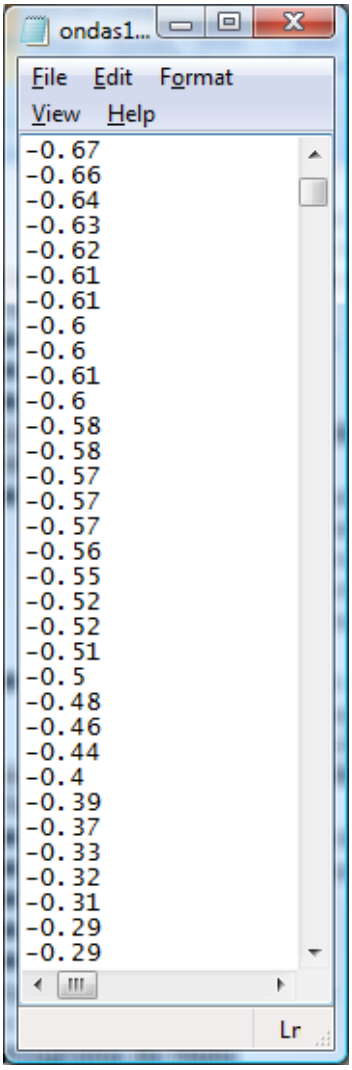


Figura 31: O arquivo ondas1.txt visto com o Bloco de Notas

Cada linha do arquivo contém uma medida do nível do mar; a aparelhagem do laboratório permite fazer 30 medidas por segundo. O arquivo completo tem 4096 linhas. Nós queremos um programa para obter um gráfico com os pontos do arquivo, e também saber os valores máximo e mínimo presentes na amostra.

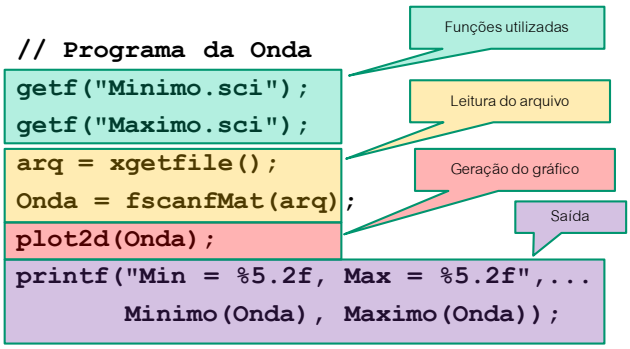


Figura 32: O programa Scilab Onda.sci. Cada linha é um comando, a não ser que termine em "...". Linhas que se iniciam com "//" são comentários que se destinam a leitores humanos.

A Figura 32 mostra um programa Scilab que faz isso, utilizando dois módulos, as funções **Maximo** e **Minimo**, mostradas na Figura 33.

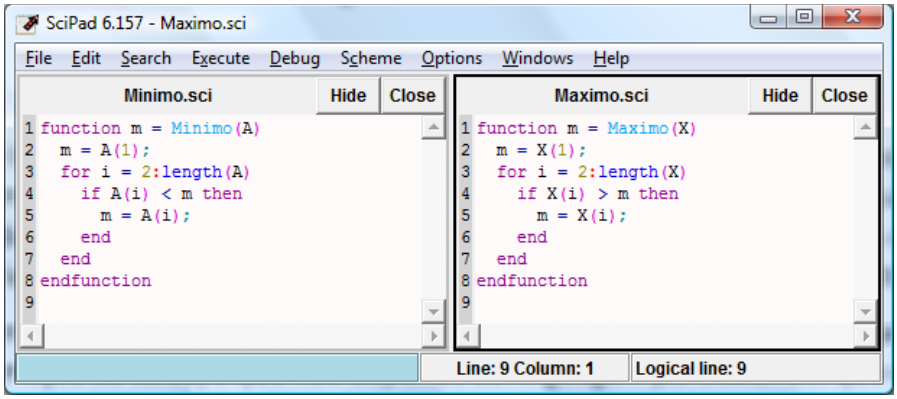


Figura 33: As funções Maximo e Minimo vistas no editor Scipad

Para entender melhor essas funções, veja o algoritmo descrito na Seção 1.7.3. O programa produz o gráfico da Figura 34, e a saída "`Min = -0.86, Max =  0.36`" mostrada na console do Scilab.

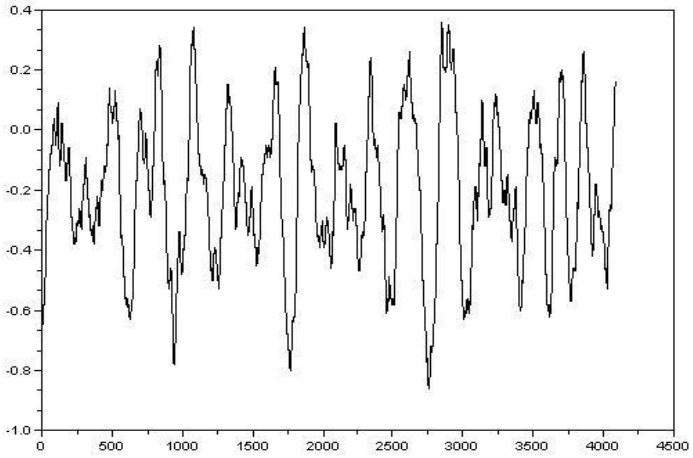


Figura 34: Gráfico com os pontos no arquivo ondas1.txt

1.7.3 Algoritmos e Programas

Na parte III, Algoritmos e Programas, nosso foco se afasta um pouco de especificidades da linguagem Scilab para abordar aspectos da programação de computadores que são independentes da linguagem utilizada. Nós continuamos a usar o Scilab, mas o conteúdo dessa parte seria essencialmente o mesmo se estivéssemos utilizando C, Java, Fortran ou qualquer outra linguagem.

Nós veremos que um algoritmo é um método para transformação de informação de entrada em informação de saída, e que em boa parte é independente da linguagem particular em que está descrito. A transformação desejada é definida por uma especificação que resulta de uma análise de um problema.

```
A = [39. 24. 50. 42. 28. 8. 62. 34. 70.  52.];
```

Figura 35: Como encontrar o menor valor em uma coleção de números?

Como um exemplo, queremos encontrar o menor valor presente em uma coleção de números. Com 10 números, como mostrados na Figura 35, é fácil; podemos fazê-lo por inspeção visual. Mas como encontrar o menor valor entre, digamos, 50.000 números? Para isso precisamos de um *algoritmo*, isto é, de um método que tenha como informação de entrada a coleção de números, e como saída o menor valor ali presente.

Em programação uma coleção de números é chamada *vetor*. O primeiro elemento de um vetor A é notado $A(1)$; o quinto, $A(5)$; o n-ésimo, $A(n)$. Queremos portanto construir um algoritmo que encontre o menor valor em um vetor de tamanho arbitrário. Para isso, vamos começar com o caso mais simples possível: um vetor com um único elemento, que é obviamente o menor elemento presente no vetor. Tudo bem, mas queremos trabalhar com vetores grandes de verdade.

Para avançar, usamos indução. Suponhamos que, de alguma forma, descobrimos que o menor valor entre os k primeiros elementos de um vetor de tamanho n é m. Podemos então inferir que o menor valor entre os $k+1$ primeiros elementos de A é o menor entre m e $A(k+1)$. Como já sabemos encontrar o mínimo em um vetor de 1 elemento ($k = 1$), sabemos encontrar o mínimo em um vetor com 2 elementos; como sabemos encontrar o mínimo em um vetor de 2 elementos, sabemos encontrar o mínimo em um vetor com 3 elementos. Prosseguindo com o raciocínio, já temos um algoritmo para encontrar o menor valor em um vetor de tamanho arbitrário. Tendo um algoritmo, não temos mais medo do problema com 50.000 números. Nosso trabalho será programar o algoritmo; caberá ao computador a sua execução.

- A = [39. 24. 50. 42. 28. 8. 62. 34. 70. 52.];
- A = [39. 24. 50. 42. 28. 8. 62. 34. 70. 52.];
- A = [39. 24. 50. 42. 28. 8. 62. 34. 70. 52.];
- A = [39. 24. 50. 42. 28. 8. 62. 34. 70. 52.];
- A = [39. 24. 50. 42. 28. 8. 62. 34. 70. 52.];
- A = [39. 24. 50. 42. 28. 8. 62. 34. 70. 52.];

Figura 36: Seis primeiros passos do algoritmo que encontra o menor valor presente em um vetor

Um algoritmo é dito correto quando atende à sua especificação. Dois algoritmos corretos podem satisfazer uma mesma especificação, mas diferir substancialmente na eficiência (gasto de tempo e de recursos computacionais como memória) com que realizam a transformação de informação desejada. O termo complexidade é empregado para designar a eficiência (ou melhor, o inverso da eficiência) de um algoritmo para a solução de um problema.

A complexidade de algoritmos é estudada inicialmente com dois problemas clássicos da ciência da computação: a ordenação dos elementos de um vetor e a busca por um elemento de um vetor com valor igual a uma chave dada. Para cada um desses problemas são vistos algoritmos que diferem em sua complexidade.

Encontrar uma raiz de uma função ou resolver um sistema de equações lineares são exemplos de problemas numéricos que um cientista ou engenheiro frequentemente tem que resolver. Nós veremos alguns exemplos de algoritmos que resolvem problemas desse tipo, e também alguns cuidados que devem ser tomados ao se desenvolver programas para estas aplicações.

Algoritmos com melhor complexidade são fruto de engenho e arte de seus projetistas. Existem entretanto problemas cuja solução algorítmica é intrinsecamente difícil, no sentido em que não existem boas soluções para eles. A Parte III e o curso se encerram com exemplos de problemas computacionalmente difíceis, e de problemas para os quais simplesmente não existe nenhum algoritmo que os resolvam para todos os casos.

2 Organização de Computadores

2.1 Bits e códigos

Como já dissemos, informação simbólica exige convenções de interpretação. Qualquer pessoa pode dar a um conjunto de bits a interpretação que bem entender, mas a escolha de um código pode ter conseqüências importantes.

O Código ASCII. Para a comunicação de dados entre computadores a adoção de códigos com aceitação mais ampla traz diversas vantagens. O código ASCII – *American Standard Code for Information Interchange* – é uma dessas convenções de ampla aceitação em toda a indústria da computação.

A Tabela 3 mostra partes do código ASCII, adotado desde os anos 60 para a representação de caracteres como "A", "a", "(", "+", etc., para o espaço em branco (sim, o espaço exige uma representação), e para os chamados caracteres de controle, como *line feed*, para indicar uma troca de linhas. O código ASCII oficial usa 7 bits, o que permite $2^7 = 128$ combinações. Tendo sido proposto por norte-americanos no início da era dos computadores, não é de se estranhar que ali não haja provisão de código para caracteres acentuados ou cedilhas. Estes são contemplados no código ASCII estendido, que usa 8 bits para representar 256 caracteres.

Tabela 3: Exemplos do código ASCII

Caractere	Código	Decimal
End of Transmission	0000100	4
Line Feed	0001010	10
Space	0100000	32
(	0101000	40
+	0101011	43
0	0110000	48
1	0110001	49
2	0110010	50
3	0110011	51
A	1000001	65
B	1000010	66
C	1000011	67
a	1100001	97
b	1100010	98
c	1100011	99

Binários sem Sinal. Um outro critério para a escolha de um código é a sua adequação para operações aritméticas. No código ASCII estendido o número decimal 123 é representado pela seqüência de 24 bits 00110001 00110010 00110011, onde colocamos espaços para facilitar a leitura. Para números, a interpretação de um conjunto de bits como um número binário leva a códigos mais compactos e que, como veremos, permitem a realização de operações de soma por circuitos mais simples, mais rápidos e mais baratos.

Tabela 4: 10 primeiras potências de 2

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

O decimal 123 pode ser representado em binário por 1111011, utilizando apenas 7 bits. Esta representação vem do fato que $123 = 1.2^6 + 1.2^5 + 1.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0$.

Tabela 5: Representação dos números de 0 a 15 como binários sem sinal de 4 bits

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Binário	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

A conversão de 123_{10} para 1111011_2 pode ser feita com o seguinte método para conversão binário-decimal:

- Nós precisamos expressar 123 como uma soma de potências de 2. Para isso, procuramos em uma tabela de potências de 2 (como a Tabela 4; a tabela deve chegar até uma potência de 2 maior que o número a ser convertido) o maior valor que não exceda 123 o que, no caso, é 64. Temos $123 = 64 + (123 - 64) = 64 + 59$.
- Temos agora que expressar 59 como uma soma de potências de 2. Na Tabela 4, a maior potência de 2 que não excede 59 é 32. Repetindo o raciocínio, temos $59 = 32 + (59 - 32) = 32 + 27$.

Desta forma progredimos até que a parcela a ser expressa como soma de potências de 2 seja igual a zero.

Tabela 6: Conversão do decimal 123 para binário

A converter	123	59	27	11	3	1	0
Potência de 2	64	32	16	8	2	1	

Um uso comum de números representados como binários sem sinal é o sistema RGB (Red, Green, Blue) para a codificação da cor associada a um pixel – um ponto em um monitor – com os valores dos níveis de intensidade das cores primárias componentes vermelho, verde e azul. Para cada uma dessas cores utiliza-se um byte (8 bits), o que permite representar níveis de intensidade entre 0 e 255. Essa precisão é considerada satisfatória para a nossa acuidade visual.

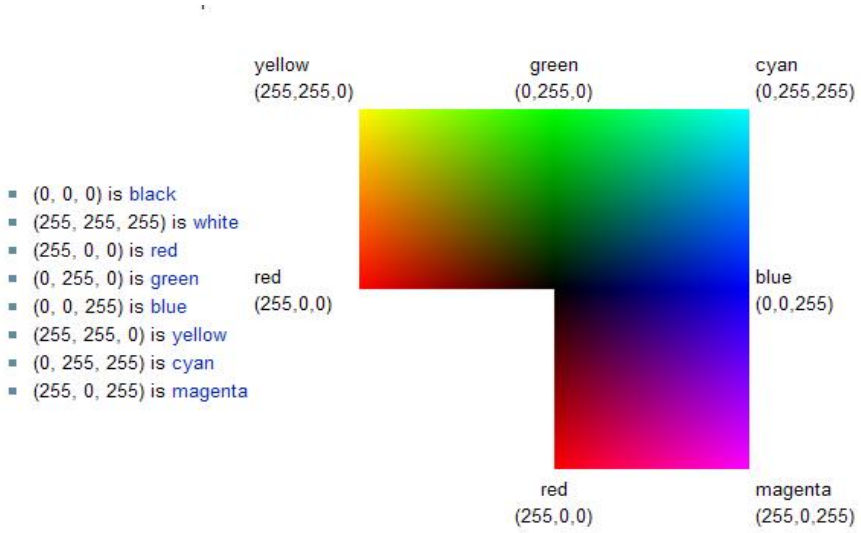


Figura 37: Uso de binários sem sinal para a representação dos níveis de intensidade das cores primárias vermelho (Red), verde (Green) e azul (Blue), conhecido como RGB

Sinal e Amplitude. Como computadores só usam bits, nós não podemos usar um sinal "-" para indicar que um valor é negativo. Temos que usar bits para codificar essa informação. A codificação para números negativos conhecida como sinal e amplitude é bastante natural. Basta tomar o bit mais à esquerda e interpretá-lo como o sinal do número: se for 0, o número cuja amplitude é representada pelos bits restantes é positivo, e se for 1, negativo. Portanto, se tivermos 8 bits, o bit mais à esquerda será usado para codificar o sinal. Os 7 bits restantes nos permitem representar amplitudes entre 0 e 127, ou seja, podemos, com os 8 bits, representar

os inteiros entre -127 e +127. Repare que zero tem duas representações: 10000000 e 00000000.

Codificação com Deslocamento. Uma outra possibilidade para representar números negativos está ilustrada na Tabela 7. A convenção adotada é de interpretar um conjunto de bits como a representação de um valor igual ao valor de sua interpretação como binário sem sinal, deslocado por um fator a ser subtraído.

Tabela 7: Representação de números negativos por deslocamento

Decimal	Binário	Número
0	000	-3
1	001	-2
2	010	-1
3	011	0
4	100	1
5	101	2
6	110	3
7	111	4

Complemento de 2. A absoluta maioria dos computadores utiliza entretanto uma codificação conhecida como complemento de 2 para a representação de números inteiros negativos. A Tabela 8 mostra a codificação em 3 bits dos inteiros entre -4 e 3 usando complemento de 2.

Tabela 8: Codificação em complemento de 2 com 3 bits

Complemento de 2			
Bits			Valor
b_2	b_1	b_0	
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	-4
1	0	1	-3
1	1	0	-2
1	1	1	-1

O valor representado pela sequência de bits $b_2b_1b_0$ é dado pela fórmula

$$V = -4b_2 + 2b_1 + b_0.$$

(Nós adotaremos neste texto a convenção de designar sempre por b_0 o bit menos significativo e por b_n o bit mais significativo de uma sequência b de n bits.) O valor representado por 101 é, portanto, dado por $V = -4.1 + 2.0 + 1.1 = -3$.

Você pode estar se perguntando como é que alguém pode preferir usar complemento de 2, sendo que as propostas anteriores são mais simples e intuitivas. A resposta é simples, e decisiva para todos os fabricantes de computadores: a representação em complemento de 2 tem propriedades que permitem uma grande economia na construção de circuitos. Para se obter o complemento de um número, basta complementá-lo bit a bit, e somar 1. Por exemplo, 2 é representado por 010; complementando bit a bit, obtemos 101; somando 1, chegamos a 110, que é a representação de -2. Isso permite aos fabricantes aproveitar para fazer subtrações o mesmo circuito utilizado para fazer somas, com acréscimos mínimos de hardware.

Ponto Flutuante. A representação em um número limitado de bits de valores muito grandes ou muito pequenos utiliza mecanismos para sua codificação similares aos que usamos na notação científica com potências de 10. O número de Avogadro, por exemplo, é notado por

$6{,}02 \times 10^{23}$, e o diâmetro de um átomo de hidrogênio é de 1×10^{-8} metros. Para o número de Avogadro nós dizemos que a *mantissa* é 6,02 e o expoente, 23. A codificação de números "em ponto flutuante" atribui a alguns dos bits do número o significado de um expoente não de 10 mas de 2, como não poderia deixar de ser.

Existe um padrão para ponto flutuante de aceitação total pela indústria que é o IEEE 754. Para números de precisão simples, o IEEE 754 utiliza 32 bits, sendo 1 bit para o sinal (0 = positivo, 1 = negativo), 8 para o expoente e 23 para a mantissa. Para precisão dupla são 64 bits: 1 para o sinal, 11 para o expoente e 52 para a mantissa. Expoentes negativos são representados pela convenção de deslocamento que já vimos. Notando por s o sinal, por x o valor do expoente interpretado como um binário sem sinal, e por m o valor da mantissa, também interpretada como um binário sem sinal, o valor representado por um número em ponto flutuante padrão IEEE 754 é dado por

$$V = (-1)^s \times m \times 2^{x-D}$$

onde D é o deslocamento usado para expressar expoentes negativos, valendo 127 para precisão simples e 1023 para precisão dupla.

A Figura 38 mostra um número em ponto flutuante de 32 bits.

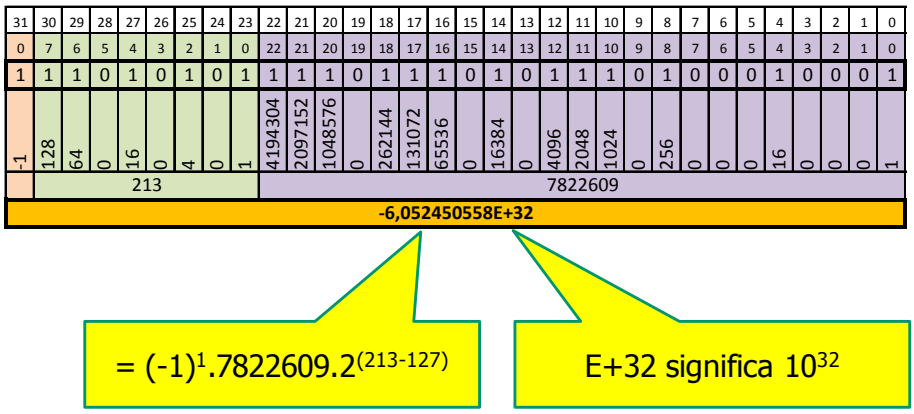


Figura 38: Um número em ponto flutuante com 32 bits

O padrão IEEE 754 reserva expoentes só com 1s e só com 0s para a representação de valores especiais como $\pm\infty$ ou NAN (Not a Number), que são necessários para a comunicação de resultados de certas operações ou do cálculo de algumas funções. A referência (Hollasch, 2005) tem um bom resumo do padrão.

2.2 Circuitos Combinatórios

Vimos até agora como representar números, caracteres , cores e qualquer outra coisa utilizando bits. Nesta seção nós iremos ver como é que os circuitos em um computador transformam informação, como em um circuito de soma que recebe como entrada dois conjuntos de bits, e produz como saída um outro conjunto de bits com a representação do valor da soma das entradas.

2.2.1 Álgebra de Boole

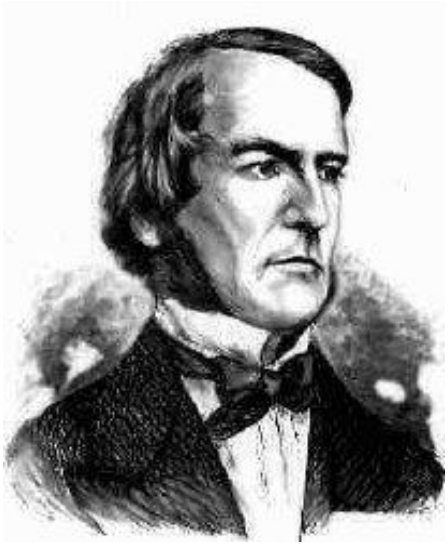


Figura 39: George Boole, 1820-1898

Em 1854 o matemático inglês George Boole propôs uma álgebra para o cálculo da validade de expressões formadas por proposições lógicas. Essa álgebra é chamada hoje de Álgebra Booleana, e constitui a base para o projeto de circuitos digitais. Ela trabalha com variáveis lógicas, isto é, com variáveis que podem ter somente os valores *verdadeiro* ou *falso*, ou 1 ou 0. As operações fundamentais da Álgebra de Boole são NÃO, E e OU, mais conhecidas pelas palavras em inglês NOT, AND e OR. Essas operações fundamentais, ou melhor, composições dessas operações fundamentais constituem as únicas transformações feitas por qualquer computador sobre bits.

2.2.2 Portas Lógicas

Tabela 9: Definição das operações NOT, OR e AND

a	NOT a
0	1
1	0

a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A Tabela 9 mostra as definições dessas operações. O que se vê nas tabelas é bastante intuitivo:

- A operação de negação (NOT) simplesmente inverte o valor de entrada;
- A operação OR tem como resultado 1 se pelo menos uma das entradas for igual a 1, e só é igual a 0 quando todas as entradas forem iguais a 0;
- Inversamente, a operação AND tem 0 como resultado se qualquer uma das entradas for igual a 0, e só é igual a 1 quando todas as entradas forem iguais a 1.

Circuitos digitais que implementam operações booleanas são conhecidos como *portas lógicas*. A Figura 40 mostra um circuito simulado no Logisim contendo entradas, saídas e portas NOT, AND e OR.

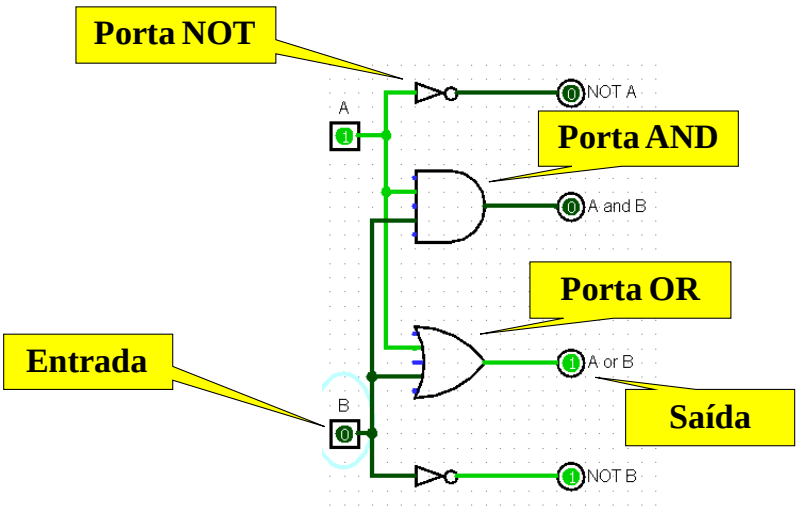


Figura 40: Portas lógicas, entradas e saídas em um circuito simulado no Logisim

Expressões booleanas são composições dessas operações básicas, geralmente escritas utilizando uma notação mais compacta:

- a' denota NOT a
- $a + b$ denota a OR b
- $a.b$ ou ab denota a AND b

Parênteses são usados em expressões booleanas da mesma forma que usamos em expressões aritméticas. Exemplos de expressões booleanas (ou expressões lógicas) são $ab + a'b'$ e $(a + b)'$.

Duas operações booleanas que podem ser derivadas dessas operações básicas são NAND e NOR, definidas por:

- a NAND $b = (a.b)'$
- a NOR $b = (a + b)'$

Ou seja, um NAND é um AND seguido de uma negação, assim como um NOR é um OR seguido de uma negação. A importância das operações NAND e NOR vem do fato de que sua construção com transistores é mais simples, como veremos a seguir. A Figura 41 mostra os símbolos utilizados no desenho de circuitos lógicos para as portas NAND e NOR.

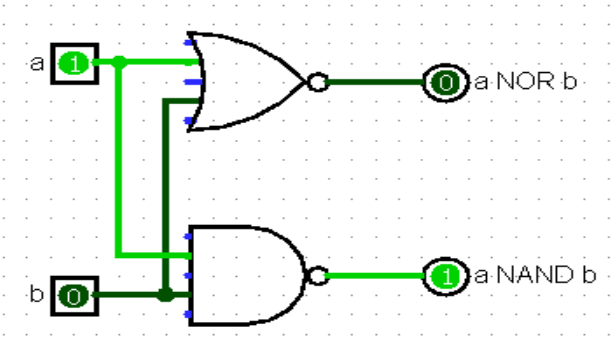


Figura 41: Portas NAND e NOR

Transistores são a base para a construção de circuitos compactos e rápidos. Por um lado, a tecnologia de 2008 permite colocar 800 milhões de transistores em um chip de 244 mm^2, e por outro, o tempo de reação de um desses transistores a mudanças em suas entradas é muito pequeno. Transistores podem ser e são utilizados para amplificar sinais mas, em circuitos

digitais, funcionam essencialmente como interruptores, trabalhando ora como condutores perfeitos, ora como isolantes perfeitos.

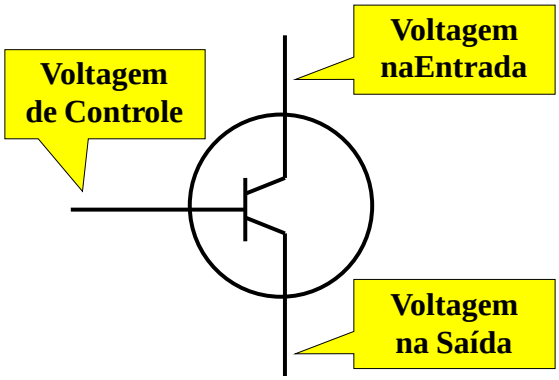


Figura 42: Um transistor

Um transistor tem 3 pinos: um controle, uma entrada e uma saída. Em circuitos digitais o seu funcionamento se dá somente nas seguintes situações:

- quando a voltagem aplicada ao controle é alta (para algumas tecnologias, 5 V), o transistor é um condutor perfeito, e as voltagens na entrada e na saída são necessariamente iguais;
- quando a voltagem aplicada ao controle é baixa (0 V, digamos), o transistor é um isolante perfeito, e as voltagens na entrada e na saída podem diferir.

Vejamos inicialmente como uma porta NOT é implementada com a utilização de um transistor. Suponhamos que estamos representando o símbolo 0 por uma voltagem baixa e o símbolo 1 por uma voltagem alta. Como mostrado na Figura 43, uma fonte de voltagem alta é ligada à entrada do transistor, através de uma resistência, enquanto a saída do transistor é ligada à um ponto de terra. A "variável" que desejamos negar, a, é ligada ao controle do transistor. O resultado do circuito, a', é obtido no ponto entre a resistência e a entrada do transistor.

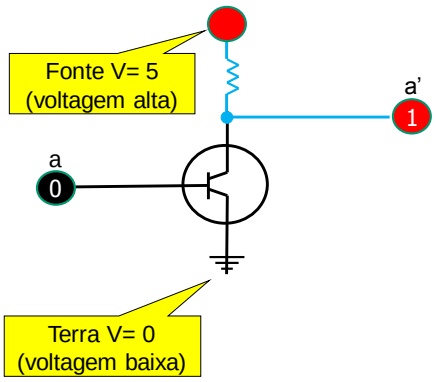


Figura 43: Uma porta NOT invertendo a = 0. Como a = 0, o transistor funciona como isolante perfeito

Quando $a = 0$, a voltagem aplicada ao controle do transistor é baixa e ele funciona como isolante perfeito, e obtemos $a' = 1$.

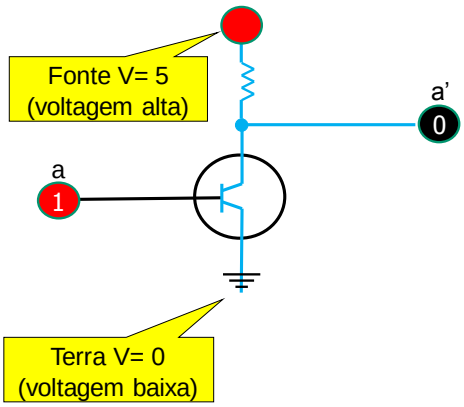


Figura 44: Porta NOT invertendo a = 1. O transistor funciona como condutor perfeito

Quando $a = 1$, o transistor funciona como condutor perfeito, e obtemos $a' = 0$, pois o contato com o ponto de terra é estabelecido.

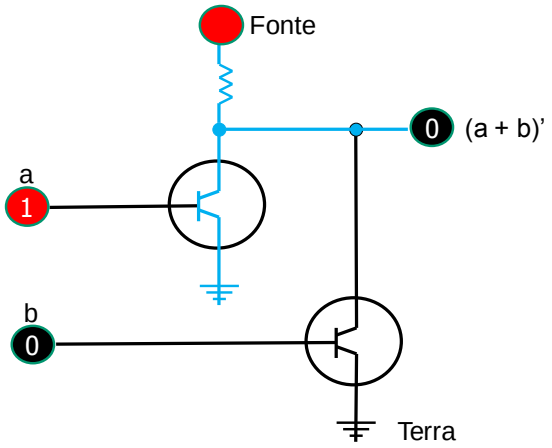


Figura 45: Uma porta NOR com transistores

Uma porta NOR é construída com o arranjo de transistores mostrado na Figura 45; não é difícil ver que o ponto $(a + b)'$ só terá o valor 1 (voltagem alta) quando os dois transistores do arranjo estiverem funcionando como isolantes, o que só ocorre quando $a = 0$ e $b = 0$.

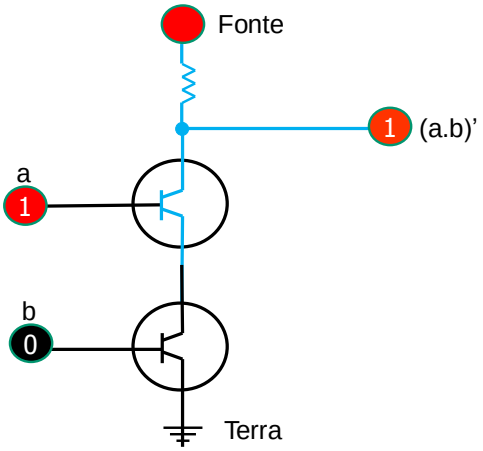


Figura 46: Uma porta NAND implantada com transistores

Uma porta NAND é construída de forma similar, mas com os transistores ligados em série, como mostra a Figura 46. Aqui a saída $(a.b)'$ só será igual a zero quando tivermos $a = 1$ e $b = 1$, valores que fazem com que a saída esteja conectada ao ponto de terra.

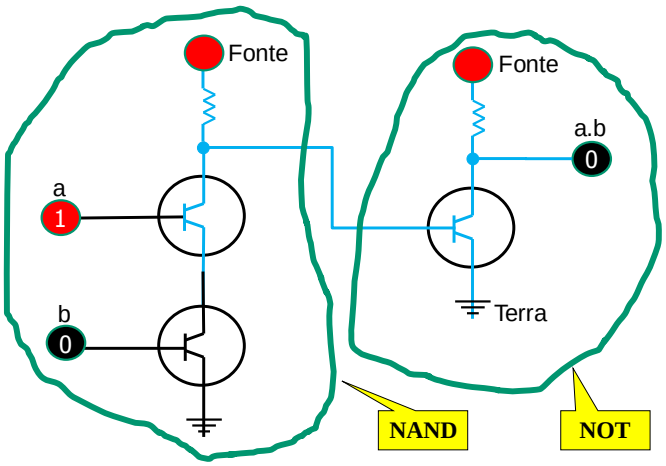


Figura 47: Porta AND com 3 transistores

Para obter uma porta AND basta inverter a saída de uma porta NAND, como mostrado na Figura 47. Uma porta OR pode também ser obtida conectando a saída de uma porta NOR com a entrada de uma porta NOT.

2.2.3 Introdução ao Logisim

O Logisim é um simulador de circuitos lógicos que você deve baixar pela Internet, no endereço http://ozark.hendrix.edu/~burch/logisim/ . É um simulador com objetivos didáticos, que atende muito bem às nossas necessidades. Este texto segue o tutorial presente no help do sistema.

Ao iniciar o Logisim você verá uma tela como a mostrada na Figura 48, talvez diferindo em alguns detalhes. Ali podemos ver uma barra de menu, uma barra de ferramentas, um painel de exploração e um painel para o desenho efetivo de circuitos.

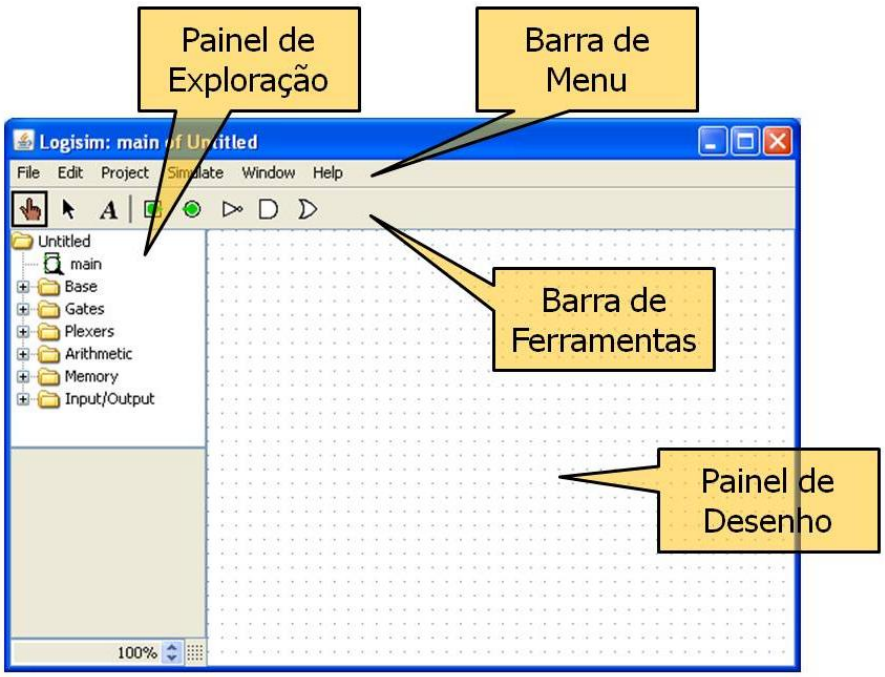


Figura 48: Tela inicial do Logisim

Para o nosso primeiro circuito, vamos começar colocando duas portas AND, clicando sobre o símbolo correspondente na barra de ferramentas, e posicionando as portas na área de

desenho, como mostrado na Figura 49. Repare na tabela de atributos, que exibe e permite a edição de dados relativos ao elemento selecionado – no caso, a porta AND inferior.

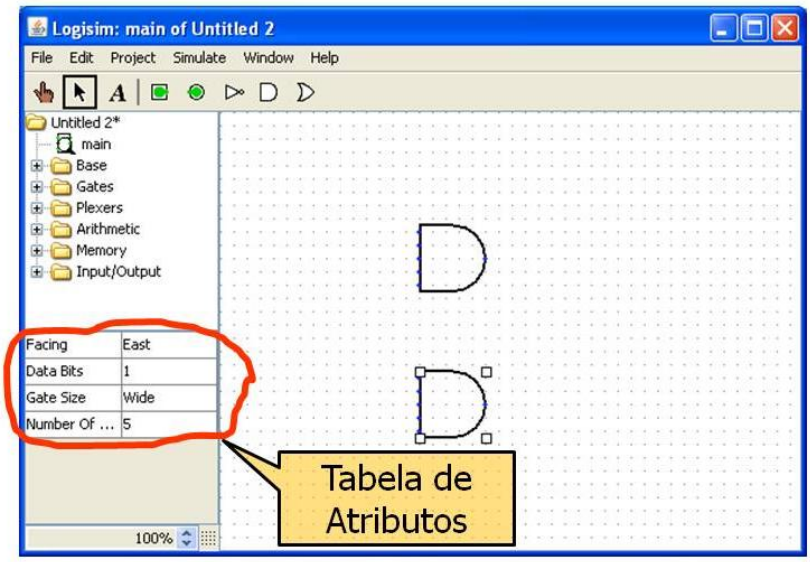


Figura 49: Duas portas AND

Depois, usando ainda a barra de ferramentas, vamos colocar uma porta OR e duas NOT, posicionando-as conforme a Figura 50.

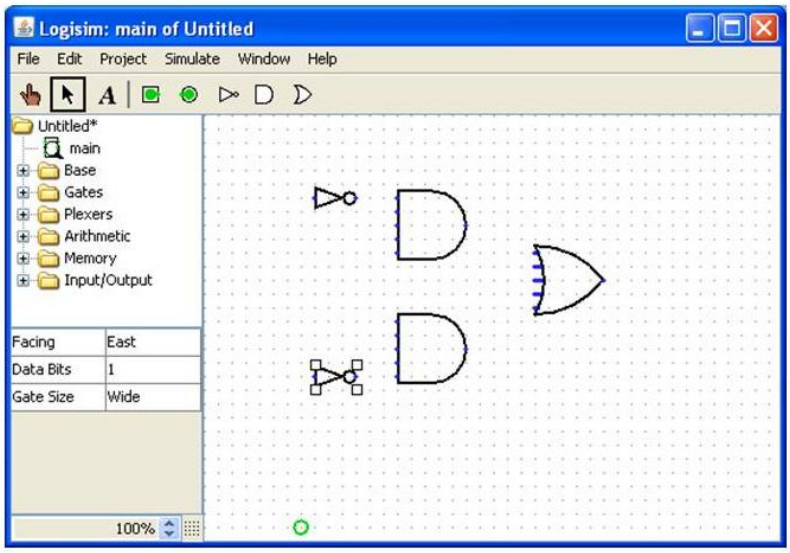


Figura 50: Acrescentando portas NOT e OR

O próximo passo é a colocação de entradas e saídas, que são colocadas usando os ícones em destaque na Figura 51.

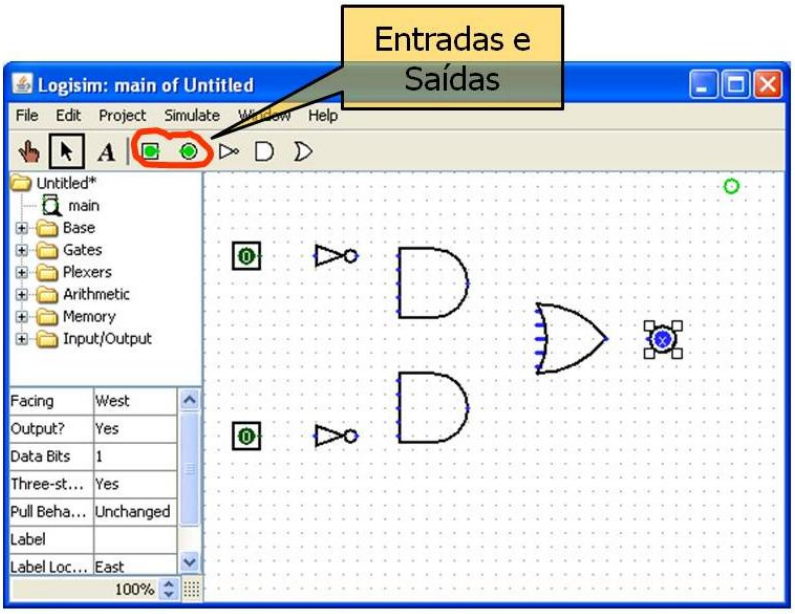


Figura 51: Acrescentando entradas e saídas

Para colocar “fios” ligando entradas, portas e saídas, utilize a ferramenta de seleção em destaque na Figura 52. Fios sempre seguem caminhos horizontais e verticais (chamado caminho Manhattan), e nunca em diagonal.

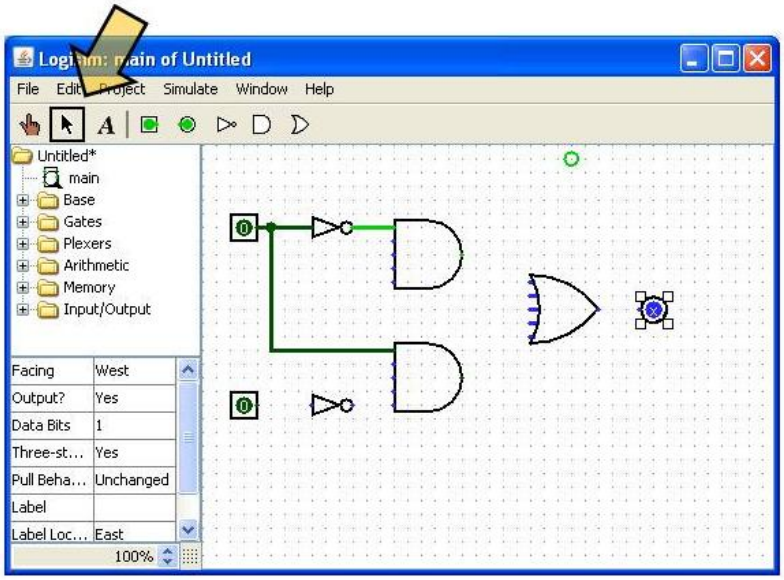


Figura 52: Acrescentando o cabeamento

Uma operação lógica importante é o Ou Exclusivo, escrito frequentemente como XOR (*exclusive or*). Se a e b são variáveis booleanas (isto é, variáveis cujos únicos valores possíveis são Verdadeiro e Falso, ou 0 e 1), a XOR b só tem o valor 1 (Verdadeiro) quando uma e somente uma das variáveis a e b tem o valor 1. O Ou Exclusivo não é uma operação primitiva da álgebra booleana, pois pode ser obtido através da expressão a XOR b = ab’ + a’b. Termine agora o cabeamento para obter o circuito da Figura 53 que implementa o Ou Exclusivo.

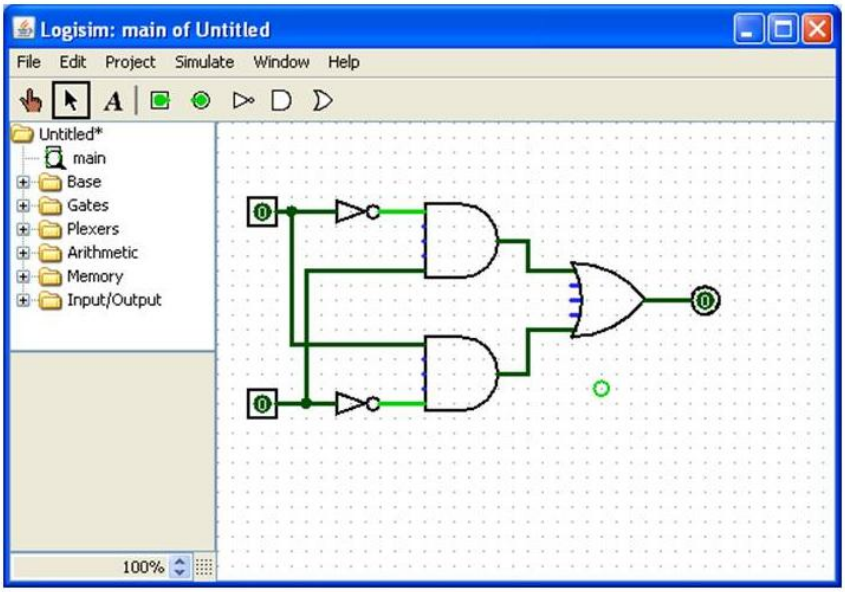


Figura 53: Circuito OU Exclusivo

Seu circuito ficará mais fácil de ser compreendido se você acrescentar textos, usando a ferramenta A em destaque na Figura 54. Você pode alterar as características da fonte (tamanho, negrito ou itálico, etc.) editando os atributos do texto selecionado.

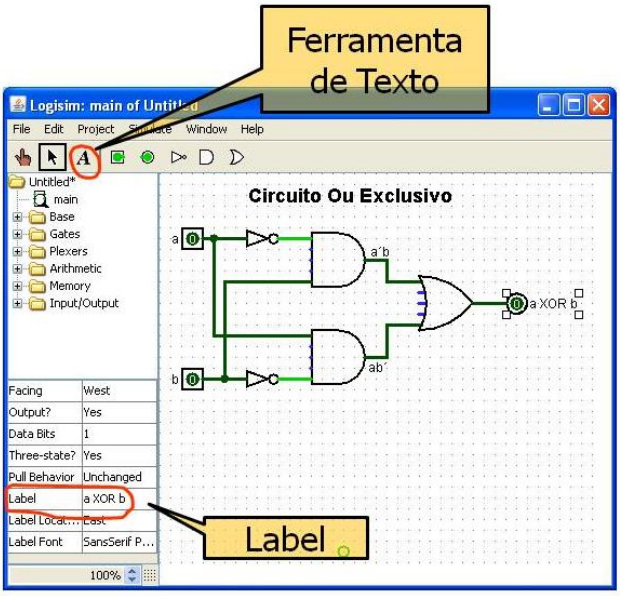


Figura 54: Acrescentando textos a um circuito

Textos podem ser colocados em qualque posição na área de desenho, mas muitas vezes é melhor colocá-los como "labels" de elementos de circuito, como entradas, portas lógicas e saídas. O label acompanha o elemento quando este é movido para outra posição. Para isto, selecione o elemento, e preencha o campo *Label* na tabela de atributos, como mostrado na Figura 54.

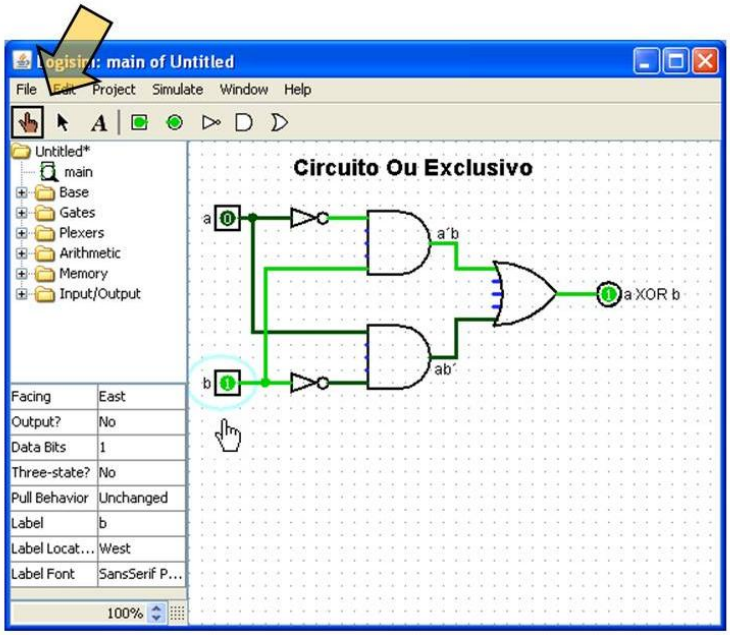


Figura 55: Ferramenta de toque para simulação de um circuito

Para testar o seu circuito, use a ferramenta de toque, em destaque na Figura 55. Utilize-a sobre as entradas do circuito para alterar o seu valor. Explore todas as combinações possíveis de valores para a e b, verificando a saída para completar a Tabela 10: Complete com os valores produzidos pelo seu circuito XOR

Tabela 10: Complete com os valores produzidos pelo seu circuito XOR

a	b	a XOR b
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Circuitos podem ser salvos em arquivos para uso posterior. Para salvar o seu circuito, use a opção *File/Save* do menu do Logisim, escolha um nome para o arquivo e um diretório, e salve-o. Para voltar a trabalhar com o arquivo, use *File/Open*.

Para introduzir elementos de circuito com outras orientações, clique sobre a ferramenta desejada, e depois altere o campo Facing na tabela de atributos, conforme mostrado na figura abaixo.

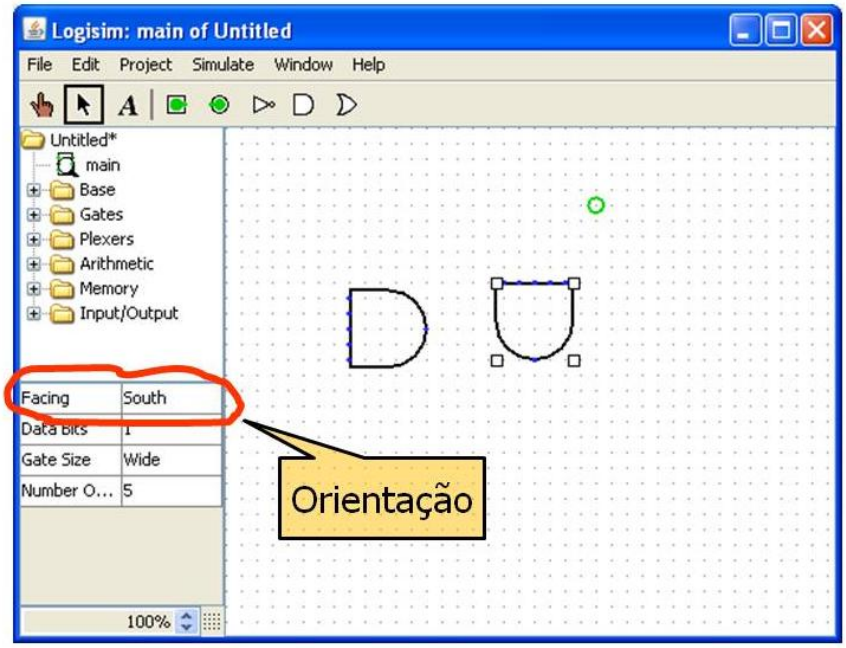


Figura 56: Mudando a orientação de uma porta lógica

Com isso nós esperamos que você tenha adquirido os elementos básicos para o uso do Logisim. Você pode descobrir muito mais lendo a ajuda ou explorando diretamente a ferramenta.

2.2.4 Aritmética com operações lógicas

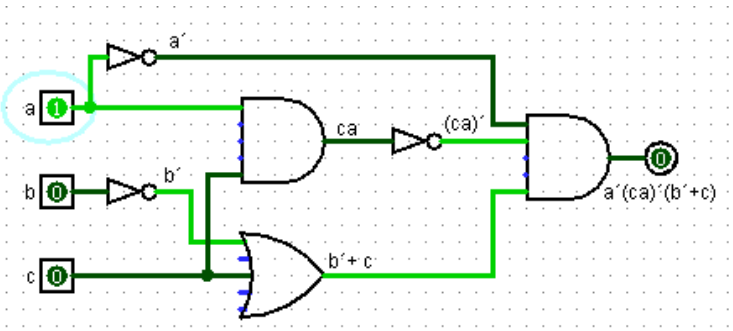


Figura 57: Circuito correspondente à expressão a'(ca)'(b'+c)

Nós vimos como circuitos lógicos implementam expressões lógicas, com um mapeamento direto. Por exemplo, a Figura 57 mostra um circuito que corresponde à expressão $a'(ca)'(b' + c)$. Não é difícil acreditar que conseguimos obter circuitos para qualquer expressão lógica. Mas podemos fazer circuitos lógicos que fazem contas? Ora, todos sabemos que computadores fazem contas, e sabemos portanto que a resposta é afirmativa. Resta saber como!

2.2.4.1 Soma de 2 inteiros de 1 bit

Vamos começar por um problema bem simples: encontrar um circuito lógico que faça a soma de dois inteiros representados como binários sem sinal de 1 bit cada um. Na base 10, o resultado pode ser 0, 1 ou 2. Portanto o resultado, também codificado como binário sem sinal, pode ser 00, 01 ou 10. Ou seja, são necessários 2 bits para representar o resultado da soma de duas variáveis de 1 bit.

É importante entender que somar significa obter a representação como um binário sem sinal da soma das entradas , entendidas também como binários sem sinal. (Na verdade, calcular uma função qualquer significa transformar a representação de seus argumentos na

representação do valor da função). A Figura 58 mostra as entradas e saídas do circuito que pretendemos construir.

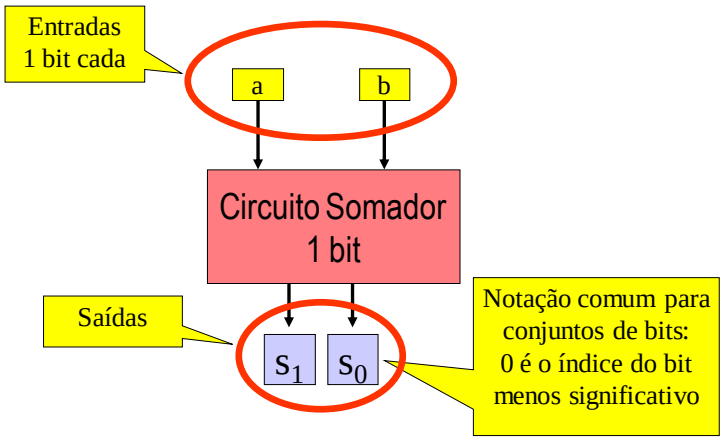


Figura 58: Entradas e saídas de um somador de 1 bit

Para especificar exatamente o que desejamos deste circuito, vamos utilizar uma *tabela da verdade*. Uma tabela da verdade apresenta o valor de uma ou mais funções lógicas – as saídas do circuito – correspondendo a cada valor possível das variáveis de entrada. A Figura 59 mostra a tabela da verdade para a soma de duas variáveis de 1 bit.

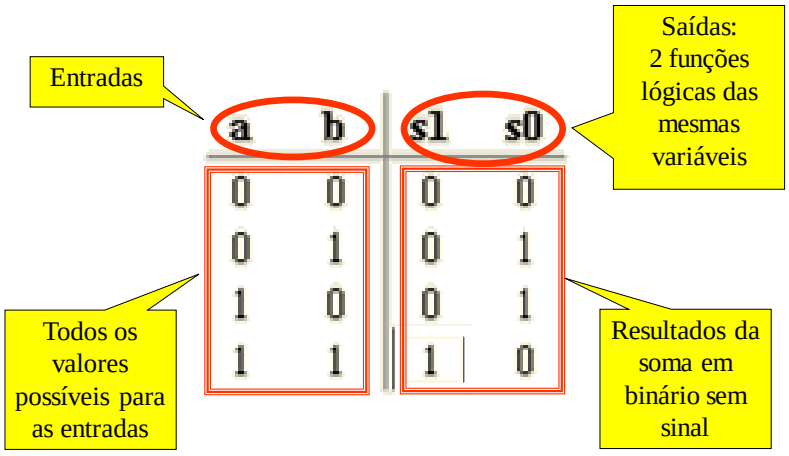


Figura 59: Tabela da Verdade para soma de duas variáveis de 1 bit

Nessa tabela nós temos:

- duas variáveis de entrada, a e b;
- duas funções de saída, s_1 e s_0; cada função corresponde a um dígito binário do resultado;
- a cada linha da tabela corresponde uma combinação das variáveis de entrada e o valor correspondente das funções de saída. Como são duas variáveis, temos $2^2 = 4$ linhas na tabela.

Tabelas da verdade constituem um mecanismo geral para a especificação de funções lógicas. Elas especificam as saídas para cada combinação possível das variáveis de entrada. Nós já vimos tabelas da verdade quando introduzimos as funções NOT, AND e OR (Tabela 9). Tabelas da verdade podem ser usadas para verificar a equivalência de expressões booleanas: se duas expressões levam a uma mesma tabela da verdade, elas são equivalentes. Como exercício, verifique se a expressão $bv + av + ab$ é equivalente à expressão $a'bv + ab'v + abv' + abv$

construindo uma tabela da verdade com todos os valores possíveis de a , b e v, e calculando para cada linha o valor de cada expressão.

Dada uma expressão lógica, nós podemos construir sua tabela da verdade efetuando as operações da expressão. Mas para obter um circuito lógico para uma das funções de saída a partir de uma tabela da verdade é preciso:

- conseguir uma expressão lógica equivalente à tabela da verdade, e
- construir o circuito equivalente à expressão lógica.

Uma expressão lógica e uma função definida por uma tabela da verdade são equivalentes quando para qualquer combinação de valores das variáveis de entrada, os valores da função e os valores da expressão são iguais.

Tabela 11: Tabela da verdade para a função f(x,y)

x	y	f(x,y)
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Por exemplo, a função $f(x, y)$ definida pela Tabela 11 é equivalente à expressão $f(x, y) = x'y' + xy$.

Um método genérico para se obter uma expressão lógica para uma função definida por uma tabela da verdade consiste em fazer um OR de termos que só têm o valor 1 para cada combinação das variáveis de entrada para a qual o valor da função é igual a 1.

x	y	f(x,y)
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

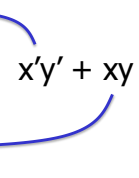


Figura 60: Cobertura dos 1s de uma função booleana

Na Figura 60, $f(x, y) = 1$ somente na primeira linha, quando $x = 0$ e $y = 0$, e na última linha, quando $x = 1$ e $y = 1$. Nós temos:

- $x'y' = 1$ se e somente se $x = 0$ e $y = 0$;
- $xy = 1$ se e somente se $x = 1$ e $y = 1$.

Portanto, $f(x, y) = x'y' + xy$ "cobre" exatamente os 1s da tabela, e é uma expressão lógica equivalente à função desejada.

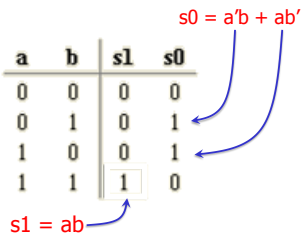


Figura 61: Expressões lógicas para um somador de duas variáveis de 1 bit

Retornando ao problema do somador de 1 bit, temos duas funções para as quais queremos encontrar expressões lógicas equivalentes. Na Figura 61 vemos que, para a função s_1, temos apenas o 1 da última linha a cobrir, o que é feito pelo termo ab, e para a função s_0, temos um

1 na segunda linha, coberto pelo termo $a'b$, e outro 1 na terceira linha, coberto pelo termo ab'. Ou seja, as expressões lógicas que desejamos são $s_0 = a'b + ab'$ e $s_1 = ab$. A Figura 62 mostra um circuito que implementa essas expressões lógicas. Este circuito é conhecido como "circuito meia-soma", por contraste com o circuito "soma-completa" que veremos a seguir.

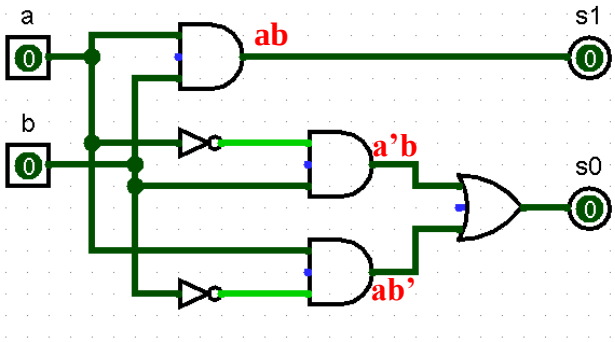


Figura 62: Circuito lógico para soma binária de 1 bit, ou circuito meia-soma

Temos aqui um resultado importantíssimo: nós fomos capazes de construir um circuito lógico com duas entradas de 1 bit representando binários sem sinal, e que produz em sua saída dois bits representando a soma das entradas, também codificado como um binário sem sinal. Ou seja, conseguimos fazer contas com as funções lógicas NOT, AND e OR.

2.2.4.2 Soma de binários com vários bits

Tudo bem, conseguimos fazer um circuito que realiza a soma de duas variáveis de 1 bit. Mas isso é muito pouco. Para fazer qualquer coisa mais séria, precisamos ser capazes de somar variáveis de, digamos, 32 bits, como são representados inteiros na maior parte dos computadores atuais.

Em princípio nós poderíamos construir uma tabela da verdade com as entradas e saídas, e depois inferir expressões lógicas para as saídas usando o método de cobertura dos 1s. Essa tabela teria 64 bits de entrada, correspondendo às duas variáveis a serem somadas, e 33 bits de saída, pois a soma de duas variáveis de 32 bits pode ter 33 bits. O problema é que essa tabela teria 2^{64} = 18.446.744.073.709.551.616 linhas! Ou seja, mesmo se teoricamente conseguiríamos construir o somador de 32 bits pelo método de cobertura dos 1s, na prática isso é absolutamente inviável.

Temos portanto que adotar outro enfoque. Primeiramente vamos examinar como nós, humanos, fazemos uma soma em binário. Depois, vamos construir um somador de forma modular, explorando regularidades no processo de soma.

Uma soma de números binários é similar à soma decimal que aprendemos na escola primária. Para fazer uma soma na base 10 nós somamos algarismo por algarismo, da direita (menos significativos) para a esquerda (mais significativos). Quando a soma de dois algarismos excede 9, colocamos como resultado daquela coluna somente o dígito mais significativo, e acrescentamos 1 (o "vai-um") na soma da coluna seguinte (Figura 63).

Vai-um	1	1		
a	2	7	7	6
b	4	7	9	1
a+b	7	5	6	7

Figura 63: Soma em decimal

Para somar dois números binários o procedimento é análogo. Somamos bit a bit, da direita para a esquerda e, quando a soma de uma coluna excede 1, colocamos como resultado da coluna somente o bit mais significativo de sua soma, e temos um "vai-um" para a coluna seguinte. A Figura 64 mostra o processo do cálculo de 1011101+1001110.

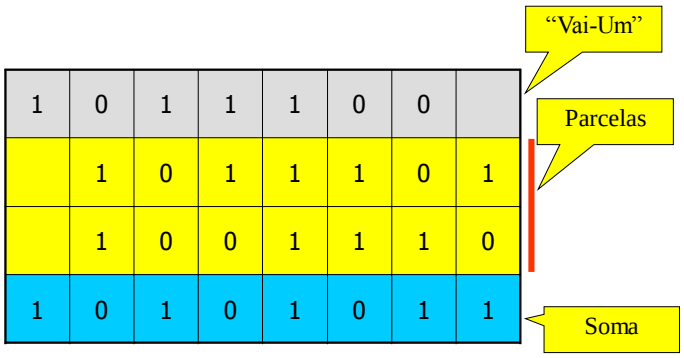


Figura 64: Exemplo de soma de binários

Nós vamos usar essa aritmética para construir um circuito somador de vários bits. A idéia é construir um módulo que faça a operação de uma das colunas da soma. O somador terá tantos deste módulo quantas forem as colunas, ou seja, quantos forem os bits das parcelas.

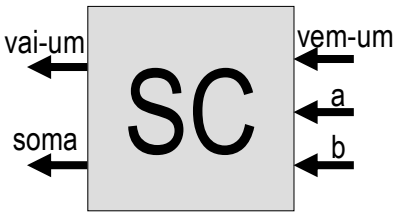


Figura 65: Entradas e saídas de um circuito de soma completa

Este módulo, esquematizado na Figura 65, terá três entradas:

- os dois bits de uma coluna das parcelas, e
- uma entrada que vamos chamar de "vem-um", que vamos ligar à saída "vai-um" da coluna à direita,

As saídas do módulo são duas:

- um bit de resultado
- um bit de "vai-um", que será ligado à entrada "vem-um" da coluna à esquerda.

Um circuito que implemente esse módulo é conhecido como "circuito soma-completa".

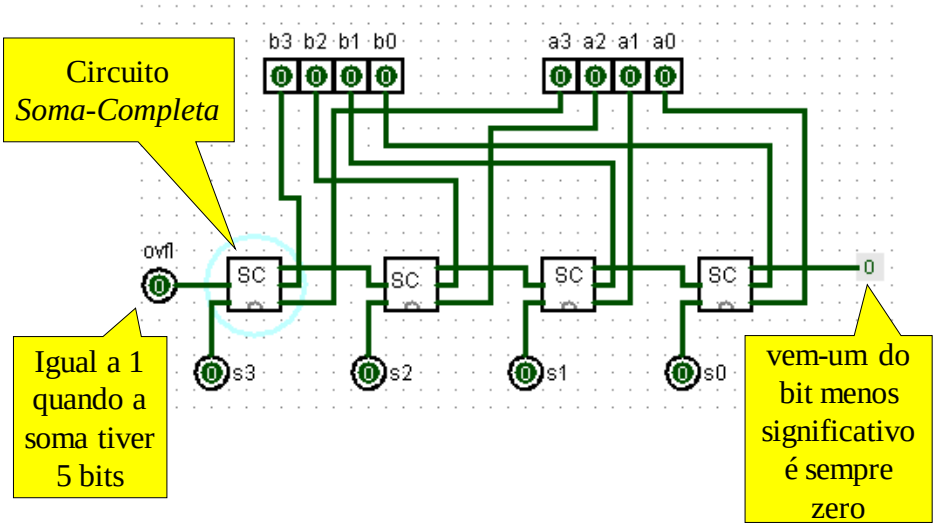


Figura 66: Arranjo em cascata de módulos para um somador de 4 bits

A Figura 66 mostra um arranjo em cascata de circuitos de soma completa capaz de somar variáveis de 4 bits. O módulo SC mais à direita faz a soma dos bits menos significativos, a_0 e b_0. Sua entrada "vem-um" recebe o valor constante 0. Ele produz um bit de resultado, s_0, e o vai-um da coluna, que é conectado à entrada vem-um do segundo SC da direita para a esquerda. Este segundo SC faz a soma de a_1, b_1 e de sua entrada vem-um que, como dissemos, é o vai-um do primeiro SC. E esse arranjo se repete, aqui para os 4 bits das parcelas, mas poderia se repetir por 32, ou por 64, ou por 128 vezes. Em um somador de n bits, o circuito de soma completa do bit mais significativo produz um vai-um que indica que a soma das parcelas só pode ser representada com $n + 1$ bits. Essa situação é designada por "estouro", ou mais comumente, pelo termo em inglês *overflow*.

soma = a'b'v + a'bv' + ab'v' + abv

a	b	vem-um	soma	vai-um
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

vai-um = a'bv + ab'v + abv' + abv

Figura 67: Tabela da verdade para um circuito de soma completa

A Figura 67 mostra a tabela da verdade para um circuito de soma completa, e as expressões encontradas pelo método de cobertura dos 1s para as saídas soma e vai-um. A variável v designa aqui a entrada vem-um.

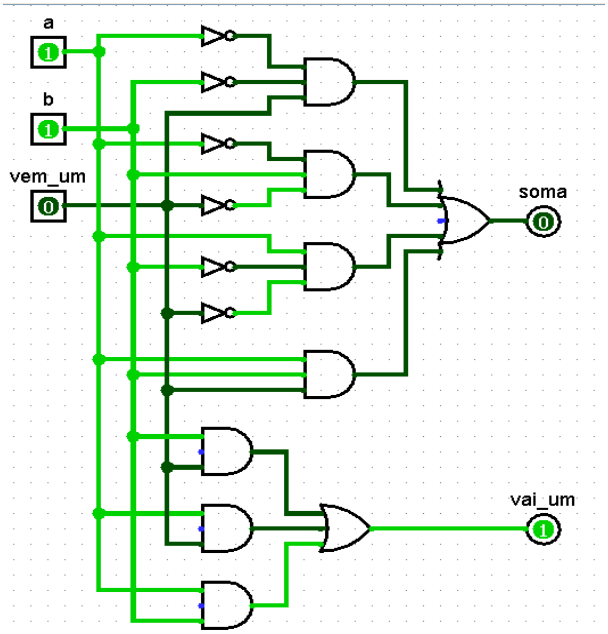


Figura 68: Circuito Soma-Completa

A Figura 68 mostra um circuito de soma completa. Repare que a saída vai-um é dada pela expressão simplificada

$$V = bv + av + ab$$

onde V designa a saída Vai-um, e que é equivalente à expressão $V = a'bv + ab'v + abv' + abv$ encontrada pelo método de cobertura de 1s. Para verificar essa equivalência você pode construir uma tabela da verdade para as duas expressões. A simplificação de expressões lógicas é um assunto de extrema importância, mas que foge do escopo deste texto.

2.2.5 Síntese de Circuitos Combinatórios

É possível utilizar o Logisim para construir automaticamente um circuito combinatório a partir de sua tabela da verdade. Vamos fazer isto para um circuito que tem as variáveis a2, a1 e a0 como entradas, e b2, b1 e b0 como saídas. Aqui também vamos usar operações lógicas para implementar operações aritméticas - no caso, somar 1 a um dado valor binário.

Mais precisamente, o valor expresso por b2b1b0 interpretado como binário sem sinal deve ser igual ao valor expresso por a2a1a0 + 1, também interpretado como binário sem sinal. Por exemplo, para os valores de entrada a2 = 1, a1 = 0 e a0 = 0 (ou seja, o valor expresso pela entrada é 1002 = 410), devemos ter b2 = 1, b1 = 0 e b0 = 1 (com o valor expresso pela saída dado por 1012 = 510).

Temos que nos preocupar com o caso onde a2a1a0 = 111, pois 111+1 = 1000, com quatro bits, um a mais do que dispomos. Vamos adotar como convenção que, quando a2a1a0 = 111, a saída deve ser 000. Este circuito corresponde à tabela da verdade na Figura 69. Nós veremos a seguir como é fácil obter um circuito para esta ou para qualquer outra tabela da verdade de tamanho razoável utilizando o Logisim.

a2	a1	a0	b2	b1	b0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Figura 69: Tabela da verdade para o circuito SomaUm

Janela de Análise Combinatória. O primeiro passo é abrir a janela de análise combinatória do Logisim, o que é feito conforme ilustrado na Figura 70.

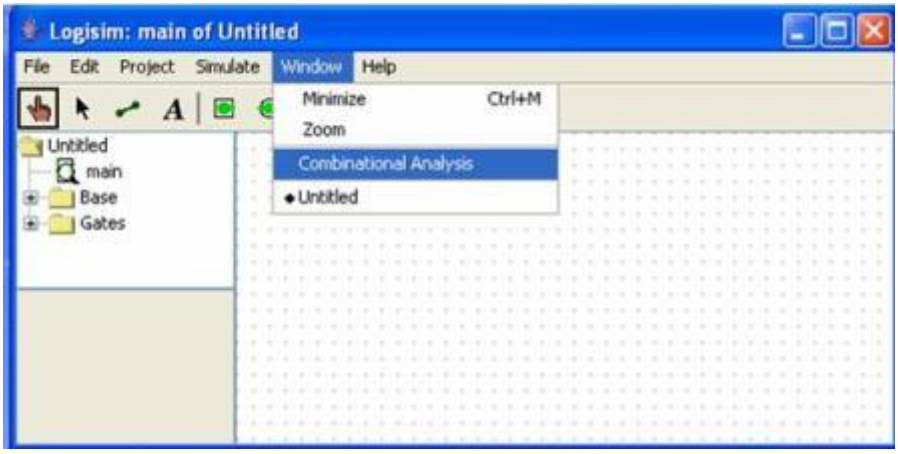


Figura 70: Abrindo a janela de análise combinatória do Logisim

No passo seguinte nós informamos ao Logisim os nomes das variáveis de entrada. Devemos clicar sobre a aba *Inputs* (se não estiver já selecionada) e, para cada variável de entrada, digitar o seu nome e clicar sobre o botão *Add*, conforme a Figura 71.

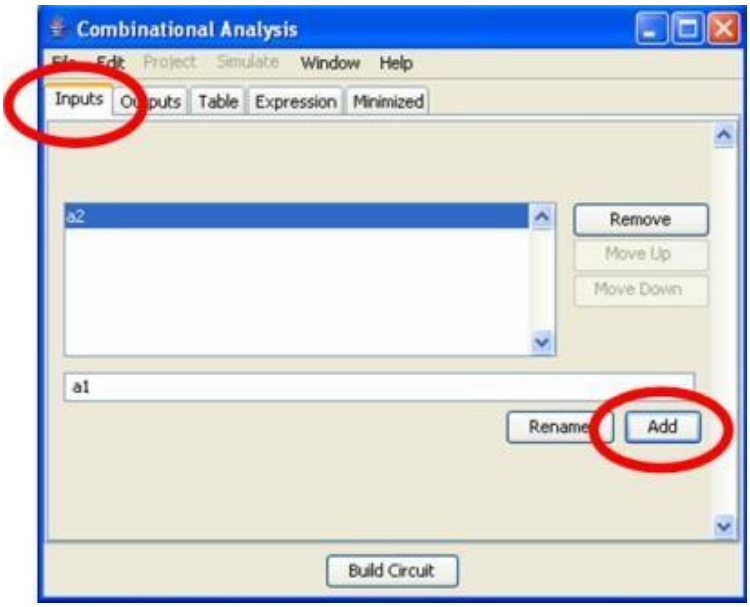


Figura 71: Variáveis de entrada de uma tabela da verdade no Logisim

Entre com as variáveis na ordem (da esquerda para a direita) em que você deseja que elas apareçam na tabela da verdade. No caso, primeiro a2, depois a1 e depois a0.

Para as variáveis de saída o procedimento é similar. Selecione a aba *Outputs*, e entre um a um com os nomes das variáveis de saída, na ordem em que você deseja que apareçam na tabela da verdade. No caso, primeiro b2, depois b1 e depois b0.

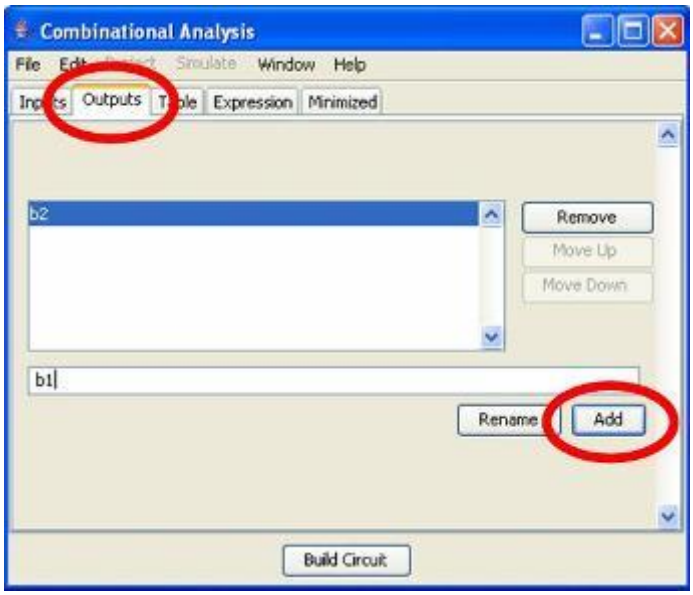


Figura 72: Nomeando variáveis de saída em uma tabela da verdade no Logisim

Agora é preciso entrar com os valores da tabela da verdade. Clique sobre a aba *Table*, e você verá uma tela como a da Figura 73.

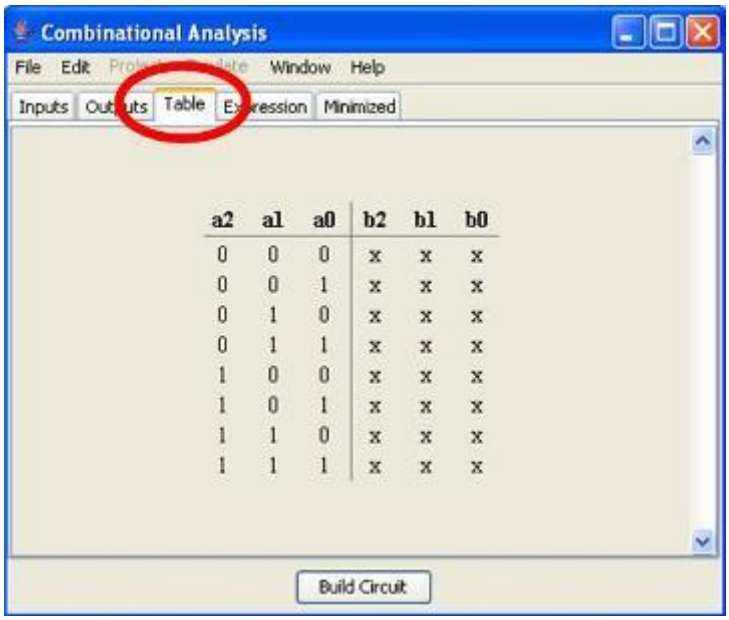


Figura 73: Entrando com os valores da tabela da verdade

Depois, entre com os valores apropriados, clicando uma ou mais vezes sobre cada um dos x na tabela, até obter o valor desejado. Se passar do ponto, clique novamente. Faça isto até chegar à tabela da Figura 74, onde você pode reparar que em cada linha, b2b1b0 = a2a1a0+1, exceto na última, onde seguimos a convenção já mencionada.

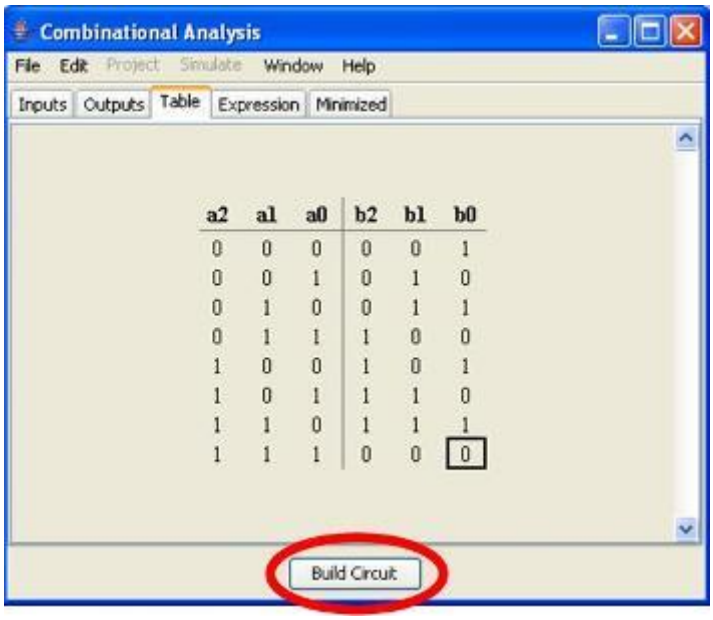


Figura 74: Tabela da verdade pronta

Agora é só clicar sobre Build Circuit, e o circuito SomaUm está pronto! Confira com a tela da Figura 75 o circuito que você construiu.

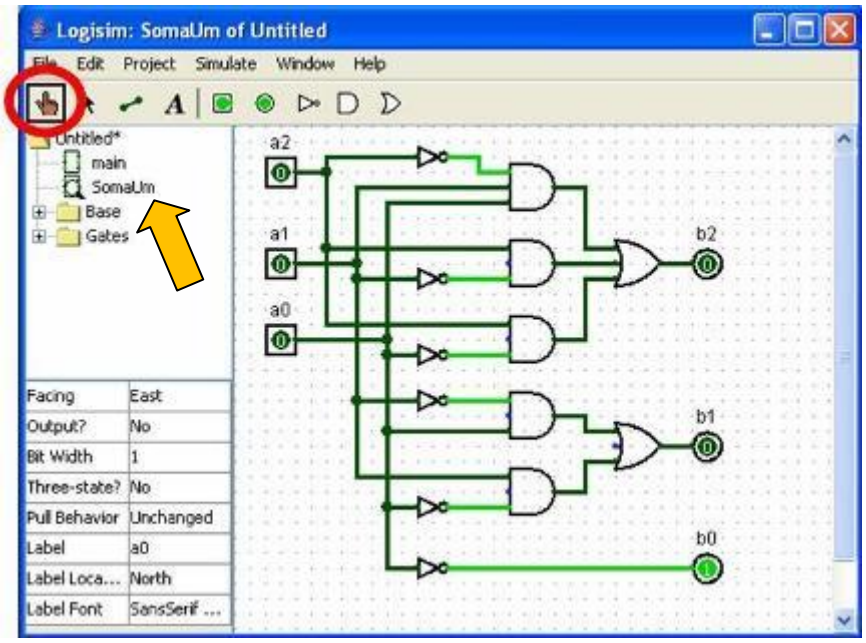


Figura 75: Circuito SomaUm obtido automaticamente

Teste o seu circuito com os valores binários correspondentes aos valores decimais 2, 5 e 7, verificando se as saídas interpretadas como binários sem sinal correspondem a 3(= 2+1), 6(=5+1) e 0(pois $7_{10} = 111_2$).

É importante você reparar que o Logisim criou o circuito SomaUm como um sub-circuito, o que é indicado no painel de navegação – veja a seta na Figura 75. Nós vamos agora utilizar o SomaUm como um componente para construir o circuito SomaTrês, o que pode ser feito ligando três circuitos SomaUm em cascata.

Para isto clique com o botão direito do mouse sobre o sub-circuito main, e escolha View Circuit. Você verá um circuito vazio. Agora clique com o botão esquerdo do mouse sobre o sub-circuito SomaUm, e coloque no painel de desenho 3 bloquinhos conforme a figura abaixo.

O bloquinho – o circuito SomaUm – é representado aqui como um módulo sem detalhes, somente com as entradas e saídas. Passe com o mouse sobre essas entradas e saídas; o Logisim indica o nome de cada uma delas.

Como você pode ver, subimos de nível. Os detalhes do circuito SomaUm podem ser esquecidos – o que nos interessa agora é somente sua funcionalidade de somar 1 à sua entrada.

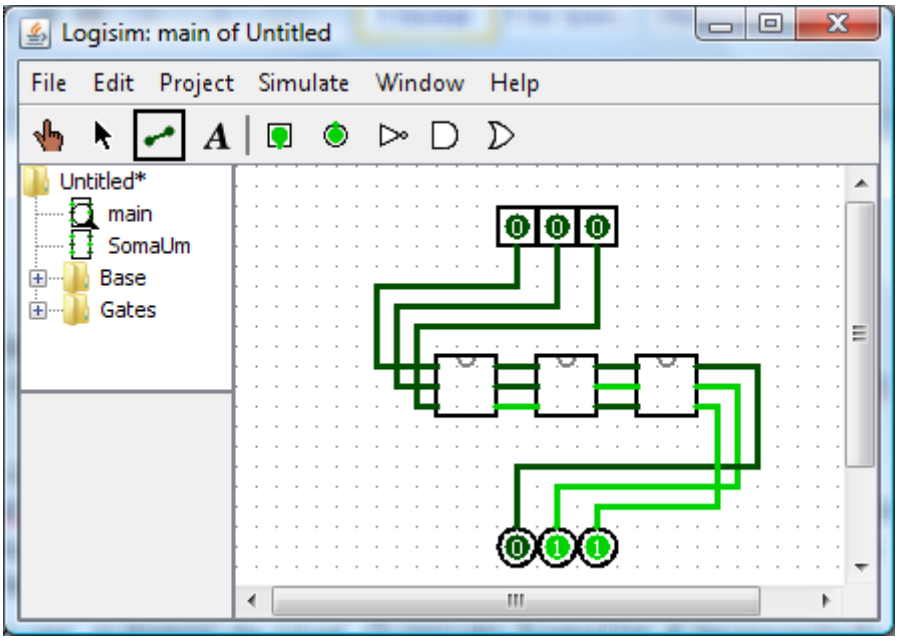


Figura 76: O circuito SomaTrês

Complete agora o seu circuito principal, acrescentando entradas, saídas e cabeamento conforme a figura acima. A disposição de entradas e saídas foi escolhida para facilitar sua leitura como um binário sem sinal. Para obter entradas voltadas para baixo, clique sobre a ferramenta de entradas e, no painel de parâmetros, no canto inferior esquerdo da tela do Logisim, e escolha *South* como orientação. Para obter saídas com o ponto de conexão encima, clique sobre a ferramenta de saídas, e escolha a orientação *North*.

Teste o seu circuito e veja se a saída corresponde sempre à entrada mais 3. Lembre-se da convenção que adotamos de ter 000 como o sucessor de 111.

Como um exemplo mais detalhado, vamos o usar o Logisim para construir um display hexadecimal, isto é, um circuito que "acende" os filamentos correspondentes ao símbolo hexadecimal codificado em seus 4 bits de entrada em uma lâmpada de 7 segmentos. Este é um dispositivo simples e eficaz para a visualização de algarismos decimais e de algumas letras, que você certamente já viu em elevadores ou sintonizadores de TV a cabo.

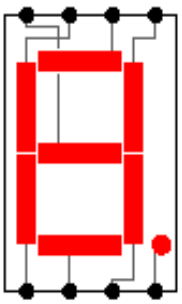


Figura 77: Uma lâmpada de 7 segmentos com todos os filamentos acesos

O Logisim oferece este componente, na biblioteca Input/Output. Cada um dos pinos acente um dos filamentos, com exceção de um pino que acende um ponto decimal, que não vamos usar aqui.

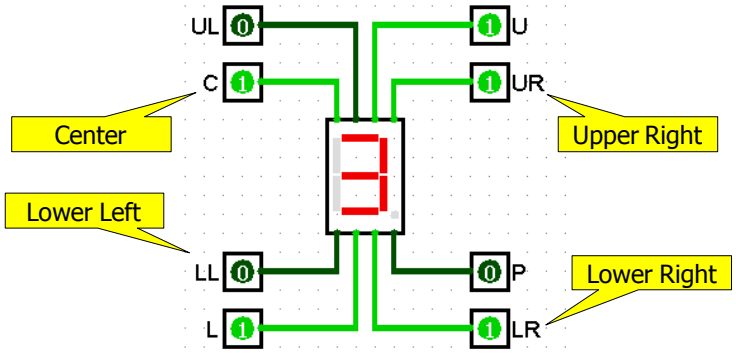


Figura 78: Nomes dos pinos em uma lâmpada de 7 segmentos

A Figura 78 mostra os labels dos pinos de entrada de uma lâmpada de 7 segmentos, e na Figura 79 nós vemos o arranjo de entradas e saídas do circuito que iremos sintetizar.

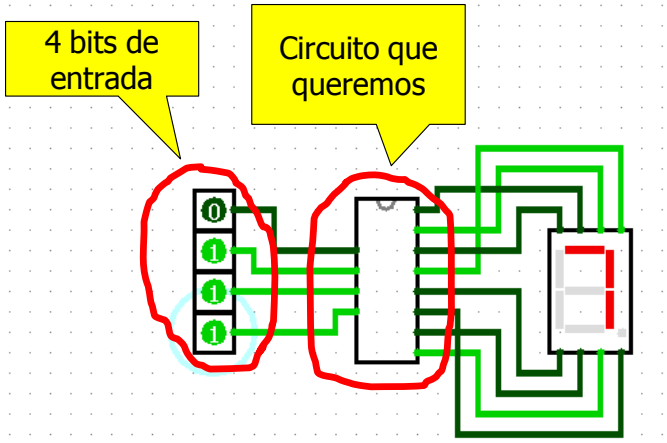


Figura 79: Arranjo de entradas e saídas de circuito de controle de um display hexadecimal

Para isso, abrimos a janela *Combinational Analysis* do Logisim, e construímos uma tabela da verdade com 4 entradas, a3, a2, a1 e a0, e com 7 saídas, UL, U, C, UR, LL, P, L e LR. Para cada linha colocamos 1 nas saídas correspondentes aos filamentos que, acesos, compõem o dígito hexadecimal formado pelos bits de entrada. A tabela final está mostrada na Figura 80.

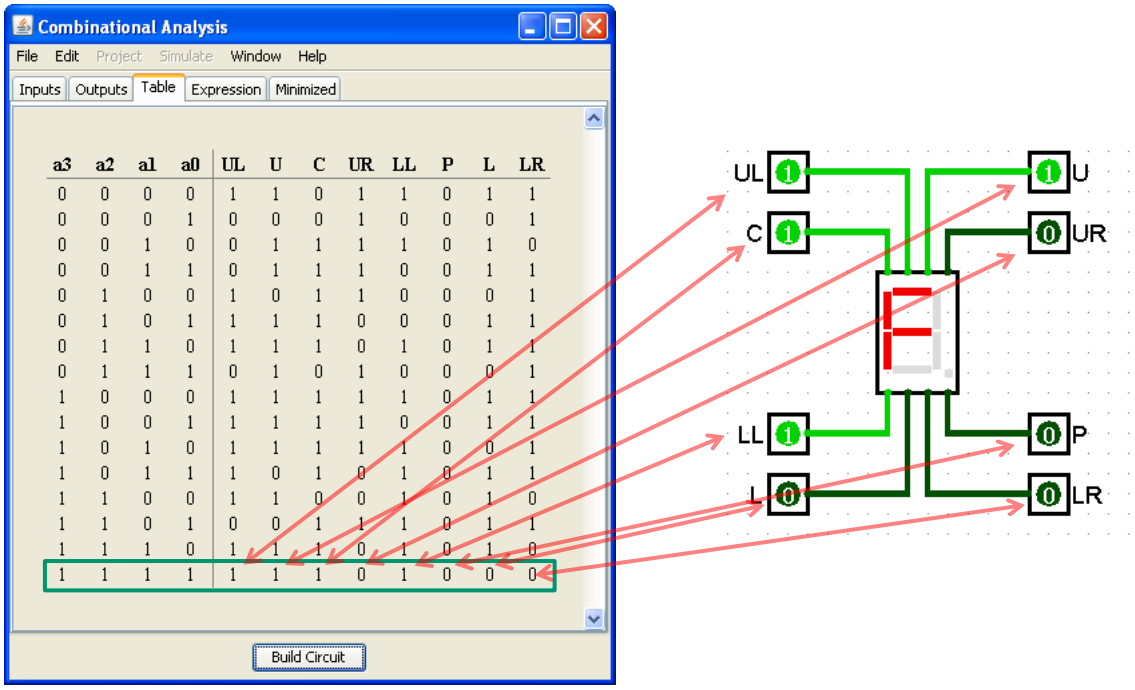


Figura 80: A tabela da verdade completa para o display hexadecimal, com destaque para a determinação das saídas para formar um F

Feito isso, basta apertar Build Circuit para obter o circuito da Figura 81. Parece complicado? Pode ser, mas isso não é um problema. O circuito foi construído automaticamente, a partir de uma tabela da verdade, usando algoritmos do Logisim que são melhorias do método que vimos para obtenção de somas canônicas. Isso nos garante a sua correção. E ele pode ser usado como um módulo, esquecendo completamente seus detalhes, como fizemos na Figura 79.

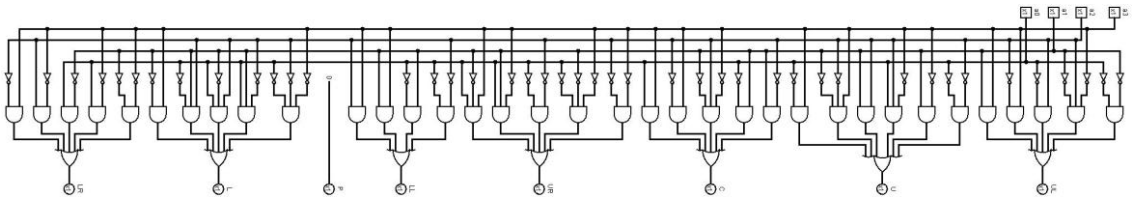


Figura 81: Circuito gerado automaticamente pelo Logisim para o controlador de display hexadecimal

2.2.6 Comparação de binários sem signal

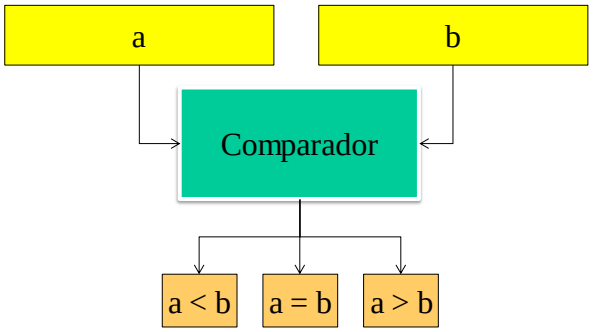


Figura 82: Entradas e saídas de um circuito comparador

Vimos na seção 2.2.4 que circuitos lógicos podem realizar operações aritméticas. Vamos agora atacar o problema de construir circuitos lógicos que permitam comparar duas variáveis a e b

de, digamos, 32 bits cada uma. A saída do circuito deve indicar se $a = b$, $a < b$ ou $a > b$, como mostrado na Figura 82.

Aqui também temos problemas com o uso do método de cobertura de 1s na tabela da verdade, que teria as mesmas 2^{64} linhas do somador de 32 bits. Vamos aplicar o mesmo enfoque que usamos na soma: verificar como fazemos a comparação, e procurar resolver o problema por etapas que seriam feitas por módulos menores.

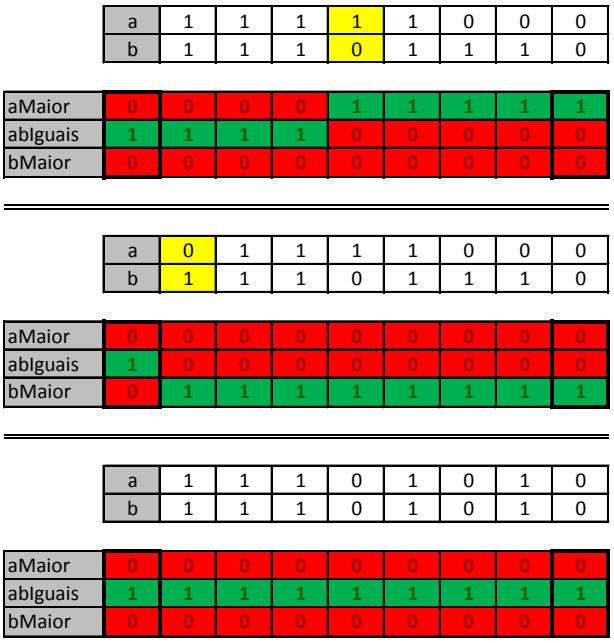


Figura 83: Casos de comparação entre as entradas a e b.

É fácil ver que, ao comparar dois binários de mesmo tamanho, sem sinal, devemos comparar bit a bit, começando com o bit mais significativo. Na primeira diferença, já podemos concluir que a parcela com o bit igual a 1 é definitivamente a maior, e os bits restantes, que são menos significativos, não interessam para o resultado final. A Figura 83 mostra três casos de comparação de entradas a e b, cada uma com 8 bits. No primeiro caso as entradas diferem no quarto bit mais significativo, e $a > b$. No segundo caso as entradas já diferem no primeiro bit mais significativo, e $b > a$. No terceiro caso as entradas são iguais.

Para construir um circuito que faça a comparação de binários sem sinal nós precisamos de um comparador de 1 bit que leve em consideração a possibilidade do resultado já ter sido estabelecido por algum bit mais significativo.

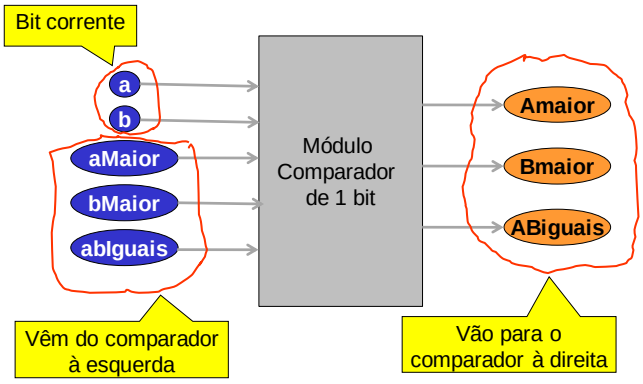


Figura 84: Entradas e saídas para um módulo comparador de 1 bit

Vemos na Figura 84 um esquema de entradas e saídas para o módulo comparador de 1 bit. As entradas a e b vêm do bit em questão das variáveis que estamos comparando. Da comparação

já feita com bits mais significativos que o bit em questão vêm as entradas aMaior, bMaior e abIguais. A Figura 85 mostra o arranjo de módulos que compõem um comparador de 4 bits.

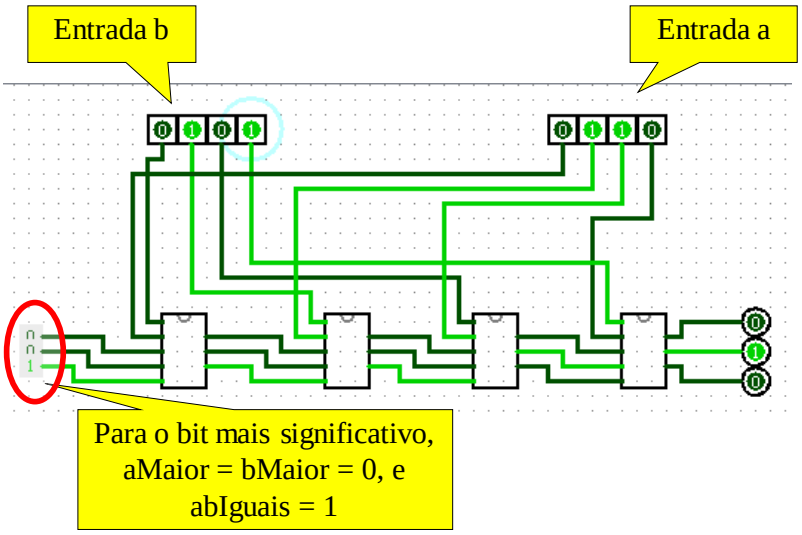
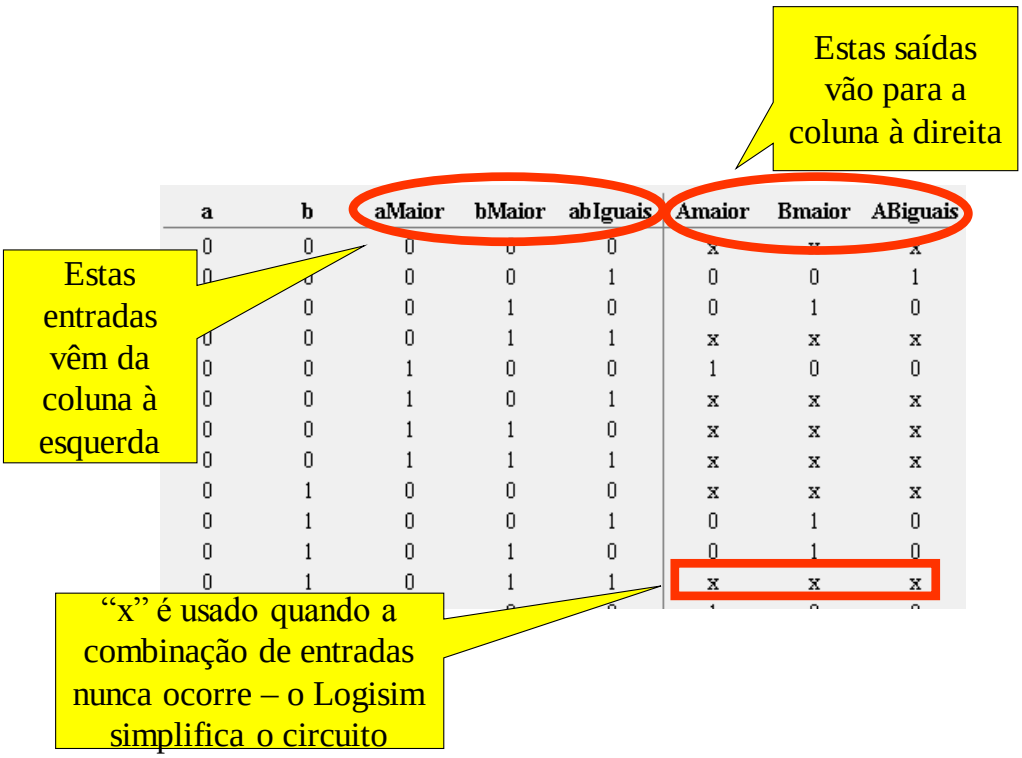


Figura 85: Arranjo de módulos para um comparador de 4 bits

Temos um módulo comparador para cada bit das variáveis de entrada. Cada módulo comparador tem cinco entradas:

- Duas são os bits das entradas da coluna correspondente ao módulo;
- As três outras são designadas por aMaior, bMaior e abIguais e, exceto para o módulo mais à esquerda, são produzidas pelo módulo comparador à esquerda do módulo em questão. Elas têm o resultado da comparação já realizada com os bits mais significativos e portanto, uma e somente uma dessas entradas poderá ter o valor 1. Para o módulo mais à esquerda, que corresponde ao bit mais significativo, abIguais tem o valor 1.

A Figura 86 mostra as primeiras linhas de uma tabela da verdade para o módulo comparador de 1 bit; a tabela completa tem $2^5 = 32$ linhas. A coluna aMaior é uma entrada desse módulo, enquanto a coluna Amaior é uma saída. A mesma convenção é usada para bMaior, Bmaior, abIguais e ABiguais. Combinações onde mais de uma dentre as variáveis aMaior, bMaior e abIguais têm o valor 1 ou em que todas as três são iguais a 0 nunca devem ocorrer, e o símbolo x é usado na tabela para indicar que os valores das saídas não têm interesse nesses casos. O Logisim tira proveito disso para obter circuitos mais simples.



a	b	aMaior	bMaior	abIguais	Amaior	Bmaior	ABiguais
0	0	0	0	0	x	x	x
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	x	x	x
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	x	x	x
0	0	1	1	0	x	x	x
0	0	1	1	1	x	x	x
0	1	0	0	0	x	x	x
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	x	x	x

Figura 86: Tabela da verdade para um comparador de 1 bit

A Figura 87 mostra o circuito comparador de 1 bit obtido dessa tabela da verdade.

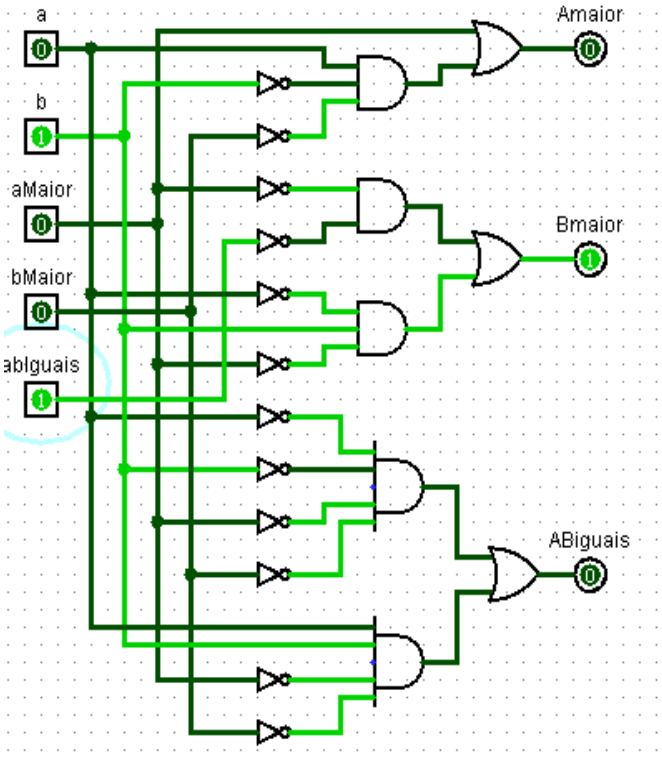


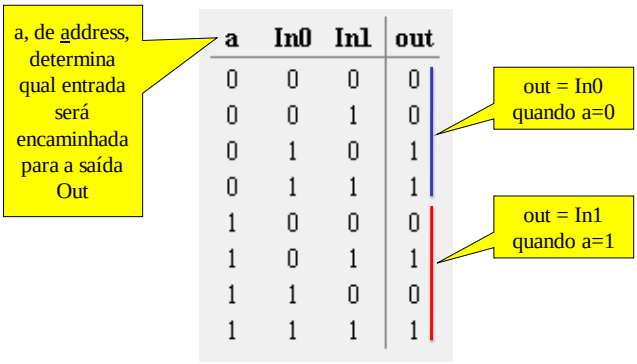
Figura 87: Circuito comparador de 1 bit

2.2.7 Multiplexadores e Demultiplexadores

Circuitos lógicos são também utilizados para conduzir fluxos de dados:

- Um *multiplexador* dirige uma única entre várias entradas de dados para um destino; a entrada escolhida é designada por um *endereço*;

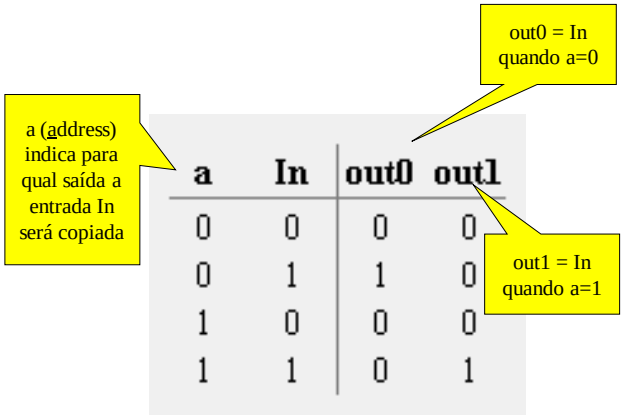
- Um *demultiplexador* dirige uma entrada de dados para um dentre vários destinos; o destino escolhido é designado por um *endereço*.



a	In0	In1	out
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Figura 88: Tabela da verdade para um multiplexador de 1 bit

A Figura 88 mostra uma tabela da verdade para um multiplexador de 1 bit. Esse circuito tem três entradas: In0 e In1, que são as variáveis fonte de informação, e o endereço a, que decide qual dentre In0 e In1 será conectada à saída out.



a	In	out0	out1
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	0	1

Figura 89: Tabela da verdade para um demultiplexador de 1 bit

Na Figura 89 nós vemos a tabela da verdade para um demultiplexador de 1 bit. Esse circuito tem as entradas a e In. A entrada a é um endereço de 1 bit e que designa qual das saídas out0 ou out1 será conectada à entrada fonte de informação In.

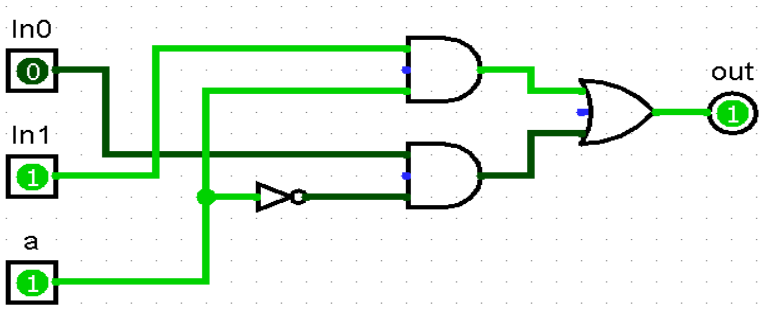


Figura 90: Circuito multiplexador de 1 bit

Multiplexadores de 1 bit também podem ser usados como módulos para a construção de multiplexadores de mais bits, com o arranjo mostrado na Figura 91.

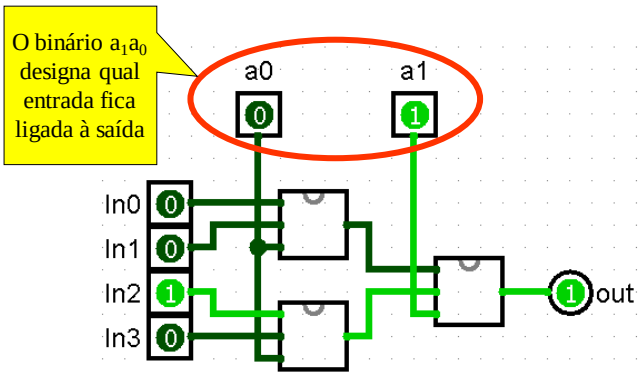


Figura 91: Um multiplexador de 2 bits obtido usando multiplexadores de 1 bit

A Figura 92 mostra o circuito demultiplexador de 1 bit obtido a partir da tabela da verdade da Figura 89.

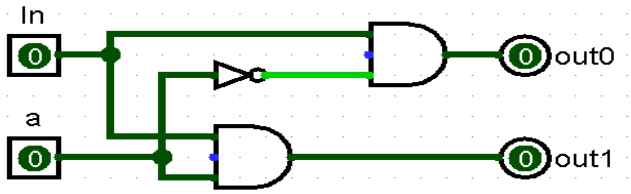


Figura 92: Circuito demultiplexador de 1 bit

Demultiplexadores com uma "largura de entrada" (número de bits) maior também podem ser obtidos com arranjos hierárquicos similares, como mostra a Figura 93.

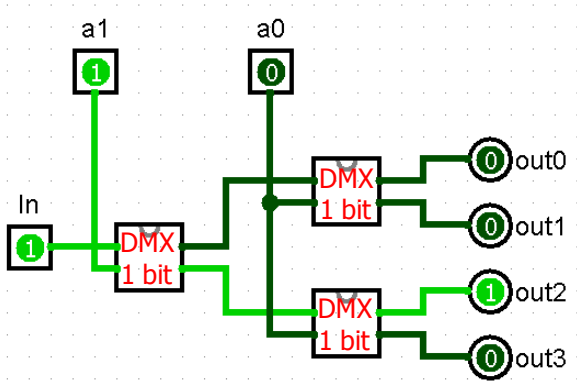


Figura 93: Circuito demultiplexador de 2 bits, obtido a partir de demultiplexadores de 1 bit

Como conclusões de nosso estudo de circuitos combinatórios nós temos:

- Operações lógicas podem ser usadas para realizar operações aritméticas;
- Circuitos combinatórios podem ser construídos a partir de tabelas da verdade;
- Circuitos combinatórios também podem ser construídos como montagens de módulos mais simples, como somadores ou comparadores de n bits construídos a partir de somadores ou comparadores de 1 bit;
- O fluxo de informações em um circuito pode ser conduzido por multiplexadores ou demultiplexadores.

2.3 Circuitos Sequenciais

Circuitos seqüenciais diferem dos circuitos combinatórios por serem capazes de armazenar dados. Em um dado instante suas saídas não dependem apenas dos valores correntes de suas entradas, como nos circuitos combinatórios, mas são também funções de valores armazenados.

2.3.1 Flip-flops e Registradores

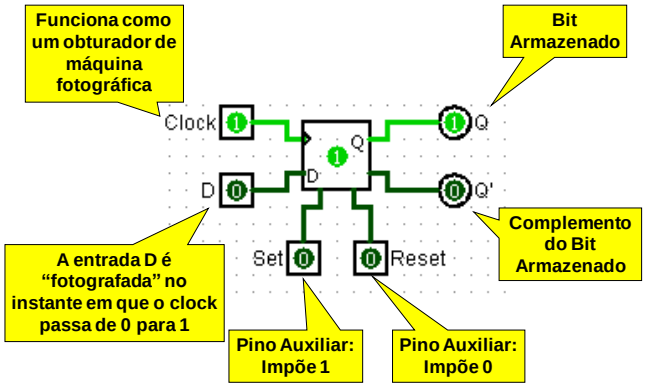


Figura 94: Um flip-flop tipo D

O circuito seqüencial mais básico é conhecido pelo nome em inglês de *flip-flop*. Como podíamos esperar, um flip-flop é capaz de armazenar um único bit. Existem vários tipos de flip-flop, mas aqui nós só veremos flip-flops ditos do tipo D. A Figura 94 mostra um flip-flop tipo D disponível no Logisim, e que possui 5 pinos:

- Pino *D*: é onde fica a informação – o *D*ado – que pode vir a ser armazenada no flip-flop;
- Pino *Clock*: é um pino que funciona como um obturador de uma máquina fotográfica. No exato instante em que o sinal aplicado ao *Clock* passa de 0 para 1, o flip-flop passa a armazenar o valor corrente do pino *Input*. O nome "clock" vem do fato deste sinal frequentemente se originar de uma fonte de tempo, como veremos mais tarde. "Click" seria um nome mais adequado para a analogia com a máquina fotográfica.
- Pino *Q*: é uma saída que tem o valor armazenado no flip-flop;
- Pino *Q'*: é uma saída que tem o complemento do valor armazenado no flip-flop;
- Pinos *Set* e *Reset*: são entradas auxiliares que facilitam a imposição de um valor para o flip-flop. Essas entradas são normalmente usadas para inicialização ou re-inicialização do flip-flop.

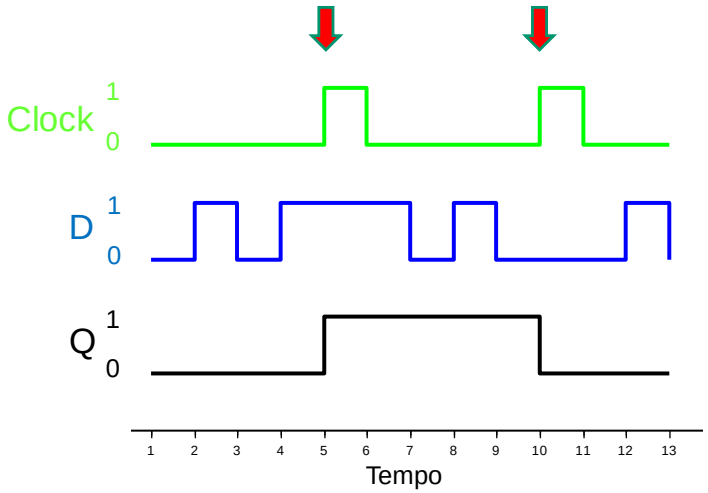


Figura 95: Carta de tempo para um flip-flop tipo D. As setas destacam os instantes de subida do clock, quando a entrada D é copiada pelo flip-flop.

A Figura 95 mostra um gráfico – uma *carta de tempo* – que ilustra um exemplo de evolução temporal de um flip-flop tipo D, onde:

- no instante 1 as entradas D e Clock valem 0, assim como a saída Q;
- nos instantes 2, 3 e 4 respectivamente a entrada D muda de 0 para 1, de 1 para 0 e de 0 para 1 novamente, sem que isso afete a saída Q, pois a entrada Clock permanece em 0 durante esse intervalo;
- no instante 5 a entrada Clock sobe, mudando de 0 para 1. É a este sinal que o flip-flop copia ("fotografa") a entrada D. Com isso o bit armazenado muda também de 0 para 1;
- no instante 6 a entrada Clock desce, mas isso não afeta o estado do flip-flop;
- nos instantes 7, 8 e 9 a entrada D oscila novamente, sem afetar o estado do flip-flop;
- no instante 10 o sinal do Clock sobe, e a saída Q passa para 0, copiando o valor de D nesse instante;

E por aí vai.

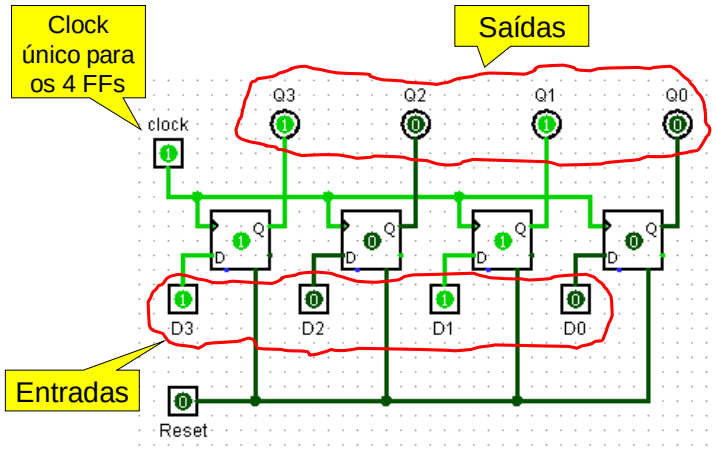


Figura 96: Um registrador de 4 bits formado por flip-flops tipo D

Flip-flops podem ser agrupados formando *registradores*. A Figura 96 mostra um registrador de 4 bits composto por flip-flops do tipo D, onde vemos que:

- um mesmo sinal de clock comanda os 4 flip-flops;
- na subida deste sinal, isto é, quando o clock passa de 0 para 1, as quatro entradas D são copiadas para os flip-flops;
- uma entrada *Reset* coloca 0 em todos os flip-flops ao receber um sinal 1.

O Logisim oferece uma série de circuitos já prontos, que encontram-se armazenados em bibliotecas, e que podem ser utilizados como peças para a montagem de circuitos maiores, da mesma forma como já usamos portas lógicas. Flip-flops tipo D, outros tipos de flip-flop, registradores e vários outros componentes se encontram na biblioteca *Memory*.

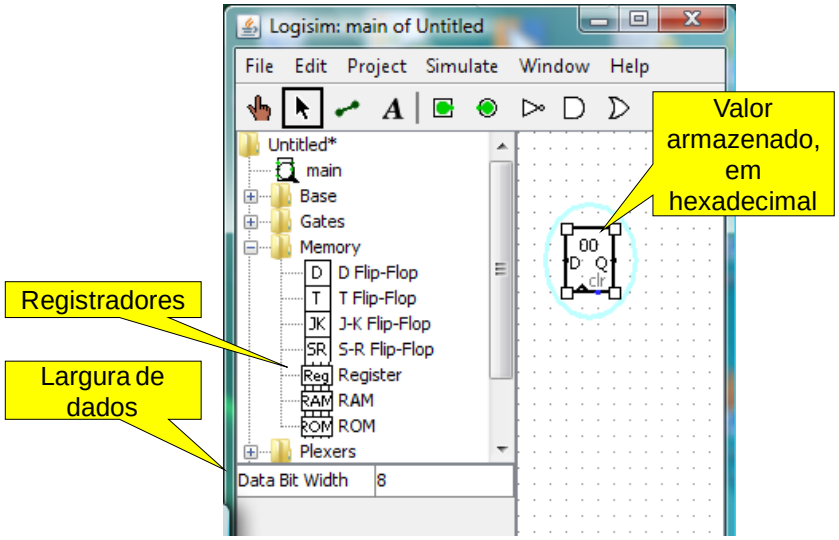


Figura 97: Um registrador da biblioteca *Memory* do Logisim com largura de 8 bits

Registradores da biblioteca *Memory* do Logisim são sempre apresentados como um único bloco que se assemelha a um flip-flop, mas que é capaz de armazenar um número de bits à escolha do usuário. Um cabo conectado à entrada D de um registrador de 4 bits deve também ter uma "largura" de 4 bits.

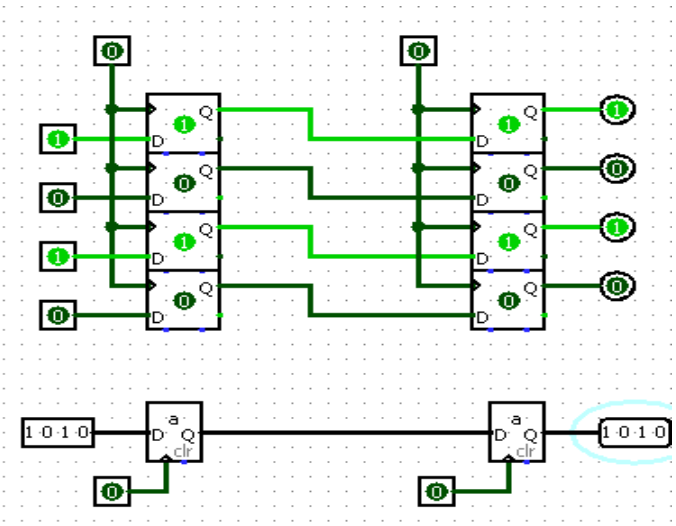


Figura 98: Dois circuitos equivalentes. No circuito de cima, fios e registradores têm 1 bit de largura; no de baixo, 4 bits

Na Figura 98 nós vemos dois circuitos equivalentes, cada um com dois registradores de 4 bits conectados. O circuito de cima utiliza somente elementos de largura de 1 bit, com os quais já estamos familiarizados. O de baixo utiliza entradas, saídas, registradores e cabos de 4 bits de largura. Seu desenho é por isso mesmo muito mais simples e, portanto, de mais fácil compreensão. A largura de bits de componentes como registradores, entradas e saídas é controlada pelo usuário, usando o campo "data width" no painel de atributos, como na Figura

97. O Logisim facilita a nossa vida dando a cabos a largura de bits dos componentes aos quais o cabo se conecta, e alertando o usuário nos casos de incompatibilidade.

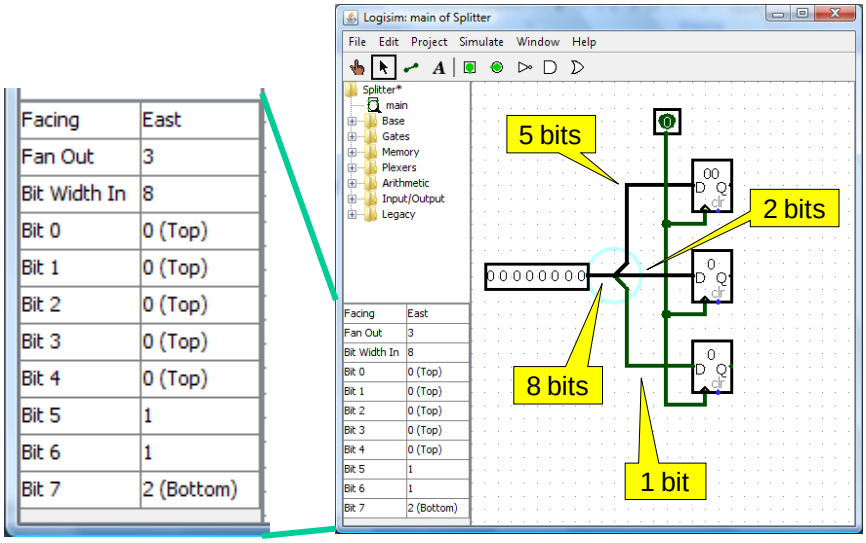


Figura 99: Uma bifurcação de um cabo de 8 bits em um de 5 bits, outro de 2 e um terceiro de 1 bit de largura. O retângulo à esquerda é uma ampliação do painel de atributos da bifurcação

O Logisim oferece ainda bifurcações (*splitters*) que permitem dirigir os bits de um cabo com largura maior para outros de largura menor, como mostrado na Figura 99.

2.3.2 Barramentos e Controle de Fluxo de Dados

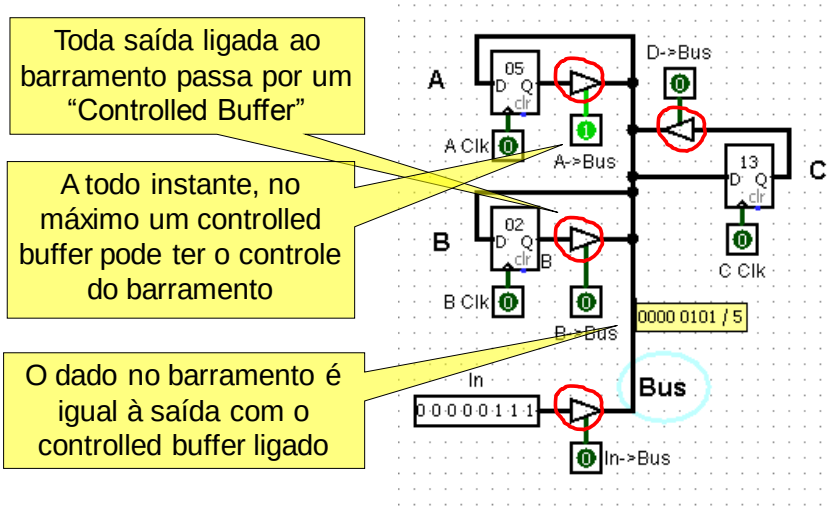


Figura 100: Um barramento conectando uma entrada de 8 bits e três registradores

Nos circuitos que vimos até agora um cabo só pode ser usado para conectar uma saída de um componente a uma ou mais entradas de outros componentes. Essa restrição vem por um lado da falta de sentido lógico nesse tipo de conexão: se uma das saídas tem 0 e outra 1, qual valor fica no barramento? Por outro lado, vem também dos circuitos reais: se uma de duas saídas conectadas a um cabo tem o valor 0 e outra tem o valor 1, temos uma voltagem alta ligada diretamente a uma voltagem baixa, ou seja, um curto-circuito.

Um componente especial, o *controlled buffer*, permite fazer esse tipo de ligação, o que simplifica muito o desenho de circuitos. Diversas saídas podem ser conectadas a um único cabo se essas conexões passarem por um *controlled buffer*. Este cabo compartilhado recebe o nome de *barramento*. Todo *controlled buffer* tem, como o próprio nome indica, um pino de controle que abre ou fecha a conexão com o barramento. O projetista de um circuito deve

cuidar para que, a qualquer instante, no máximo um dentre todos os *controlled buffers* ligados a um mesmo barramento esteja aberto.

Colocar 7 no registrador A	
Sinal	Comentário
In = 7	*Coloca 7 na entrada In*
In->Dbus = 1	*A entrada In controla o barramento*
A Clk = 1	*O registrador A copia o barramento*
A Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador A*
In->Dbus = 0	*Libera o barramento*

Colocar 3 no registrador B	
Sinal	Comentário
In = 3	*Coloca 3 na entrada In*
In->Dbus = 1	*A entrada In controla o barramento*
B Clk = 1	*O registrador B copia o barramento*
B Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador B*
In->Dbus = 0	*Libera o barramento*

Copiar no registrador C o conteúdo de A	
Sinal	Comentário
A->Dbus = 1	*O registrador A controla o barramento*
C Clk = 1	*O registrador C copia o barramento*
C Clk = 1	*Abaixa o clock do registrador C*
A->Dbus = 0	*Libera o barramento*

Figura 101 : Exemplos de fluxos de dados realizáveis pelo circuito da Figura 100

O circuito da Figura 100 permite que um dado na entrada In seja copiado por qualquer dos registradores A, B ou C, e permite também que o valor em qualquer registrador seja copiado por qualquer um dos outros registradores. Estes fluxos são controlados pelos sinais de clock dos registradores e de controle dos controlled buffers. Dados são transferidos de um ponto para outro ligando e desligando esses sinais em uma sequência apropriada para a transferência desejada, como mostram os exemplos na Figura 101.

2.3.3 Memórias

O Logisim oferece memórias RAM (*Random Access Memory*) e ROM (*Read Only Memory*) como componentes de sua biblioteca *Memory*. Memórias armazenam informações como conjuntos de bits chamados *palavras*. Cada palavra possui um endereço na memória. Uma memória tem como atributos sua largura de dados, isto é, o número de bits em cada palavra da memória, e a largura do endereço. Com n bits de endereço uma memória tem no máximo 2^n palavras. No Logisim, a largura de bits do endereço determina também o tamanho da memória, que tem exatamente 2^n palavras.

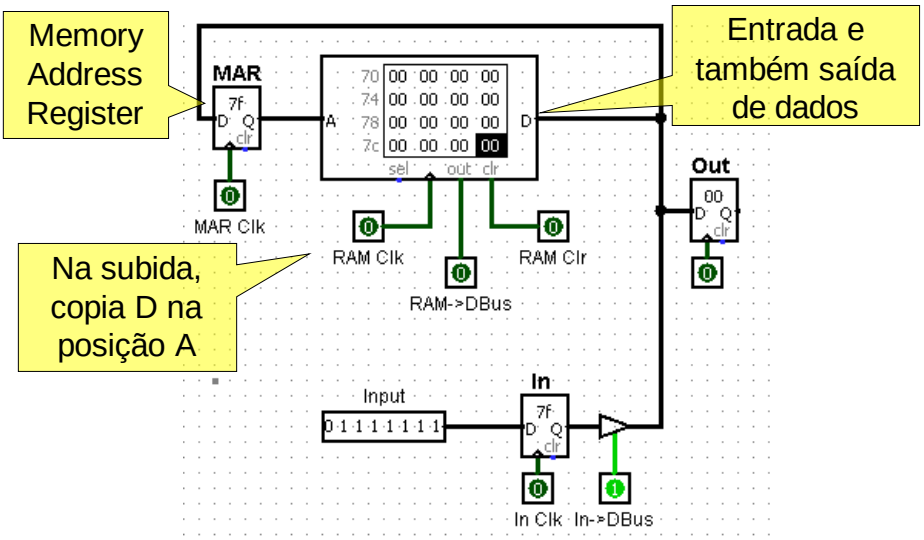


Figura 102: Uma memória RAM do Logisim em um arranjo com registradores e barramento

A Figura 102 mostra um arranjo de uma memória RAM e de registradores em torno de um barramento. As operações de leitura e escrita se fazem com uma única palavra da memória, determinada pelo valor aplicado à entrada A:

- para escritas, o sinal RAM Clk funciona como o clock de um registrador: na subida de 0 para 1, o valor presente na entrada D é copiado para a posição de memória endereçada pela entrada A, o que, no arranjo da Figura 102, é o valor armazenado no registrador MAR, o *Memory Addres Register*;
- para leituras, o sinal RAM->DBus funciona como um controlled buffer conectado à saída de um registrador: enquando seu valor for 1, a memória coloca no barramento o conteúdo da palavra endereçada pela entrada A.

Escrever 9 na posição de memória 15 (=ff)	
Sinal	Comentário
Input = 15	*Coloca 15 (00001111) na entrada Input*
In Clk = 1	*O registrador In copia a sua entrada*
In Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador In*
In->Dbus = 1	*O registrador In controla o barramento*
MAR Clk = 1	*O registrador MAR copia a sua entrada; a entrada A da memória já contém o endereço desejado*
MAR Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador MAR*
Input = 9	*Coloca 9 (00001001) na entrada Input*
In Clk = 1	*O registrador In copia a sua entrada*
In Clk =0	*Abaixa o clock do registrador In*
RAM Clk = 1	*A memória copia o barramento para a posição 15, indicada pela entrada A*
RAM Clk = 0	*Abaixa o clock da memória*
In->Dbus = 0	*Libera o barramento*

Figura 103: Um fluxo de dados realizável pelo circuito da Figura 102

Exemplos de fluxos de dados realizáveis com o circuito da Figura 102 são mostrados na Figura 103 e na Figura 104.

Ler o conteúdo da posição de memória 15 (=ff) para o registrador Out	
Sinal	Comentário
Input = 15	*Coloca 15 (00001111) na entrada Input*
In Clk = 1	*O registrador In copia a sua entrada*
In Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador In*
In->Dbus = 1	*O registrador In controla o barramento*
MAR Clk = 1	*O registrador MAR copia o barramento; a entrada A da memória já contém o endereço desejado*
MAR Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador MAR*
RAM->Dbus = 1	*A memória controla o barramento, onde coloca o conteúdo da posição indicada por sua entrada A*
Out Clk = 1	*O registrador Out copia o barramento*
Out Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador Out*

Figura 104: Outro exemplo de fluxo de dados realizável com o circuito da Figura 102

2.3.4 Acumuladores

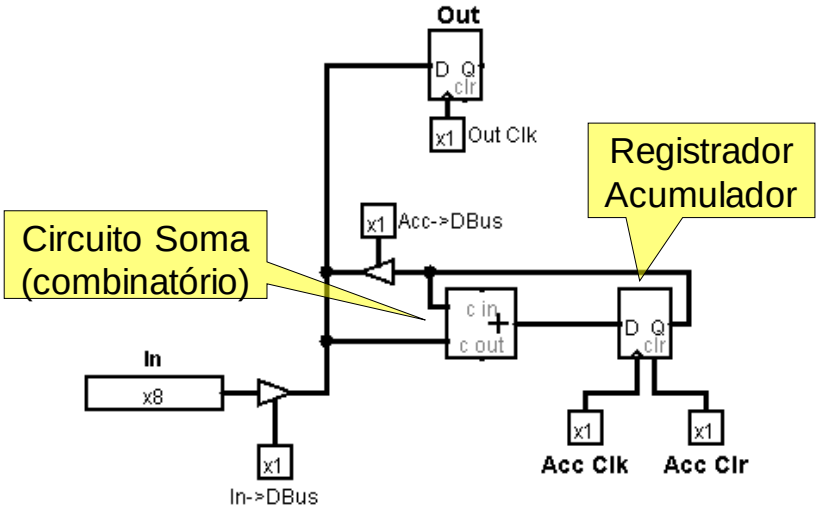


Figura 105: Um registrador acumulador

Um registrador pode ser usado como um *acumulador*, como mostrado na Figura 105. Neste arranjo,

- a entrada do acumulador é alimentada por um circuito combinatório que tipicamente realiza operações aritméticas ou lógicas, e
- a saída do acumulador realimenta o circuito combinatório, isto é, a saída do acumulador é uma das entradas do circuito combinatório.

Este arranjo permite, por exemplo, somar 10.000 números, seqüenciando as somas ao longo do tempo.

Colocar 5 no Acumulador	
Sinal	Comentário
Acc Clr = 1	*Zera o acumulador*
Acc Clr = 0	*Abaixa o clear do acumulador*
In = 5	*Coloca 5 na entrada In*
In->Dbus = 1	*A entrada In controla o barramento*
Acc Clk = 1	*O acumulador copia a entrada, que é a saída do circuito de soma, sendo = 5*
Acc Clk = 10	*Abaixa o clock do acumulador*
In->Dbus = 0	*Libera o barramento*

Figura 106: Exemplo de fluxo de dados realizável pelo circuito da Figura 105

Exemplos de fluxos de dados realizáveis com o circuito da Figura 105 estão mostrados na Figura 106 e na Figura 107.

Soma 7 (111) ao conteúdo do Acumulador, e transfere o resultado para o registrador Out	
Sinal	Comentário
In = 7	*Coloca 7 na entrada In*
In->Dbus = 1	*A entrada In controla o barramento*
Acc Clk = 1	*O acumulador copia a entrada, que é a saída do circuito de soma, sendo igual a 12 (0c em hexa), soma do valor do acumulador com o do barramento*
Acc Clk = 0	*Abaixa o clock do acumulador*
In->Dbus = 0	*Libera o barramento*
Acc->Dbus = 1	*O acumulador controla o barramento*
Out Clk = 1	*O registrador Out copia o barramento*
Out Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador Out*
Acc->Dbus = 0	*Libera o barramento*

Figura 107: Outro exemplo de fluxo de dados realizável pelo circuito da Figura 105

2.3.5 Uma Calculadora

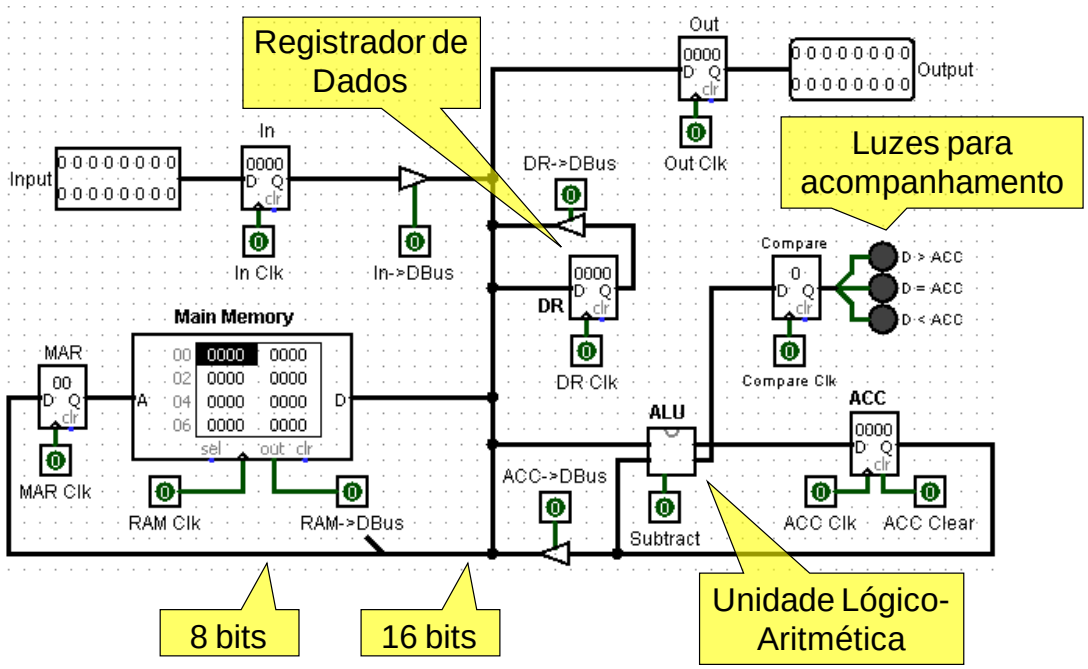


Figura 108: Circuito com as mesmas rotas de dados da CPU Pipoca

A Figura 108 mostra um circuito com alguns dos principais componentes de uma CPU. Ali vemos, ligados a um barramento de 16 bits:

- Registradores In e Out, ligados também a entradas e saídas de 16 bits
- Um registrador de dados, o DR;
- Uma memória principal com 256 palavras (e, conseqüentemente no Logisim, 8 bits de endereço) de 16 bits
- Uma *unidade lógico-aritmética*, que é um circuito combinatório com duas entradas, uma ligada ao barramento e outra à saída do acumulador. A ALU (*Arithmetic and Logical Unit*) é capaz de realizar somas, subtrações e comparações entre suas duas

entradas. Outras operações que uma ALU poderia fazer incluem operações lógicas (AND, OR, etc.) e de deslocamento (*shift*) de bits.

- Um registrador acumulador, alimentado pela saída de resultado de operação da unidade lógico-aritmética;
- Um registrador de resultado de comparação, também alimentado pela ALU.

Temos ainda o registrador MAR, que alimenta a entrada de endereço da memória principal, e que é alimentado pelos 8 bits menos significativos do barramento. A biblioteca Input/Output do Logisim oferece "leds", pequenas lâmpadas que foram acrescentadas ao circuito somente para acompanhamento visual do registrador Compare. Cada registrador, assim como a memória principal, tem um sinal de clock; cada saída para o barramento tem um sinal que controla a posse do barramento.

Podemos realizar diversos fluxos de dados com este arranjo, como mostram os exemplos na Figura 109, na Figura 110 e na Figura 111.

"Ler" 7, e colocar este valor no acumulador	
Sinal	Comentário
Acc Clr = 1	*Zera o acumulador*
Acc Clr = 0	*Abaixa o clear do acumulador*
Input = 111	*Coloca 7 na entrada do registrador In*
In Clk = 1	*O registrador In copia sua entrada*
In Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador In*
In->DBus = 1	*A saída do registrador In é colocada no barramento*
Acc Clk = 1	*O registrador ACC copia a saída da unidade lógico-aritmética, que é igual à soma do conteúdo do acumulador (igual a zero) com o valor colocado no barramento*
Acc Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador ACC*
In->Dbus = 0	*O barramento é liberado*

Figura 109: Exemplo de fluxo de dados realizável com o circuito da Figura 108

"Ler" 6, e somar este valor ao valor do acumulador	
Sinal	Comentário
Input = 110	*Coloca 6 na entrada do registrador In*
In Clk = 1	*O registrador In copia sua entrada*
In Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador In*
In->Dbus = 1	*A saída do registrador In é colocada no barramento*
Acc Clk = 1	*O registrador ACC copia a saída da unidade lógico-aritmética, que é igual à soma do conteúdo do acumulador com o valor colocado no barramento*
Acc Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador ACC*
In->Dbus = 0	*O barramento é liberado*

Figura 110: Outro exemplo de fluxo de dados realizável com o circuito da Figura 108

"Ler" 11, e colocar o conteúdo do acumulador na posição de endereço 11 na memória	
Sinal	Comentário
Input = 1011	*Coloca 11 na entrada do registrador In*
In Clk = 1	*O registrador In copia sua entrada*
In Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador In*
In->Dbus = 1	*A saída do registrador In é colocada no barramento*
MAR Clk = 1	*O registrador MAR copia o barramento, que passa a conter o valor 11*
MAR Clk = 0	*Abaixa o clock do registrador MAR Clk*
In->Dbus = 0	*Libera o barramento*
Acc->Dbus = 1	*A saída do registrador ACC é colocada no barramento*
RAM Clk = 1	*A memória RAM escreve o valor no barramento em sua posição de endereço dada pelo conteúdo do registrador MAR*
RAM Clk = 0	*Abaixa o clock da RAM*
Acc->Dbus = 0	*O barramento é liberado*

Figura 111: Mais um exemplo de fluxo de dados realizável com o circuito da Figura 108

2.3.6 Osciladores ou Clocks

O motor, o propulsor de qualquer circuito digital é um oscilador, ou *clock*. Um clock é um circuito cuja saída oscila entre 0 e 1 em uma freqüência conhecida. Um computador de 1 GHz (1 Giga Hertz) utiliza um clock cuja saída varia entre 0 e 1, um milhão de vezes por segundo. Deste sinal básico circuitos como registradores circulares obtêm outros sinais de tempo que são usados para coreografar o fluxo de dados de um circuito.

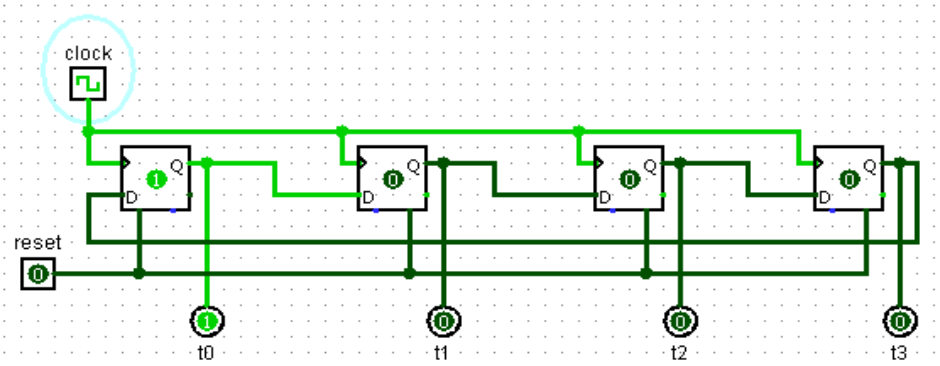


Figura 112: Um registrador circular

A Figura 112 mostra um registrador circular formado por quatro flip-flops tipo D alimentados por um clock. O cabeamento é tal que a saída do FF t0 está ligada à entrada D do FF t1, a saída do FF t1 à entrada do FF t2, e assim por diante. A saída do FF t3 está ligada à entrada do FF t0. O registrador é inicializado através do pino Reset, que coloca 1 no flip-flop t0, e 0 nos demais. A cada subida do clock cada FF copia a sua entrada, o que faz com que o 1 inicialmente armazenado no FF t0 passe para o FF t1, depois para o t2, depois para o t3, retornando então ao FF t0.

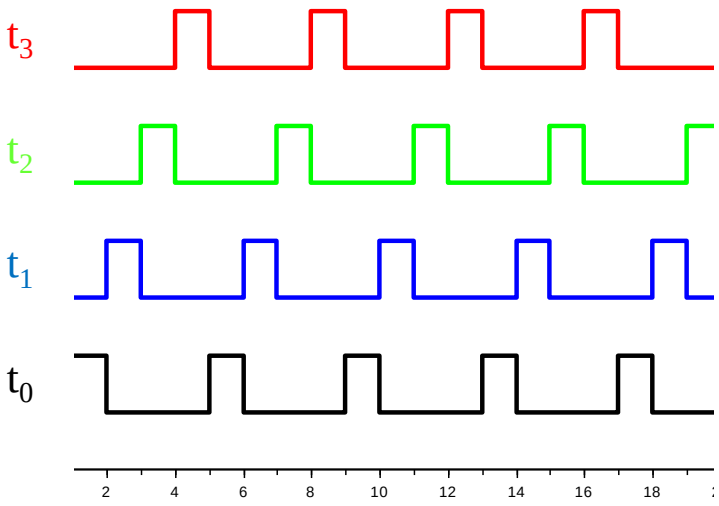


Figura 113: Carta de tempo para o registrador circular da Figura 112

A Figura 113 mostra a evolução temporal de um registrador circular. É importante observar que um registrador circular pode ter quantos flip-flops se queira e que, com isso, podemos obter sinais distribuídos no tempo na forma como desejarmos.

2.4 Organização de uma CPU

Nesta seção nós veremos como funciona uma unidade central de processamento, também conhecida como UCP, ou, mais frequentemente, como CPU, do inglês *Central Processing Unit*. Uma CPU é o componente mais importante de um computador; a compreensão de seu funcionamento muda a visão que temos dessas máquinas. Os conceitos que introduzimos estão aqui ilustrados pela Pipoca, uma CPU pedagógica simulada no sistema Logisim.

O circuito da Figura 108 tem os mesmos elementos básicos de uma CPU (veja também a Figura 114), com memória, barramentos e registradores controlados por sinais, e uma unidade lógico aritmética que realiza transformações como somas, subtrações, etc. Um circuito assim tem teoricamente a mesma capacidade de processamento (de transformação de informação) de um computador. Dizemos teoricamente porque é preciso que alguém se disponha a manipular os valores de entrada e os sinais de controle, como já fizemos nos exemplos de fluxos de dados já apresentados. Ou seja, usar esse circuito para fazer a soma de 500.000 números é possível, mas não é executável por um ser humano.

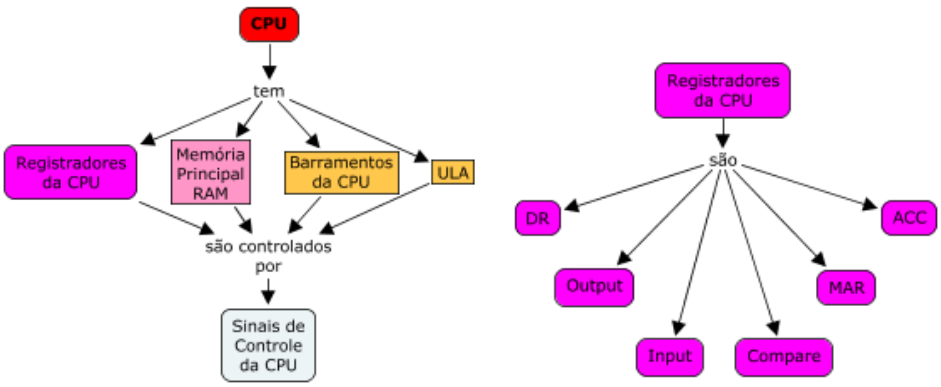


Figura 114: Elementos básicos para processamento e registradores da CPU Pipoca

A idéia central de um computador é a *automação da emissão de seqüências de sinais de controle* segundo o desejo de uma pessoa, desejo este expresso por um *programa*. Queremos

que este circuito transforme informação de maneira flexível, com seu comportamento moldado por um programador. Trocando-se o programa, troca-se a transformação de informação produzida pelo circuito.

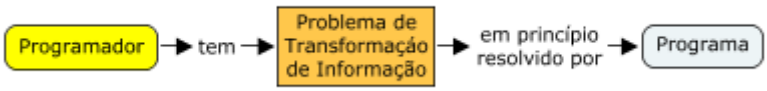


Figura 115: Um programa resolve um problema de transformação de informação

Considerando que queremos poder trocar com facilidade o programa que rege um computador, a única opção é colocar programas em uma memória, ao invés de implementá-los com circuitos. O termo software, com o prefixo *soft*, macio, foi um neologismo criado para se contrapor a hardware, mais duro, constituído por circuitos concretos. Software é muito mais flexível.

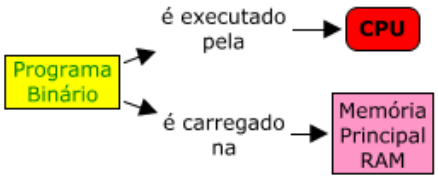


Figura 116: Um programa deve estar codificado em bits para ser carregado em alguma memória

Alguns dos primeiros computadores tinham uma memória para programas e outra para dados, mas na quase totalidade dos computadores atuais programas e dados são armazenados na mesma memória, seguindo a arquitetura chamada de Von Neumann, que propôs este arranjo em 1945 (Neumann, 1945).

Um programa tem um caráter dual, pois ele deve ao mesmo tempo:

- expressar a forma com que uma pessoa – um programador – pensa em resolver um problema de transformação de informação, e
- poder ser executado pelo processador, isto é, por um circuito digital.

Figura 117: Programa Fonte e Programa Binário

Na prática estas duas demandas podem ser atendidas da seguinte maneira. Um programa é composto por *instruções de máquina*, que são escritas por um programador em uma linguagem chamada *Assembler*, e depois "traduzidas" para serem executadas por uma CPU. Isso é feito por um processo que chamamos de montagem (*assembly*) das instruções.

Figura 118: Montagem de um programa

2.4.1 Ciclo de Instrução

Tendo um programa carregado na memória, um computador executa repetidamente, incansavelmente, um *ciclo de instrução*.

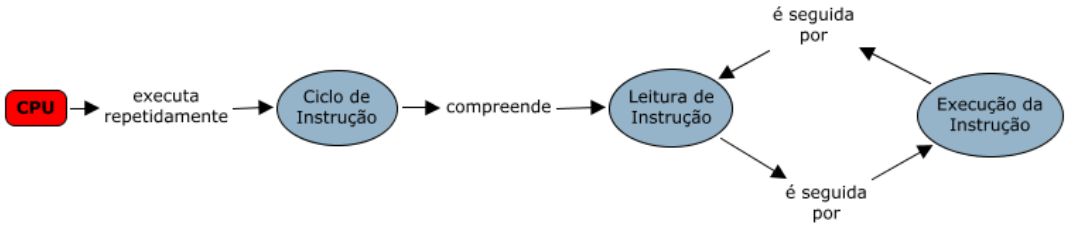


Figura 119: Ciclo de execução de instruções

Em cada ciclo uma instrução é lida da memória e executada. A execução da instrução:

- provoca alterações nos conteúdos da memória e/ou dos registradores, e
- determina o endereço da próxima instrução a ser executada.

A coordenação do ciclo de instrução exige novos registradores na CPU. Na Pipoca, estes são:

- *PC*, de *Program Counter*, que contém o endereço da próxima instrução a ser executada
- *IR*, de *Instruction Register*, que contém a instrução em execução
- *Sinc Entrada* e *Sinc Saída*, necessários para sincronizar operações de entrada e saída, que veremos mais tarde.

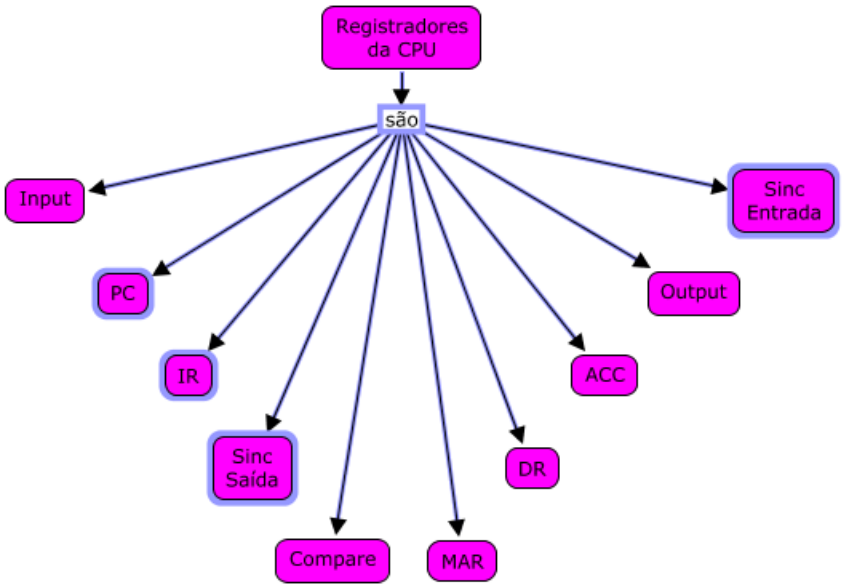


Figura 120: A coordenação da execução de instruções na Pipoca exige registradores extras: PC (Program Counter), IR (Instruction Register), Sinc Saída e Sinc Entrada

Um ciclo de instrução se inicia pela leitura da instrução (ou *instruction fetch*) a ser executada. A instrução é lida da memória, no endereço dado pelo conteúdo do registrador *PC*, e colocada no registrador *IR*.

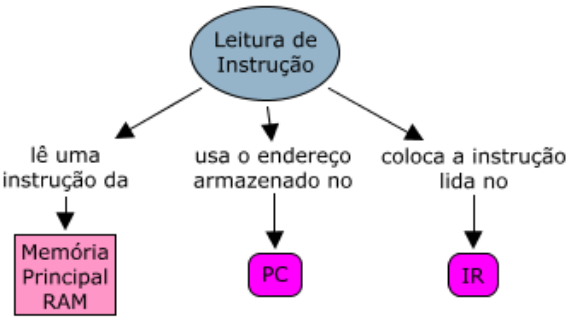


Figura 121: Leitura de uma instrução

A execução da instrução pode modificar o conteúdo da memória ou dos registradores, e determina um novo valor para o registrador *PC* – o que significa determinar qual será a próxima instrução a ser executada.

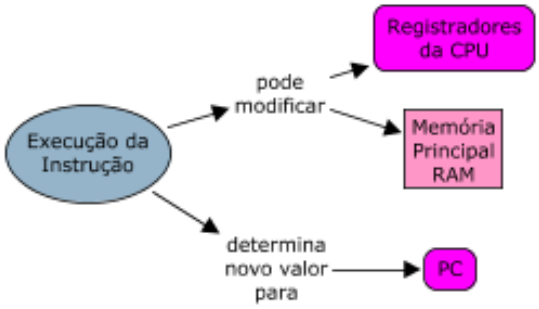


Figura 122: Execução de uma instrução

Processadores são construídos de forma tal que a próxima instrução a ser executada está normalmente no endereço na memória subseqüente ao ocupado pela instrução em execução. Ou seja, as instruções em princípio são executadas na mesma sequência em que se encontram armazenadas na memória. Instruções especiais, chamadas *instruções de desvio*, podem alterar essa ordem de execução. Desvios podem condicionais, dependendo por exemplo do resultado de uma comparação.

Um circuito chamado *unidade de controle* recebe como entradas o código da instrução, o status de registradores de comparações, um sinal de um oscilador (um clock), e se incumbe da geração correta dos sinais de controle correspondentes que comandam o ciclo de instrução na CPU.

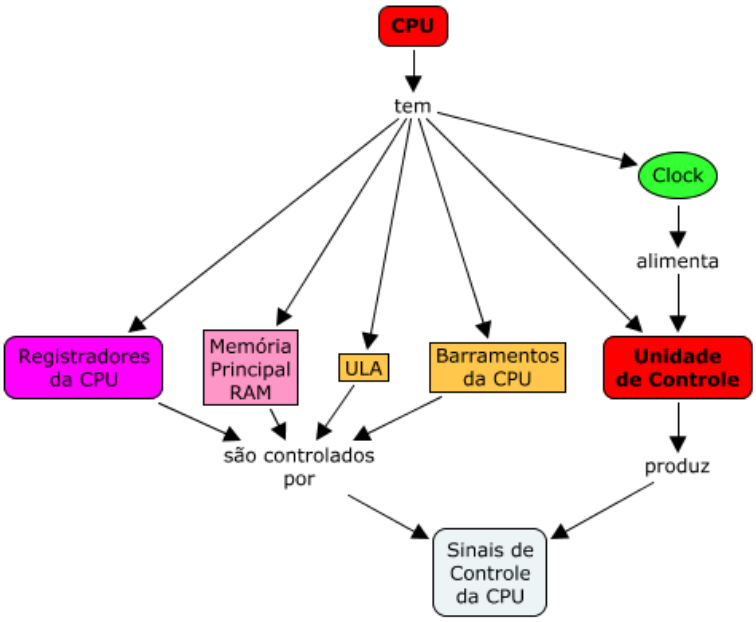


Figura 123: Uma unidade de controle e um clock são necessários para a execução de programas

2.4.2 Instruções

Para facilitar a programação, as instruções que constituem um programa não são estruturadas diretamente em termos de sinais de controle – o que entretanto se poderia esperar, visto que a emissão destes sinais é o efeito final necessário para se produzir uma computação. Ações típicas de instruções de máquina são "somar o conteúdo da posição X de memória ao acumulador", ou "ler um dado em pinos de entrada e colocar na posição de memória Y", com mais significado para o programador. A emissão efetiva dos sinais de controle fica definida pelo que chamamos de *micro-instruções*. A execução de uma instrução é feita através da execução de várias micro-instruções, como veremos a seguir.

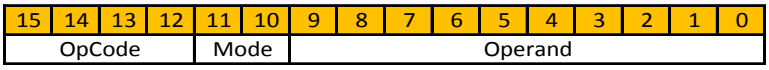


Figura 124: Formato de uma instrução da Pipoca

Nós vimos que instruções devem ser codificadas também em bits. A Figura 124 mostra o formato que escolhemos para as instruções da Pipoca. Cada instrução tem 16 bits, sendo 4 para o *código da instrução*, 2 para o *modo de endereçamento* (que explicaremos a seguir) e 10 para um *operando*.

Instruções são definidas em termos de alterações na visão que um programador tem da CPU. O conjunto completo de instruções da Pipoca está mostrado na Tabela 12. São 11 instruções ao todo. Como dispomos de 4 bits para o código da instrução, temos ainda espaço para quatro outras instruções, que podem vir a ser implementadas em novas versões.

Tabela 12: Conjunto de instruções da Pipoca

Description	Mnemonic	OpCode10	OpCode2	BranchAddr16
Adiciona o operando a *ACC,* deixando o resultado em *ACC*	ADD	0	0000	18
Compara o operando com *ACC* e coloca o resultado em *Compare*	COMPARE	1	0001	1C
Para a execução do programa	HALT	2	0010	45
Espera *InFull* = 1, e transfere o valor de *Input* para a palavra apontada pelo operando; faz *InFull* = 0	INPUT	3	0011	20
Desvia para a palavra apontada pelo operando	JMP	4	0100	27
Desvia para a palavra apontada pelo operando se "D=ACC" = 1	JMPEQ	5	0101	2B
Desvia para a palavra apontada pelo operando se "D>ACC" = 1	JMPGT	6	0110	2D
Desvia para a palavra apontada pelo operando se "D<ACC" = 1	JMPLT	7	0111	2F
Carrega o operando no acumulador	LOAD	8	1000	31
Espera *OutEmpty* = 1, e transfere o operando para o registrador *Output;* faz *OutEmpty* = 0	OUTPUT	9	1001	36
Transfere o valor de *ACC* para a palavra apontada pelo operando	STORE	10	1010	3B
Subtrai o operando de *ACC,* deixando o resultado em *ACC*	SUB	11	1011	41
Estes códigos podem ser usados para novas instruções		12	1100	
		13	1101	
		14	1110	
		15	1111	

Nessa tabela,

- o campo *Description* descreve o efeito da instrução;
- o campo *Mnemonic* contém códigos para cada instrução, que são empregados por um programador ao construir um programa;
- o campo *OpCode10* enumera as instruções e, com isso, fornece um código para cada uma delas;
- o campo *OpCode2* contém os mesmos valores de OpCode10, mas codificados em binário de 4 bits, destinados ao uso por computadores;
- O campo *BranchTable16* será explicado mais tarde.

Voltando à Figura 124, os dois bits do *modo de endereçamento* modificam a interpretação do campo de operando conforme a Tabela 13.

Tabela 13: Modos de endereçamento nas instruções da Pipoca

00 – *Endereçamento imediato*. O valor codificado no campo operando deve ser usado diretamente para a operação definida pela instrução.
01 – *Endereçamento direto*. O valor a ser usado na operação definida pela instrução é o conteúdo da posição de memória cujo endereço está no campo operando da instrução.
10 – *Endereçamento indireto*. O valor a ser usado na operação definida pela instrução é o conteúdo da posição de memória cujo endereço está na posição de memória cujo endereço está no campo operando da instrução.
11 – Este código para o modo de endereçamento não é utilizado na Pipoca.

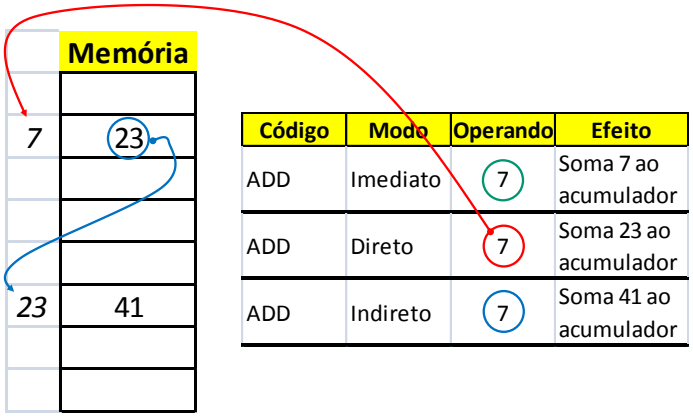


Figura 125: Modos de endereçamento

Supondo que em um dado instante a posição 7 da memória contenha o valor 23, e que a posição 23 da memória contenha o valor 41, uma instrução ADD com o valor 7 codificado em seu campo de operando terá como efeito:

- Se o endereçamento for imediato, somar 7 ao conteúdo do acumulador;
- Se o endereçamento for direto, somar o conteúdo da posição 7 da memória ao registrador – no caso, somar 23 ao acumulador;
- Se o endereçamento for indireto, somar o conteúdo da posição dada pelo conteúdo da posição 7 ao acumulador – no caso, somar 41 ao acumulador.

2.4.3 Programação em Assembler

Um programa executável é um mapa da memória, contendo instruções e dados codificados em binário. Entretanto, nenhum ser humano com saúde mental consegue fazer um programa diretamente em binário. O processo de programação em Assembler consiste em:

- preencher uma tabela com os mnemônicos das instruções, dando nomes a posições de memória e usando esses nomes como operandos, sendo assim mais compreensível para humanos, e
- depois, substituir esses mnemônicos e nomes de posições de memória pelos códigos binários correspondentes, um processo a que damos o nome de *montagem*.

O programa em binário deve ser gravado em alguma mídia – hoje em dia, um arquivo, antigamente, fitas de papel ou cartões perfurados – e, no momento da execução, ser carregado na memória do computador. Na Pipoca, simulada no Logisim, isso equivale à carga de uma imagem na memória principal, o que é possível fazer clicando com o botão direito do mouse sobre o componente memória. Em computadores reais são programas chamados *loaders* que se incumbem de ler mídias com programas binários e carregá-los na memória.

Um mesmo programa tem portanto três formas:

- *Programa Fonte*, que é um texto em formato tabular, escrito e legível por humanos;
- *Programa Executável*, que resulta da montagem do programa fonte, e é normalmente um arquivo com uma imagem da memória. No Logisim, um programa executável é um arquivo ASCII onde cada linha representa uma palavra da memória, codificada em hexadecimal, e
- *Programa em Execução*, que é um conjunto de palavras na memória principal.

A Tabela 14 mostra o código fonte do programa SumX, cuja funcionalidade consiste em somar os valores na memória entre o endereço X e o endereço XEND. Nós vemos ali que o código das instruções (do endereço 0 ao endereço 14) está junto com os dados (do endereço 15 ao 21).

Esses dados consistem no vetor X, que ocupa as posições de 15 a 19, e em duas outras posições: SUM, que irá conter a soma desejada, e P, que será utilizado para endereçar a parcela de X que é somada em cada passo da execução do programa. Na Pipoca, o programa começa a ser executado pela instrução na posição 0 da memória.

O programa SumX tem:

- Uma etapa de inicialização das variáveis (posições de memória) SUM e P, formada pelas instruções nos endereços de 0 a 3, e que atribui o valor inicial 0 para SUM, e coloca em P o endereço X.
- Um *loop* composto pelas instruções colocadas entre o endereço 4 e o endereço 12. Em cada passo deste loop uma das parcelas é adicionada a SUM, e o endereço armazenado em P é incrementado. Ao fim do passo P é comparado com XEND e, dependendo do resultado, o loop é repetido ou o programa passa para a sua fase final.
- Uma etapa de finalização, onde o resultado da soma é encaminhado para a saída e o programa pára.

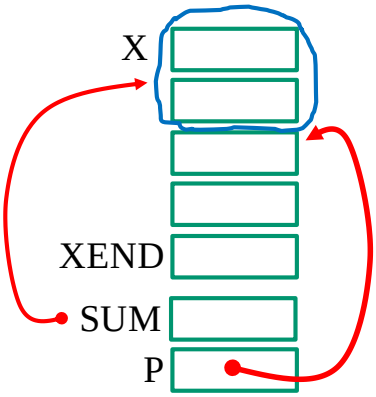


Figura 126: Uso das variáveis SUM e P no programa SumX.

As quatro últimas colunas na Tabela 14 resultam de um processo de montagem que descrevemos a seguir.

Tabela 14: O programa SumX

Label	Size	Address10	Address16	Instruction	Mode	Operand	Comentários	OpCode10	Operand10	Word10	Word16
	1	0	00	LOAD	0	0	Zera o acumulador	8	0	32768	8000
	1	1	01	STORE	0	SUM	Coloca 0 em SUM	10	20	40980	A014
	1	2	02	LOAD	0	X	Carrega o endereço X no acumulador	8	15	32783	800F
	1	3	03	STORE	0	P	Coloca o endereço X em P	10	21	40981	A015
LOOP	1	4	04	LOAD	1	SUM	Carrega o conteúdo de SUM no acumulador	8	20	33812	8414
	1	5	05	ADD	2	P	Soma o conteúdo da posição de memória cujo endereço é P ao acumulador	0	21	2069	0815
	1	6	06	STORE	0	SUM	Coloca o resultado na posição SUM	10	20	40980	A014
	1	7	07	LOAD	1	P	Carrega o conteúdo de P	8	21	33813	8415
	1	8	08	ADD	0	1	Soma 1	0	1	1	0001
	1	9	09	STORE	0	P	Coloca o resultado em P	10	21	40981	A015
	1	10	0A	COMPARE	0	XEND	Compara XEND com o acumulador	1	19	4115	1013
	1	11	0B	JMPLT	0	FINISH	Se for menor, desvia para FINISH	7	13	28685	700D
	1	12	0C	JMP	0	LOOP	Senão, volta para LOOP	4	4	16388	4004
FINISH	1	13	0D	OUTPUT	1	SUM	Coloca o resultado na saída	9	20	37908	9414
	1	14	0E	HALT			Para.	2	0	8192	2000
X	1	15	0F			3142	Números a serem somados	0	3142	3142	0C46
	1	16	10			4542		0	4542	4542	11BE
	1	17	11			3325		0	3325	3325	0CFD
	1	18	12			1234		0	1234	1234	04D2
XEND	1	19	13			8786		0	8786	8786	2252
SUM	1	20	14			0		0	0	0	0000
P	1	21	15			0		0	0	0	0000

2.4.4 Montagem do Programa Executável

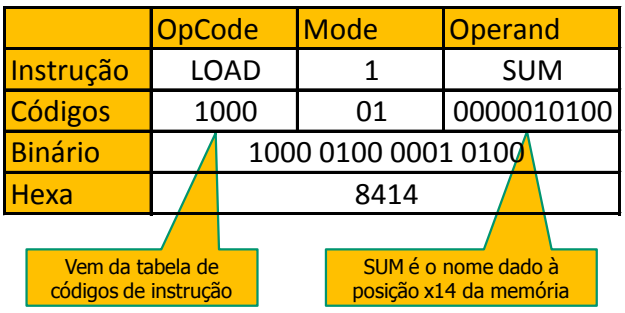


Figura 127: Montagem de uma instrução

A conversão para binário de uma linha de código como LOAD 1 SUM se faz pelas etapas abaixo, ilustradas na Figura 127:

- Na Tabela 12 vemos que o código da instrução LOAD é 1000.
- O modo de endereçamento codificado em binário com 2 bits é 01.
- Olhando o programa na Tabela 14, nós vemos que SUM é o nome (label) dado à posição 20 de memória, que, em binário de 10 bits, é 0000010100.
- A conversão completa resulta da concatenação (justaposição) desses três binários, resultando em 1000010000010100 ou, em hexadecimal, 8414.

Como você pode ter percebido, a tradução da tabela-programa para binário é uma tarefa insana. Mas essa tarefa só foi feita manualmente pelos pioneiros da computação com , pelos parâmetros atuais, enormes custos de verificação e baixíssima produtividade dos programadores. Mas cedo se percebeu que computadores eram muito bons para ... auxiliar a programação de computadores! Um *montador* (um *assembler*) é um programa que lê uma tabela-programa, e gera imagens binárias a serem carregadas nas memórias, automatizando o processo ilustrado na Figura 127.

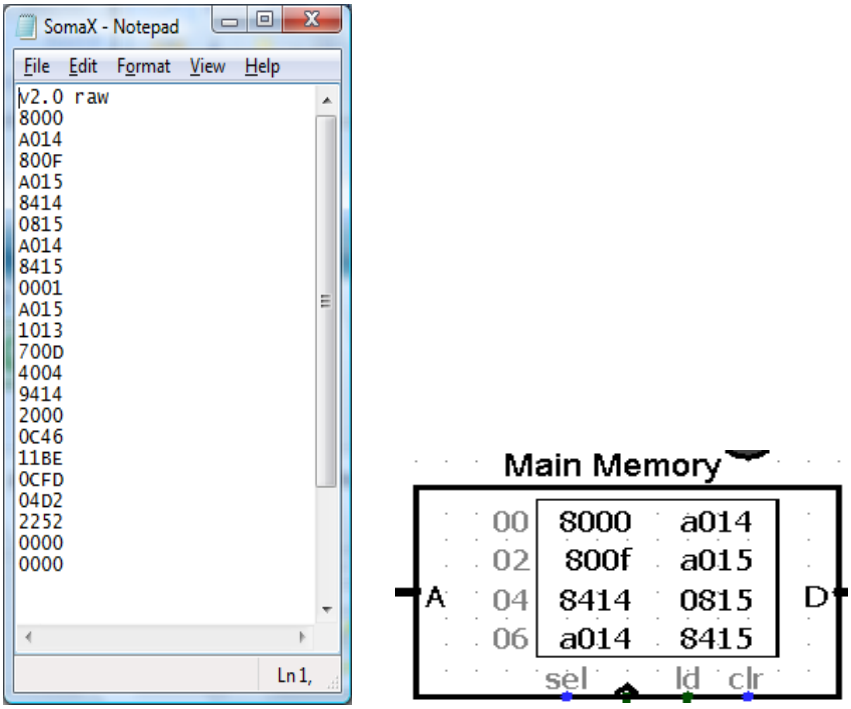


Figura 128: O programa SumX, como um arquivo de imagem de memória do Logisim e carregado na memória

A Pipoca é um circuito simulado no Logisim, onde mapas de memória podem ser carregados clicando sobre a memória com o botão direito do mouse e escolhendo a opção *Load Image*, que abre um diálogo para escolha de um arquivo como o mostrado na Figura 128. Arquivos como esse podem ser produzidos usando a planilha Pipoca.xls, disponível no site do curso, e aqui utilizada como um assembler.

2.4.5 O Circuito Principal da CPU Pipoca

Já temos agora condições de apresentar o circuito principal da CPU Pipoca, mostrado na Figura 129.

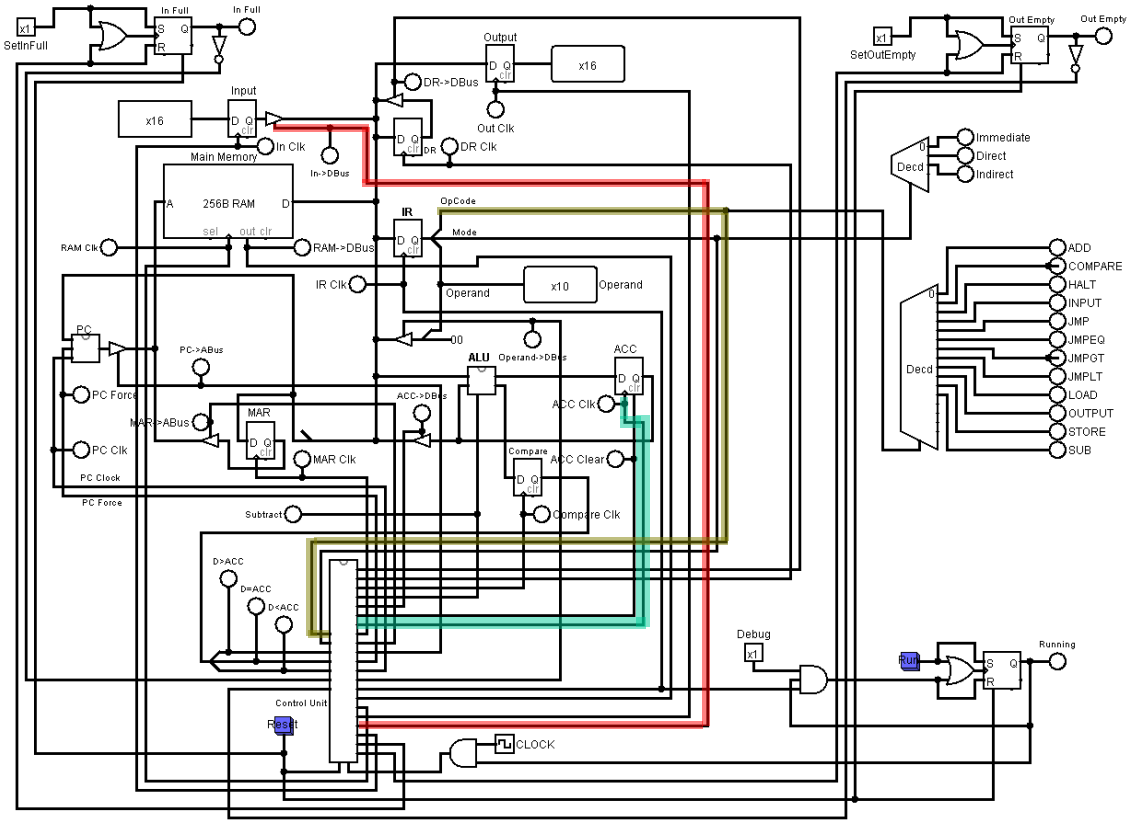


Figura 129: O circuito principal da CPU Pipoca

Complicado? Sem dúvida, mas vamos por partes; mingau quente se come pelas beiradas. Primeiramente, você deve reparar que neste circuito o principal complicador é a *unidade de controle*, o retângulo vertical na parte inferior do circuito. Para ali vão muitos fios, e dali saem outros tantos. Isto não é de se estranhar, posto que a função da unidade de controle é, como dissemos, levantar os sinais de controle na sequëncia e tempos adequados para a implantação dos fluxos de dados que implementam as instruções de máquina. Como exemplos, estão destacados na Figura 129 cabeamentos para o sinal de clock do acumulador (em azul), para a tomada do barramento de dados pelo registrador Input (em vermelho) e para o campo operando da instrução (em marrom). O conjunto completo de entradas e saídas da unidade de controle está mostrado na Figura 130.

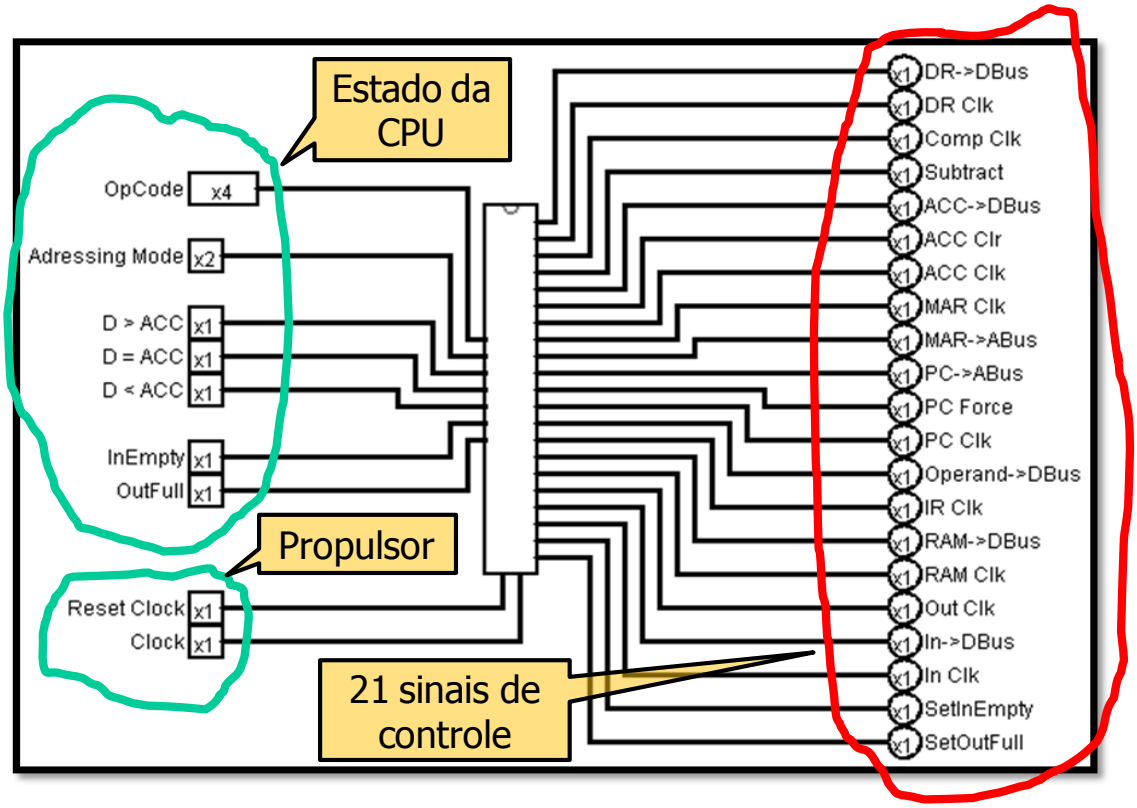


Figura 130: Entradas e saídas da unidade de controle

O circuito principal da CPU Pipoca tem ainda circuitos auxiliares para sincronização de entrada e saída, colocados na parte superior do diagrama, e um circuito para depuração (*debug*) de programas, no canto inferior direito que, bloqueando o sinal de clock, permite que a execução de um programa se interrompa ao término de cada instrução executada.

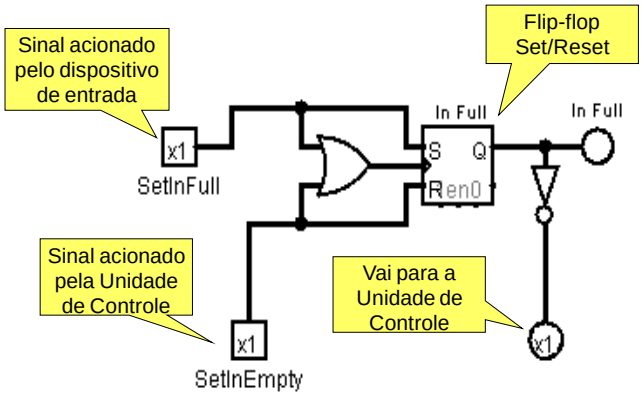


Figura 131: Circuito para sincronização da CPU com dispositivo de entrada

O circuito mostrado na Figura 131 realiza a sincronização da CPU com o (único, na Pipoca) dispositivo de entrada. A sincronização é necessária porque, com a execução automática e incessante de instruções pela CPU, existe tanto a possibilidade de captura de dados nos pinos de entrada antes que estejam prontos, como a de captura repetida de um mesmo dado de entrada, como ainda a de mudança de dados pelo dispositivo de entrada antes de serem lidos pela CPU. O protocolo seguido pela CPU e pelo dispositivo prescreve as seguintes regras:

- Somente o dispositivo de entrada aciona o sinal SetInFull, e somente a CPU aciona o sinal SetInEmpty;
- O dispositivo de entrada somente aciona SetInFull quando o dado de entrada está pronto e InFull = 0, e a CPU (através da Unidade de Controle) somente aciona

SetInEmpty quando InFull = 1 (ou InEmpty = 0), o que é feito após a leitura dos dados de entrada;

- O circuito é inicializado com InFull = 0.

O circuito de sincronização com o dispositivo de saída é similar a este.

Na Pipoca, as instruções INPUT e OUTPUT exigem intervenção do usuário, que deve usar a ferramenta de manipulação do Logisim para escolher valores de entrada e também para sincronizar "dispositivos" externos, apertando convenientemente os botões *SetInFull*(para avisar que um valor de entrada está pronto para ser lido) e *SetOutEmpty*(para avisar que um valor colocado anteriormente no registrador Output já foi consumido).

Programas podem ser executados instrução por instrução, o que é muito útil para a depuração (*debug*) de erros. Para isto, é preciso colocar o valor 1 na entrada Debug, e apertar o botão Run a cada vez que uma nova instrução é carregada no registrador de instrução.

Se retirarmos a Unidade de Controle da CPU Pipoca, retornando à emissão manual dos sinais de controle, e se retirarmos também os circuitos de sincronizção de entrada e saída, teremos um circuito como o da Figura 132. Comparando com o circuito da Figura 108 você pode observar que:

- foi acrescentado um *registrador de instruções*, o IR (*Instruction Register*) que tem a função de armazenar a instrução em execução num dado instante;
- temos um barramento de endereços, o ABus, além do barramento de dados DBus;
- com a entrada ligada ao barramento de dados , e com a saída ligada ao barramento de endereços, nós vemos o registrador PC (*Program Counter*), que armazena o endereço da próxima instrução a ser executada; nós veremos adiante a lógica de funcionamento do PC;
- temos também conjuntos de leds ligados a decodificadores que não têm função na lógica do circuito, mas nos ajudam a visualizar qual instrução está em execução e qual o modo de endereçamento empregado na instrução corrente.

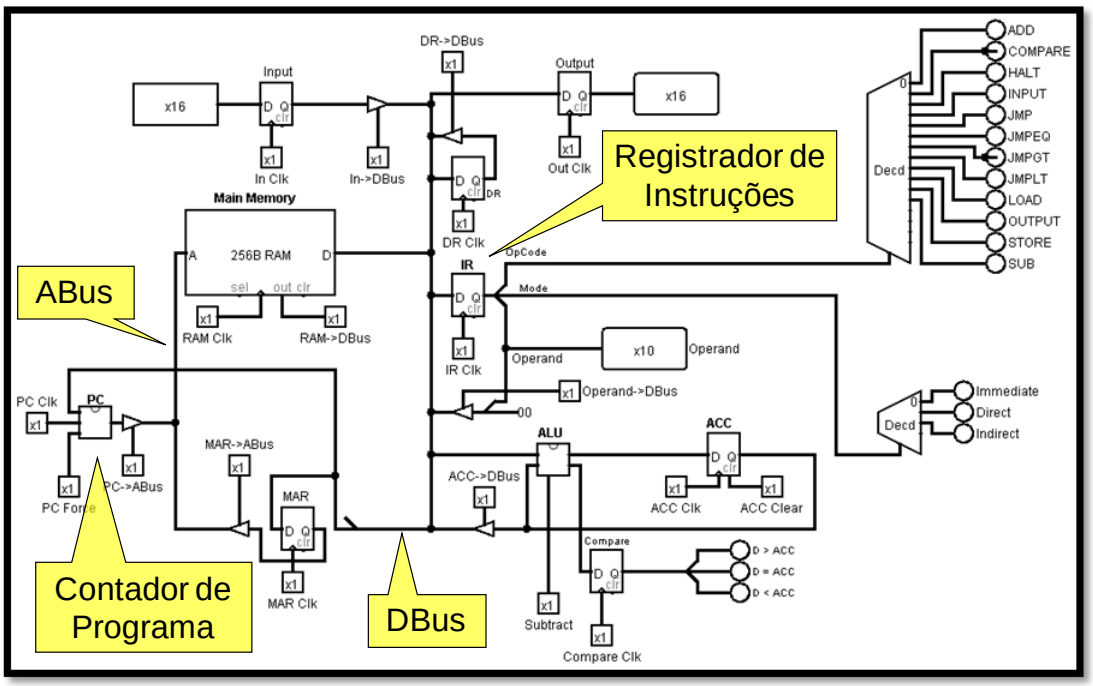


Figura 132: Rotas de dados na CPU Pipoca

2.4.6 O Contador de Programa

Outro subcircuito da CPU Pipoca é o contador de programa, mostrado na Figura 133.

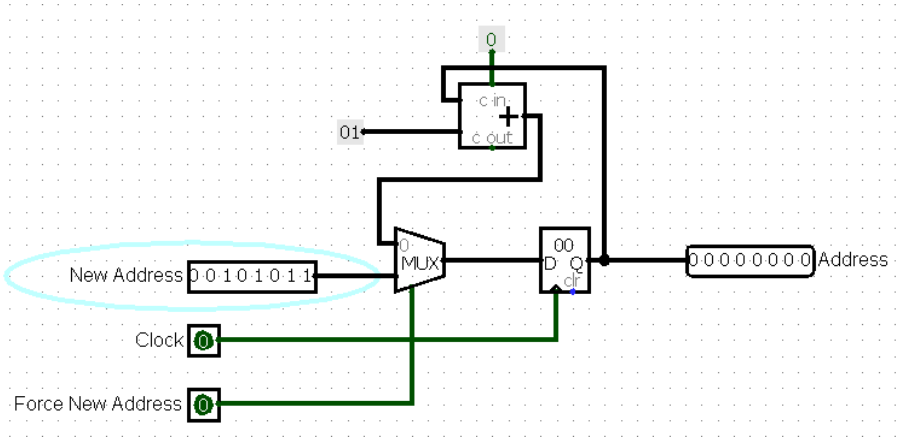


Figura 133: O contador de programa

Nesse circuito observamos que:

- o sinal Clock faz com que o registrador copie a sua entrada, que é alimentada pela saída de um multiplexador;
- este multiplexador escolhe, segundo a entrada Force New Address, entre o valor corrente do registrador acrescido de 1 (resultado da operação de soma) e o valor constante na entrada New Address.

A unidade de controle se encarrega de colocar nessas entradas os valores adequados nos tempos corretos.

2.4.7 A Unidade de Controle

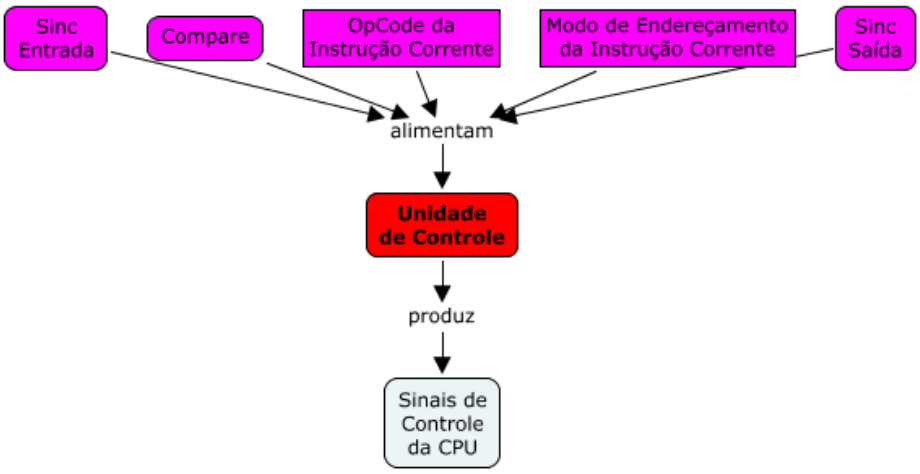


Figura 134: O papel da Unidade de Controle

A Figura 134 ilustra a função da unidade de controle, que pode ser vista com mais detalhes no circuito da Figura 130. Para cumprir este papel a unidade de controle da Pipoca possui como principais componentes:

- um circuito *Timing* que fornece os sinais de tempo que conduzem a seqüência de eventos na unidade de controle,
- uma memória ROM (*Read Only Memory*) que contém uma tabela de desvios, a *Branch Table*, cuja função explicaremos a seguir,

- uma outra ROM que abriga o microprograma, e
- registradores da unidade de controle.

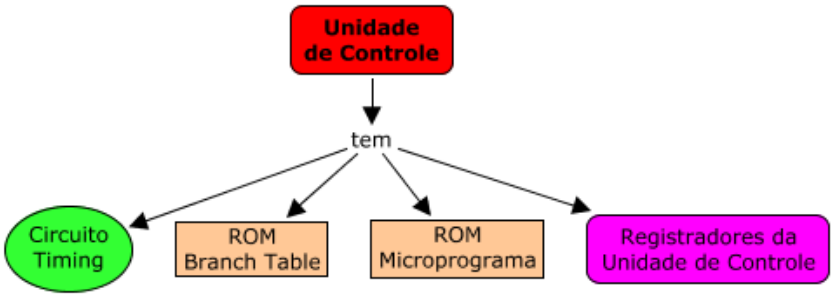


Figura 135: Componentes da Unidade de Controle

Os registradores da unidade de controle da Pipoca são:

- o *mPC* (micro Program Counter), que contém o endereço da micro-instrução em execução,
- o *mIR* (micro Instruction Register), que armazena a micro-instrução em execução,
- o registrador *Signals*, cuja saída é também a saída da unidade de controle, e que fornece os sinais de controle para a CPU,
- e o *Return Address*, que é usado para permitir o uso de sub-rotinas, isto é, de sequências de micro-instruções que são reaproveitadas, como veremos a seguir.

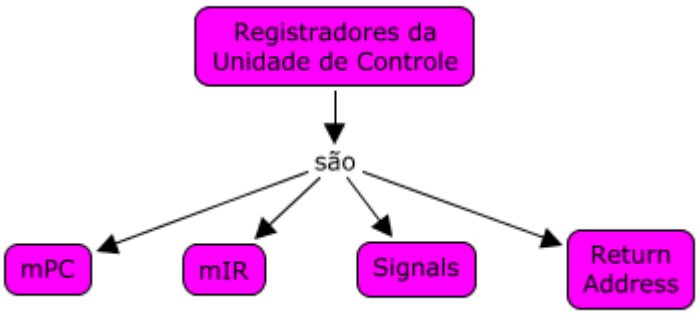


Figura 136: Registradores da Unidade de Controle

A unidade de controle utiliza uma técnica conhecida como *microprogramação* para produzir os sinais de controle que, emitidos nos momentos adequados para barramentos, registradores e memória, executam efetivamente os fluxos de dados que correspondem às instruções.

t	mOpCode				*Reserve*									mOperand							
23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	Signals																						

Figura 137: Formato de uma microinstrução

Em uma CPU microprogramada uma instrução é executada como uma sequência de *microinstruções*. Microinstruções da Pipoca têm 24 bits, no formato mostrado na Figura 137. Temos dois tipos de microinstruções:

- *microinstruções de sinal*, onde os bits de 0 a 22 são valores para os sinais de controle (clocks de registradores e memórias, controles de barramentos) que a unidade de controle deve prover para o circuito principal da CPU, ou

- *microinstruções de desvio*, que são utilizadas para guiar o fluxo de execução das microinstruções.

O tipo da microinstrução é ditado pelo bit mais significativo, o bit 23.

Tabela 15: Microinstruções de Desvio

m-Instruction	DEC	BIN	Effect
jmpNext	0	0000	Desvia para a micro-instrução inicial da instrução no registrador IR da CPU
jmpIMMEDIATE	1	0001	Desvia para o operando se o modo de endereçamento for Imediato
jmpDIRECT	2	0010	Desvia para o operando se o modo de endereçamento for Direto
jmpINDIRECT	3	0011	Desvia para o operando se o modo de endereçamento for Indireto
error	4	0100	Situação inesperada - não deveria acontecer. Acende um led.
return	5	0101	Desvia para a micro-instrução apontada pelo registrador Return Addr
jsr	6	0110	Desvia para o operando e armazena o endereço consecutivo no Return Addr
jmpEQ	7	0111	Desvia para o operando se D = ACC for igual a 1
jmpGT	8	1000	Desvia para o operando se D > ACC for igual a 1
jmpLT	9	1001	Desvia para o operando se D < ACC for igual a 1
jmp	10	1010	Desvia para o operando incondicionalmente
jmpInEmpty	11	1011	Desvia para o operando se InEmpty = 1
jmpOutFull	12	1100	Desvia para o operando se OutFull = 1
	13	1101	*Estes códigos podem ser usados em novas microinstruções*
	14	1110	
	15	1111	

Instruções podem ter etapas comuns em sua execução, como a obtenção do operando conforme o modo de endereçamento. O micro-código destas etapas é reaproveitado usando a micro-instruções jsr (*jump to subroutine*), que desvia para o endereço dado por seu operando, e armazena o endereço atual acrescido de 1 no registrador Return Address, e a micro-instrução return, que desvia para o endereço armazenado no registrador Return Address.

O circuito da unidade de controle pode ser visto na Figura 138, onde se pode destacar:

- as entradas
  - *Opcode*, com o código da instrução corrente,
  - *Mode*, com o modo de endereçamento,
  - *In Empty*, *Out Full*, com o estado dos registradores de sincronização de entrada e saída,

    - *D>ACC*, *D=ACC*, *D<ACC*, com o resultado da última instrução COMPARE executada, e
    - *Reset Clock* e *CLOCK*, que servem para inicializar o circuito Timing e para dar vida à CPU;
- as saídas com sinais que controlam o fluxo de dados na CPU;
- a memória ROM *Microprogram*, que abriga o microprograma, com 256 palavras de 24 bits;
- a memória ROM *Branch Table*, com 16 palavras de 8 bits, que armazena para cada código de instrução (*Opcode*) o endereço da primeira microinstrução a ser executada para a execução da instrução;
- o registrador *mIR* (micro Instruction Register), com 24 bits, que armazena a micro-instrução corrente;
- o circuito *mPC* (micro Program Counter), que funciona de forma análoga ao contador de programa da CPU;
- o registrador *Return Addr*, de 8 bits, que armazena o endereço de retorno para uma micro-instrução jsr;
- o circuito *Timing*, inicializado pela entrada *Reset Clock* e alimentado pelo *CLOCK*, que ciclicamente oferece os sinais t0, t1 e t2;
- o registrador *Signals*, que armazena os sinais utilizados no controle do fluxo de dados da CPU;
- um *splitter* ligando o registrador *Signals* aos pinos de saída;
- um decodificador de código de instrução;
- um decodificador de modo de endereçamento;
- portas lógicas que essencialmente implementam decisões de desvio no fluxo de micro-instruções;
- e alguns leds que animam a festa.

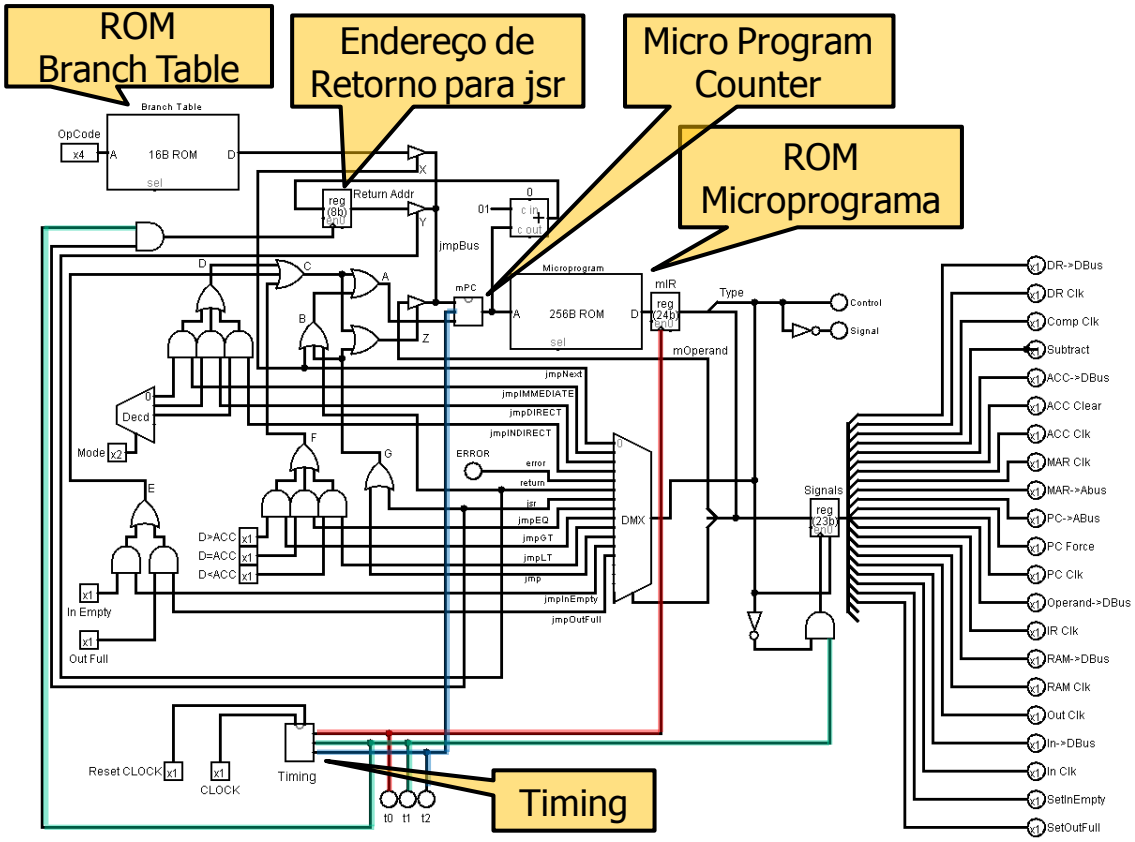


Figura 138: A unidade de controle

2.4.8 O Ciclo de Micro-Instrução

Um ciclo de instrução é na verdade implementado por diversos ciclos de micro-instrução, que, de forma similar aos ciclos de instrução, são compostos por etapas de leitura e de execução de micro-instruções que se alternam indefinidamente.

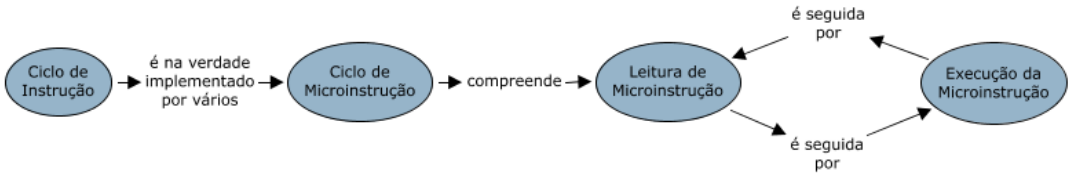


Figura 139: Ciclo de micro-instrução

Na etapa de leitura, uma micro-instrução é lida na ROM de microprograma, no endereço apontado pelo registrador mPC, e a instrução lida é armazenada no registrador mIR.

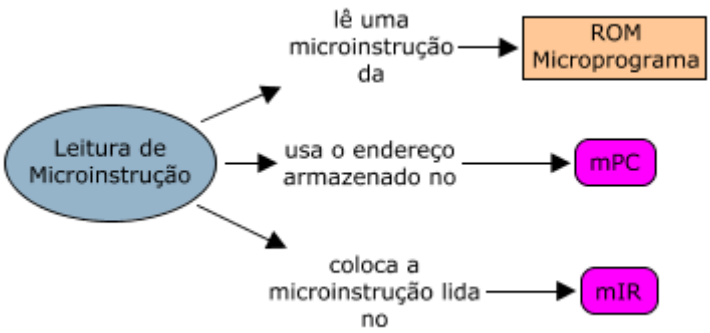


Figura 140: Leitura de uma micro-instrução

A execução da micro-instrução pode alterar os valores dos registradores da unidade de controle e, em particular, do registrador Signals que, como vimos, emite os sinais de controle para a CPU, e do registrador mPC, determinando assim a próxima micro-instrução a ser executada.

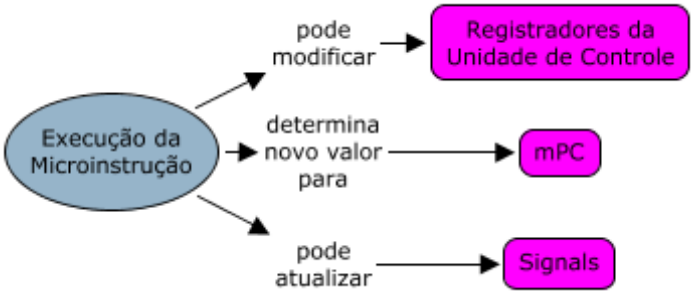


Figura 141: Execução de uma micro-instrução

O mIR tem a interpretação de sua saída dependente do tipo da micro-instrução.

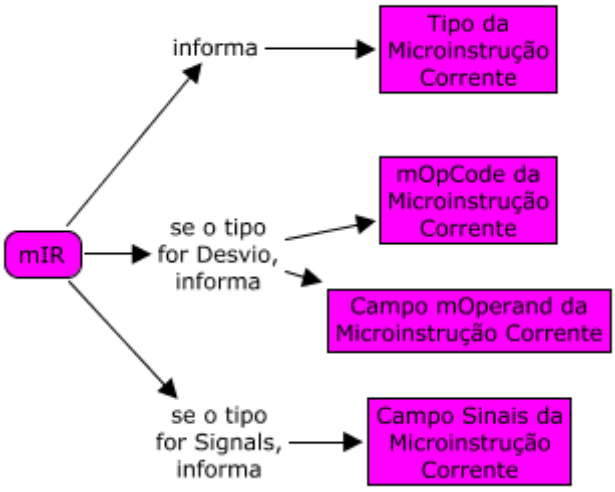


Figura 142: Saída do registrador mIR

O ciclo de micro-instrução é comandado pelos sinais emitidos pelo circuito Timing.

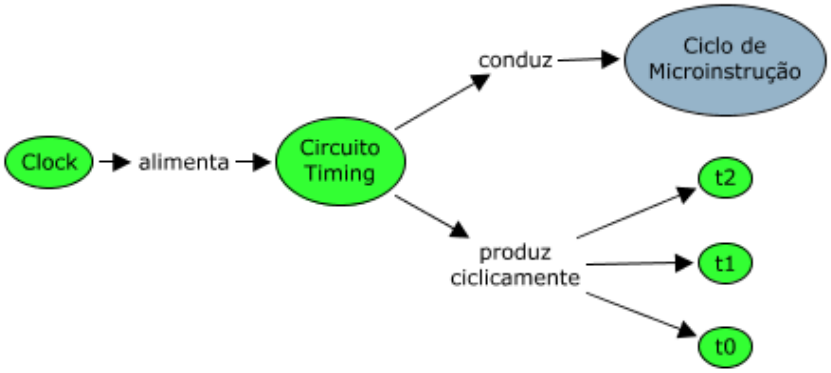


Figura 143: Sinais do ciclo de micro-instrução

O circuito Timing está mostrado na Figura 144, sendo similar ao circuito da Figura 112.

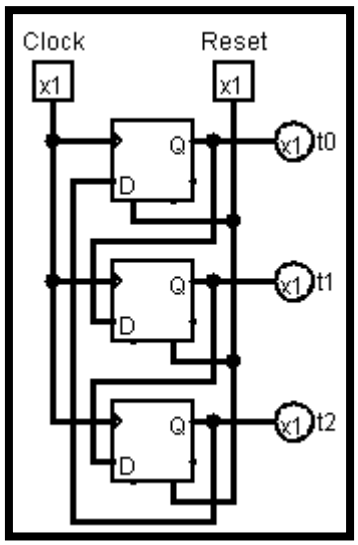


Figura 144: O circuito Timing

As observações abaixo podem ajudar a compreender o funcionamento da unidade de controle:

- O circuito *Timing* gera ciclicamente os sinais t0, t1 e t2;
- Quanto t0 passa de 0 para 1 (veja o destaque em vermelho na Figura 138), a microinstrução no endereço apontado por *mPC* é carregada no *mIR*;

Figura 145: Ações em t0

- Quando t1 passa de 0 para 1 (destaque em verde na Figura 138), se a microinstrução for do tipo *signal*, seu operando é carregado no registrador *Signals*, cujas saídas fornecem os sinais de controle para a *CPU*; senão, se a microinstrução for *jsr* (jump subroutine), o valor do *mPC* acrescido de 1 é armazenado no registrador *Return Address*

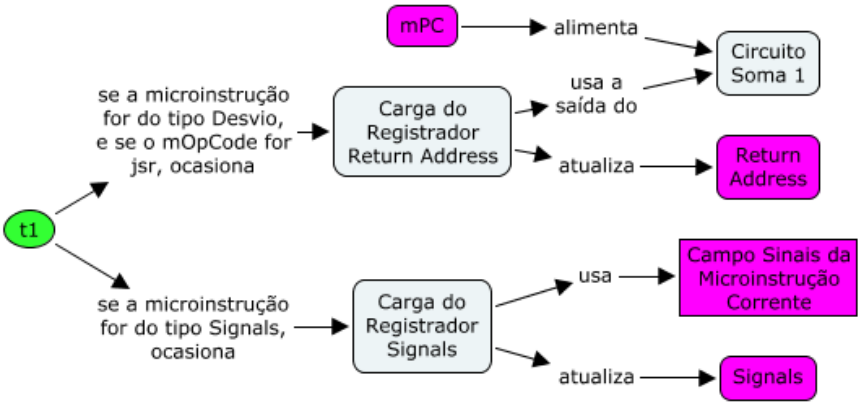


Figura 146: Ações em t1

- Quando t2 passa de 0 para 1 (destaque em azul na Figura 138), o clock do *mPC* é acionado, atualizando seu conteúdo, o que determina a próxima micro-instrução a ser executada. O novo conteúdo depende do sinal aplicado à entrada *Force New Address* do *mPC*:
  - se for igual a 0, será o endereço consecutivo ao conteúdo anterior;
  - se for igual a 1, será o conteúdo da entrada *New Address* do *mPC*;

  O circuito que decide o valor aplicado à entrada *Force New Address* é um OR de várias cláusulas:
  - a microinstrução corrente é *jmp*, *jmpNext*, ou *return*, ou *jsr*;
  - a microinstrução corrente é *jmpImmediate* e o modo de endereçamento é *Immediate*, ou a microinstrução é *jmpDirect* e o modo de endereçamento é *Direct*, ou a microinstrução é *jmpIndirect* e o modo de endereçamento é *Indirect*;
  - a microinstrução corrente é *jmpGT* e *D>ACC* = 1, ou *jmpEQ* e *D=ACC* = 1, ou *jmpLT* e *D<ADD* = 1;
  - a microinstrução corrente é *jmpInFull* e *InFull* = 1, ou *jmpOutEmpty* e *OutEmpty* = 1.

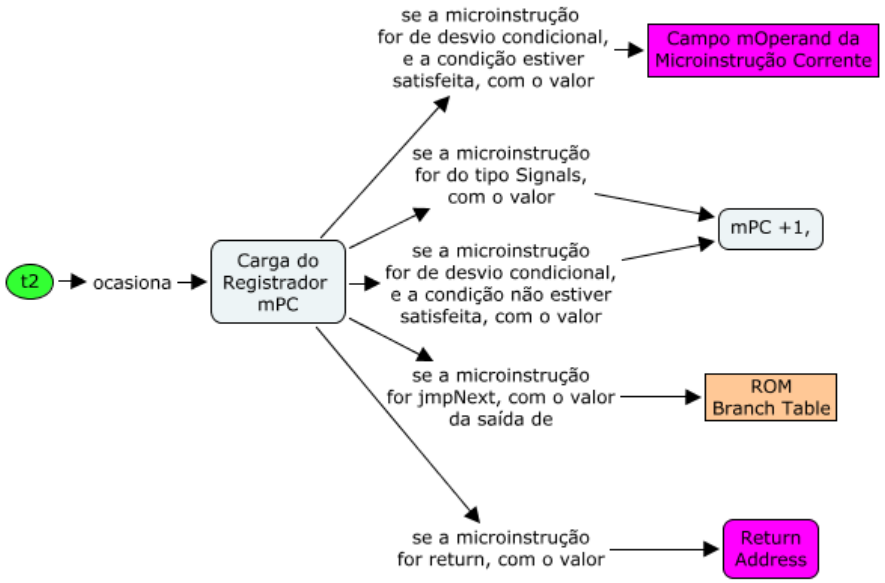


Figura 147: Ações em t2

Quanto ao conteúdo da entrada *New Address* do *mPC*, isto é, quanto ao endereço da próxima microinstrução a ser executada no caso de desvio, ele será:

- o conteúdo da memória *Branch Table* no endereço dado por OpCode se a microinstrução corrente for *jmpNext*,

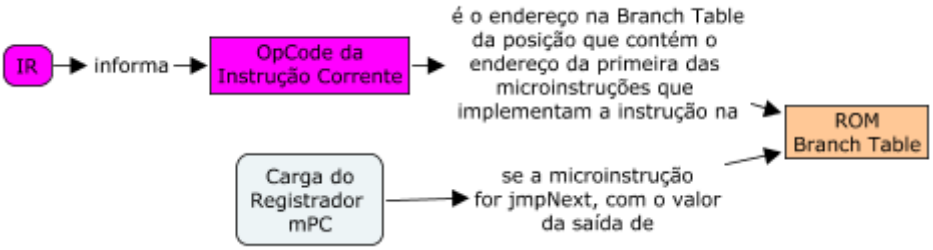


Figura 148: Efeito da micro-instrução jmpnext

- o conteúdo do registrador *Return Address* se a microinstrução corrente for *return*,
- o conteúdo do campo operando da microinstrução se esta for *jmp* ou *jsr*, ou se a microinstrução for *jmp*<condição> e <condição> for igual a 1.

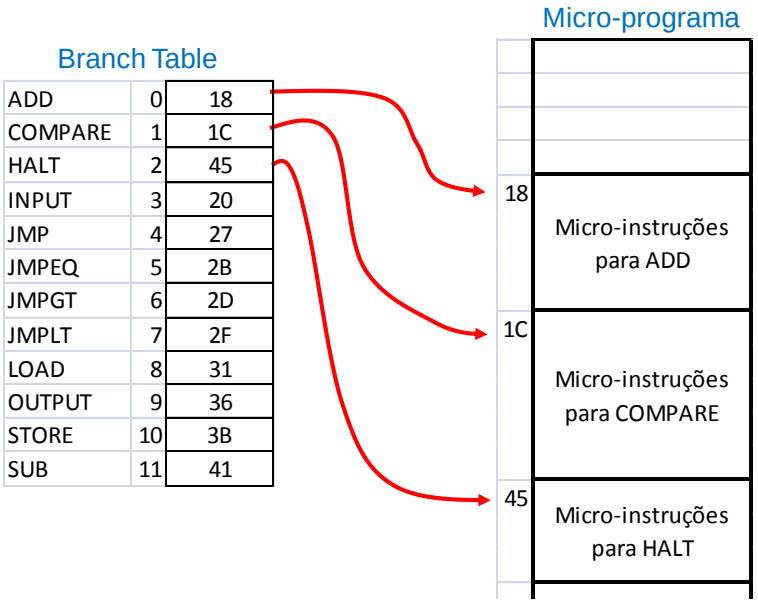


Figura 149: A Branch Table e o micro-programa

A Figura 149 mostra o relacionamento entre a Branch Table e o micro-programa.

2.4.9 O Micro-Programa

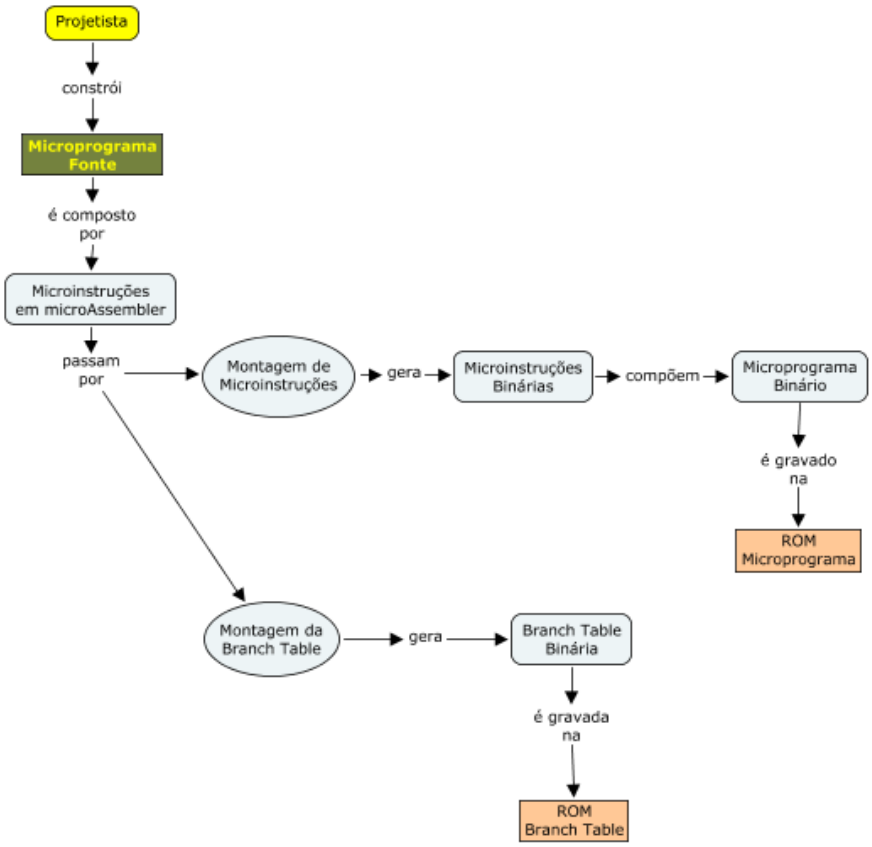


Figura 150: Construção do micro-programa e da Branch Table

Micro-programas também são feitos por humanos, os projetistas do computador. O processo de micro-programação consiste no preenchimento de uma tabela utilizando uma linguagem comumente chamada micro-assembler. Nesta linguagem utilizam-se labels para se referir a posições na memória de micro-programa, mnemônicos para as micro-instruções de desvio, e indicações explícitas de quais sinais devem ser ativados para as micro-instruções de sinal.

A tabela obtida é o micro-programa fonte, legível por humanos, a partir do qual processos de montagem produzem o micro-programa binário e também a Branch Table.

Addr (HEX)	Address	Label	m-Instruction	mOperand	t	mOpCode				Reserve								mOperand								Comments
					23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
						Signals																							
					Type	New Signal	New Signal	SetOutFull	SetInEmpty	In Clk	In->DBus	Out Clk	RAM Clk	RAM->DBus	IR Clk	Operand->DBus	PC Clk	PC Force	PC->ABus	MAR->Abus	MAR Clk	ACC Clk	ACC Clear	ACC->Dbus	Subtract	Comp Clk	DR Clk	DR->Dbus	
00	0	Fetch			0														1										Saída do PC vai para Abus
01	1				0									1					1										Saída da RAM vai para Dbus
02	2				0									1	1				1										IR copia o Dbus
03	3				0												1												PC avança
04	4		jmpNext		1																								Inicia a execução da instrução armazenada no IR

Figura 151: Micro-código para fetch de instrução

A Figura 151 mostra o micro-código que implementa a leitura (*fetch*) de uma nova instrução. Este micro-código é executado ao fim de cada instrução; todas as instruções sempre terminam pela micro-instrução *jmp Fetch*. Repare que a última micro-instrução de Fetch é *jmpNext* que, como vimos, desvia para a posição apontada pela saída da ROM Branch Table.

Addr(HEX)	Address	Label	m-Instruction	mOperand	Type	mOpCode 23 22 21 20 19	Reserve 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8	mOperand 7 6 5 4 3 2 1 0	Comments
						Signals: New Signal; New Signal; SetOutFull; SetInEmpty; In Clk; In->DBus; Out Clk; RAM Clk; RAM->DBus; IR Clk; Operand->DBus; PC Clk; PC Force; PC->ABus; MAR->Abus; MAR Clk; ACC Clk; ACC Clear; ACC->Dbus; Subtract; Comp Clk; DR Clk; DR->Dbus	
18	24	ADD	jsr	GetOperand	1				Resolve endereçamento; operando efetivo no DR
19	25				0			1	Saída do DR vai para Dbus
1A	26				0			1	ACC copia saída da ALU
1B	27		jmp	Fetch	1				Fetch da próxima instrução
41	65	SUB	jsr	GetOperand	1				Resolve endereçamento; operando efetivo no DR
42	66				0			1 1	Saída do DR vai para Dbus; pino Subtract da ALU = 1
43	67				0			1 1	ACC copia a saída da ALU (=ACC - Dbus)
44	68		jmp	Fetch	1				Fetch da próxima instrução

Figura 152: Micro-código para as instruções ADD e SUB

Na Figura 152 nós vemos o micro-código das micro-instruções ADD e SUB. Ele se inicia com a micro-instrução *jsr GetOperand*; o micro-código de *GetOperand* (Figura 153) se encarrega de resolver o modo de endereçamento, colocando o operando efetivo da instrução no registrador DR.

Addr(HEX)	Address	Label	m-Instruction	mOperand	Type	mOpCode 23 22 21 20 19	Reserve 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8	mOperand 7 6 5 4 3 2 1 0	Comments
						Signals: New Signal; New Signal; SetOutFull; SetInEmpty; In Clk; In->DBus; Out Clk; RAM Clk; RAM->DBus; IR Clk; Operand->DBus; PC Clk; PC Force; PC->ABus; MAR->Abus; MAR Clk; ACC Clk; ACC Clear; ACC->Dbus; Subtract; Comp Clk; DR Clk; DR->Dbus	
05	5	GetOperand	jmpIMMEDIATE	Immediate	1				
06	6		jmpDIRECT	Direct	1				Desvia para micro-instruções apropriadas
07	7		jmpINDIRECT	Indirect	1				
08	8		error	GetOperand	1				Modo de endereçamento inexistente??!!
09	9	Immediate			0		1		O operando da instrução vai para o Dbus
0A	10				0		1	1	DR copia o Dbus
0B	11		return		1				Retorna
0C	12	Direct			0		1		O operando da instrução vai para o Dbus
0D	13				0		1	1 1	MAR copia o Dbus; saída do MAR vai para o Abus
0E	14				0	1		1	Saída da RAM vai para Dbus
0F	15				0	1		1	DR copia o Dbus
10	16		return		1				Retorna
11	17	Indirect			0		1		O operando da instrução vai para o Dbus
12	18				0		1	1 1	MAR copia o Dbus; saída do MAR vai para o Abus
13	19				0	1		1	Saída da RAM vai para Dbus
14	20				0	1		1 1	MAR copia o Dbus; saída do MAR vai para o Abus
15	21				0	1		1	Saída da RAM vai para Dbus
16	22				0	1		1	DR copia o Dbus
17	23		return		1				Retorna

Figura 153: Micro-código para a subrotina GetOperand

Com exceção da instrução HALT, o micro-código de todas as outras micro-instruções invoca a sub-rotina *GetOperand*. No início da execução de *GetOperand* é feito um desvio para sequências micro-instruções que emitem os sinais de controle necessários para a obtenção do operando segundo o modo de endereçamento. Essas sequências têm os labels *Immediate*, *Direct* e *Indirect*, e todas as três terminam com uma micro-instrução *return*, que retorna para o ponto onde a *GetOperand* foi chamada.

Addr(HEX)	Address	Label	m-Instruction	mOperand	Type	mOpCode 23 22 21 20 19	Reserve 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8	mOperand 7 6 5 4 3 2 1 0	Comments
						Signals: New Signal; New Signal; SetOutFull; SetInEmpty; In Clk; In->DBus; Out Clk; RAM Clk; RAM->DBus; IR Clk; Operand->DBus; PC Clk; PC Force; PC->ABus; MAR->Abus; MAR Clk; ACC Clk; ACC Clear; ACC->Dbus; Subtract; Comp Clk; DR Clk; DR->Dbus	
27	39	JMP	jsr	GetOperand	1				Resolve endereçamento; operando efetivo no DR
28	40				0			1	Saída do DR vai para Dbus; força desvio no PC
29	41				0		1 1		PC copia Dbus
2A	42		jmp	Fetch	1				Fetch da próxima instrução
2B	43	JMPEQ	jmpEQ	JMP	1				Desvio condicional para JMP
2C	44		jmp	Fetch	1				Fetch da próxima instrução
2D	45	JMPGT	jmpGT	JMP	1				Desvio condicional para JMP
2E	46		jmp	Fetch	1				Fetch da próxima instrução
2F	47	JMPLT	jmpLT	JMP	1				Desvio condicional para JMP
30	48		jmp	Fetch	1				Fetch da próxima instrução

Figura 154: Micro-código para as instruções JMP, JMPEQ, JMPGT e JMPLT

O micro-código para as instruções de desvio está mostrado na Figura 154. Repare que o micro-código das instruções de desvio condicional se inicia pelas micro-instruções de desvio condicional correspondentes. Se a condição de desvio não estiver satisfeita, nada acontece e a micro-instrução *jmp Fetch* é executada para a leitura da próxima instrução.

Addr(HEX)	Address	Label	m-Instruction	mOperand	t	mOpCode				Reserve										mOperand								Comments
					23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
						Signals																							
					Type	*New Signal*	*New Signal*	SetOutFull	SetInEmpty	In Clk	In->DBus	Out Clk	RAM Clk	RAM->DBus	IR Clk	Operand->DBus	PC Clk	PC Force	PC->ABus	MAR->Abus	MAR Clk	ACC Clk	ACC Clear	ACC->Dbus	Subtract	Comp Clk	DR Clk	DR->Dbus	
20	32	INPUT	jsr	GetOperand	1																								Resolve endereçamento; operando efetivo no DR
21	33	InLoop	jmpInEmpty	InLoop	1																								Espera InEmpty = 0
22	34				0																							1	Saída do DR vai para Dbus
23	35				0															1	1							1	MAR copia o Dbus; saída do MAR vai para o Abus
24	36				0					1	1									1									In copia a entrada; saída do In vai para Dbus
25	37				0				1		1		1							1									Zera o FF InEmpty; RAM copia o Dbus
26	38		jmp	Fetch	1																								Fetch da próxima instrução
36	54	OUTPUT	jsr	GetOperand	1																								Resolve endereçamento; operando efetivo no DR
37	55	OutLoop	jmpOutFull	OutLoop	1																								Espera OutFull = 0
38	56				0																							1	Saída do DR vai para Dbus
39	57				0			1				1																1	Zera o FF OutFull; Out copia Dbus
3A	58		jmp	Fetch	1																								Fetch da próxima instrução

Figura 155: Micro-código para as instruções INPUT e OUTPUT

Na Figura 155 nós vemos o micro-código para as instruções INPUT e OUTPUT que, logo após a obtenção do operando, executam um loop de espera composto por uma única micro-instrução, que é executada repetidamente (através de um desvio condicional para ela mesma) até que a condição de sincronização de entrada ou de saída esteja satisfeita.

Addr(HEX)	Address	Label	m-Instruction	mOperand	t	mOpCode				Reserve										mOperand								Comments
					23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
						Signals																							
					Type	*New Signal*	*New Signal*	SetOutFull	SetInEmpty	In Clk	In->DBus	Out Clk	RAM Clk	RAM->DBus	IR Clk	Operand->DBus	PC Clk	PC Force	PC->ABus	MAR->Abus	MAR Clk	ACC Clk	ACC Clear	ACC->Dbus	Subtract	Comp Clk	DR Clk	DR->Dbus	
31	49	LOAD			0																		1						Zera o ACC
32	50		jsr	GetOperand	1																								Resolve endereçamento; operando efetivo no DR
33	51				0																							1	Saída do DR vai para Dbus
34	52				0																	1						1	ACC copia sua entrada (= 0 + Dbus)
35	53		jmp	Fetch	1																								Fetch da próxima instrução
3B	59	STORE	jsr	GetOperand	1																								Resolve endereçamento; operando efetivo no DR
3C	60				0																							1	Saída do DR vai para Dbus
3D	61				0															1	1							1	MAR copia o Dbus; saída do MAR vai para o Abus
3E	62				0															1				1					Saída do ACC vai para Dbus
3F	63				0								1							1				1					RAM copia o Dbus
40	64		jmp	Fetch	1																								Fetch da próxima instrução

Figura 156: Micro-código para as instruções LOAD e STORE

O micro-código para as instruções LOAD e STORE está mostrado na Figura 156, e não apresenta novidades.

Addr(HEX)	Address	Label	m-Instruction	mOperand	t	mOpCode				Reserve										mOperand								Comments
					23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
						Signals																							
					Type	*New Signal*	*New Signal*	SetOutFull	SetInEmpty	In Clk	In->DBus	Out Clk	RAM Clk	RAM->DBus	IR Clk	Operand->DBus	PC Clk	PC Force	PC->ABus	MAR->Abus	MAR Clk	ACC Clk	ACC Clear	ACC->Dbus	Subtract	Comp Clk	DR Clk	DR->Dbus	
45	69	HALT	jmp	HALT	1																								Loop infinito - parada final

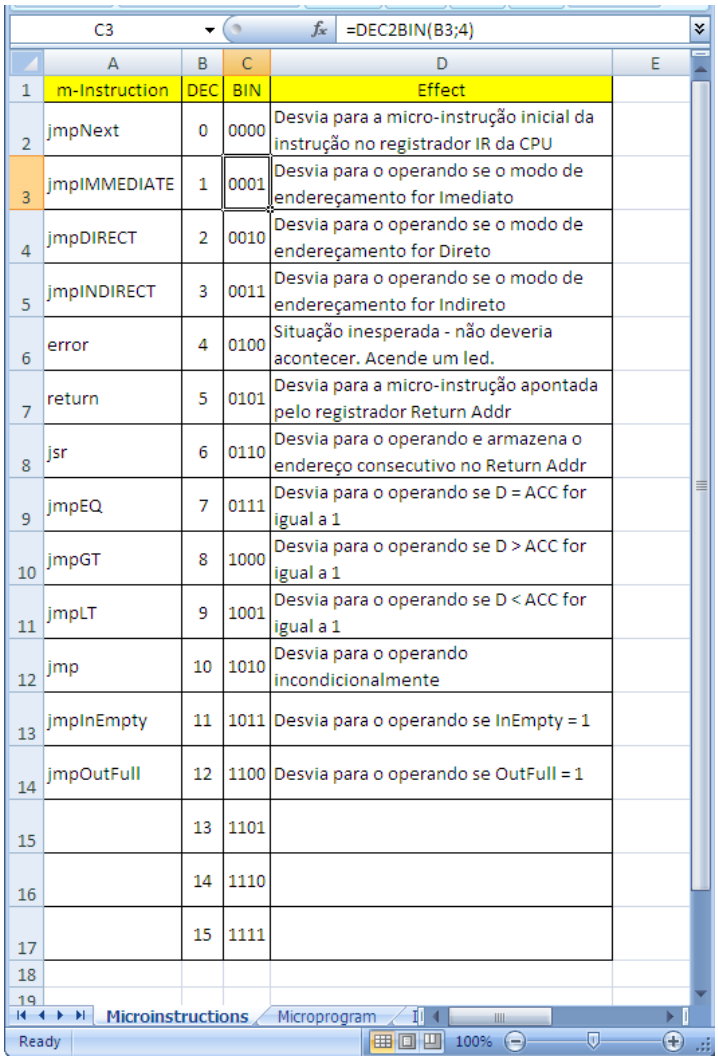
Figura 157: Micro-código para a instrução HALT

A instrução HALT é implantada por uma micro-instrução de desvio incondicional para ela mesma, o que coloca a CPU em um loop infinito, e para o processamento.

2.4.10 A Planilha Pipoca.xls

Para funcionar a Pipoca depende de ter preenchidas suas memórias RAM e ROM, o que pode ser feito no Logisim através da carga de arquivos com mapas de memória. Mas como fazer para obter mapas que correspondem a uma intenção do projetista de instruções ou do programador? Sua codificação direta bit por bit é tarefa insana. O arquivo Pipoca.xls serve exatamente para isto, cumprindo as funções de assembler e de micro-assembler, como descrevemos nas próximas seções. Este arquivo contém as planilhas Microinstructions, Microprogram, Instructions, SumX, ReadX, SearchX e Aux.

A planilha Microinstructions pode ser vista na Figura 158, e contém em cada linha um mnemônico da micro-instrução, seu código em decimal e binário, e uma descrição. Ali também pode ser vista a única fórmula utilizada, que utiliza a função Excel DEC2BIN para converter um número decimal para binário.



	A	B	C	D	E
1	m-Instruction	DEC	BIN	Effect	
2	jmpNext	0	0000	Desvia para a micro-instrução inicial da instrução no registrador IR da CPU	
3	jmpIMMEDIATE	1	0001	Desvia para o operando se o modo de endereçamento for Imediato	
4	jmpDIRECT	2	0010	Desvia para o operando se o modo de endereçamento for Direto	
5	jmpINDIRECT	3	0011	Desvia para o operando se o modo de endereçamento for Indireto	
6	error	4	0100	Situação inesperada - não deveria acontecer. Acende um led.	
7	return	5	0101	Desvia para a micro-instrução apontada pelo registrador Return Addr	
8	jsr	6	0110	Desvia para o operando e armazena o endereço consecutivo no Return Addr	
9	jmpEQ	7	0111	Desvia para o operando se D = ACC for igual a 1	
10	jmpGT	8	1000	Desvia para o operando se D > ACC for igual a 1	
11	jmpLT	9	1001	Desvia para o operando se D < ACC for igual a 1	
12	jmp	10	1010	Desvia para o operando incondicionalmente	
13	jmpInEmpty	11	1011	Desvia para o operando se InEmpty = 1	
14	jmpOutFull	12	1100	Desvia para o operando se OutFull = 1	
15		13	1101		
16		14	1110		
17		15	1111		
18					
19					

Figura 158: A planilha Microinstructions

A planilha Microprogram, mostrada na Figura 159 é, de longe, a mais complicada no arquivo Pipoca.xls. As colunas onde o microprograma é definido são aquelas com cabeçalhos de cor palha; as colunas com cabeçalhos de cor cinza são campos calculados. Passamos agora a descrever suas colunas.

Colunas Addr(HEX) e Address. A coluna Address é simplesmente uma enumeração de endereços consecutivos a serem ocupados na memória de microprograma, em decimal; a

coluna Addr(Hex) é obviamente sua conversão para hexadecimal, muito úteis para acompanhamento da execução de um programa no Logisim.

Colunas Label, m-Instruction e Operand. É nessas colunas que a parte de controle do microprograma é definida. Para microinstruções de sinais estes campos devem ser mantidos vazios.

Coluna Type. Essa coluna contém 0 se a microinstrução for de controle, e 1 se for de sinais, valor calculado por uma fórmula que simplesmente verifica se a coluna m-Instruction da mesma linha está vazia.

Colunas Signals. São os sinais que a unidade de controle deve enviar à CPU quando a microinstrução for do tipo Signal. O micro-programador deve colocar 1s nas posições correspondentes aos sinais desejados.

Coluna mOpCode(DEC). É um campo calculado que tem o valor 0 se o campo m-Instruction estiver vazio na linha, e senão, o código decimal da microinstrução obtida por pesquisa por seu mnemônico na planilha Microinstruction.

Coluna Operand(DEC). É um campo calculado que tem o valor 0 se o campo Operand estiver vazio na linha, e senão, o valor da coluna Address na linha onde o valor na Coluna Label éigual ao campo Operand.

Colunas Bin2Dec Conversion. Estas colunas fazem a conversão para decimal de cada bit nas colunas Type e Signals, multiplicando o bit pela potência de 2 correspondente à sua posição na microinstrução.

Coluna Microinstruction Word(DEC). Esta coluna contém o valor em decimal da palavra de 24 bits contendo a microinstrução. Para compreender sua fórmula de cálculo é preciso examinar o formato das microinstruções, mostrado na Figura 137.

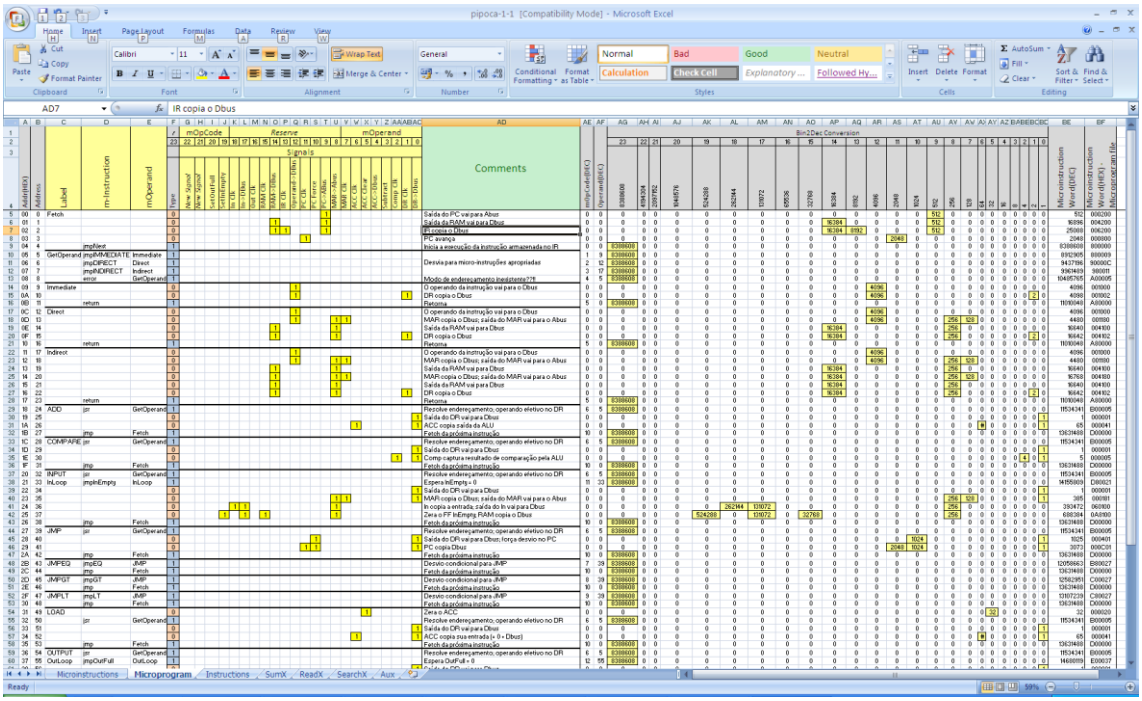


Figura 159: A planilha MicroProgram

O valor em decimal da micro-instrução é igual à soma:

- do campo Type multiplicado por 2^{23}

- do campo OpCode(DEC) multiplicado por 2^{19};
- do campo mOperand.
- das potências de 2 correspondentes a cada sinal igual a 1 na microinstrução.

Deve-se observar que quando Type = 1, a microinstrução é de controle e todos os sinais são iguais a 0, e quando Type = 0 o campo OpCode(DEC) é igual a zero, pois a microinstrução é de sinais. Nas microinstruções de controle os bits de 8 a 18 não estão sendo utilizados.

Coluna Microinstruction Word(HEX). É simplesmente a conversão para hexadecimal com 6 dígitos do valor decimal da microinstrução.

A planilha Instructions está mostrada na Tabela 12, na página 69. Além das colunas Description, Mnemonic, Opcode10 e Opcode2, que já comentamos, esta planilha contém a coluna BranchTable16, que é calculada pesquisando para cada mnemônico de instrução o endereço hexadecimal da micro-instrução com label igual a este mnemônico na planilha Microprogram. É esta coluna que deve ser utilizada para a produção de uma imagem de memória para a ROM Branch Table da Unidade de controle.

2.4.10.1 Programando a Pipoca

As planilhas SumX e ReadX do arquivo Pipoca.xls contêm programas em Assembler, e produzem imagens de memória a serem carregadas na RAM da CPU. Para explicar estas planilhas nós vamos mostrar como se constrói um novo programa.

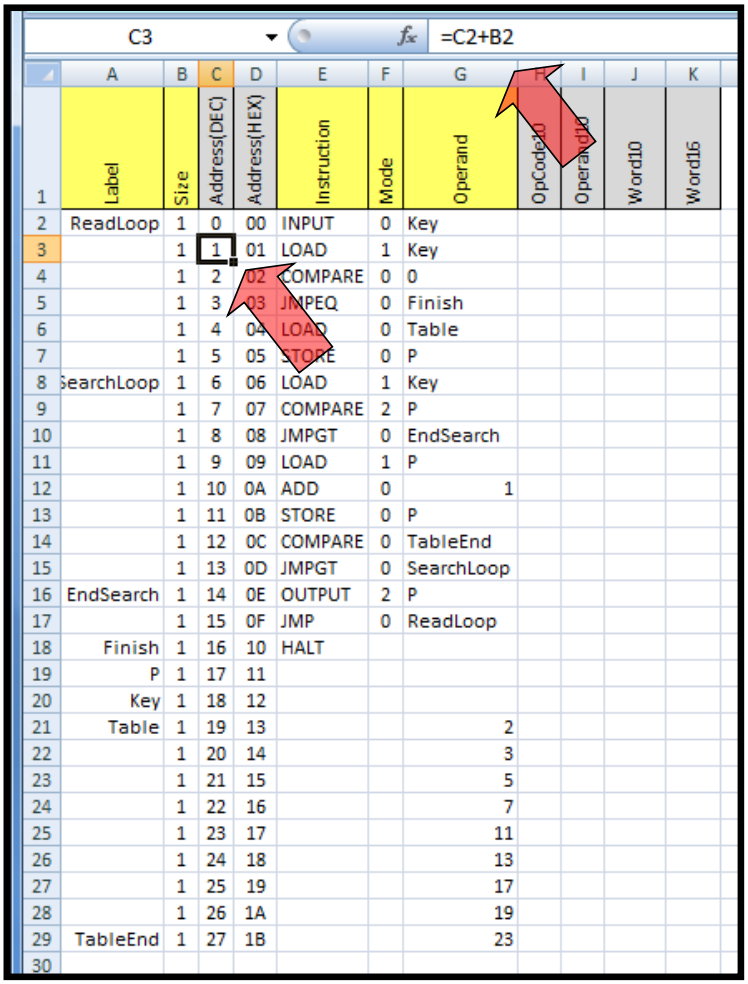
N21

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Label	Size	Address(DEC)	Address(HEX)	Instruction	Mode	Operand	OpCode10	Operand10	Word10	Word16	
2	ReadLoop	1			INPUT	0	Key					
3		1			LOAD	1	Key					
4		1			COMPARE	0	0					
5		1			JMPEQ	0	Finish					
6		1			LOAD	0	Table					
7		1			STORE	0	P					
8	SearchLoop	1			LOAD	1	Key					
9		1			COMPARE	2	P					
10		1			JMPGT	0	EndSearch					
11		1			LOAD	1	P					
12		1			ADD	0	1					
13		1			STORE	0	P					
14		1			COMPARE	0	TableEnd					
15		1			JMPGT	0	SearchLoop					
16	EndSearch	1			OUTPUT	2	P					
17		1			JMP	0	ReadLoop					
18	Finish	1			HALT							
19	P	1										
20	Key	1										
21	Table	1					2					
22		1					3					
23		1					5					
24		1					7					
25		1					11					
26		1					13					
27		1					17					
28		1					19					
29	TableEnd	1					23					

Figura 160: O programa SearchX

O primeiro passo consiste em copiar o cabeçalho de um dos programas já existentes em uma nova planilha, e ali codificar o seu programa, como mostrado na Figura 160. Aqui devem ser

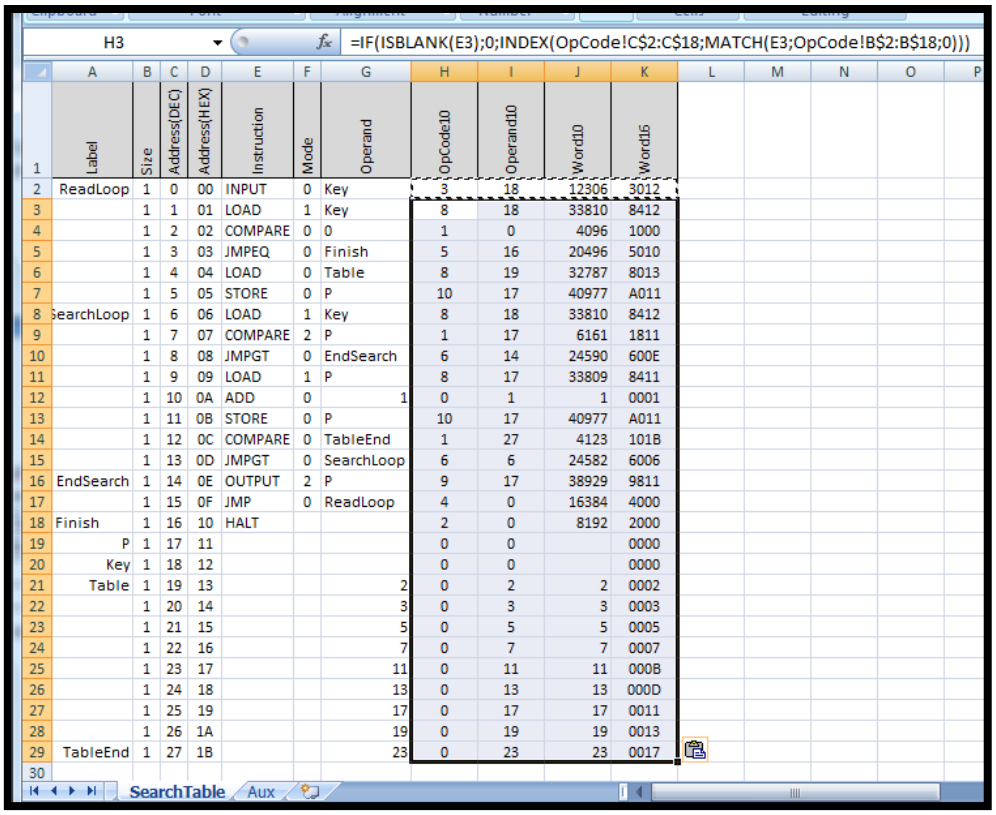
colocados também os tamanhos de cada instrução ou variável – todos iguais a 1 neste programa. Depois, calcule os endereços, colocando 0 (zero) na primeira linha da coluna Address(DEC) e, nas linhas seguintes desta coluna, a fórmula que soma o endereço e o tamanho da linha anterior para obter o endereço da linha corrente, como mostrado na Figura 161. Para obter os endereços em hexadecimal (muito úteis para acompanhar a execução do programa, pois o Logisim mostra endereços em hexadecimal), basta usar a fórmula Excel DEC2HEX(Ci;2) para a linha i da coluna Address(HEX).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Label	Size	Address(DEC)	Address(HEX)	Instruction	Mode	Operand	OpCode10	Operand10	Word10	Word16
2	ReadLoop	1	0	00	INPUT	0	Key				
3		1	1	01	LOAD	1	Key				
4		1	2	02	COMPARE	0	0				
5		1	3	03	JMPEQ	0	Finish				
6		1	4	04	LOAD	0	Table				
7		1	5	05	STORE	0	P				
8	SearchLoop	1	6	06	LOAD	1	Key				
9		1	7	07	COMPARE	2	P				
10		1	8	08	JMPGT	0	EndSearch				
11		1	9	09	LOAD	1	P				
12		1	10	0A	ADD	0	1				
13		1	11	0B	STORE	0	P				
14		1	12	0C	COMPARE	0	TableEnd				
15		1	13	0D	JMPGT	0	SearchLoop				
16	EndSearch	1	14	0E	OUTPUT	2	P				
17		1	15	0F	JMP	0	ReadLoop				
18	Finish	1	16	10	HALT						
19	P	1	17	11							
20	Key	1	18	12							
21	Table	1	19	13			2				
22		1	20	14			3				
23		1	21	15			5				
24		1	22	16			7				
25		1	23	17			11				
26		1	24	18			13				
27		1	25	19			17				
28		1	26	1A			19				
29	TableEnd	1	27	1B			23				
30											

Figura 161: Cálculo dos endereços - as setas destacam a célula C3 e sua fórmula

Para obter o mapa de memória é preciso agora colocar fórmulas para calcular o valor de cada palavra neste mapa. Para isso, copie as colunas OpCode10, Operand10, Word10 e Word16 da primeira linha do programa SomaX, e cole *somente as fórmulas* nas mesmas colunas da primeira linha do seu novo programa. Depois, selecione as células com as fórmulas no novo programa, copie e cole nas linhas restantes nestas colunas, para obter a planilha completa mostrada na Figura 162.



H3 =IF(ISBLANK(E3);0;INDEX(OpCode!C$2:C$18;MATCH(E3;OpCode!B$2:B$18;0)))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Label	Size	Address(DEC)	Address(HEX)	Instruction	Mode	Operand	OpCode10	Operand10	Word10	Word16
2	ReadLoop	1	0	00	INPUT	0	Key	3	18	12306	3012
3		1	1	01	LOAD	1	Key	8	18	33810	8412
4		1	2	02	COMPARE	0	0	1	0	4096	1000
5		1	3	03	JMPEQ	0	Finish	5	16	20496	5010
6		1	4	04	LOAD	0	Table	8	19	32787	8013
7		1	5	05	STORE	0	P	10	17	40977	A011
8	SearchLoop	1	6	06	LOAD	1	Key	8	18	33810	8412
9		1	7	07	COMPARE	2	P	1	17	6161	1811
10		1	8	08	JMPGT	0	EndSearch	6	14	24590	600E
11		1	9	09	LOAD	1	P	8	17	33809	8411
12		1	10	0A	ADD	0	1	0	1	1	0001
13		1	11	0B	STORE	0	P	10	17	40977	A011
14		1	12	0C	COMPARE	0	TableEnd	1	27	4123	101B
15		1	13	0D	JMPGT	0	SearchLoop	6	6	24582	6006
16	EndSearch	1	14	0E	OUTPUT	2	P	9	17	38929	9811
17		1	15	0F	JMP	0	ReadLoop	4	0	16384	4000
18	Finish	1	16	10	HALT			2	0	8192	2000
19	P	1	17	11				0	0		0000
20	Key	1	18	12				0	0		0000
21	Table	1	19	13			2	0	2	2	0002
22		1	20	14			3	0	3	3	0003
23		1	21	15			5	0	5	5	0005
24		1	22	16			7	0	7	7	0007
25		1	23	17			11	0	11	11	000B
26		1	24	18			13	0	13	13	000D
27		1	25	19			17	0	17	17	0011
28		1	26	1A			19	0	19	19	0013
29	TableEnd	1	27	1B			23	0	23	23	0017
30											

SearchTable Aux

Figura 162: Planilha completa com o programa SearchTable

As fórmulas para as quatro colunas mais à direita realizam pesquisas e cálculos:

- Para a coluna OpCode10 (OpCode em decimal), a fórmula para a célula H2 é

  H2 =IF(ISBLANK(E2);0;INDEX(Instructions!C$2:C$18;MATCH(E2;Instructions!B$2:B$18;0)))

  que diz ao Excel para colocar 0 se o campo de código de instrução (E2) estiver vazio e, senão, efetuar uma pesquisa na coluna B da planilha Instructions procurando o código da instrução (na coluna E2), obtendo assim seu código decimal, que está na coluna C desta planilha.

- Para a coluna Operand10, a fórmula para a célula I2 é

  I2 =IF(ISBLANK(G2);0;IF(ISNUMBER(G2);G2;INDEX(C$1:C$36;MATCH(G2;A$1:A$36;0);1)))

  dizendo ao Excel para colocar 0 se o campo de operando (G2) estiver vazio e, senão, se o operando for um número, colocar este número diretamente; se o operando for uma referência, pesquisar pelo operando na coluna de labels (A), obtendo o valor do endereço correspondente.

- Para a coluna Word10, a fórmula para a célula J2 é

  J2 = H2*2^12+F2*2^10+I2

  que calcula o valor em decimal da instrução, com potências de 2 escolhidas segundo o posicionamento do termo na palavra de 16 bits como mostrado na **Error! Reference source not found.**.

- Para a coluna Word16, a fórmula para a célula K2 é

  H2 = DEC2HEX(J2;4)

  que converte o valor decimal para um hexadecimal com 4 dígitos.

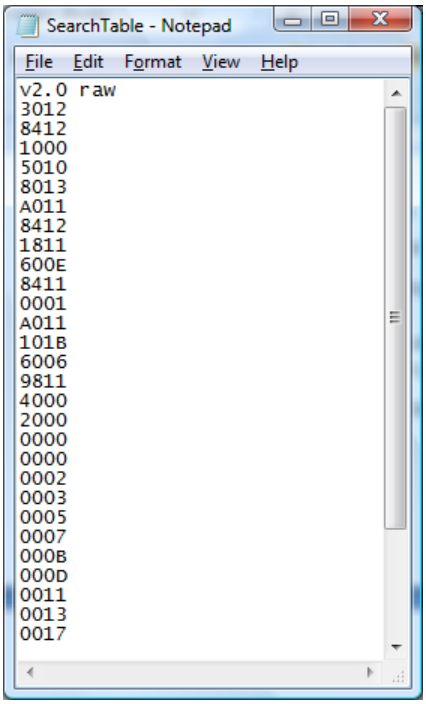


Figura 163: Arquivo com imagem de memória para o programa SearchTable

Para obter um arquivo com o mapa de memória que pode ser lido pelo Logisim,

- use o Bloco de Notas para criar um arquivo SearchTable.txt, e digite “v2.0 raw” em sua primeira linha;
- depois, copie todos os valores na coluna Word16 da planilha com o programa, e cole no Bloco de Notas, a partir da segunda linha. A Figura 163 mostra a janela do Bloco de Notas com o programa executável.

Salve o arquivo; seu programa estará pronto para ser executado.

3 Ambiente e Linguagem Scilab

3.1 Introdução ao Ambiente e à Linguagem Scilab

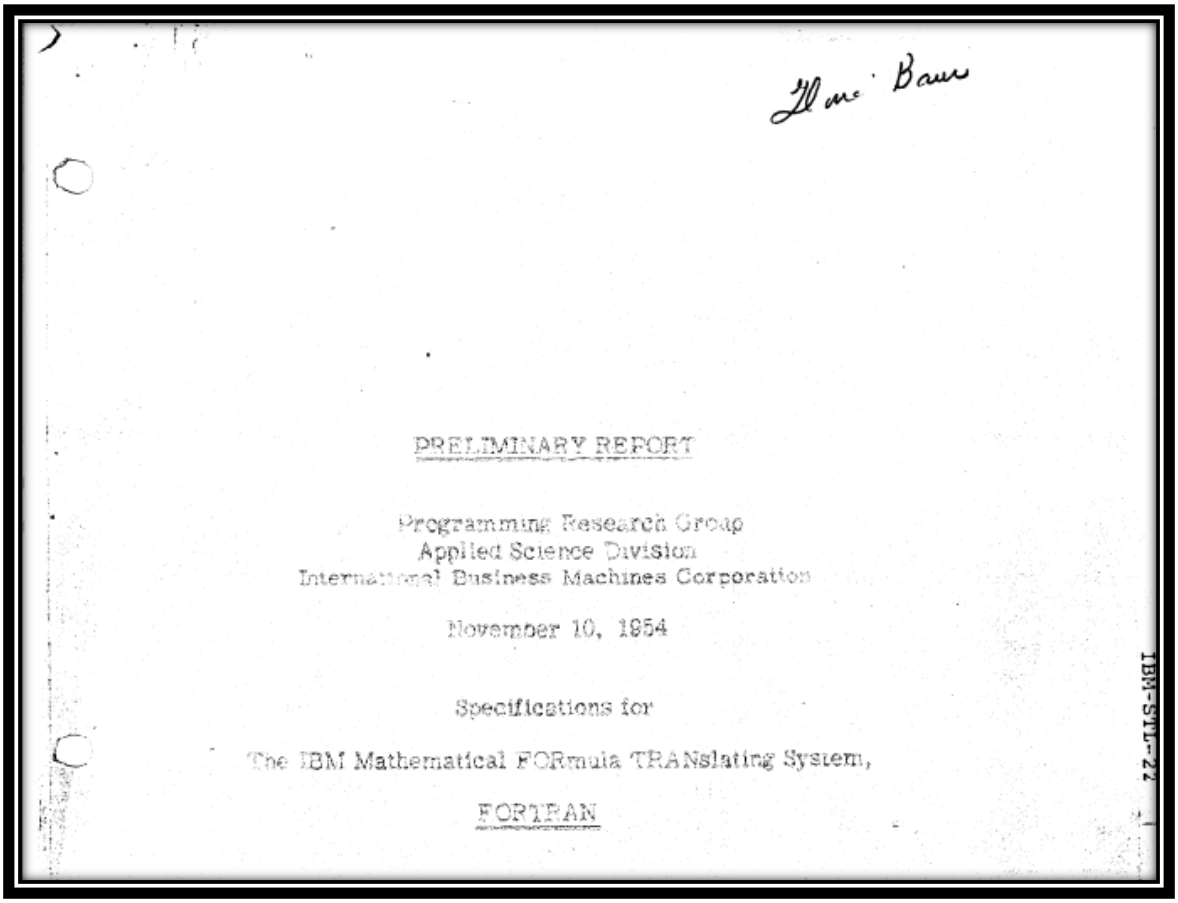
It is felt that FORTRAN offers as convenient
a language for stating problems for machine solution
as is now known. J.W. Backus, H. Herrick e I.Ziller, 1954

Nós vimos na Seção 2.4 como programar um computador em linguagem de máquina. Ao construir um programa, o programador deve pensar em composições de instruções que refletem a arquitetura da máquina específica em que está trabalhando: seus registradores, memórias, rotas de dados. A tarefa de programar se torna extremamente detalhada e propensa a erros. Um programa feito para um computador não pode ser executado por um outro com um repertório distinto de instruções.

Nós vimos também que o processo de montagem manual dos bits das instruções de um programa escrito com mnemônicos pode ser feito com a ajuda de um *assembler*, um programa que lê outro programa escrito com mnemônicos e labels, e faz automaticamente a montagem das instruções. Programas montadores melhoraram muito a vida dos programadores, que antes tinham que refazer todo o processo de montagem ao ter por exemplo uma posição de memória modificada. A montagem manual de instruções foi feita pelos primeiros programadores, ainda na década de 40. Montadores foram introduzidos no início dos anos 50.

A idéia de se produzir programas que facilitam a programação foi levada adiante, e é na verdade uma idéia central na ciência da computação. Em 1954 a linguagem Fortran – de *Formula Translating* – foi proposta por um grupo de pesquisadores da IBM. É com alguma emoção que nós, cientistas da computação, vemos o fac-símile do original – datilografado, naturalmente – do relatório técnico *Preliminary Report: Specifications for the IBM Mathematical FORmula TRANslating System, FORTRAN* (I.Ziller, 1954), que pode ser encontrado no site (McJones).

Um *compilador* é um programa que tem como entrada um outro programa, escrito em uma linguagem de alto nível, e que produz um programa em linguagem de máquina para uma arquitetura específica. O primeiro compilador foi escrito em assembler do IBM 704, uma máquina que tipicamente contava com 15K de memória. Desta época até hoje já foram desenvolvidas com maior ou menor grau de sucesso muitas linguagens – milhares delas, literalmente. Um mapa cronológico com as principais linguagens de programação pode ser encontrado na referência(O'Reilly Media). Fortran é uma linguagem que, tendo passado por diversas atualizações, até hoje é muito usada por cientistas e engenheiros, e isso não deve mudar em um futuro breve.



PRELIMINARY REPORT

Programming Research Group
Applied Science Division
International Business Machines Corporation

November 10, 1954

Specifications for

The IBM Mathematical FORmula TRANslating System,

FORTRAN

IBM-SRL-22

Figura 164: Fac-símile do relatório de especificação da linguagem FORTRAN, obtido na referência (McJones)

Outras linguagens importantes que são sucessoras diretas de Fortran são:

- Cobol, usado em aplicações comerciais desde 1959,
- a linguagem C, de 1971, que produz códigos extremamente eficientes,
- C++, sucedânea de C e que é orientada a objetos,
- Basic, criada em 1964 e que recebeu grandes investimentos da Microsoft,
- Pascal, de 1970, muito usada como primeira linguagem em cursos de programação,
- Python, de 1991 que é usada na plataforma de programação Google,
- Java, de 1995, que certamente é a linguagem que hoje em dia recebe maiores investimentos da indústria de software, e
- PHP, de 1995, que tem muitos adeptos na comunidade de software livre (o Moodle é escrito em PHP).

Existem ainda linguagens que seguem outros paradigmas de programação, como linguagens funcionais, das quais LISP é provavelmente a mais importante, e linguagens lógicas como Prolog.

Nos fins dos anos 70 Cleve Moler inventou uma linguagem, Matlab, voltada para o tratamento de matrizes que, em 1984, foi lançada comercialmente pela empresa MathWorks. Matlab vem de *Matrix Laboratory*, e é um fenômeno entre engenheiros e cientistas. O Matlab é um *interpretador*, isto é, um programa que executa programas, por contraste com um *compilador*, que traduz um programa em linguagem de alto nível para linguagem de máquina.

Scilab, a linguagem que adotamos neste curso, é desenvolvida desde 1990 por pesquisadores do Institut Nacional de Recherche en Informatique et Automatique, o INRIA, e da École Nationale des Ponts et Chaussées, duas instituições francesas. É muito semelhante ao Matlab

e, fator essencial para sua escolha, é gratuito. O Scilab é também um interpretador, e encontra-se atualmente na versão 5.1, lançada em fevereiro de 2009.

Do ponto de vista da ciência da computação, Matlab e Scilab não mereceriam destaque em uma galeria de linguagens de programação. Entretanto, a facilidade que oferecem para a construção de pequenos programas voltados para engenharia e ciência não encontra rival nas linguagens tradicionais como Fortran, C ou Java.

Antes de entrarmos na apresentação do ambiente e da linguagem Scilab queremos colocar algumas observações gerais sobre linguagens de programação, que você deve ter em mente ao iniciar seu estudo. Uma linguagem de programação, como as linguagens naturais, une riqueza de expressão a detalhes sintáticos e algumas arbitrariedades. Detalhes e arbitrariedades frequentemente vêm de escolhas feitas no passado, incluindo algumas que já não fazem mais sentido mas que são mantidas por uma inércia natural. Seu aprendizado exige uma postura paciente, pois envolve no início uma taxa relativamente alta de memorização. Mas como uma linguagem natural, a fluência vem com o uso, e com a fluência vem a percepção da riqueza da linguagem.

O Scilab é também um ambiente que interpreta comandos e programas. Ele oferece uma *console* para interação com o usuário, um editor para a construção de programas, o Scipad, e também emite mensagens de erros relativos tanto à obediência de comandos e programas às regras da linguagem como a problemas que podem ocorrer na execução, como uma divisão por zero.

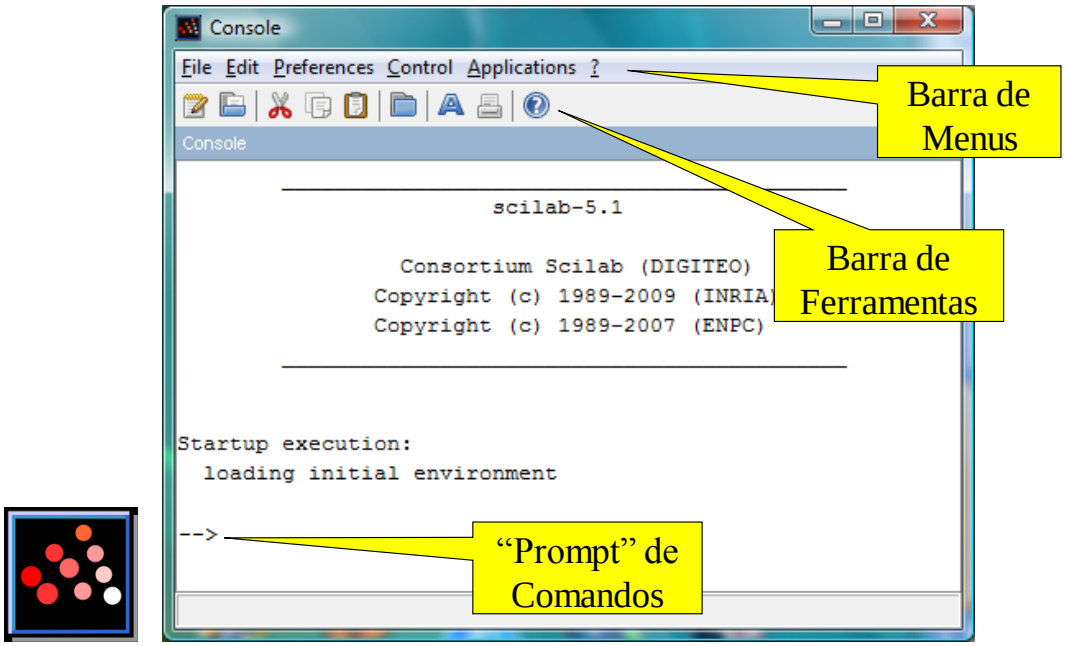


Figura 165: Ícone e tela inicial com a console do Scilab

A Figura 165 mostra a tela obtida ao clicar sobre o ícone do Scilab. É uma janela simples, com uma barra de menus e uma barra de ferramentas, e um painel central com um "prompt " de comandos, indicado pela setinha `-->` . É nesse prompt que são digitados comandos a serem interpretados pelo Scilab. Esta janela é a *console* do Scilab.

3.1.1 Variáveis e Comandos de Atribuição

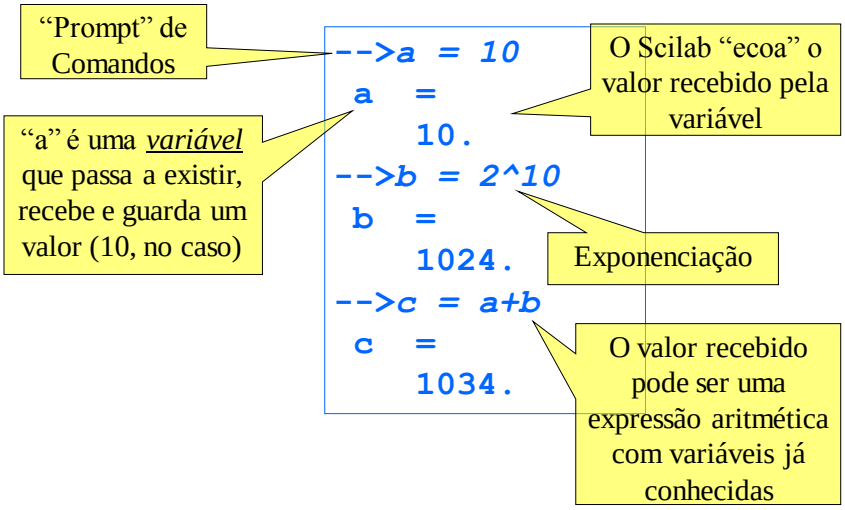


Figura 166: Variáveis e comandos de atribuição

O principal comando que transforma informação é chamado *comando de atribuição*. Na Figura 166 nós vemos três comandos de atribuição simples. No primeiro deles, `a = 10`, `a` é uma *variável* que passa a existir no interpretador, e que recebe e armazena um valor, no caso, 10. Após executar um comando de atribuição o Scilab "ecoa", isto é, imprime o valor recebido pela variável.

Variáveis são nomes para espaços de memória gerenciados pelo Scilab; um programador não precisa ter qualquer idéia de como esse gerenciamento é feito. Variáveis têm seus nomes escolhidos pelo programador segundo algumas regras:

- O primeiro caractere do nome deve ser uma letra, ou qualquer caractere dentre '%', '_', '#', '!', '$' e '?';
- Os outros podem ser letras ou dígitos, ou qualquer caractere dentre '_', '#', '!', '$' e '?'.
- Mesmo sendo francês, o Scilab não permite o uso de letras acentuadas ou de cedilhas em nomes de variáveis.

Exemplos de nomes de variáveis válidos são `a`, `A`, `jose`, `total_de_alunos`, `#funcionarios`. O Scilab distingue entre maiúsculas e minúsculas e, portanto, `a` e `A` seriam variáveis diferentes. Nomes não válidos são `1Aluno` (porque o primeiro caractere é um algarismo), `total de alunos` (porque tem espaços), ou `josé` (porque é acentuado).

Um comando de atribuição tem o formato

<variável alvo> = <expressão>

onde:

- A <variável alvo>, se não existia, passa a existir;
- Se existia, o valor anterior é perdido;
- Na execução do comando, a <expressão> é calculada, e o resultado é atribuído à <variável alvo>.

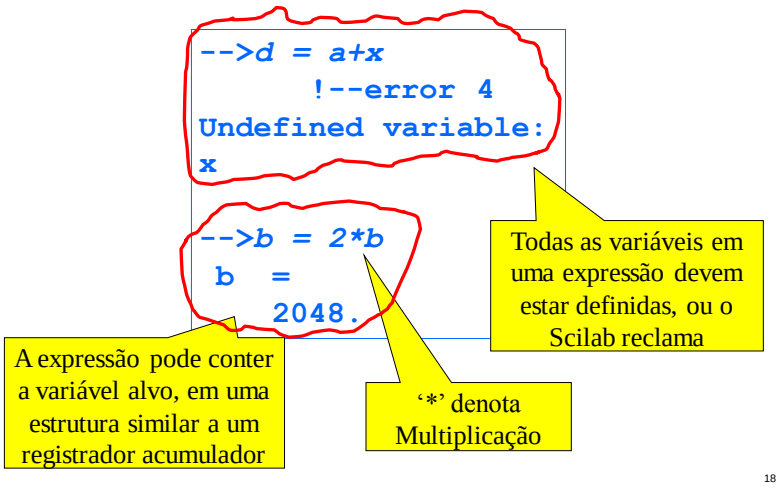


Figura 167: Usos e erros em comandos de atribuição

Conforme ilustrado na Figura 167, todas as variáveis envolvidas na <expressão> devem ter valores definidos no momento da execução do comando.

Vale ainda observar que a <expressão> pode conter a <variável alvo>, em um arranjo similar ao utilizado nos registradores acumuladores.

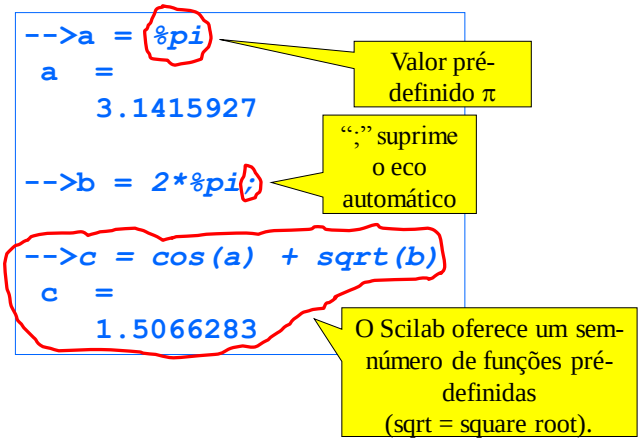


Figura 168: Exemplos de comandos de atribuição com variáveis com valor pré-definido, supressão de eco e funções elementares

O Scilab oferece também variáveis com valores pré-definidos, como `%pi` ou `%eps`, e uma enorme variedade de funções pré-definidas (veja a Figura 169).

Um detalhe muito útil é a possibilidade de supressão do eco automático, que algumas vezes polui a tela com informação desnecessária, e que é obtido com o uso de um "`;`" colocado após o comando de atribuição.

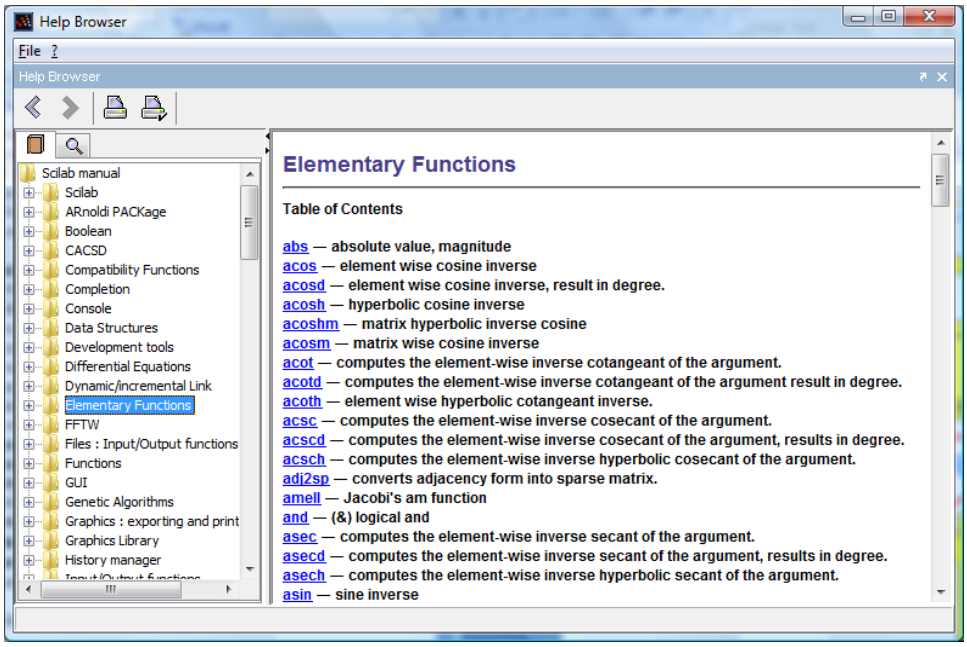


Figura 169: Lista de funções elementares encontrada no help do Scilab

A construção de expressões aritméticas mais elaboradas exige o conhecimento das regras de prioridades entre operadores e o uso de parênteses para se obter o resultado desejado. Como um exemplo, qual valor será atribuído a uma variável `x` pelo comando `x = 2^3*4`, o valor $2^{3.4} = 2^{12} = 4096$, ou o valor $2^3 . 4 = 8.4 = 32$? A Tabela 16 mostra as prioridades empregadas pelo Scilab no cálculo de expressões. Ali vemos que a potenciação tem prioridade sobre a multiplicação, e portanto o valor atribuído a `x` pelo comando acima será $2^3 . 4 = 8.4 = 32$.

Tabela 16: Prioridades entre operadores em uma expressão aritmética

Prioridade	Operação	Associatividade
1ª	Potenciação	Da direita para a esquerda
2ª	Multiplicação, divisão	Da esquerda para a direita
3ª	Adição, subtração	Da esquerda para a direita

Se a intenção do programador era de atribuir a `x` o valor $2^{3.4} = 2^{12} = 2048$, parênteses deveriam ter sido usados no comando de atribuição como em `x = 2^(3*4)` .

```
-->2^3*4
 ans  =    32.
-->2^(3*4)
 ans  =    4096.
-->2^3^4
 ans  =    2.418D+24
-->2^(3^4)
 ans  =    2.418D+24
-->(2^3)^4
 ans  =    4096.
-->2*3+4
 ans  =    10.
-->2*(3+4)
 ans  =    14.
```

Figura 170: Prioridades e parênteses influenciando o valor de uma expressão aritmética

Na Figura 170 nós vemos alguns exemplos de como o Scilab interpreta expressões aritméticas. De uma forma geral, é recomendável o uso de parênteses para tornar clara a intenção do programador.

3.1.2 Programas Scilab

Para tentar tornar clara a utilidade de um programa, vamos resolver com a console Scilab uma equação de segundo grau, que tem a forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Nós queremos calcular as raízes para $a = 534.2765$, $b = 9987.3431$ e $c = 225.7690$. Nós sabemos que as raízes são encontradas pelas fórmulas

$$r_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

e

$$r_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

onde $\Delta = b^2 - 4ac$. A primeira coisa a fazer é inicializar variáveis **a**, **b** e **c**, conforme mostrado na Figura 171.

```
-->a = 534.2765
 a  =
    534.2765
-->b = 9987.3431
 b  =
    9987.3431
-->c = 225.7690
 c  =
    225.769
```

Figura 171: Inicialização dos coeficientes de uma equação de 2o grau

Depois, calculamos Δ e as raízes, como mostrado na Figura 172.

```
-->delta = b^2 - 4*a*c
 delta  =
    99264530.
-->r1 = (-b+sqrt(delta))/(2*a)
 r1  =
  - 0.0226329
-->r2 = (-b-sqrt(delta))/(2*a)
 r2  =
  - 18.670578
```

Figura 172: Cálculo das raízes da equação de 2o grau

Repare que usamos variáveis `delta`, `r1` e `r2`, com nomes aceitáveis para o Scilab e com significado para nós. Repare também nas expressões usadas nos comandos de atribuição. Erros comuns cometidos por iniciantes são:

- escrever `delta = b^2 - 4ac`, omitindo os operadores de multiplicação, que entretanto são imprescindíveis para que o Scilab "compreenda" a expressão, ou
- escrever `r1 = (-b+sqrt(delta))/2*a`, o que na verdade levaria ao cálculo de $r_1 = \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2}\right).a$, o que não é o que queremos.

Sempre é bom verificar os resultados de um cálculo ou de um programa. Para isso podemos também usar o Scilab, com os comandos mostrados na Figura 173. Nesta figura você deve reparar:

- na aparição da variável **`ans`**, que é utilizada pelo Scilab para armazenar resultados de expressões soltas, que não fazem parte de um comando de atribuição;
- na notação **`3.865D-12`**, que é a forma de se escrever a constante 3.865×10^{-12}.

Ali vemos que o valor do polinômio da equação nas raízes que calculamos não é exatamente zero. Isso não deve constituir preocupação, pois os valores são relativamente muito pequenos, da ordem de 10^{-12} para **`r1`**, e 10^{-13} para **`r2`**. Números no Scilab são armazenados como ponto flutuante de 64 bits (veja a Seção 2.1), onde as operações podem envolver arredondamentos.

```
-->a*r1^2 + b*r1 + c
 ans  =
    3.865D-12
-->a*r2^2 + b*r2 + c
 ans  =
  - 2.274D-13
```

Figura 173: Verificando os resultados

Muito bem, conseguimos usar o Scilab para resolver uma equação de 2º grau, o que não chega a ser uma façanha. Mas tivemos ganhos com relação à execução dos mesmos cálculos com uma calculadora de mão:

- o uso de variáveis evita re-digitações e possíveis erros;
- resultados intermediários são memorizados e podem ser reaproveitados;
- o uso de fórmulas como na Figura 172 aumenta muito a confiança nos cálculos.

As limitações do uso direto da console Scilab para cálculos tornam-se claras quando queremos resolver outra equação de 2º grau. Fórmulas têm que ser re-digitadas, abrindo uma ocasião para erros, com pouco aproveitamento do trabalho já feito. A solução para isso é usar o Scilab como um interpretador de programas.

Um programa fonte Scilab é um arquivo ASCII, isto é, um arquivo que só contém textos sem formatação, e que tem a terminação `.sce`. Um arquivo-programa contém comandos Scilab, e é construído usando o editor SciPad (veja na Figura 174 como o editor é aberto no Scilab 5.1). A execução (interpretação) de um programa se faz seguindo o menu *File/Execute* da console do Scilab; essa execução equivale à digitação na console dos comandos presentes no arquivo.

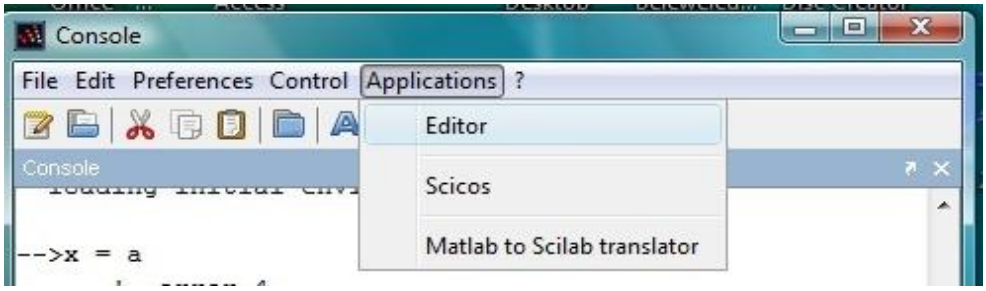


Figura 174: Abrindo o editor SciPad

Atenção: nunca use o Word ou qualquer outro editor de textos sofisticado para abrir e/ou editar arquivos de programas. Esses editores podem introduzir bytes de informação de formatação, o que perturba completamente a interpretação do programa pelo Scilab.

No editor Scipad você pode:

- Criar um novo programa, através do menu *File/New*;
- Abrir para edição um programa já existente, através do menu *File/Open*
- Editar um programa
- Salvar o programa editado, através do menu *File/Save*
- Executar um programa, através do menu *Execute/Load into Scilab*

e várias outras coisas que você irá aprendendo aos poucos.

O Scilab trabalha com um *diretório corrente*, que é a primeira opção de localização para procurar e para salvar arquivos. Na console do Scilab você pode escolher o diretório corrente através do menu *File/Change current directory*. O diretório corrente do Scipad é o diretório corrente do Scilab no momento em que o editor é aberto.

Um conselho: organize os seus arquivos! Perde-se muito tempo procurando arquivos gravados não se lembra aonde. O autor destas linhas cria um diretório para cada semana, onde são colocados todos os arquivos que são utilizados; você pode adotar uma organização similar em seu computador pessoal. Ao usar computadores compartilhados, crie um diretório de trabalho com o seu nome, o que irá facilitar a sua "limpeza" posterior.

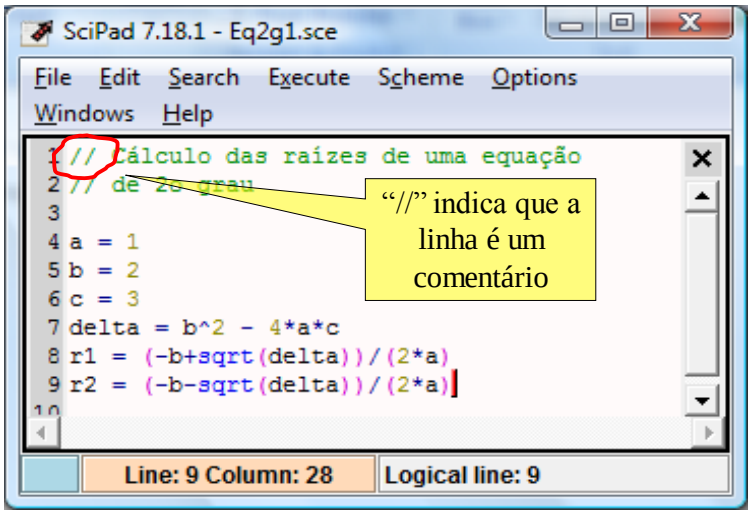


Figura 175: O SciPad editando o programa Eq2g1.sce

A Figura 175 mostra um programa que tem em cada linha exatamente os mesmos comandos que utilizamos na console para resolver a equação de 2º grau. Nós demos a este programa o nome Eq2g1.sce; usamos um número no nome do arquivo porque faremos outras versões deste mesmo programa. Se você rodar este programa, usando o menu *File/Execute*, você obterá os mesmos resultados que conseguimos com a console.

As duas primeiras linhas do programa Eq2g1.sce se iniciam por "`//`", o que faz com que sejam ignoradas pelo Scilab no momento da execução. Essas linhas são *comentários*, e têm o importantíssimo objetivo de melhorar a compreensão de um programa por um leitor humano.

Com um programa gravado em um arquivo, se quisermos resolver uma nova equação, bastará substituir no programa os valores dos novos coeficientes e executá-lo novamente. Comparando com o processo de resolução via console, o uso de um programa reduz consideravelmente as chances de erros de digitação.

Entretanto, a prática de se alterar programas para introduzir dados que se modificam a cada execução não é recomendável, e nem exeqüível quando o volume de dados é muito grande. O melhor a fazer é modificar o programa para permitir que o usuário defina os valores dos coeficientes a cada execução.

```
// Cálculo das raízes de uma equação
// de 2o grau

a = input("Digite o valor de a:")
b = input("Digite o valor de b:")
c = input("Digite o valor de c:")

delta = b^2 - 4*a*c
r1 = (-b+sqrt(delta))/(2*a)
r2 = (-b-sqrt(delta))/(2*a)
```

Figura 176: O programa Eq2g2.sce com os comandos de diálogo em destaque

O comando `input` permite essa interação com o usuário. Como vemos na Figura 176, este comando recebe como parâmetro uma frase a ser exibida para o usuário, que normalmente é usada para descrever o valor a ser digitado.

```
Digite o valor de a:1
 a   =
    1.
Digite o valor de b:2
 b   =
    2.
Digite o valor de c:3
 c   =
    3.
 delta   =
  - 8.
 r1   =
  - 1. + 1.4142136i
 r2   =
  - 1. - 1.4142136i
```

Figura 177: Execução do programa Eq2g2.sce

A Figura 177 mostra a console do Scilab em uma execução do programa Eq2g2.sce, onde você pode verificar o efeito da execução dos comandos `input`. Os valores digitados pelo usuário

para os coeficientes `a`, `b` e `c` foram, respectivamente, 1, 2 e 3. Estes valores levam a um Δ negativo, e o exemplo serve também para ilustrar a naturalidade com que o Scilab trata números complexos.

Para enriquecer nosso repertório de comandos Scilab, vamos agora construir um terceiro programa que resolve equações do 2º grau, mas com as seguintes alterações na especificação:

- o programa só deverá calcular as raízes quando elas forem reais;
- a saída do programa deverá ser uma frase como "As raízes são xxxx e xxxx", quando as raízes forem reais, e senão, "As raízes são complexas."

```
// Cálculo das raízes de uma equação
// de 2o grau

a = input("Digite o valor de a:");
b = input("Digite o valor de b:");
c = input("Digite o valor de c:");

delta = b^2 - 4*a*c
if delta >= 0 then
  r1 = (-b+sqrt(delta))/(2*a);
  r2 = (-b-sqrt(delta))/(2*a);
  printf("As raízes são %g e %g",r1,r2)
else
  printf("As raízes são complexas")
end
```

Figura 178: O programa Eq2g3.sce

A Figura 178 mostra o programa Eq2g3.sce, que atende a essas especificações. Este programa introduz dois novos comandos: `if`, e `printf`. Repare que terminamos com ";" após vários dos comandos de atribuição, o que suprime o eco automático e torna a saída mais limpa.

```
if <condição> then
  <bloco "então">
else
  <bloco "senão">
end
```

Figura 179: O comando if

O comando `if` é usado para prescrever comportamentos condicionais na execução do programa. Sua forma geral está mostrada na Figura 179, onde:

- `if`, `then`, `else` e `end` são as *palavras-chave* que o Scilab usa para reconhecer o comando;
- `if` marca o início do comando;
- `<condição>` é uma *expressão lógica*, tipicamente uma comparação entre expressões aritméticas, cujo valor é avaliado como verdadeiro ou falso;
- `then` separa a `<condição>` do `<bloco "então">`;
- `<bloco "então">` e `<bloco "senão">` são conjuntos arbitrários de comandos Scilab;
- `else` marca o fim do `<bloco "então">` e o início do `<bloco "senão">`;
- `end` é a palavra-chave que fecha o comando `if`.

- na execução do comando **if**, o **<bloco "então">** é executado se e somente se a **<condição>** for verdadeira, e o **<bloco "senão">** é executado se e somente se a **<condição>** for falsa.

Em alguns casos não desejamos executar nenhum comando no caso da **<condição>** ser falsa, e o comando pode assumir uma forma simplificada, sem a cláusula else, como mostrado na Figura 180.

```
if <condição> then
  <bloco "então">
else
  // Nenhum comando aqui
end
```

```
if <condição> then
  <bloco "então">
end
```

Figura 180: Duas formas equivalentes do comando if, a da direita sem a cláusula else

A Figura 181 mostra os blocos de comandos e a condição do comando **if** do programa Eq2g3.sce.

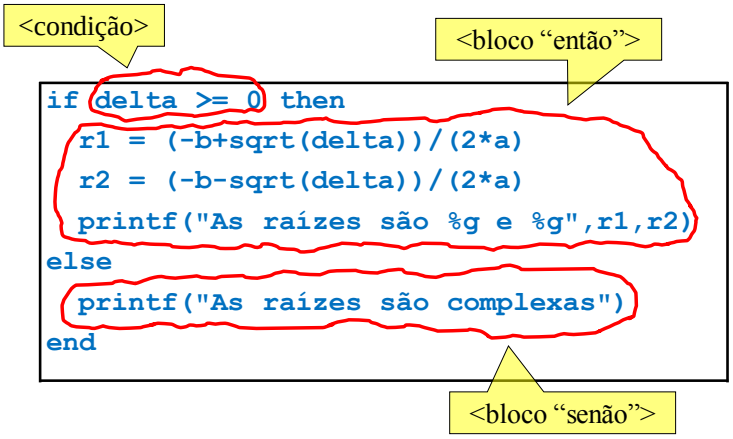


Figura 181 :Partes do comando if do programa Eq2g3.sce

Expressões lógicas normalmente fazem uso de *operadores relacionais* para comparar valores de duas expressões. A Tabela 17 mostra os operadores relacionais usados no Scilab, onde você pode reparar que "igual a" é representado por dois "=" consecutivos, uma herança da linguagem C, e que existem duas formas de representação de "diferente de".

Tabela 17: Operadores relacionais

>	maior que
>=	maior ou igual a
<	menor que
<=	menor ou igual a
==	igual a
<> ou ~=	diferente de

O comando **printf** tem a forma

printf(<frase>,<lista de expressões>)

onde

- **<frase>** é a sentença que se quer imprimir na tela, e que pode estar entremeada por *códigos de formato* como **%g**; **%g** é um código de formato geral para expressões com valores numéricos (nós veremos em seguida expressões com outros tipos de valores); existem vários outros códigos de formato como **%d**, **%f** ou **%s**, que iremos explorar em exercícios e em outros exemplos neste texto.
- **<lista de expressões>** é uma lista de expressões separadas por vírgulas, que são calculadas no momento da execução do comando;
- as expressões na lista são mapeadas uma a uma nos códigos de formato, na mesma sequência em que aparecem na **<frase>**, e a sentença impressa é obtida pela substituição do valor da expressão na posição marcada pelo código de formato.

No comando **printf("As raízes são %g e %g",r1,r2)** as duas expressões na lista são muito simples, formadas por uma variável. A expressão **r1** é mapeada no primeiro **%g**, e a expressão **r2** é mapeada no segundo **%g**. A Figura 182 mostra uma saída do programa Eq2g3.sce onde se pode ver o efeito da execução deste comando.

```
Digite o valor de a:3
Digite o valor de b:4
Digite o valor de c:1
 delta  =
    4.
 r1  =
  - 0.3333333
 r2  =
  - 1.
As raízes são -0.333333 e -1
```

Figura 182: Uma saída do programa Eq2g3.sce

***Obs**. No Scilab 5.1.1 existe um bug que não permite o uso de caracteres acentuados ou cedilhas na **<frase>** do comando **printf**.*

3.1.3 Loops: os comandos `for` e `while`

Vamos agora atacar um outro problema: o cálculo do fatorial de um número a ser lido em tempo de execução. O Scilab oferece diretamente a função **factorial(n)**, que já faz este cálculo, mas aqui nós estamos interessados em programar esta função.

Nós sabemos que $n! = 1 \times 2 \times \ldots \times n$, e que portanto teremos que realizar repetidas multiplicações para obter o fatorial. Este comportamento pode ser obtido com o uso do comando **for**, que prescreve um loop, ou seja, uma repetição de comandos. A execução do comando

```
for j = 1:5
  <bloco for>
end
```

resulta em 5 execuções do bloco de comandos **<bloco for>**. Na primeira execução, a variável **j** recebe o valor 1; na segunda, o valor 2, e assim por diante, até a última execução, onde **j** recebe o valor 5.

Muito bem, já temos condições de compreender o programa Fatorial1.sce, mostrado na Figura 183. Repare no uso no **printf** do código de formato **%d**, apropriado para a conversão de variáveis com valores inteiros.

```
// Cálculo do fatorial de n

// Leitura de n
n = input("Valor de n = ");

// Cálculo do fatorial
fat = 1;
for i=1:n
  fat = fat*i;
end

// Impressão do resultado
printf("O fatorial de %d é %d",n,fat);
```

Figura 183: Programa Fatorial1.sce

Mas a parte central do programa é o "loop" destacado em vermelho na figura. A variável **fat** é inicializada com o valor 1. Na primeira passagem pelo loop, **i** é igual a 1, e **fat** recebe o valor 1*1. Na segunda passagem **i** é igual a 2, e **fat** recebe o valor 1*2, igual a 2; na terceira passagem, **fat** recebe o valor 2*3, igual a 6; na quarta passagem, o valor 6*4, igual a 24; na quinta, 24*5, e assim por diante. Ou seja, pelo fato de a cada passagem **fat** receber como valor seu valor anterior multiplicado por **i**, na **i**-ésima execução do corpo do **for**, **fat** passa a conter o fatorial de **i**. Como o loop termina com **i** igual a **n**, o valor de **fat** na saída do loop é o fatorial de **n**.

Tabela 18: Tabela de Senos

x	seno(x)
0.0	0.0000
0.2	0.1987
0.4	0.3894
0.6	0.5646
0.8	0.8415

Vamos agora usar o comando **for** para a construção de uma tabela como a Tabela 18, com **x** variando de 0 a 2π, de 0.2 em 0.2. Antes porém vamos aprender mais sobre o comando **for**, cuja forma geral está mostrada na Figura 184

```
for <variável> = <inicial>:<passo>:<limite>
  <bloco for>;
end
```

Figura 184: Forma geral de um comando for

Aqui **<inicial>**, **<passo>** e **<limite>** são expressões que controlam os valores atribuídos à variável indexadora **<variável>** a cada iteração do loop, e também a condição de parada do loop.

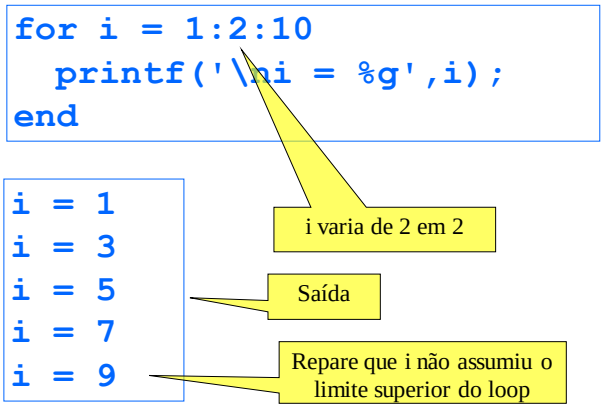


Figura 185: Exemplo de comando for com passo diferente de 1

No exemplo da Figura 185,

- A variável indexadora é `i`, que assume o valor `<inicial>` 1 na primeira iteração do loop;
- A o fim de cada iteração soma-se 2 (o `<passo>`) à variável indexadora, ou seja, `i` assume os valores 1, 3, 5, ...;
- Também ao fim de cada iteração o novo valor da variável indexadora é comparado com o `<limite>` , e o loop termina quando o valor da variável indexadora tiver ultrapassado o `<limite>`. No caso, o loop termina quando `i` tiver o valor 11, que ultrapassa o limite 10.
- O "`\n`" na frase do comando `printf` é um caractere especial, que produz uma nova linha na saída.

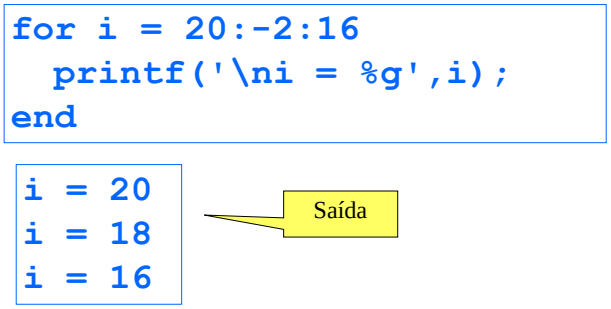


Figura 186: Exemplo de for com passo negativo

O `<passo>` de um `for` pode ser negativo, como mostrado na Figura 186, e a variável de controle pode assumir valores não inteiros, como na Figura 187.

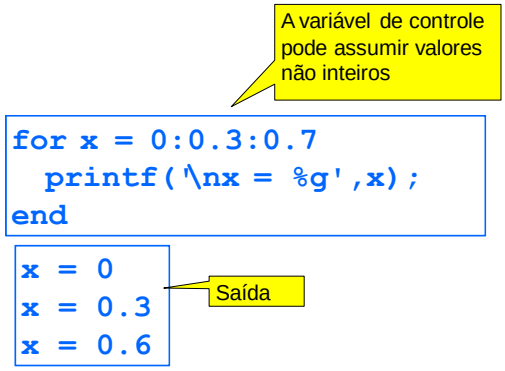


Figura 187: Exemplo de for com a variável de controle assumindo valores não inteiros

Com este último exemplo a construção da tabela de senos fica simples.

```
// Tabela da função Seno
for x = 0:0.2:2*%pi
  printf("%g %g",x, sin(x))
end
```

Figura 188: O programa Tabela_de_Senos_1.sce

O programa da Figura 188 parece atender à especificação, mas quando executado pelo Scilab produz uma saída de difícil compreensão, como mostrado na Figura 189.

```
-->
 0 00.2 0.1986690.4 0.3894180.6 0.5646420.8 0.7173561 0.841471
```

Figura 189: Primeiros caracteres da saída do programa Tabela_de_Senos_1.sce

Um primeiro problema a corrigir é a separação em linhas, o que pode ser obtido usando o símbolo "**\n**" na frase do comando **printf**. Com isso nós chegamos ao programa Tabela_de_Senos_2.sce, mostrado na Figura 190.

```
// Tabela da função Seno
for x = 0:0.2:2*%pi
  printf("\n%g %g",x, sin(x))
end
```

Figura 190: O programa Tabela_de_Senos_2.sce

A saída do Tabela_de_Senos_2.sce, cujas primeiras linhas estão mostradas na Figura 191, melhorou, mas ainda não está satisfatória.

```
0 0
0.2 0.198669
0.4 0.389418
0.6 0.564642
0.8 0.717356
1 0.841471
1.2 0.932039
```

Figura 191: Saída do programa Tabela_de_Senos_2.sce

Os problemas de alinhamento são causados pelo uso do código de formato **%g**, que não especifica o número de colunas (que é igual ao número de caracteres com a fonte tipográfica não proporcional usada pelo Scilab, onde todas as letras ocupam o mesmo espaço. Com uma fonte proporcional, como esta que você está lendo, um i ocupa um espaço menor do que um m, o que é bem visível quando comparamos iiii com mmmm) que um número irá ocupar e que, tentando agradar, não imprime casas decimais quando o número a ser impresso é inteiro.

```
// Tabela da função Seno

// Impressão do cabeçalho
printf("\n x   seno(x)")

// Impressão das linhas da tabela
for x = 0:0.2:2*%pi
  printf("\n%3.1f %7.4f",x, sin(x))
end
```

Figura 192: O programa Tabela_de_Senos_3.sce

A Figura 192 mostra o programa Tabela_de_Senos_3.sce que produz a saída mostrada parcialmente na Figura 193.

```
  x    seno(x)
0.0    0.0000
0.2    0.1987
0.4    0.3894
0.6    0.5646
0.8    0.7174
1.0    0.8415
1.2    0.9320
```

Figura 193: Primeiras linhas da saída do programa Tabela_de_Senos_3.sce

Nessa última versão,

- É impressa uma linha com cabeçalhos para a tabela
- Para a formatação de **x** é usado o código **%3.1f**, que especifica um campo ocupando 3 colunas ao todo na impressão, com 1 casa decimal;
- Para a formatação de **sin(x)** , o código **%7.4f** especifica um campo com um total de 7 colunas, com 4 casas decimais.

O comando **for** é, na verdade, um caso particular de outro comando repetitivo, o comando **while** , cuja forma está mostrada na Figura 194.

```
while <condição>
  <bloco while>
end
```

Figura 194: O comando while

Nesse comando:

- **<condição>** é uma expressão lógica; o loop só termina quando essa expressão for avaliada para falso.
- **<bloco while>** é um bloco de comandos.

Todo comando **for** pode ser substituído por um comando **while**; a Figura 195 mostra um exemplo dessa substituição.

```
for x = 0:0.2:2*%pi
  printf("\n%3.1f %7.4f",...
         x, sin(x))
end
```

```
x = 0;
while x <= 2*%pi
  printf("\n%3.1f %7.4f",...
         x, sin(x))
  x = x+0.2;
end
```

Figura 195: Mesmo loop obtido com comandos for e while

O emprego do comando **while** deve ser feito com atenção, pois você pode prescrever um loop que nunca irá parar, como no exemplo da Figura 196. O **while** só será interrompido quando **x** for maior que 10, o que nunca acontecerá porque **x** vale 0 inicialmente, e a cada passo, fica ainda menor.

```
x = 0;
```

```
while x <= 10
  printf("\nx = %g", x)
  x = x - 0.2;
end
```

Figura 196: Um loop infinito

No Scilab você pode interromper um programa em loop infinito através do menu *Control/Abort*. Nós veremos a seguir diversos exemplos de utilização do comando **while**.

3.1.4 Valores Lógicos e Strings

Uma variável Scilab pode armazenar também valores lógicos correspondentes a *verdadeiro* e *falso*, denotados pelas constantes Scilab **%t** e **%f** (*true* e *false*), ou **%T** e **%F**. A Figura 197 mostra um exemplo de atribuição de valores lógicos a variáveis usando a console do Scilab.

```
-->a = 7>5
 a  =
  T

-->b = 3 ~= 10-7
 b  =
  F

-->c = 3 == 10-7
 c  =
  T
```

Figura 197: Atribuicão de valores lógicos a variáveis na console do Scilab

Variáveis com valores lógicos podem ser parte de expressões lógicas, que usam os operadores lógicos **~** (NOT), **&** (AND) e **|** (OR), definidos, como você pode esperar, exatamente como na Tabela 9 (página 27).

```
-->a = %t; b = %f;

-->~a
 ans  =
  F

-->a & b
 ans  =
  F

-->a | b
 ans  =
  T
```

Figura 198: Exemplos de uso dos operadores lógicos ~ (not), & (and) e | (or) na console do Scilab

Além de valores lógicos, variáveis Scilab podem armazenar dados não numéricos. Na Figura 199 nós vemos exemplos de como atribuir sequências de caracteres – o termo usado é em inglês, *strings* – a variáveis.

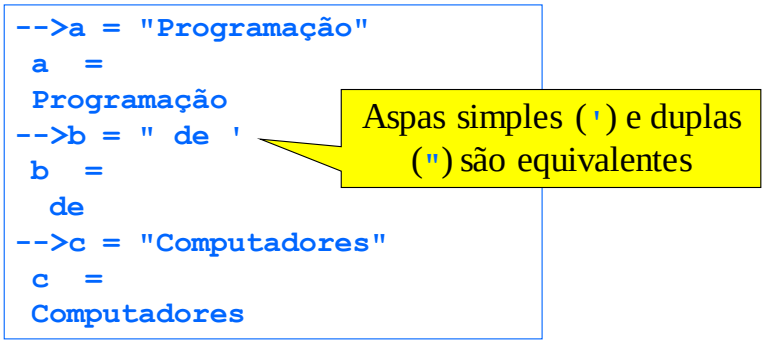


Figura 199: Atribuindo strings a variáveis

Strings são escritos entre aspas, simples ou duplas. Você pode mesmo iniciar um string com aspas duplas e terminá-lo com aspas simples.

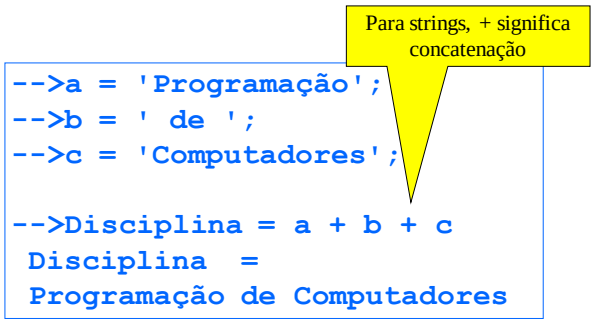


Figura 200: Concatenação de strings

Uma operação comum com strings é a *concatenação*, que consiste na justaposição de dois strings. No Scilab a concatenação utiliza o mesmo símbolo da adição numérica, o "+".

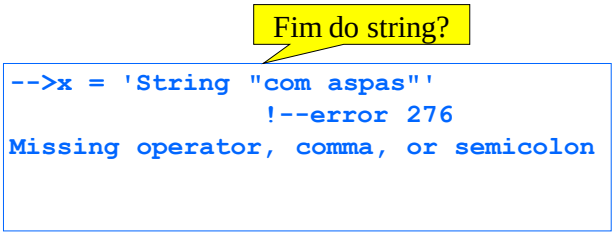


Figura 201: Erro ao tentar representar um string contendo aspas

Aspas são usadas para marcar o início e o fim de strings, e isto pode provocar um problema ao se tentar representar strings que contêm aspas, como mostrado na Figura 201. Para isso, basta colocar duas aspas consecutivas na posição desejada, como na Figura 202.

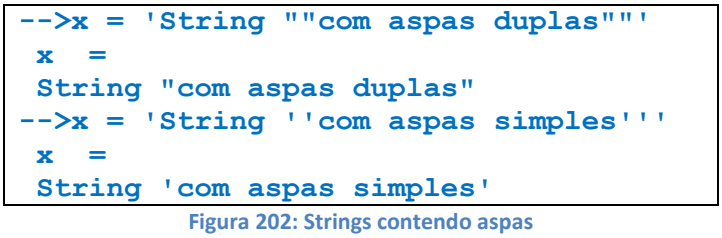


Figura 202: Strings contendo aspas

Strings formadas por algarismos não são números para o Scilab. O string `'3.1415926'` é na verdade armazenado como uma sequência dos caracteres ASCII "3", ".", "1", "4", etc., e não como um número de ponto flutuante, como mostrado na Figura 38. Se tentarmos realizar operações aritméticas com strings de algarismos, o Scilab irá emitir uma mensagem de erro apropriada:

```
-->2*'3.1415926'"
    !--error 144
Undefiled operation for the given operands
```

Figura 203: Strings formados por algarismos não são números para o Scilab

Strings também podem ser lidos pelo comando `input`, como no exemplo `Nome = input("Seu nome, por favor")`. Escrevendo dessa forma o comando `input` o usuário deve digitar o string entre aspas. É possível eliminar a necessidade de escrita do string entre aspas usando o comando `input` com um parâmetro extra, um string com o valor `"string"`, como no comando `input("Seu nome, por favor","string")`.

```
-->Nome = input("Seu nome: ")
Seu nome: Jose
Undefined variable: Jose
Seu nome: "Jose"
 Nome  =
 Jose

-->Nome = input("Seu nome: ","string")
Seu nome: Jose
 Nome  =
 Jose
```

Figura 204: Exemplos de uso do comando input na console do Scilab

Obs.:*No Scilab 5.1.1 há um bug que impede a leitura de strings com caracteres acentuados ou cedilhas.*

Vamos agora exercitar nossas novas habilidades fazendo um programa que:

- Leia o nome do aluno, que responde, por exemplo, "José";
- Leia também o total de pontos obtidos pelo aluno;
- Imprima, conforme o caso, a frase *<aluno>, com <pontos> você passou!*, ou então, caso o aluno não tenha obtido um mínimo de 60 pontos, a frase *<aluno>, com <pontos> você não passou!* Exemplos seriam *José, com 80 pontos você passou!*, ou *José, com 40 pontos você não passou!*

```
// Leitura do nome do aluno
Nome = input("Seu nome, por favor:");

// Leitura dos pontos obtidos
Pontos = input(Nome + ", quantos pontos você conseguiu?");

// Decisão e impressão do resultado
if Pontos >= 60 then
   printf("%s, com %g pontos você passou!",Nome,Pontos);
else
   printf("%s, com %g pontos você não passou!",Nome,Pontos);
end
```

Figura 205: O programa PassouNaoPassou.sce

A Figura 205 mostra o programa PassouNaoPassou.sce que atende a esta especificação.

```
Seu nome, por favor:"Maria"
Maria, quantos pontos você conseguiu?90
Maria, com 90 pontos você passou!

Seu nome, por favor:"Jose"
Jose, quantos pontos você conseguiu?47
Jose, com 47 pontos você não passou!
```

Figura 206: Duas execuções do programa PassouNaoPassou.sce

Dois exemplos de execuções deste programa estão na Figura 206. Neste programa é importante observar:

- A frase utilizada no comando **input** para a variável **Pontos** é o resultado de uma operação de concatenação (+);
- Os comandos **printf** utilizam o código de conversão **%s**, apropriado para strings.

Estes dois truques são exemplos de manipulação de strings que podem tornar mais simpática a interação de um programa com seu usuário.

Um programa como o Eq2g3.sce (Figura 178) , que resolve uma única equação de 2º grau a cada execução, se torna mais útil se passar a resolver tantas equações quantas o usuário queira. Uma estrutura simples para esta repetição controlada pelo usuário pode ser obtida usando uma variável lógica para controlar um loop **while**, conforme o modelo mostrado na Figura 207.

```
continua = %t;
while continua
  // Processamento de um item
  printf("Item processado")

  // Decisão de continuação pelo usuário
  decisao = input("Continua? (s/n)","string");
  continua = decisao == "s";
end
printf("Obrigado por usar nosso programa!")
```

Figura 207: Estrutura para repetição controlada pelo usuário

A cada passagem do loop, o usuário é interrogado sobre o seu desejo de continuar, o que ele pode expressar entrando com o caractere “s”, de sim. Se ele entrar com o caractere “n” (na verdade, com qualquer string diferente de “s”), o loop é interrompido e o programa termina.

```
// Cálculo das raízes de diversas equações
// de 2o grau
continua = %t;
while continua
  // Processamento de uma equação
  a = input("Digite o valor de a:");
  b = input("Digite o valor de b:");
  c = input("Digite o valor de c:");

  delta = b^2 - 4*a*c
  if delta >= 0 then
    r1 = (-b+sqrt(delta))/(2*a)
    r2 = (-b-sqrt(delta))/(2*a)
    printf("As raízes são %g e %g",r1,r2)
  else
    printf("As raízes são complexas")
  end
  // Decisão de continuação pelo usuário
  decisao = input("Outra equação? (s/n)","string");
  continua = decisao == "s";
end
printf("Obrigado, e volte sempre.")
```

Figura 208: O programa Eq2g4.sce, que calcula raízes de diversas equações de 2o grau

A Figura 208 mostra o programa Eq2g4.sce, que resulta da aplicação deste padrão sobre o programa Eq2g3.sce. O menu *Edit/Indent Selection* do editor Scipad é muito útil para indentar um bloco de comandos selecionados.

3.1.5 Comandos Aninhados

Blocos de comandos definidos por comandos como **`if`** e **`for`** podem conter qualquer tipo de comando, incluindo comandos de atribuição, de entrada e/ou saída, mas também outros **`if`**s e outros **`for`**. Este aninhamento de comandos proporciona uma grande flexibilidade para o programador.

Para ilustrar o uso de **`if`**s aninhados vamos agora desenvolver um programa que:

- Leia o nome do aluno, que responde, por exemplo, "*Paulo*";
- Leia também o total de pontos obtidos pelo aluno;
- Imprima, conforme o caso, a frase *<aluno>, com <pontos> você obteve o conceito X!*, onde X é determinado pela Tabela 19. Exemplos seriam *Paulo, com 81 pontos você obteve o conceitoB!*, ou *Paulo, com 90 pontos você obteve o conceito A!*

Tabela 19: Pontos e Conceitos

Pontos	Conceito
$90 \leq Pontos \leq 100$	A
$80 \leq Pontos < 90$	B
$70 \leq Pontos < 80$	C
$60 \leq Pontos < 70$	D
$40 \leq Pontos < 60$	E
$0 \leq Pontos < 40$	F

O programa PontosConceito.sce, apresentado na Figura 209, atende a esta especificação, acrescida da suposição de que o usuário irá digitar sempre valores entre 0 e 100.

Neste programa você deve observar que:

- A leitura do nome e dos pontos do aluno é idêntica à utilizada no programa PassouNaoPassou.sce;
- Se o <bloco "senão"> do primeiro `if` chegar a ser executado, é porque temos `Pontos < 90`, e por isto basta verificar que `Pontos >= 80` para concluir que o conceito é B;
- Se o <bloco "senão"> do segundo `if` chegar a ser executado, é porque temos Pontos < 80, e por isso basta verificar que `Pontos >= 70` para concluir que o conceito é C;
- O mesmo raciocínio se aplica aos outros `ifs`, até o mais interno, onde o <bloco "senão"> não necessita de mais testes para concluir que o conceito é F.
- Detalhe, mas muito útil: o `printf` no fim do programa ilustra o uso de `...` para indicar ao Scilab que um comando se prolonga por mais uma linha.

```
// Leitura do nome do aluno
Nome = input("Seu nome, por favor:");

// Leitura dos pontos obtidos
Pontos = input(Nome + ", quantos pontos você conseguiu?");

// Determinação do conceito
if Pontos >= 90 then
  Conceito = "A";
else
  if Pontos >= 80 then
    Conceito = "B";
  else
    if Pontos >= 70 then
      Conceito = "C";
    else
      if Pontos >= 60 then
        Conceito = "D";
      else
        if Pontos >= 40 then
          Conceito = "E"
        else
          Conceito = "F"
        end
      end
    end
  end
end
printf("%s, com %g pontos você obteve o conceito %s!",...
       Nome, Pontos, Conceito)
```

Figura 209: O programa PontosConceito.sce

Como já dissemos e continuaremos a dizer ao longo desse curso, programas são feitos para serem executados por computadores, mas também para serem lidos por humanos. Ao fazer um programa você deve se preocupar com a sua *legibilidade*, tanto por outras pessoas que venham a trabalhar com ele, como com você mesmo, algum tempo depois de tê-lo escrito.

A disposição gráfica dos comandos em um programa tem grande influência em sua legibilidade.Talvez você já tenha reparado que os blocos nos comandos `if` e `for` sempre apareçam ligeiramente deslocados para a direita, com relação à posição do comando que os delimita. Isso é porque, com esse deslocamento, a identificação do começo e do fim de cada bloco fica muito facilitada, e os possíveis fluxos de execução se tornam mais claros para nós.

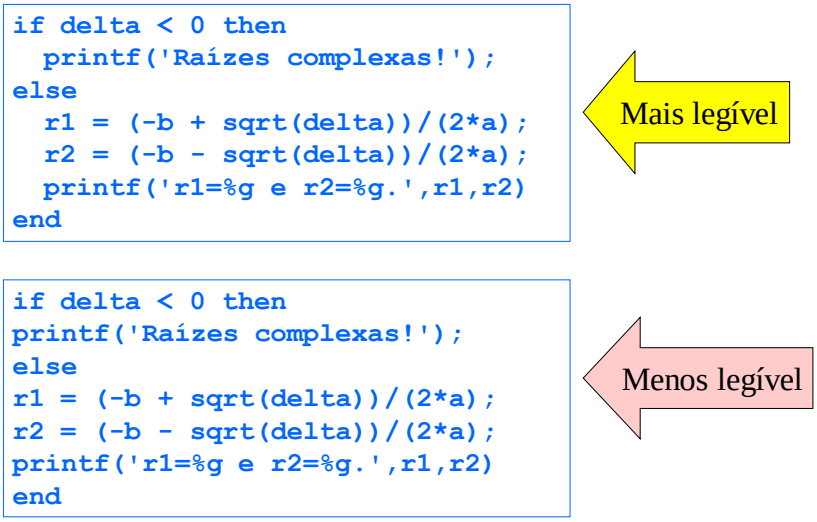


Figura 210: Ifs equivalentes para o Scilab, mas com diferenças de legibilidade devido à indentação

Indentação é o termo empregado para esta técnica de deslocamento de blocos internos na disposição gráfica de um programa. Seu emprego é visto como absolutamente essencial por toda a indústria de desenvolvimento de software. A Figura 210 e a Figura 211 mostram comparações entre comandos digitados com e sem o emprego de indentação.

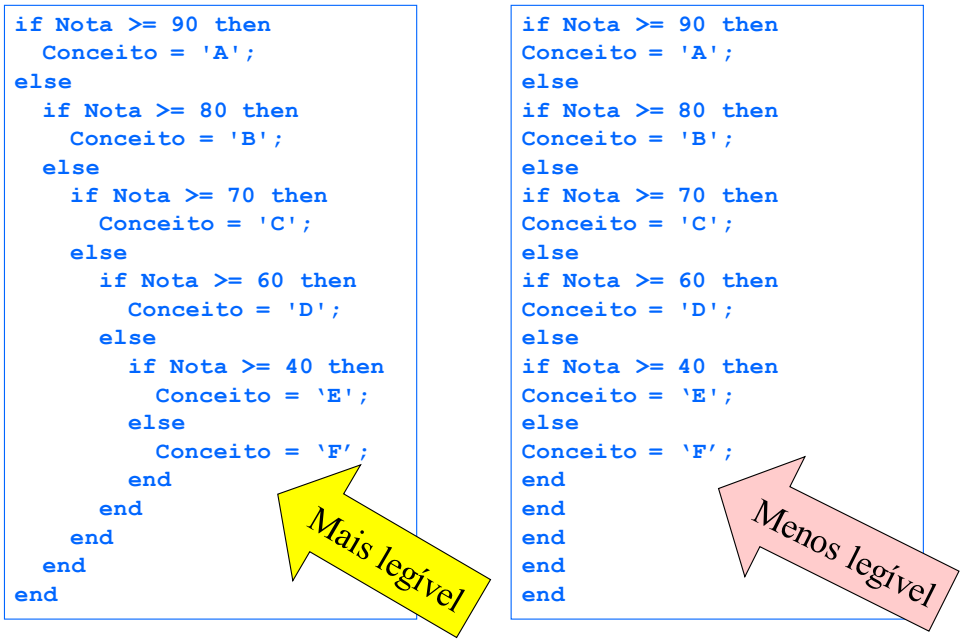


Figura 211: Outro exemplo da influência da indentação na legibilidade de um comando

Vamos agora desenvolver um programa que produza uma tabuada de multiplicação, como mostrado na Figura 212.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Figura 212: Tabuada de Multiplicação

Um problema como este se resolve com dois **for** aninhados: um externo, para as linhas, e um interno, para as colunas de cada linha, o que é feito pelo programa Tabuada1.sce, mostrado na Figura 213.

```
// Tabuada de multiplicação
for linha = 1:9
  for coluna = 1:9
    printf("%g",linha*coluna);
  end
end
```

Figura 213: O programa Tabuada1.sce

Ao executar este programa verificamos entretanto que sua saída está ininteligível:

```
1234567892468101214161836912151821 2...
```

formando uma longa sequência de algarismos sem separação, todos em uma única linha. O que houve? Esquecemos de orientar o Scilab para mudar de linha, e também para, dentro de cada linha, separar cada coluna.

```
// Tabuada de multiplicação
for linha = 1:9
  for coluna = 1:9
    printf("%3g",linha*coluna);
  end
  printf("\n");
end
```

Figura 214: O programa Tabuada2.sce

O programa Tabuada2.sce resolve estes problemas, com a inserção de um **printf("\n")**, executado ao término da impressão de cada linha, e com o código de formato **%3g** que fixa 3 colunas para a impressão de cada produto.

3.1.6 Arquivos

Arquivos são unidades de armazenamento de dados não-voláteis, que sistemas operacionais como Windows ou Linux permitem que sejam recuperados pelo nome e pela posição em uma organização hierárquica de diretórios. Um arquivo é criado por um programa, e pode ser lido e modificado por outros programas, programas que muitas vezes são executados em outros computadores.

Existem muitos tipos de arquivos que podem ser manipulados por programas Scilab, mas neste curso iremos aprender somente a trabalhar com arquivos ASCII, isto é, arquivos que

normalmente são legíveis por humanos, e que podem ser editados usando programas como o Bloco de Notas do Windows.

Comandos básicos para uso de arquivos no Scilab são:

- **uigetfile**, que permite ao usuário selecionar um arquivo navegando nos diretórios do sistema operacional;
- **mopen** e **mclose** ,necessários para iniciar e para terminar a manipulação de um arquivo por um programa Scilab;
- **mfscanf** e **mfprintf** , usados para ler e para gravar valores de variáveis em arquivos abertos;
- **meof** , que permite testar se o fim de um arquivo (*eof* vem de *end of file*) já foi atingido.

A Figura 215 mostra a janela de navegação para escolha de um arquivo aberta no Windows Vista após a execução de um comando **uigetfile**.

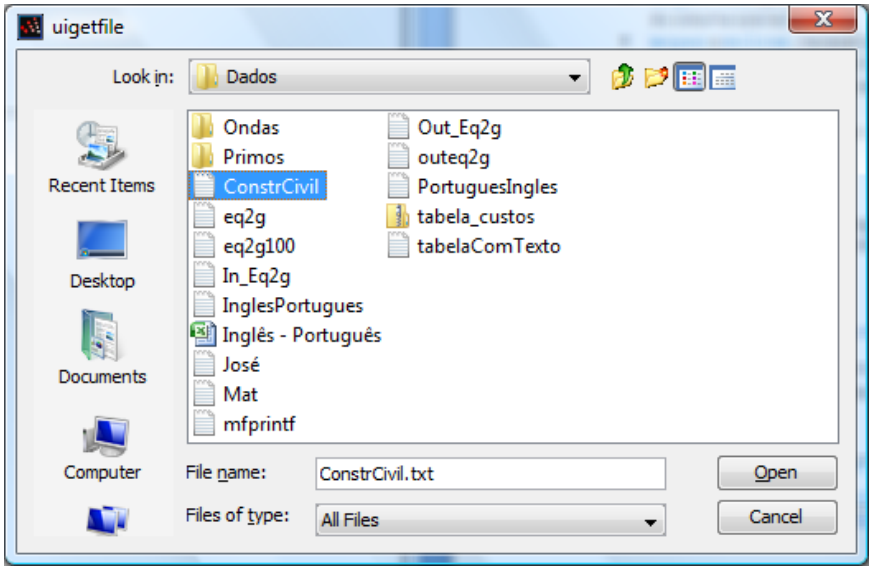


Figura 215: O comando uigetfile

O comando **uigetfile** retorna um string com a rota completa – isto é, desde o diretório raiz – do arquivo escolhido. Isso pode resultar em strings longos como o atribuído à variável **f** na Figura 216.

```
-->f = uigetfile(title="Escolha um arquivo:")
 f  =
 C:\Users\Osvaldo\Documents\dcc\Ensino\dcc001\Scilab\Dados\ConstrCivil.txt
```

Figura 216: String com rota completa obtido com uigetfile

O string obtido pode ser usado para abrir (com **mopen**) o arquivo correspondente. O nome de arquivo escolhido pode ser novo ou já existir no sistema de arquivos do operacional.

Outras formas de uso do comando uigetfile são:

- **Arq = uigetfile()**
  - Mais simples, sem título na janela de escolha do arquivo;
- **Arq = uigetfile("*.txt",pwd(),"Escolha um arquivo")**

- Um pouco mais complicado, porém pode oferecer mais conforto para o usuário, pois:
- Só são mostrados os arquivos selecionados por um filtro; no caso, o filtro é `"*.txt"`, que seleciona somente arquivos com terminação `.txt`, e
- a janela de escolha do arquivo tem o título `"Escolha um arquivo"`,
- e exibe inicialmente o diretório corrente do Scilab, o que pode evitar um aborrecido trabalho de navegação na estrutura de diretórios. A função `pwd()` retorna o diretório corrente do Scilab.

Para entender a necessidade de abertura e de fechamento de arquivos é preciso saber que um arquivo fora de uso está totalmente armazenado em uma memória não volátil, como um disco ou um pen drive. Quando em uso, um arquivo tem parte de sua informação em disco, digamos, e parte na memória principal. A *abertura* de um arquivo traz para a memória principal informações necessárias para o seu uso, que são atualizadas a cada operação de escrita ou leitura no arquivo, e que por diversas razões nem sempre são imediatamente gravadas na memória não volátil. O *fechamento* de um arquivo grava na memória não volátil todas as informações presentes na memória principal.

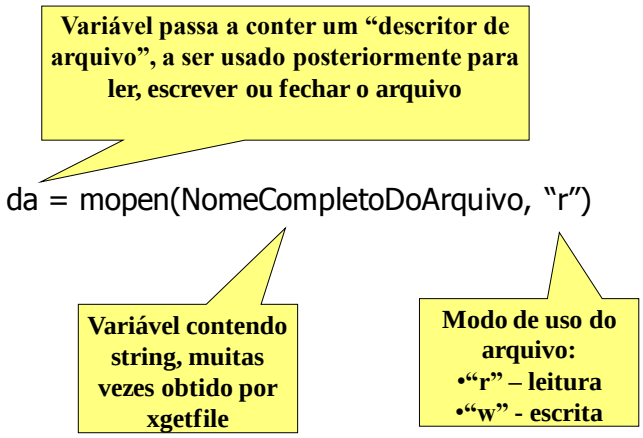


Figura 217: Uso do comando mopen

Nós vemos na Figura 217 um exemplo de uso do comando `mopen`, que:

- recebe como parâmetros
  - um string com o nome completo do arquivo, muitas vezes obtido com o comando `uigetfile`, e
  - o string "r" ou o string "w", que indicam se o arquivo será utilizado para leitura (*r* de *read*) ou para escrita (*w* de *write*)
- se bem sucedido, retorna um *descritor de arquivo*, um inteiro pequeno que será utilizado nas operações de leitura e de escrita.

Um arquivo aberto pode e deve ser fechado ao término de sua utilização, através do comando `mclose(da)` , onde `da` é o descritor do arquivo obtido no momento de sua abertura.

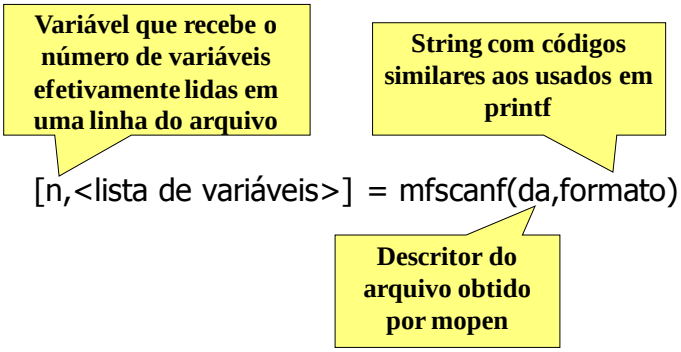


Figura 218: O comando mfscanf

A leitura de dados em um arquivo é feita pelo comando **mfscanf**, cuja forma está mostrada na Figura 218. A cada execução são lidos dados em uma linha do arquivo. Como um exemplo de sua utilização, considere o comando

```
[n,a,b,c] = mfscanf(da,"%g %g %g")
```

aplicado a um arquivo com os dados mostrados abaixo.

```
8     32    -40
7    -21     14
5     25      0
7    -63      0
```

Este comando faz `n = 3`, `a = 8`, `b = 32` e `c = -40` em sua primeira execução, `n = 3`, `a = 7`, `b = -21` e `c = 14` na segunda execução, e assim por diante.

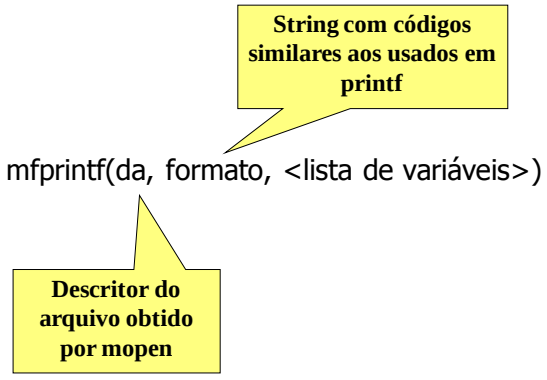


Figura 219: O comando mfprintf

O comando **mfprintf** é bastante similar ao nosso conhecido **printf**, mas, por ser aplicado a arquivos, exige como parâmetro extra um descritor de arquivo aberto, como mostrado na Figura 219.

Para ilustrar o uso de arquivos vamos retornar às equações de 2º grau, mas agora vamos obter os coeficientes das equações em um arquivo de entrada, onde cada linha contém os coeficientes de uma equação. Um possível arquivo de entrada seria o coefs2g.txt, que pode ser examinado com o Bloco de Notas, e cujas primeiras linhas estão mostradas na Figura 220.

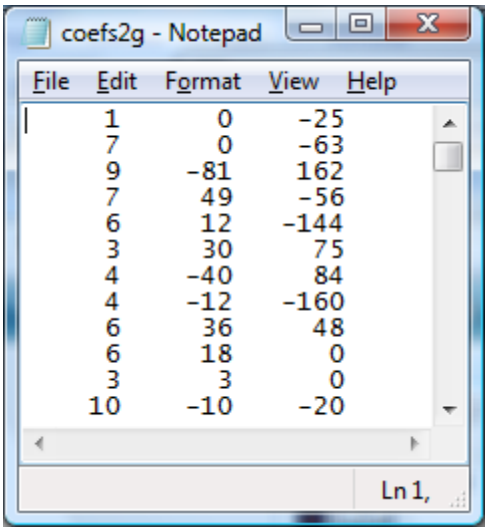


Figura 220: Primeiras linhas do arquivo coefs2g.txt

Nosso programa deve ler o arquivo de entrada e, para cada linha lida, gravar uma linha em um arquivo de saída contendo os coeficientes lidos e as raízes calculadas. Isso deve ser feito somente para as equações com raízes reais; linhas de entrada que formem equações com raízes complexas devem ser ignoradas.

```
// Cálculo das raízes de diversas equações
// de 2o grau, com coeficientes lidos de um
// arquivo

// Localização dos arquivos de e/s
ArqE = uigetfile("*.txt",pwd(),"Arquivo de entrada");
ArqS = uigetfile("*.txt",pwd(),"Arquivo de saída");

// Abertura dos arquivos
daE = mopen(ArqE,"r");
daS = mopen(ArqS,"w");

// Processamento do arquivo de entrada e
// produção do arquivo de saída
while ~meof(daE)
  [n,a,b,c] = mfscanf(daE,"%g %g %g");
  delta = b^2 - 4*a*c;
  if delta >= 0 then
    r1 = (-b + sqrt(delta))/(2*a);
    r2 = (-b - sqrt(delta))/(2*a);
    mfprintf(daS,"\n%8g %8g %8g %8g %8g",...
             a,b,c,r1,r2);
  end
end

// Fechamento dos arquivos de e/s
mclose(daE);
mclose(daS);
```

Figura 221: O programa Eq2g5.sce

A Figura 221 mostra o programa Eq2g5.sce que atende a esta especificação. Neste programa você deve reparar que:

- A localização dos arquivos de entrada e saída é feita com a versão do comando **`uigetfile`**, que facilita a navegação na árvore de diretórios para o usuário;
- Os arquivos de entrada e de saída são abertos no início do programa e fechados no fim;
- O loop **`while`** é controlado pela função **`~meof(daE)`** que testa se o fim do arquivo de entrada foi encontrado. Seria possível usar por exemplo o Bloco de Notas para descobrir o número de linhas do arquivo de entrada, e controlar o loop por um comando for, mas esta não é uma boa prática, pois o programa deveria ser alterado para cada tamanho de arquivo de entrada.

3.2 Matrizes

Matrizes no Scilab são variáveis que contêm um número potencialmente grande de valores. É na manipulação de matrizes que o Scilab (seguindo o Matlab) mostra uma grande superioridade sobre linguagens como C ou Fortran.

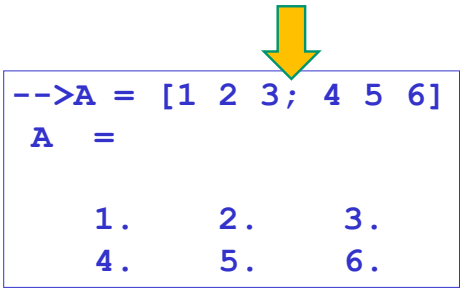


Figura 222: Atribuindo uma matriz a uma variável

A Figura 222 mostra uma maneira simples de se criar uma matriz através de um comando de atribuição na console do Scilab. Os elementos da matriz são dispostos entre colchetes. Espaços (poderiam ser vírgulas) separam elementos, e ";" separam linhas.

3.2.1 Atribuindo valores a uma matriz

É possível extrair o valor de um elemento específico da matriz, designado por seus índices entre parênteses, como mostrado na Figura 223, e também podemos atribuir um valor a um elemento específico de uma matriz, como mostrado na Figura 224.

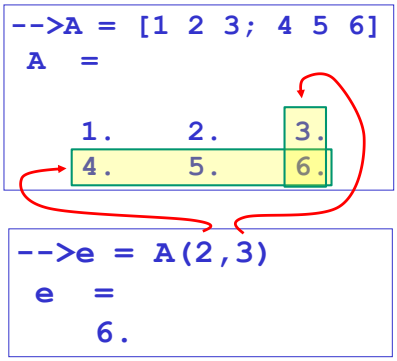


Figura 223: Obtendo o valor de um elemento de uma matriz

`A(2,3)` , por exemplo, refere-se ao elemento na segunda linha e na terceira coluna; `A(1,2)` é o elemento na primeira linha e na segunda coluna.

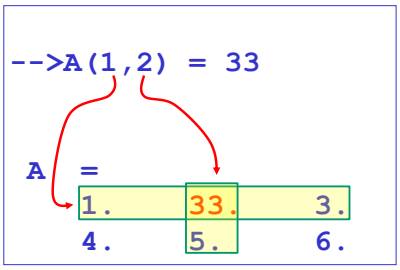


Figura 224: Atribuindo um valor a um elemento de uma matriz

O Scilab é tão orientado para matrizes que *todas* as variáveis Scilab são matrizes. As variáveis simples com que temos trabalhado são, na verdade, matrizes com uma única linha e uma única coluna. É possível perceber isso usando o comando `[nl,nc] = size(A)` para obter as dimensões de uma matriz `A`. Essa função retorna dois parâmetros, o número de linhas e o número de colunas da matriz. A Figura 225 mostra dois exemplos de uso da função `size`.

```
-->A = [1 2 3; 4 5 6];

-->[nl,nc] = size(A)
 nc  =
    3.
 nl  =
    2.

-->k = 0;

-->[L,C] = size(k)
 C  =
    1.
 L  =
    1.
```

Figura 225: Matrizes e a função size

Uma matriz "cresce" quando atribuímos valores a elementos com índices superiores aos índices já referenciados. Por exemplo, quando fazemos `x = 7` estamos criando uma matriz 1 x 1; se em seguida fizermos `x(2,3) = 13`, a matriz `x` assume as dimensões 2 x 3, e os elementos não referenciados recebem o valor zero, como mostrado na Figura 226.

```
-->x = 7; // matriz 1x1
-->x(2,3) = 13
 x  =
    7.    0.    0.
    0.    0.    13.
```

Figura 226: Expansão de uma matriz

3.2.2 Vetores linha e coluna

Vetores são matrizes de uma única linha ou de uma única coluna. A Figura 227 mostra a criação na console do Scilab de um vetor linha e de um vetor coluna.

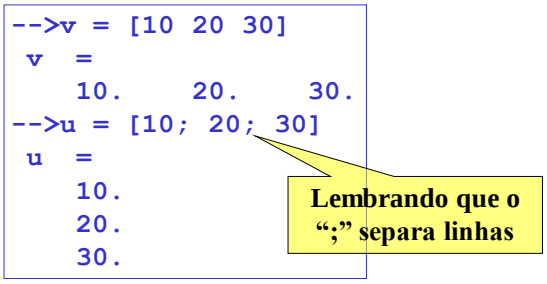


Figura 227: Um vetor linha e um vetor coluna

3.2.3 Referenciando partes de uma matriz

O Scilab permite que uma parte de uma matriz seja referenciada tanto para a atribuição de valores como para a recuperação de valores armazenados.

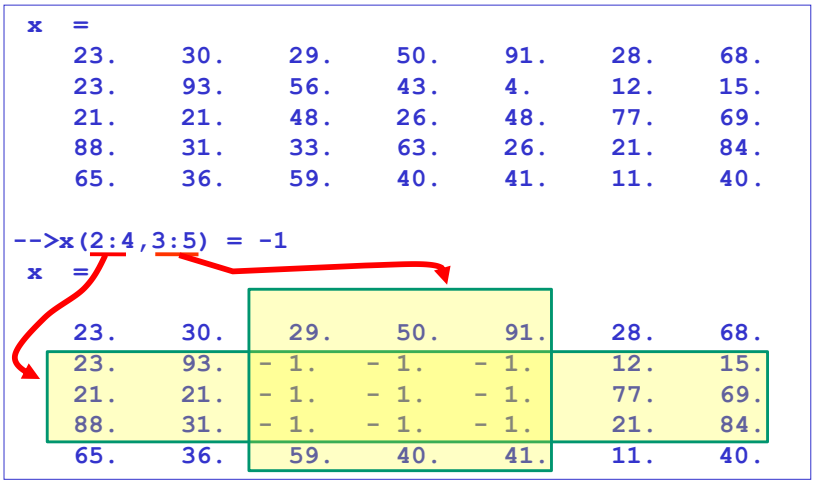


Figura 228: Atribuindo um valor a uma parte de uma matriz

Se `x` é uma matriz 7x5, `x(2:4,3:5)` denota a parte da matriz compreendida pela interseção das linhas de 2 a 4 e das colunas de 3 a 5, como mostrado na Figura 228.

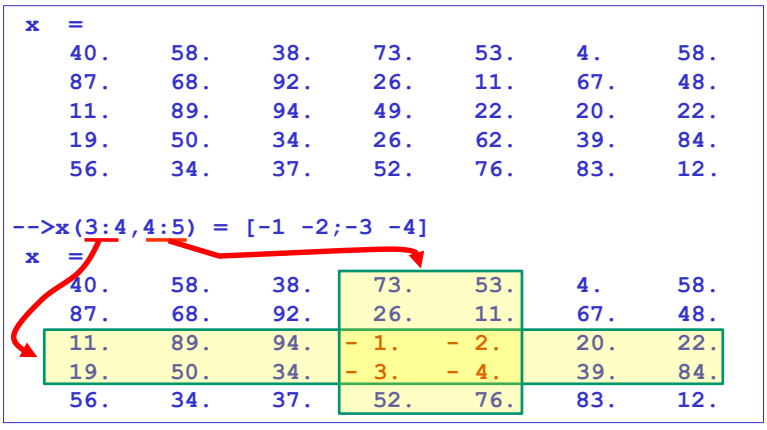


Figura 229: Atribuindo os valores de uma matriz a uma parte de outra matriz

A Figura 229 mostra outro exemplo de utilização desta notação.

```
 x  =

    21.    62.    56.    23.    30.    29.    50.
    75.    84.    66.    23.    93.    56.    43.
    0.     68.    72.    21.    21.    48.    26.
    33.    87.    19.    88.    31.    33.    63.
    66.    6.     54.    65.    36.    59.    40.

-->a = x(2,:)
 a  =

    75.    84.    66.    23.    93.    56.    43.
```

Figura 230: Obtendo todos os valores de uma linha de uma matriz

Ao se referenciar a uma parte de uma matriz que contém, seja todas as linhas, seja todas as colunas, é possível usar uma notação simplificada com "**:**". A Figura 230 mostra um exemplo de uso desta notação para obter todos os elementos em uma linha de uma matriz.

```
 x  =
    91.    28.    68.    40.    58.    38.    73.
    4.     12.    15.    87.    68.    92.    26.
    48.    77.    69.    11.    89.    94.    49.
    26.    21.    84.    19.    50.    34.    26.
    41.    11.    40.    56.    34.    37.    52.

-->b = x(:,3:5)
 b  =
    68.    40.    58.
    15.    87.    68.
    69.    11.    89.
    84.    19.    50.
    40.    56.    34.
```

Figura 231: Obtendo os elementos de todas as linhas nas colunas de 3 a 5

Outro exemplo está mostrado na Figura 231, onde **x(:,3:5)** designa a parte de **x** formada pelos elementos em todas as linhas e nas colunas de 3 a 5.

3.2.4 Aritmética matricial

No Scilab as variáveis são sempre matrizes e, em conseqüência, as operações aritméticas usuais (**+**, **-**, *****, **/**, **^**) são entendidas pelo Scilab como operações matriciais. Desta forma, **a*b** designa o produto matricial de uma matriz **a** por uma matriz **b**. Quando o que se deseja é uma operação elemento a elemento, os mesmos símbolos devem ser utilizados precedidos por um "**.**", como **.*** ou **.^**. Vejamos alguns exemplos.

```
-->x = [1 2 3; 4 5 6];
-->y = [10 20 30; 40 50 60];
-->x + y
 ans  =
    11.    22.    33.
    44.    55.    66.
-->x - y
 ans  =
  - 9.   - 18.   - 27.
  - 36.  - 45.   - 54.
```

Figura 232: Adição e subtração de matrizes

A Figura 232 mostra exemplos de adição e subtração de matrizes. Com estas operações são sempre feitas elemento a elemento, os operadores `.+` e `.-` não são necessários, e não existem no Scilab.

```
-->x = [1 2 3; 4 5 6]
 x  =
    1.    2.    3.
    4.    5.    6.
-->y = [10 20; 30 40; 50 60]
 y  =
    10.    20.
    30.    40.
    50.    60.
-->x * y
 ans  =
    220.    280.
    490.    640.
```

220 = 1x10 + 2x30 + 3x50

Figura 233: Exemplo de produto matricial

Na Figura 233 nós vemos um exemplo do produto matricial de duas matrizes, obtido com o operador `*`, e que segue a fórmula da álgebra linear para o produto de uma matriz x de dimensões $m \times n$ por uma matriz y de dimensões $n \times p$, resultando em uma matriz $m \times p$, onde $xy_{ij} = \sum_{k=1}^{n} x_{ik} y_{ki}$.

```
-->x = [1 2; 3 4];
-->y = [10 20; 30 40];
-->x * y
 ans  =
    70.    100.
    150.   220.
-->x .* y
 ans  =
    10.    40.
    90.    160.
```

Produto Matricial

Produto Elemento a Elemento

Figura 234: Produto matricial (*) versus produto elemento a elemento (.*) de duas matrizes

O Scilab emite uma mensagem de erro quando ocorre uma tentativa de multiplicação de matrizes com dimensões incompatíveis com a operação. A Figura 234 mostra a diferença entre as operações de produto matricial e produto elemento a elemento.

```
-->x = [1 2 3; 4 5 6];

-->x * 2
 ans  =
    2.    4.    6.
    8.    10.   12.

-->x .* 2
 ans  =
    2.    4.    6.
    8.    10.   12.
```

Figura 235: Multiplicando uma matriz por um escalar

Uma matriz pode ser multiplicada por um escalar, caso em que os operadores * e .* são equivalentes, como mostrado na Figura 235.

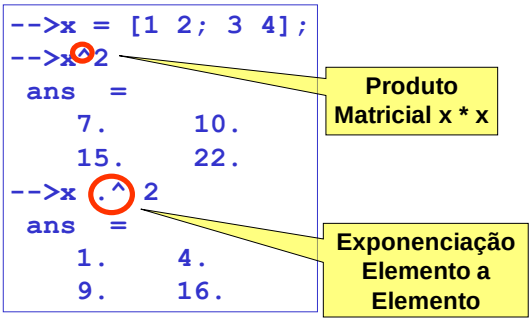


Figura 236: Exponenciação matricial (^) versus exponenciação elemento a elemento (.^)

Quanto à exponenciação, o Scilab interpreta **x^3** como **x*x*x** , ou seja como o produto matricial triplo da matriz **x** por ela mesma. o que só faz sentido quando x é uma matriz quadrada. Já **x .^ 3** é interpretado como **x .* x .* x**, ou seja, o produto triplo da matriz **x** por ela mesma, feito elemento a elemento, operação que pode ser feita com matrizes de dimensões arbitrárias. A Figura 236 mostra um exemplo da diferença entre as duas operações.

```
-->a = [1 2 3; 4 5 6]
 a  =
    1.    2.    3.
    4.    5.    6.

-->a'
 ans  =
    1.    4.
    2.    5.
    3.    6.
```

Figura 237: Transpondo uma matriz

Se **a** é uma matriz, **a'** designa a *matriz transposta* de **a**, como mostrado na Figura 237.

```
A  =
    4.    7.    6.
    2.    2.    1.
    1.    1.    6.
-->IA = inv(A)
 IA  =
  - 0.3333333    1.0909091    0.1515152
    0.3333333  - 0.5454545  - 0.2424242
    0.         - 0.0909091    0.1818182
```

Figura 238: A função inv, que produz a matriz inversa

A função **inv** produz a *matriz inversa* da matriz dada como argumento. A Figura 238 mostra um exemplo de sua utilização. Quando multiplicamos uma matriz por sua inversa esperamos obter a matriz identidade, mas não é bem isso o que mostra a Figura 239.

```
-->A * IA
 ans  =
    1.           0.   - 4.441D-16
    1.110D-16    1.   - 1.110D-16
    5.551D-17    0.     1.
-->IA * A
 ans  =
    1.     8.327D-17     0.
    0.     1.            0.
    0.     0.            1.
```

Figura 239: O produto de uma matriz por sua inversa é ligeiramente diferente da matriz identidade

Ali vemos elementos não nulos fora da diagonal principal tanto de **`A * IA`** como de **`IA *A`**. Isso é mais uma manifestação dos erros de arredondamento que ocorrem em operações aritméticas de ponto flutuante. No caso, esses erros não são motivo de preocupação, pois os elementos não nulos fora da diagonal têm valor absoluto ordens de grandeza menores que os elementos das matrizes.

Podemos usar a inversa de uma matriz para resolver um sistema de equações lineares

$$ax = b$$

onde, por exemplo,

$$a = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

e

$$b = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Relembrando, podemos resolver a equação multiplicando os dois lados por a^{-1}:

$$a^{-1}ax = x = a^{-1}b$$

Usando a console do Scilab, o sistema pode ser resolvido com a seqüência de operações mostrada na Figura 240.

```
-->a = [-2 -2 3; 2 1 1;-4 1 3]
 a  =
  - 2.  - 1.    3.
    2.    1.    1.
  - 4.    1.    3.

-->b = [-4 0 1]'
 b  =
  - 4.
    0.
    1.

-->x = inv(a)*b
 x  =
  - 0.5
    2.
  - 1.
```

Figura 240: Resolvendo um sistema de equações lineares

A precisão do resultado pode ser avaliada calculando $ax - b$, o que pode ser feito no Scilab como mostrado na Figura 241.

```
-->residuo = a*x - b
 residuo  =

    0.
  - 2.220D-16
    0.
```

Figura 241: Calculando o erro numérico da solução encontrada

3.2.5 Construindo matrizes

Vetores com valores regularmente espaçados podem ser construídos de forma similar à utilizada no comando **for**, como mostrado na Figura 242.

```
-->x = 10:13
 x  =
    10.    11.    12.    13.
-->x = 12:-0.5:10
 x  =
    12.    11.5   11.    10.5   10.
```

Figura 242: Construção de vetores regulares

Uma outra forma de se conseguir vetores com valores regularmente espaçados é com o uso da função **linspace(<valor inicial>, <valor final>, <número de pontos>)**, onde, além do valor inicial e do valor final, é fornecido o número de pontos em que se deseja dividir o intervalo, ao invés do valor do passo. A Figura 243 mostra dois exemplos de uso da função **linspace**.

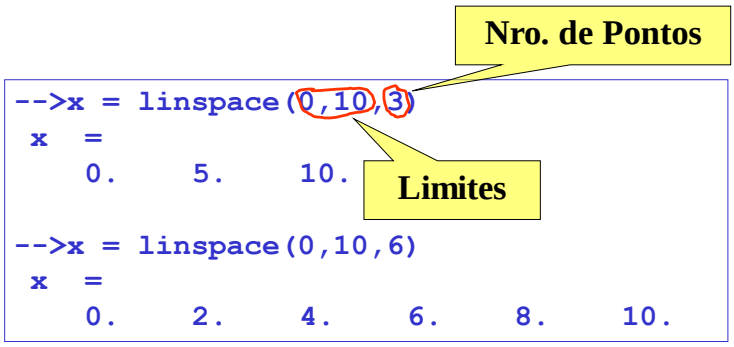


Figura 243: Usando a função linspace para construir vetores com valores regularmente espaçados

Para se obter matrizes onde todos os elementos têm o valor 0 ou o valor 1, podem ser utilizadas as funções **zeros** e **ones**, como mostrado na Figura 244.

```
-->x = zeros(2,3)
 x  =
    0.    0.    0.
    0.    0.    0.
-->y = ones(2,3)
 y  =
    1.    1.    1.
    1.    1.    1.
```

Figura 244: Matrizes com todos os elementos iguais a 0 ou iguais a 1

Outra matriz que se pode obter é a matriz identidade, através da função **eye**, como vemos na Figura 245.

```
-->I = eye(4,4)
 I  =
    1.    0.    0.    0.
    0.    1.    0.    0.
    0.    0.    1.    0.
    0.    0.    0.    1.
```

Figura 245: Obtendo uma matriz identidade com a função eye

Matrizes com elementos randômicos são muito úteis para programas que fazem simulações de eventos aleatórios, como a chegada de um carro em uma fila. A função **rand** gera matrizes onde cada elemento é um número entre 0 e 1, sorteado a cada chamada da função. A Figura 246 mostra dois exemplos de uso desta função.

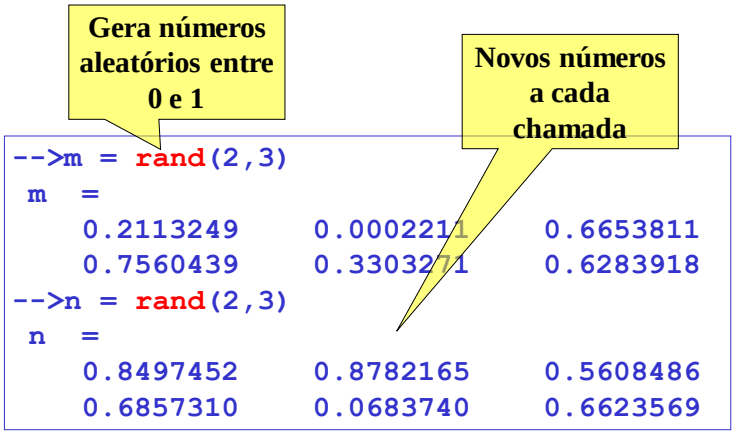


Figura 246: Matrizes randômicas

Algumas vezes é conveniente gerar matrizes aleatórias com valores inteiros entre, digamos, 0 e 100. Isto se faz com um comando como **m = int(rand(2,3)*100)**, muito útil para quem, como o autor destas linhas, necessita com freqüência de exemplos de matrizes com valores inteiros. A função **int** retorna a parte inteira de seu argumento.

```
-->x = [1 2; 3 4];
-->y = [10 20; 30 40];
-->z = [x y]
 z  =
    1.    2.    10.    20.
    3.    4.    30.    40.
-->z = [x ; y]
 z  =
    1.     2.
    3.     4.
    10.    20.
    30.    40.
```

Figura 247: Construindo matrizes por justaposição de matrizes já existentes

É possível construir matrizes a partir de matrizes já existentes. Se **x** e **y** são matrizes, **[x y]** denota uma nova matriz, com **y** ao lado de **x**, e **[x ; y]** denota uma matriz com **y** abaixo de **x**, como mostrado na Figura 247.

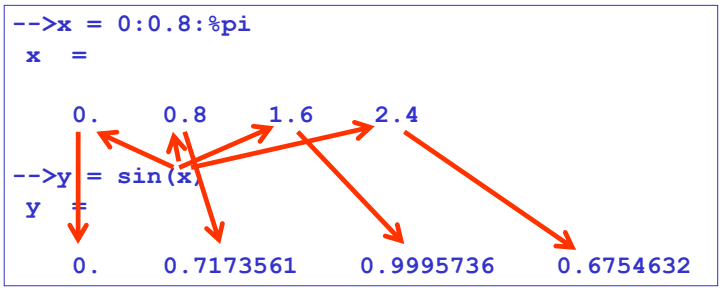


Figura 248: Gerando um vetor como resultado da aplicação de uma função elementar Scilab a um vetor

A Figura 248 mostra outra forma de se construir uma matriz a partir de uma matriz já existente, através da aplicação de uma função elementar do Scilab a uma matriz. A matriz produzida tem as mesmas dimensões da matriz passada como argumento, e cada elemento resulta da aplicação da função ao elemento correspondente da matriz original.

3.2.6 Matrizes e Gráficos

Matrizes e vetores são imprescindíveis para a construção de gráficos no Scilab. O comando mais simples para a geração de um gráfico é **`plot2d(x,y)`**, onde **`x`** e **`y`** são vetores com o mesmo número de pontos. O Scilab constrói um gráfico unindo por segmentos de reta os pontos **`(x(1), y(1))`**, **`(x(2),y(2))`** , e assim por diante até o último par de pontos.

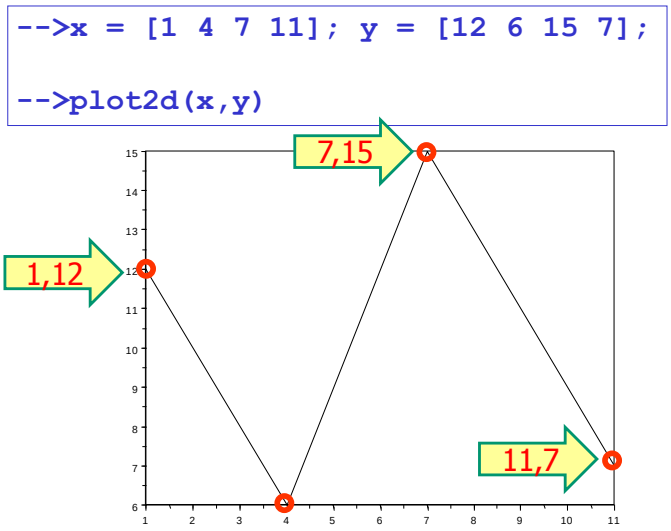


Figura 249: Exemplo de gráfico obtido com plot2d

A Figura 249 mostra um exemplo de gráfico obtido com o comando **`plot2d`**; outro exemplo está na Figura 250, que mostra que polígonos arbitrários podem ser traçados com **`plot2d`**.

Uma infinidade de parâmetros pode ser utilizada no comando **`plot2d`**, determinando cores e espessuras de linhas, tracejados, escalas, etc. Neste curso nós veremos apenas comandos básicos; você pode usar o help do Scilab para saber mais e obter um gráfico com um acabamento melhor.

```
-->x = [2 5 3 4]; y = [ 3 1 4 7];

-->plot2d(x,y)
```

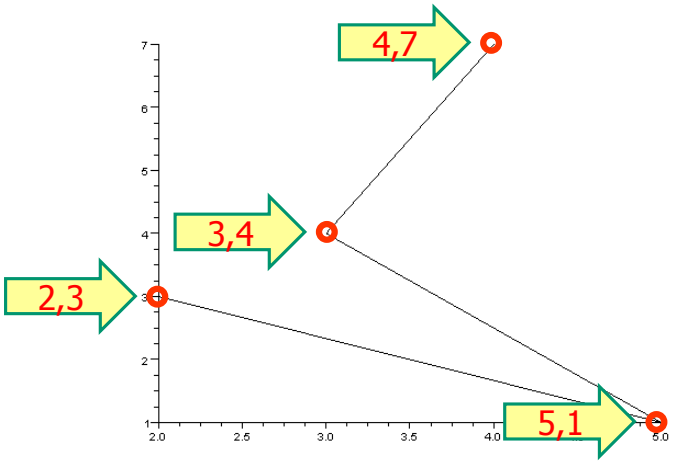


Figura 250: Outro exemplo de gráfico obtido com plot2d

Para se obter um gráfico da função seno, podemos fazer como mostrado na Figura 251. Primeiramente é gerado o vetor **x** de abscissas depois, o vetor **y** é obtido pela aplicação da função **sin** ao vetor **x**, e o comando **plot2d(x,y)** gera o gráfico.

```
-->x = 0:0.8:3*%pi;
-->y = sin(x);
-->plot2d(x,y)
```

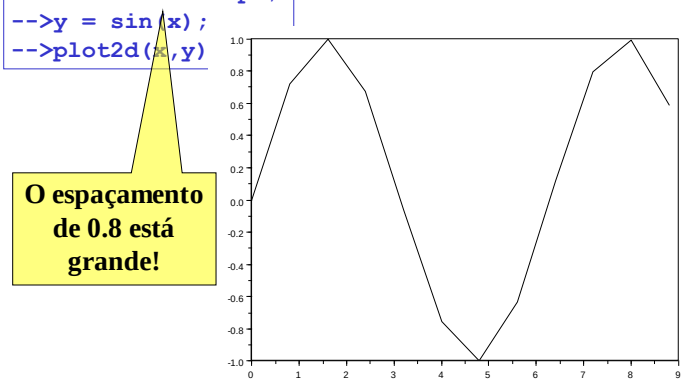


Figura 251: Gráfico da função seno com espaçamento excessivo

A curva obtida não merece bem este nome: está toda quebrada, com cotovelos visíveis. É o número de pontos utilizado para as abscissas foi pequeno para a nossa acuidade visual. Um resultado melhor (e que mostra que a geração de um vetor pela função **linspace** é mais confortável nessas ocasiões) está mostrado na Figura 252.

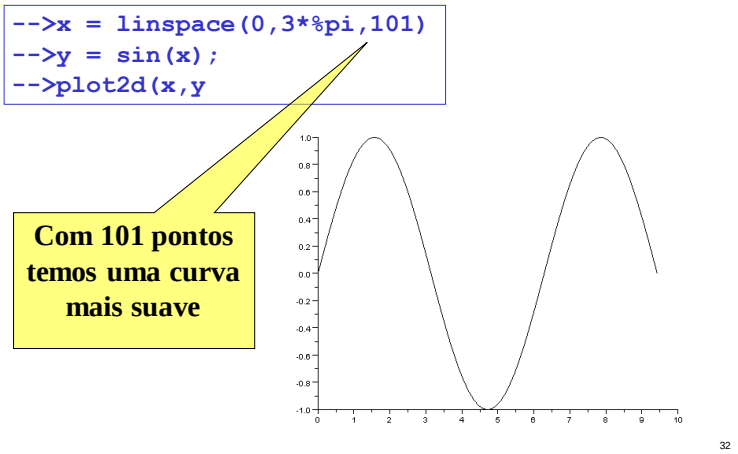


Figura 252: Gráfico da função seno com um espaçamento agradável

A função **plot2d** pode ser usada para traçar várias curvas em um único gráfico. O comando **plot2d(x,M)** , onde x é um vetor coluna, e **M** é uma matriz com o mesmo número de linhas de **x** faz um gráfico de **x** versus cada coluna de **M**.

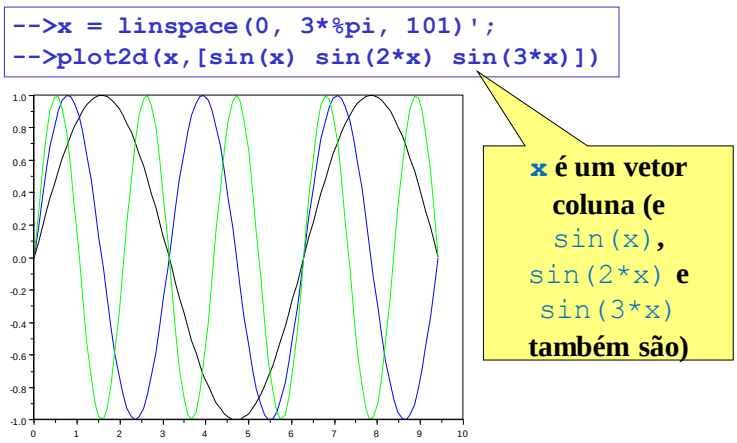


Figura 253: Gráfico com várias curvas obtido com plot2d

A Figura 253 mostra um gráfico obtido dessa forma. Repare que o vetor **x** é um vetor coluna, e que, como na Figura 247, a matriz cujas colunas são mostradas no gráfico é construída por justaposição dos vetores coluna **sin(x)** , **sin(2*x)** e **sin(3*x)** .

3.2.7 Matrizes de Strings e Arquivos

Matrizes podem ter strings como valores de seus elementos, como mostram os exemplos na Figura 254.

```
-->a = ["s1" "s2"]
 a   =
!s1   s2   !
-->b = ["s1" ; "s2"]
 b   =
!s1   !
!     !
!s2   !
```

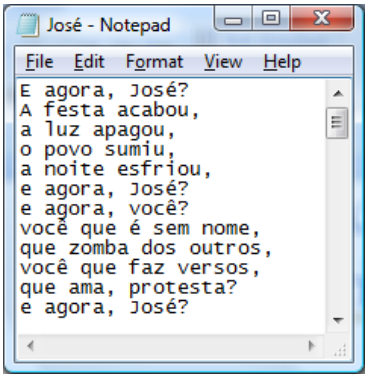
Figura 254: Exemplos de matrizes de strings

É possível ler um arquivo e transformar cada uma de suas linhas em um elemento de um vetor coluna de strings. Para isso deve ser usado o comando **mgetl(da)**, onde da é um descritor de arquivo já aberto.

```
fpath = uigetfile()
da = mopen(fpath,'r')
linhas = mgetl(da);
mclose(da);
```

Figura 255: Leitura de um arquivo como um vetor coluna de strings usando o comando mgetl

A Figura 255 mostra um uso típico do comando mgetl, precedido pela localização e da abertura do arquivo, e seguido pelo fechamento do arquivo.




```
-->linhas
 linhas  =
!E agora, José?            !
!A festa acabou,           !
!a luz apagou,             !
!o povo sumiu,             !
!a noite esfriou,          !
!e agora, José?            !
!e agora, você?            !
!você que é sem nome,      !
!que zomba dos outros,     !
!você que faz versos,      !
!que ama, protesta?        !
!e agora, José?            !
```

Figura 256: Arquivo fonte visto com o Bloco de Notas e vetor de strings obtido com o comando mgetl

Na Figura 256 nós vemos o efeito desses comandos quando o arquivo escolhido para leitura é o mostrado na parte esquerda da figura, com o famoso poema do Drummond.

3.2.8 Matrizes Numéricas e Arquivos

Os comandos já vistos na Seção 3.1.6 podem ser usados para a leitura de matrizes, mas o Scilab oferece os comandos **fscanfMat** e **fprintfMat** que facilitam muito essa tarefa. Estes comandos lêm ou gravam arquivos que contêm somente números em formato tabular, com exceção das primeiras linhas que podem conter textos. Os arquivos são lidos ou gravados com uma única execução desses comandos, que dispensam as operações de abertura e de fechamento de arquivos.

O comando **fprintfMat(arq, M, "%5.2f", Cabecalho)** grava a matriz numérica **M** no arquivo **arq**, que em suas primeiras linhas irá conter os strings que são os elementos do vetor coluna de strings chamado **Cabecalho**. Cada elemento de **M** é gravado com o formato **"%5.2f"**. O vetor de strings **Cabecalho** normalmente é usado para uma explicação sobre os campos presentes no arquivo.

```
a = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
arq = uigetfile();
Cabecalho = [" Meus Dados "; "Col1 Col2 Col3"]
fprintfMat(arq,a,"%5.2f",Cabecalho);
```

Figura 257: Gravação de uma matriz em um arquivo com fprintfMat

Na Figura 257 nós vemos um exemplo de uso do comando **fprintfMat**. O resultado deste programa é um arquivo como o mostrado na Figura 258.

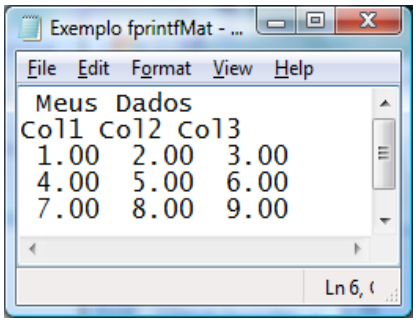


Figura 258: Arquivo gerado pelo programa da Figura 257

Se agora executarmos o programa da Figura 259, escolhendo como entrada o arquivo da Figura 258, iremos obter uma matriz **m** idêntica à matriz **a** gravada anteriormente.

```
arquivo = uigetfile();
m = fscanfMat(arquivo)
```

Figura 259: Leitura de uma matriz com o comand fscanfMat

Vamos agora ver um exemplo de aplicação de matrizes e arquivos. A Figura 260 mostra o arquivo TempoBHZ.txt exibido com o Bloco de Notas. Cada linha do arquivo contém o número de um mês, a temperatura média máxima do mês, a temperatura mínima média, a máxima record, a mínima record, e a precipitação do mês em milímetros de chuva.

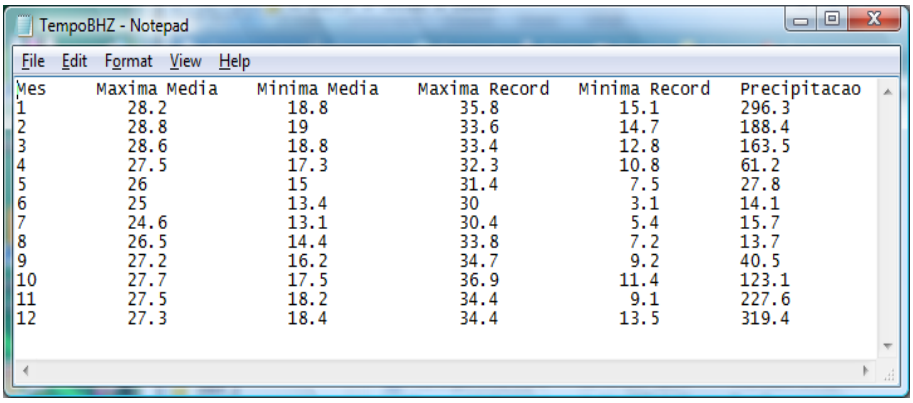


Figura 260: O arquivo TempoBHZ.txt

Nós queremos fazer um programa que:

- Leia os dados desse arquivo;
- Extraia desses dados vetores correspondentes a cada uma das colunas, conforme a Figura 260;
- Gere um gráfico que exiba simultaneamente as curvas de máxima média, mínima média, máxima record e mínima record.

Examinando o arquivo de entrada nós vemos que ele tem um formato adequado para leitura com **fscanfMat**, pois tem uma linha de cabeçalho, e os dados restantes são todos numéricos e dispostos em um formato tabular.

```
arqClima = uigetfile();
ClimaBH = fscanfMat(arqClima);
MaxMed = ClimaBH(:,2); // MaxMed = 2a coluna
MinMed = ClimaBH(:,3); // MinMed = 3a coluna
MaxRec = ClimaBH(:,4); // MaxRec = 4a coluna
MinRec = ClimaBH(:,5); // MinRec = 5a coluna
Precip = ClimaBH(:,6); // Precip = 6a coluna
plot2d([1:12],[MaxMed MinMed MaxRec MinRec],...
leg="MaxMed@MinMed@MaxRec@MinRec")
xtitle("Temperaturas Mensais em BH","Mês","Graus C");
```

Figura 261: O programa ClimaBHZ.sce

A Figura 261 mostra o programa ClimaBHZ.sce que atende a essa especificação. Como você pode ver, o programa é bastante simples, com a descoberta e leitura do arquivo, seguida das extrações das colunas, e seguida da geração do gráfico. É tão simples que aproveitamos para introduzir duas novas técnicas que podem melhorar a apresentação de um gráfico:

- o parâmetro extra de `plot2d`, `leg="MaxMed@MinMed@MaxRec@MinRec"`, que gera legendas para cada curva em no gráfico, e
- o comando `xtitle`, que determina títulos para o gráfico e para cada um dos eixos.

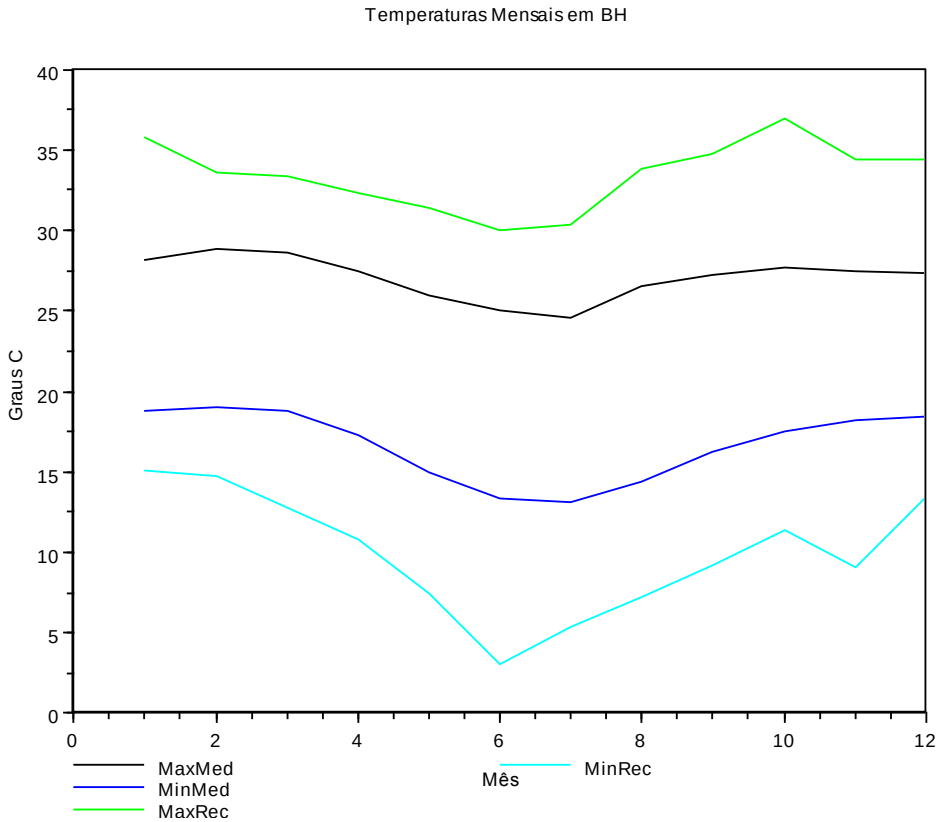


Figura 262: Gráfico gerado pelo programa da Figura 261

Na Figura 262 você pode ver o efeito destas técnicas sobre o gráfico.

3.2.9 Matrizes e expressões lógicas

O resultado de uma expressão relacional envolvendo matrizes é uma matriz de valores booleanos que resultam da expressão aplicada elemento a elemento, como mostram os exemplos na Figura 263.

```
-->a = [3 7;8 2]
 a  =
    3.    7.
    8.    2.
-->a > 5
 ans  =
  F T
  T F
```

```
-->a = [3 7; 8 2];

-->b = [5 6; 7 8];

-->a > b
 ans  =
  F T
  T F
```

Figura 263: Expressões relacionais gerando matrizes booleanas

Uma expressão relacional envolvendo matrizes pode ser empregada em um comando **if**, mas isso deve ser feito com muito cuidado, pois a cláusula **then** só será executada se *todos* os elementos da matriz booleana resultante forem iguais a **%t**. A Figura 264 mostra um exemplo, onde somente o segundo **if** tem a sua cláusula then executada, pois a matriz resultante da comparação **a > 0** tem todos os elementos iguais a **%t**.

```
-->a = [3 9; 12 1]
-->x = 0; y = 0;
-->if a > 5 then; x = 10000; end;
-->if a > 0 then; y = 10000; end;
-->[x y]
 ans  =
    0.    10000.
```

Figura 264: Exemplos de emprego de expressões relacionais matriciais em comandos if

Se **A** for uma matriz e **MB** uma matriz booleana com as mesmas dimensões de **A**, **A(MB)** designa aqueles elementos de **A** com correspondentes em **MB** iguais a **%t**. Isso nos permite selecionar elementos de uma forma elegante, como mostra a Figura 265

```
-->a = [3 9; 12 1];
-->a(a>5) = -1
 a  =
    3.  - 1.
  - 1.    1.
```

Figura 265: Exemplo de seleção de elementos de uma matriz por uma matriz booleana

3.3 Funções

Funções são uma ferramenta de modularização da mais alta importância para a programação em Scilab. Elas permitem o reaproveitamento de código, a divisão de tarefas em projetos maiores de programação, e tornam o código mais legível.

Para ilustrar o uso de funções, vamos desenvolver um programa que lê dois inteiros, n e k, e que calcula e imprime o número de combinações de n tomados k a k, dado pela fórmula

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

Temos três fatoriais a calcular, e para isso, vamos procurar reaproveitar o código que conhecemos para o cálculo do fatorial, mostrado na Figura 266.

```
fat = 1;
for i = 1:n
  fat = fat*i;
end
```

Figura 266: Trecho de código para o cálculo do fatorial

A adaptação deste código aos três fatoriais necessários para o cálculo do número de combinações nos leva ao programa mostrado na Figura 267, onde cada cálculo de fatorial está destacado, e onde o comando de saída foi omitido.

```
n=input("n="); k=input("k=");
fat_n = 1; // Cálculo do fatorial de n
for i = 2:n
  fat_n = fat_n * i;
end
fat_n_k = 1; // Cálculo do fatorial de n-k
for i = 2:(n-k)
  fat_n_k = fat_n_k * i;
end
fat_k = 1; // Cálculo do fatorial de k
for i = 2:k
  fat_k = fat_k * i;
end
nComb = fat_n/(fat_n_k * fat_k)
```

Figura 267: Programa para cálculo do número de combinações de n k a k

Você pode reparar que foram feitas três adaptações do código, uma para cada fatorial a ser calculado. Nós vamos mostrar que com o uso de funções este programa se torna muito mais claro. Para isso vamos dividir o programa em duas partes: o programa principal e a função.

```
n=input("n="); k=input("k=");
nComb = fatorial(n) / (fatorial(n-k) * fatorial(k))
```

Figura 268: Programa principal para o cálculo de combinações

O programa da Figura 268 faz a mesma coisa, utilizando a função **`fatorial`** cujo código está na Figura 269.

```
function fat = fatorial(n)
  fat = 1;
  for i = 1:n
    fat = fat*i;
  end
endfunction
```

Figura 269: A função fatorial

O programa da Figura 268 contém *chamadas* da função **`fatorial`**; como usa funções,ele recebe a designação de *programa principal*. A execução de um programa com funções se inicia pelo programa principal. A execução de uma chamada transfere o controle para a função; ao término da execução da função, o controle é devolvido para o ponto de chamada, em uma operação que chamamos de *retorno da função*.

A cada chamada, um *parâmetro* da função é utilizado, o que permite um reaproveitamento de código muito mais elegante. A leitura do programa principal é também muito mais fácil; a

intenção do programador é mais clara. Para alguém que não tivesse construído o programa da Figura 267, a percepção da similaridade entre os trechos de cálculo do fatorial pode não ser óbvia, e requer esforço de verificação. Para o próprio programador, as substituições utilizadas para a construção do programa da Figura 267 são uma fonte de enganos.

3.3.1 Sintaxe

```
function fat = fatorial(n)
  fat = 1;
  for i = 1:n
    fat = fat*i;
  end
endfunction
```

Figura 270: Palavras-chave na definição de uma função

Funções são definidas com o uso das palavras-chave **`function`** e **`endfunction`**, que delimitam o código da função.

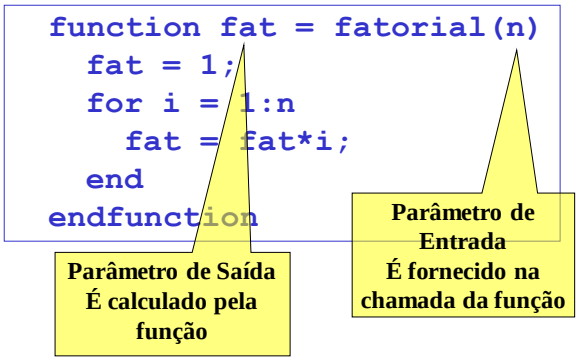


Figura 271: Parâmetros formais de entrada e de saída da função

A função **`fatorial`** que escrevemos possui um *parâmetro formal de entrada*, **`n`**, e um *parâmetro formal de saída*, **`fat`**. Parâmetros formais são definidos no código da função, onde são utilizados como variáveis normais. Entretanto, parâmetros formais só existem durante a execução da função.

Por contraste, os parâmetros usados em chamadas de uma função são chamados de *parâmetros reais*, que podem ser variáveis ou expressões. No início da execução da função cada parâmetro formal recebe o valor do parâmetro real correspondente; a correspondência é estabelecida pela ordem dos parâmetros.

A execução da função deve calcular um valor para o parâmetro formal de saída; este valor é substituído na expressão que contém a chamada da função. Alterações feitas pela função sobre parâmetros formais não afetam os parâmetros reais.

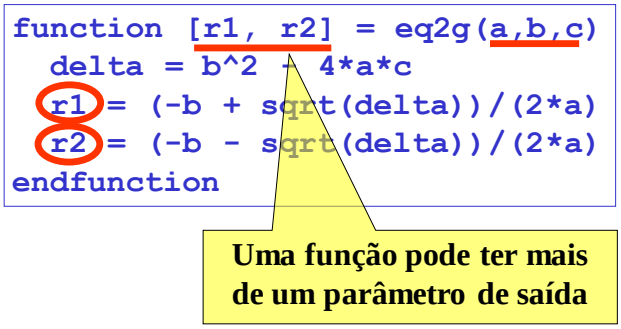


Figura 272: Função com dois parâmetros formais de saída

Uma função pode ter mais de um parâmetro formal de saída; a Figura 272 mostra um exemplo de definição e de chamada de uma função com dois parâmetros formais de saída.

Uma função cria um espaço novo para variáveis, que podem ter nomes iguais aos de variáveis já definidas no programa principal. Variáveis definidas por uma função são chamadas *variáveis locais*. Na função da Figura 269 a variável `i` é uma variável local; o programador desta função não precisa se preocupar com qualquer outra variável de mesmo nome definida no programa principal. Essa delimitação de escopo de variáveis é uma propriedade essencial para permitir o desenvolvimento de funções por programadores independentes; se não existisse, todos os programadores participantes de um projeto de maior vulto teriam que se preocupar com a escolha de nomes de variáveis não utilizados por seus colegas.

3.3.2 Funções, arquivos fonte e o Scilab

Uma função é normalmente escrita em um arquivo com o mesmo nome da função, e com a extensão .sci, distinta dos arquivos com programas principais Scilab, que têm a extensão .sce.

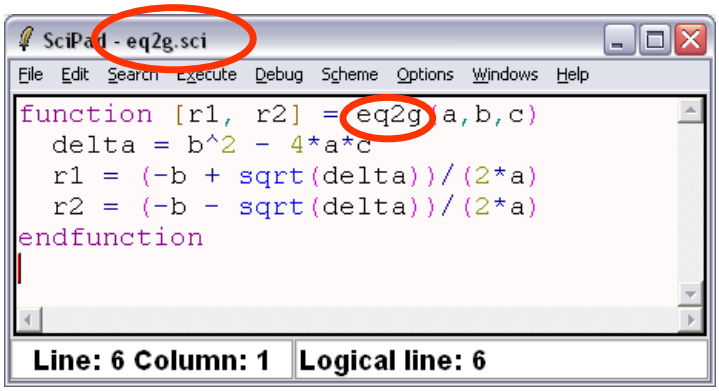


Figura 273: Um arquivo com uma função aberto no Scipad

A Figura 273 mostra o arquivo com a função da Figura 272 aberto no Scipad, onde você pode reparar que o arquivo e a função têm o mesmo nome, sendo que o arquivo tem a extensão .sci.

A mera existência de um arquivo com uma função não basta para que o Scilab saiba de sua existência. É necessário incorporar a função ao Scilab, o que pode ser feito com o comando

```
getf(<nome do arquivo com a função>)
```

que deve ser colocado no programa principal. Um exemplo de uso do comando `getf` está mostrado na Figura 274.

```
getf("fatorial.sci")
n=input("n="); k=input("k=");
nComb = fatorial(n) / (fatorial(n-k) * fatorial(k))
```

Figura 274: Programa principal para o cálculo de combinações com o comando getf

Atenção: o arquivo com a função deve estar no mesmo diretório em que se encontra o programa principal, e este deve ser o diretório corrente do Scilab (veja a Seção 3.1).

Parâmetros de entrada e de saída de uma função podem ser qualquer coisa: números, strings, booleanos, arrays de qualquer tipo, e até mesmo outra função! A Figura 275 mostra um exemplo de uma função que recebe uma função **f** como parâmetro e que faz o seu gráfico para um vetor **x**.

```
function PlotaPontos(f,x)
  y = f(x);
  plot2d(x,y,style=-1);
endfunction
```

Figura 275: Uma função que faz o gráfico de outra função recebida como parâmetro

O cálculo de combinações é uma operação que pode ser aproveitada em outras ocasiões. Como vimos, o código de uma função é mais facilmente reaproveitado do que o código de um programa. Uma boa idéia é então transformar o programa da Figura 274 em uma função, o que resulta no código mostrado na Figura 276.

```
function nComb = Combinacoes(n,k)
  nComb = fatorial(n) /  (fatorial(n-k) * fatorial(k))
endfunction
```

Figura 276: Uma função para o cálculo do número de combinações de n k a k

Um programa principal equivalente ao da Figura 268 está mostrado na Figura 277. Você deve reparar no encadeamento de chamadas: o programa principal chama a função **Combinacoes**, que por sua vez chama por três vezes a função **fatorial**.

```
getf("Combinacoes.sci")
getf("fatorial.sci")
n=input("n="); k=input("k=");
printf("nComb(%d,%d) = %d",n,k,Combinacoes(n,k))
```

Figura 277: Um programa principal que usa a função Combinacoes

A Figura 278 ilustra o encadeamento das chamadas neste programa.

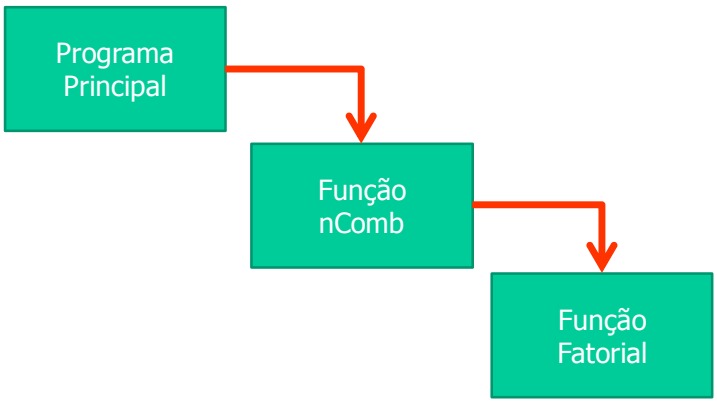


Figura 278: Encadeamento de chamadas

3.3.3 Funções, Matrizes, Loops e Indução

Nesta seção nós apresentamos um roteiro que explora matrizes, loops e idéias da indução matemática para desenvolver duas funções que poderão ser aproveitadas em algoritmos mais complexos. Crie um diretório de trabalho, abra o Scilab e use o menu *File/Change Directory* para mudar para este diretório de trabalho. Depois abra o Scipad, clicando sobre o menu *Applications/Editor* no Scilab.

3.3.3.1 Soma dos Elementos de um Vetor

Como um primeiro exemplo, vamos programar uma função para calcular a soma de todos os elementos de um vetor **A**. O primeiro passo para desenvolver uma função é a determinação de suas entradas e de suas saídas. Qual é a idéia? Vamos fornecer à função um vetor, e esta função deve retornar um único valor com a soma de todos os elementos. Em outras palavras, esta função tem um único parâmetro de entrada, o vetor, e um único parâmetro de saída, a soma. Com isto podemos começar a escrever nossa função usando o Scipad, como mostra a Figura 279

```
function s = Soma(A)
  // Calcula a soma dos elementos do vetor A
endfunction
```

Figura 279: Cabeçalho da função Soma

Salve este arquivo no seu diretório de trabalho com o nome **Soma.sci**. Com isto já escrevemos o *cabeçalho* da função, ou seja:

- demos um nome significativo à função,
- determinamos e demos nomes para seus *parâmetros formais* de entrada e de saída.

Como vimos, parâmetros formais são utilizados no código da função; p*arâmetros reais* são os parâmetros utilizados no momento da chamada da função. Tanto para entender melhor a relação entre parâmetros formais e reais como para testar a nossa função, vamos construir um programa que irá utilizar a função **Soma**, gerando e calculando a soma dos elementos de vetores aleatórios. Para isto, no Scipad use o menu *File/New*, digite um programa como o da , Figura 280, e salve-o com o nome **TestaSoma.sce**.

```
// Programa que testa a função Soma
a = int(10*rand(1,4))
sa = Soma(a);
printf("\n Soma = %g",sa);
b = int(10*rand(1,6))
sb = Soma(b);
printf("\n Soma = %g", sb);
c = int(10*rand(1,9))
sc = Soma(c);
printf("\n Soma = %g",sc);
```

Figura 280: O programa TestaSoma.sce

O programa irá gerar 3 pequenos vetores de inteiros entre 0 e 10 e, para cada um deles, irá imprimir seus valores e também o valor calculado pela função **Soma**. Repare que o "**;**" foi omitido nos comandos de criação dos vetores aleatórios para que o Scilab imprima automaticamente os seus valores. Repare também que a função **Soma** é chamada com três parâmetros reais distintos de entrada: na primeira chamada, **a**, um vetor com 4 elementos, na segunda, **b**, com 6 elementos, ena terceira, **c**, com 9 elementos, e com três parâmetros reais distintos de saída: **sa**, **sb** e **sc**. A cada chamada da função seus parâmetros formais (**s** e **A**) são mapeados nos parâmetros reais correspondentes.

O funcionamento da função **Soma** poderá ser verificado por inspeção visual dos resultados, talvez com o auxílio de uma planilha ou de uma calculadora.

Temos agora que avançar no desenvolvimento da função **Soma**. Para isto, é uma boa idéia utilizar, no Scipad, o menu *Windows/Split(side by side),* o que nos leva a uma janela como a da Figura 281, onde podemos ver simultaneamente os códigos da função e do programa testador.

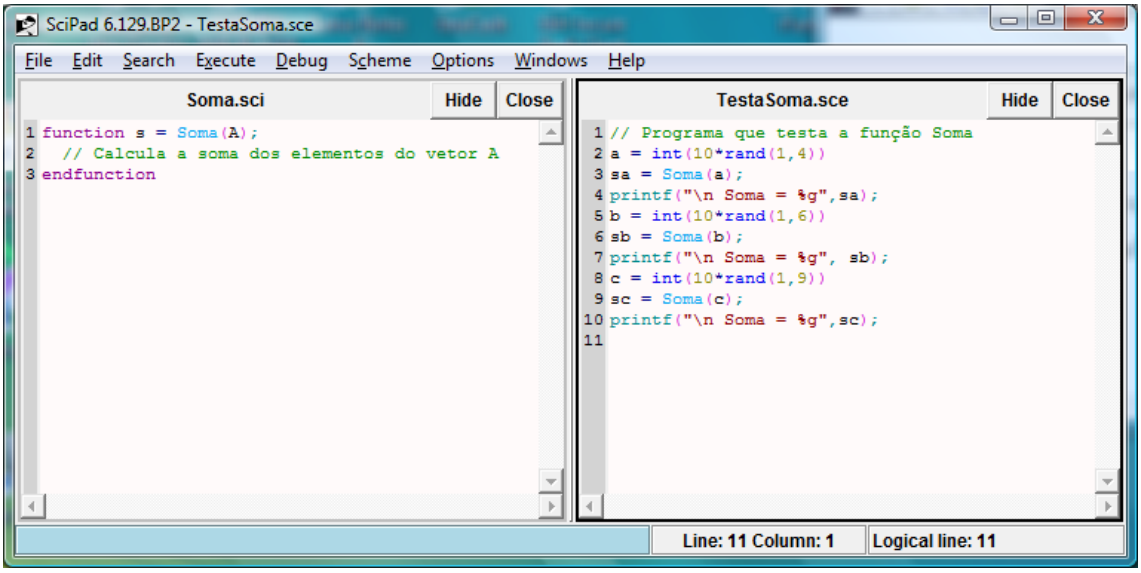


Figura 281: Tela do Scipad dividida em duas janelas pelo menu Windows/Split(side by side)

Como faremos para calcular a soma de todos os elementos do vetor **A**? Vamos avançar aos poucos. Suponhamos que uma variável **s** contenha o valor dos primeiros **k** elementos de **A**, ou seja, suponhamos que de alguma forma nós conseguimos colocar em **s** o valor de **A(1) + A(2) + ... + A(k)**. Não é difícil ver que, se fizermos **s = s + A(k+1)**, **s** passará a conter o valor dos primeiros **k+1** elementos de **A**. Se depois disso fizermos **s = s + A(k+2)**, **s** passará a conter o valor dos primeiros **k+2** elementos de **A**. Se repetirmos este passo até atingir o último elemento de **A**, teremos em **s** a soma de todos os elementos de **A**, como desejávamos. A Figura 282 ilustra um passo deste algoritmo.

Sabemos portanto como avançar no cálculo da soma, mas como começar? No caso, é simples. Quando `k=0`, a parte do vetor com os `k` primeiros elementos é vazia, e portanto, sabemos que `s = 0` para `k = 0`.

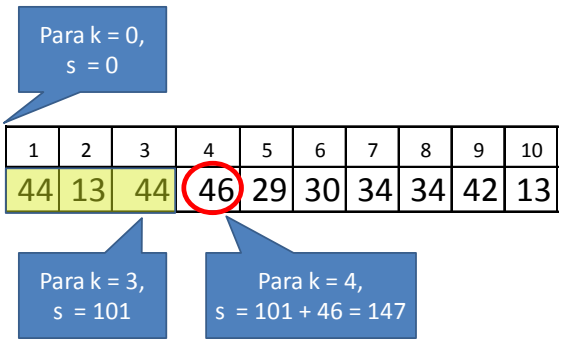


Figura 282: Um passo do algoritmo de soma

Falta ainda saber como terminar, dado que, a cada chamada, a função poderá receber argumentos reais de tamanhos diferentes. O problema é que, ao programar a função, não se sabe qual é o tamanho do parâmetro formal `A`. Para isto a função `length` é de grande valia. Se `M` é uma matriz, `length(M)` retorna o produto do número de linhas pelo número de colunas de `M`. Se `M` é um vetor, ou bem o número de linhas ou bem o número de colunas de `M` é igual a 1, e portanto, `length(M)` nos fornece o número de elementos de `M`.

Com isto chegamos à versão final da função `Soma`, mostrada na Figura 283.

```
function s = Soma(A);
  // Calcula a soma dos elementos do vetor A
  s = 0;
  for k = 1:length(A)
    s = s + A(k);
  end
endfunction
```

Figura 283: Versão final da função Soma

Já podemos portanto testar o nosso programa. Fazendo *File/Exec* no Scilab, e selecionando o arquivo TestaSoma.sce, temos entretanto uma surpresa desagradável: uma mensagem de erro, como mostra a Figura 284.

```
sa = Soma(a);
              !--error 4
undefined variable : Soma
at line       3 of exec file called by :
dores\Scilab\TestaSoma.sce');disp('exec done')
```

Figura 284: Erro ao tentar executar o programa TestaSoma

O que aconteceu é que o Scilab, ao executar o programa TestaSoma, não estava ciente da existência da função Soma. Nos esquecemos de usar a função `getf("arquivo com função")` no programa principal. Corrigindo isso, chegamos ao formato final do programa testador, mostrado na Figura 285.

```
// Programa que testa a função Soma
getf("Soma.sci");
a = int(10*rand(1,4))
sa = Soma(a);
printf("\n Soma = %g\n",sa);
```

```
b = int(10*rand(1,6))
sb = Soma(b);
printf("\n Soma = %g\n", sb);
c = int(10*rand(1,9))
sc = Soma(c);
printf("\n Soma = %g\n",sc);
```

Figura 285: O programa TestaSoma.sce, agora com getf

É importante notar que os arquivos TestaSoma.sce e Soma.sci devem estar em um mesmo diretório, e este deve ser o diretório corrente do Scilab. A tela abaixo mostra uma possível saída deste programa.

```
-->exec('C:\Documents and
Settings\usuario\Desktop\Scilab\TestaSoma.sce');disp('exec
done');
a  =
    3.    3.    2.    5.
 Soma = 13
 b  =
    4.    3.    5.    5.    4.    2.
 Soma = 23
 c  =
    6.    4.    9.    0.    4.    2.    4.    2.    1.
 Soma = 32
 exec done
```

Figura 286: Uma possível saída do programa TestaSoma.sce

3.3.3.2 *Menor Valor Presente em um Vetor*

Neste exemplo nós iremos desenvolver uma função que encontra o menor valor presente em um vetor. O primeiro passo é também a escrita do cabeçalho da função, que pode ser visto na Figura 287.

```
function m = Minimo(A)
  // Encontra o menor valor presente no vetor A
endfunction
```

Figura 287: Cabeçalho da função Minimo

Nossa função tem portanto:

- um nome significativo, **Minimo**;
- um parâmetro formal de entrada, **A**, que deve ser um vetor do qual se quer saber o valor do menor elemento,
- e um parâmetro formal de saída, **m**, que deve receber na execução da função este valor do menor elemento de **A**.

Feche o Scipad se ele já tiver arquivos abertos e o abra novamente para construir esta função. Salve a função em um arquivo Minimo.sci em seu diretório de trabalho.

Precisamos também desenvolver um programa testador para a função, e podemos fazê-lo a partir do programa TestaSoma.sce. Para isto, use o Scipad para abrir o programa TestaSoma.sce e use o menu *File/Save as* para salvá-lo com o nome TestaMinimo.sce. Use também o menu *Windows/Split (side by side)* para conseguir trabalhar simultaneamente com os dois arquivos do seu programa.

Muito bem, temos o cabeçalho da função **Minimo**, temos um programa testador, e agora vamos desenvolver a função propriamente dita. Vamos procurar seguir um raciocínio similar ao utilizado para o cálculo da soma dos elementos de um vetor. Suponhamos que uma variável **m** contenha em um dado momento o menor valor entre os primeiros **k** elementos do vetor. Para avançar é simples:

- comparamos o valor de **m** com o valor de **A(k+1)** ;
- se **m** for menor ou igual a **A(k+1)** , seu valor já é também o menor entre os primeiros **k+1** elementos do vetor (podem haver empates, mas isto não é um problema) e pode permanecer inalterado;
- se **m** for maior que **A(k+1)** , devemos fazer **m = A(k+1)** para que seu valor passe a ser o menor entre os primeiros **k+1** elementos do vetor.

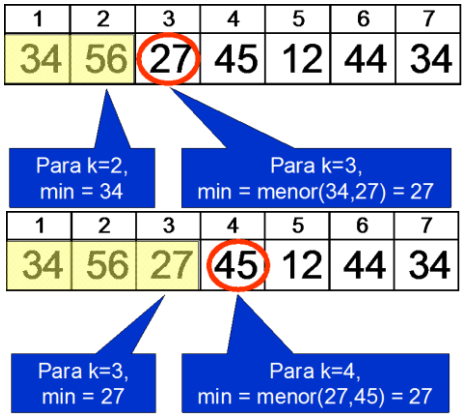


Figura 288: Dois passos do algoritmo que encontra o menor valor presente em um vetor

A Figura 288 ilustra dois passos deste algoritmo. Não é difícil acreditar que nós encontraremos o menor valor presente no vetor aplicando repetidamente os passos acima até encontrarmos o limite superior do vetor.

Precisamos entretanto de um ponto de partida para o algoritmo. Isto pode ser facilmente obtido, pois é claro que, para **k == 1** , **A(1)** é o menor elemento entre os **k** (=1) primeiros elementos de **A**, não é? Podemos agora chegar à versão final da função **Minimo**, mostrada na Figura 289.

```
function m = Minimo(A)
  // Encontra o menor valor presente no vetor A
  m = A(1);
  for k = 2:length(A)
    if m > A(k)
      m = A(k);
    end
  end
endfunction
```

Figura 289: A função Mínimo

Execute agora o programa TestaMinimo.sce; você deverá obter uma saída parecida com a Figura 290.

```
a  =
   5.    4.    2.    8.
Mínimo = 2
b  =
   1.    2.    8.    8.    5.    9.
Mínimo = 1
c  =
   6.    9.    0.    7.    4.    6.    8.    0.    8.
Mínimo = 0
exec done
```

Figura 290: Saída do programa TestaMinimo.sce

3.3.4 Recursividade

Nós vimos que uma função pode chamar outra função, que pode chamar outra função, que pode chamar outra função, em um encadeamento de chamadas de profundidade arbitrária. Uma função pode também chamar a si própria, o que a torna uma *função recursiva*. Nós veremos ao longo desse curso que uma formulação recursiva é muitas vezes a forma mais natural para a descrição de um algoritmo.

Como um primeiro exemplo, vamos mostrar uma função recursiva para o cálculo do fatorial de um número. Nós sabemos que

$$1! = 1$$

e que, para $n > 1$,

$$n! = n.(n-1)!$$

A função `fatorialR` na Figura 291 calcula o fatorial de um número usando de forma muito natural essas equações.

```
function fat = fatorialR(n)
  if n > 1 then
    fat = n*fatorialR(n-1)
  else
    fat = 1
  end
endfunction
```

Figura 291: Função recursiva para o cálculo do fatorial

Para compreender melhor o funcionamento da execução de uma função recursiva, considere o programa FatorialR_Teste da Figura 292.

```
// Teste de FatorialR
getf("FatorialR.sci");
n = input("n = ");
while n > 0 do
  printf("\n%d! = %d",n,FatorialR(n));
  n = input("n = ");
end
```

Figura 292: Programa TestaFatorialR.sce

Considere também a versão de `fatorialR` da Figura 293, onde também colocamos comandos `printf` envolvendo a chamada (recursiva) da função.

```
function fat = FatorialR(n)
  // Comente os printf para não imprimir
  printf("\nIniciando FatorialR(%d)",n);
  if n > 1 then
    fat = n * FatorialR(n-1);
  else
    fat = 1;
  end
  printf("\nRetornando Fatorial(%d) = %d",n,fat)
endfunction
```

Figura 293: A função fatorialR, instrumentada para acompanhamento de sua execução

A execução deste programa pode gerar a saída mostrada na Figura 294, onde acrescentamos chaves para indicar a correspondência entre chamadas e retornos da função.

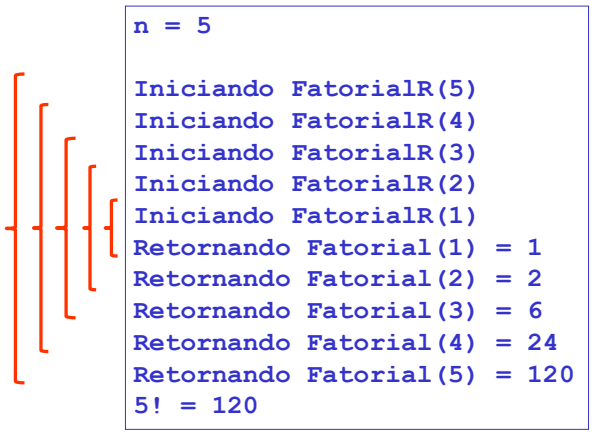


Figura 294: Saída do programa TestaFatorialR.sce

Chamadas e retornos de funções seguem um mecanismo clássico em computação, chamado de *pilha*. Em uma pilha de livros normalmente coloca-se um novo livro encima da pilha, e retira-se o livro no topo da pilha.

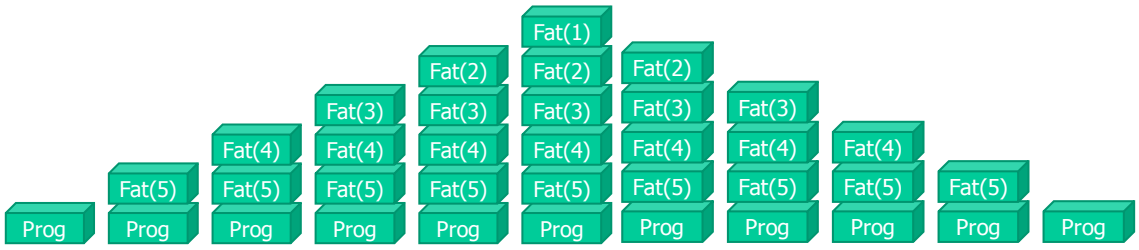


Figura 295: Pilha de execução de FatorialR

A Figura 295 ilustra a evolução da pilha de execução do programa TestaFatorialR.sce quando executado com `n == 5`. No início somente o programa principal está em execução. A primeira chamada de `FatorialR` é feita com o parâmetro real 5. Temos neste momento o programa principal e uma instância da função em execução. Mas o cálculo do fatorial de 5 exige outra chamada de FatorialR, desta vez com o parâmetro real 4, o que nos leva a ter em execução o programa principal e duas instâncias de `FatorialR`. Para o cálculo do fatorial de 4, precisamos do fatorial de 3, e assim vamos até chegarmos a uma pilha com o programa principal e cinco instâncias de `FatorialR`, que na última vez terá sido chamada com o parâmetro real 1.

Com o parâmetro real igual a 1 `FatorialR` retorna sem outra chamada recursiva, o que reduz a quatro o número de instâncias em execução. Isso marca o início de uma sequência de

retornos e de desempilhamentos, até termos novamente somente o programa principal em execução.

A recursividade é portanto uma outra forma de se prescrever um comportamento repetitivo para um programa. É possível por exemplo formular o algoritmo de descoberta do menor valor presente em um vetor como uma função recursiva. Uma possibilidade usa a seguinte relação de recorrência:

- se `length(A) == 1`, o menor valor presente em `A` é `A(1)`
- se `length(A) > 1`, o menor valor presente em `A` é o menor entre `A(1)` e o menor valor presente em `A(2:length(A))`

o que nos leva a uma formulação recursiva do mesmo algoritmo que usamos na função Minimo. Outra relação de recorrência que pode ser usada é:

- se `length(A) == 1`, o menor valor presente em `A` é `A(1)`
- se `length(A) > 1`, o menor valor presente em `A` é o menor dentre (o menor valor presente na metade esquerda de `A`) e (o menor valor presente na metade direita de `A`)

A partir desta segunda relação de recorrência nós podemos derivar a função recursiva da Figura 296.

```
function m = MinimoR(x)
  if length(x) == 1 then
    m = x(1)
  else
    half = int(length(x)/2);
    minLeft = MinimoR(x(1:half));
    minRight = MinimoR(x(half+1:length(x)));
    if minLeft <= minRight then
      m = minLeft
    else
      m = minRight
    end
  end
endfunction
```

Figura 296: Função MinimoR, recursiva

3.3.5 Funções e Desenvolvimento Top-down

Uma técnica comum de programação é a utilização da chamada de uma função antes do desenvolvimento da própria função, em uma técnica conhecida como desenvolvimento *top-down*. Em um certo momento do desenvolvimento, o programador é capaz de especificar *o que* ele quer que a função faça, deixando para depois o trabalho de determinar *como* fazê-lo.

Vamos aqui ilustrar o emprego de desenvolvimento top-down para construir um programa que:

- Leia uma série de números inteiros maiores ou iguais a 2
- Para cada número lido, encontre o menor número primo que seja maior ou igual a ele. Por exemplo, se o número lido for 4, o programa deve encontrar o número primo 5; se for 11, o programa deve encontrar 11, que já é primo. Da matemática nós sabemos que o conjunto de números primos é infinito, ou seja, que sempre existe um número primo maior ou igual a um número dado.
- O programa deve terminar quando o usuário entrar com um número menor que 2.

Construir um programa que, seguindo a estrutura mostrada na Figura 207, leia uma série de dados, faça alguma coisa com eles, e termine conforme o desejo do usuário, é uma idéia que já foi explorada por diversas vezes neste curso. Encontrar o menor primo maior ou igual a um número lido nos parece complicado, mas vamos dar início ao desenvolvimento do programa deixando isso para depois. Veja uma proposta na Figura 297.

```
n = input("n = (use n < 2 se quiser parar):");
while n >= 2
  // Encontra o menor primo >= n
  // e imprime o resultado
  printf("O menor primo >= %d é %d",...
  n,MenorPrimoMaiorOuIgualA(n))
  // Lê n
  n = input("n = (use n < 2 se quiser parar):");
end
```

Figura 297: Programa principal para Menor Primo >= n

Podemos ver que o programa principal cuida da interação com o usuário, empurrando o problema de se encontrar o menor primo para uma função **MenorPrimoMaiorOuIgualA**, que ainda não existe. Não existe, mas já demos a ela um nome significativo, e especificamos que:

- A função tem um único parâmetro de entrada, que é o número digitado pelo usuário
- A função deve retornar o número primo que desejamos.

Ou seja, já definimos o cabeçalho da função **MenorPrimoMaiorOuIgualA**. Muito bem, vamos agora encarar o seu desenvolvimento. O algoritmo é simples: vamos testar sequencialmente os inteiros a partir do número lido, parando ao encontrar um número primo. Sim, mas como vamos saber se um inteiro é primo? Não vamos nos preocupar com isso agora. Outra vez, vamos especificar uma função e adiar o problema. Veja a Figura 298.

```
function p = MenorPrimoMaiorOuIgualA(n)
  p = n;
  while ~Primo(p)
    p = p+1
  end
endfunction
```

Figura 298: A função MenorPrimoMaiorOuIgualA

Como funciona a função **Primo**, não sabemos ainda, mas especificamos que:

- a função tem um parâmetro formal de entrada, **n**, que é o número que queremos testar se é ou não primo;
- o resultado do teste é o parâmetro formal de saída, que deve ser %t se o número for primo, e %f senão.

Para saber se um número n é primo vamos decompô-lo como um produto de fatores inteiros satisfazendo $n = pq$. Um número inteiro n maior ou igual a 2 é primo se seus únicos fatores são 1 e o próprio n. A função **Primo** pode então ser escrita como mostrado na Figura 299,

```
function ehPrimo = Primo(n)
  ehPrimo = (n == MenorFator(n));
endfunction
```

Figura 299: A função Primo

Precisamos agora desenvolver a função **MenorFator**. O algoritmo que vamos utilizar é bastante direto: vamos usar um inteiro **p**, com valor inicial 2, e que iremos a cada passo de um loop incrementar e testar se ele é um divisor. Para este teste vamos usar a função Scilab **modulo(n,p)** , que calcula o resto da divisão de **n** por **p**. O loop para ao encontrar o primeiro divisor, o que sempre acontece pois **n** é divisível por **n**. Ao término do loop, **p** contém o menor divisor de **n**.

```
function p = MenorFator(n)
  p = 2;
  while modulo(n,p) <> 0
    p = p + 1;
  end
endfunction
```

Figura 300: A função MenorFator

Com isso nós terminamos o desenvolvimento do nosso programa. É importante que você observe os ganhos obtidos com esse enfoque:

- Ao desenvolver o programa principal, nós nos preocupamos com a interação com o usuário e, exceto pela definição de funcionalidade, pudemos esquecer do problema de encontrar o número primo que desejamos;
- Ao desenvolver a função **MenorPrimoMaiorOuIgualA**, nós esquecemos da interação com o usuário e nos preocupamos somente com a pesquisa seqüencial por um primo a partir de um número dado; saber se um número é primo é também um problema deixado para outro momento;
- Ao desenvolver a função **Primo**, nosso foco é simplesmente descobrir um algoritmo para saber se um número inteiro é primo ou não; todo o contexto restante pode ser esquecido. Para isso o parâmetro de entrada **n** é comparado com o seu menor fator, e a descoberta deste menor fator é deixada para depois;
- Ao desenvolver a função **MenorFator**, a única preocupação é encontrar o menor divisor de um número inteiro.

É esta divisão de tarefas que permite o domínio de programas mais complexos. O desenvolvimento de cada função pode ser feito por um desenvolvedor em momentos diferentes, ou por pessoas distintas em uma mesma equipe.

3.3.6 Desenhando Mapas

Para se desenhar um polígono usando o Scilab basta colocar as coordenadas de seus vértices em vetores **x** e **y** de mesmo tamanho, e executar **plot2d(x,y)**. Por exemplo, a sequência de comandos executados na console do Scilab

```
--> x = [1 2 3 4 2 1];
--> y = [1 2 1 2 4 1];
--> plot2d(x,y,rect=[0 0 6 6]);
```

(onde o parâmetro **rect** indica as coordenadas de um retângulo que determina os limites de exibição) produz o gráfico mostrado na Figura 301.

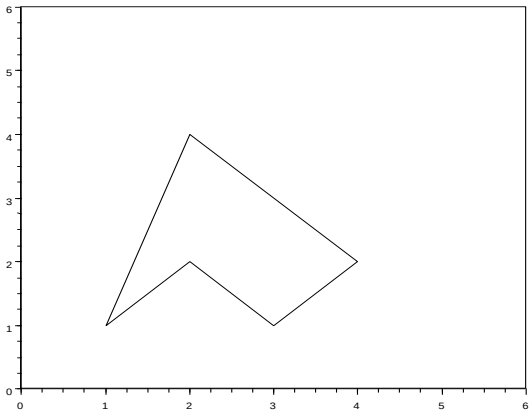


Figura 301: Um polígono

Se quisermos acrescentar outro polígono, podemos fazer

```
--> w = [4 5 5 4];
--> z = [0.5 0.5 1.5 0.5];
--> plot2d(w,z);
```

obtendo o gráfico mostrado na Figura 302.

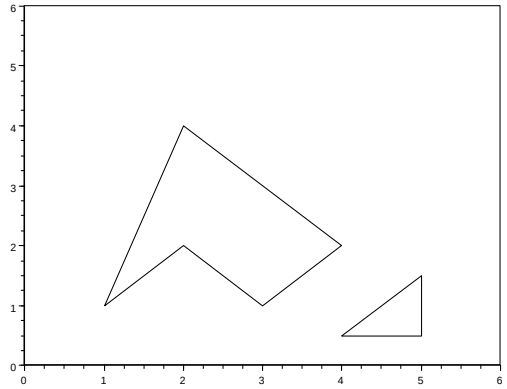


Figura 302: Dois polígonos

Repare que foram utilizados dois pares de vetores, um para cada polígono desenhado. Quando temos muitos polígonos a desenhar, como é o caso do mapa que faremos em seguida, torna-se interessante representar todos os polígonos em um único par de vetores com as coordenadas de todos os vértices. É preciso entretanto encontrar um meio de informar ao Scilab quais são os pontos que separam dois polígonos. Isto porque se fizermos

```
--> X = [x w];
--> Y = [y z];
--> plot2d(X,Y,rect=[0 0 6 6]);
```

vamos obter o desenho da Figura 303, onde o ponto final do primeiro polígono e o ponto inicial do segundo polígono foram (naturalmente) “emendados” pelo Scilab.

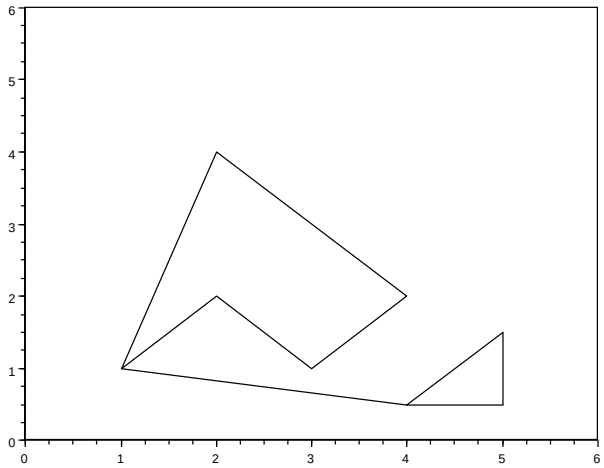


Figura 303: Efeito não desejado ao traçar dois polígonos

Este problema é resolvido inserindo-se pares de pontos com coordenadas iguais a **%inf** (representação de infinito em ponto flutuante; veja a Seção 2.1) para indicar ao Scilab os pontos de separação entre dois polígonos. Experimente agora fazer, na console do Scilab,

```
--> X = [x %inf w];
--> Y = [y %inf z];
--> clf
--> plot2d(X,Y,rect=[0 0 6 6]);
```

e você obterá a figura desejada, com polígonos separados. O comando **clf** limpa a janela gráfica do Scilab.

Um mapa simples pode ser representado por uma tabela de pares latitude-longitude. Em princípio estas tabelas podem ser utilizadas diretamente para o desenho dos mapas utilizando a função **plot2d** mas, como já vimos, é necessário algum mecanismo para separar os polígonos isolados representando cada ilha, lago ou continente.

No nosso site, faça o download do arquivo **world.txt** (que obtivemos na referência (Wolffdata), e de onde retiramos grande parte desta seção), e abra-o utilizando o Bloco de Notas (Notepad). Um pequeno exame desse arquivo basta para verificar que a separação entre os polígonos está ali representada pelas coordenadas com valores 9999.

Faça agora um programa que

1) Leia este arquivo em uma matriz **Mapas**. Use para isto as funções **uigetfile** e **fscanfMat**.
2) Extraia desta matriz dois vetores, **Lat** e **Long**, correspondendo às duas colunas da matriz lida.
3) Utilize uma função **colocaInfinito** para substituir nos vetores **Lat** e **Long** os valores 9999 por **%inf**. Para isto construa na sua função um loop que faça uma varredura completa do vetor que receberá como parâmetro de entrada, e fazendo a substituição quando for o caso. Use a função **length(x)** (que devolve o número de elementos em um vetor linha ou coluna) para determinar o limite superior de seu loop.
4) Use **plot2d** para obter o desenho do mapa representado no arquivo.
5) Utilize uma função **suaviza** para construir os vetores **LatS** e **LongS** a partir dos vetores **Lat** e **Long**, utilizando a regra

```
LatS(i) = (Lat(i-1)+Lat(i)+Lat(i+1))/3
```

se `Lat(i-1)`, `Lat(i)` e `Lat(i+1)` forem diferentes de infinito, e `LatS(i) = Lat(i)` no caso contrário. Esta regra deve ser usada para os valores de `i` entre 2 e `length(Lat)-1`; para os extremos do vetor, temos `LatS(1) = Lat(1)`, e `LatS(length(Lat)) = Lat(length(Lat))`. A construção de `LongS` é similar.

6) Utilize a função `scf(3)` para abrir outra janela gráfica, e faça `plot2d(LatS,LongS)` para descobrir o efeito da suavização.

4 Algoritmos

4.1 Definição e Características

Um problema de transformação de informação descreve uma entrada de informação e propriedades requeridas de uma informação de saída. Um algoritmo resolve um problema de transformação, sendo constituído por uma prescrição de passos que transformam uma informação de entrada em outra informação de saída. Cada passo prescrito deve ser uma operação garantidamente realizável, seja por operações elementares, seja por outro algoritmo. Um programa é a concretização de um algoritmo em uma linguagem executável. Três questões são básicas para a caracterização de problemas e algoritmos:

- *Especificação*: qual é exatamente o problema de transformação de informação que queremos resolver?
- *Correção*: um dado algoritmo resolve mesmo o problema proposto em sua especificação?
- *Eficiência*: com qual consumo de recursos computacionais (essencialmente, tempo e memória) o algoritmo executa a sua função?

Nós iremos a seguir detalhar um pouco mais cada uma dessas questões.

4.1.1 Especificação

Especificações surgem de um processo de análise de uma necessidade de transformação de informação. Uma especificação não é estática; muitas vezes uma especificação é modificada durante e mesmo após o processo de desenvolvimento de um programa. Uma condição não prevista é muitas vezes a causa de uma alteração em uma especificação. Como um exemplo, no programa que vimos para a solução de muitas equações de 2º grau com coeficientes em um arquivo (Figura 221), nós não demos um tratamento especial para o caso de termos o primeiro coeficiente nulo, o que provoca uma divisão por zero no cálculo das raizes. Se em uma linha do arquivo de coeficientes tivermos $a = 0$, a divisão por zero provocará uma interrupção da execução do programa, sem o processamento das equações restantes. Se isso não for um comportamento aceitável, é necessário modificar a especificação para dar um tratamento adequado a esta situação, que poderia ser, por exemplo, ignorar a linha com $a = 0$, ou senão resolver a equação de primeiro grau resultante.

Em problemas reais é comum que a fase de especificação seja a etapa mais demorada e a mais cara de um projeto de desenvolvimento. Não existe situação pior para uma equipe de desenvolvimento do que, ao dar por terminado um sistema, constatar que ele não atende às necessidades do cliente, necessidades que, por deficiências no processo de análise, não foram explicitadas na especificação.

Apesar dessa importância, neste curso nós procuraremos lidar com problemas cuja especificação é bem simples, pois nosso objetivo aqui é a criação de uma cultura algorítimica para o aluno. Técnicas de análise e de especificação de sistemas são matérias que você poderá depois estudar em cursos de engenharia de software.

4.1.2 Correção

É possível verificar se um algoritmo atende a uma especificação por um exame de sua estrutura, com a construção de uma prova formal de sua correção. Na prática somente algoritmos muito pequenos têm uma prova formal de correção viável. O que se faz é produzir uma argumentação informal da correção de um algoritmo; além desta argumentação, *testes*

são usados para se ganhar convicção do bom funcionamento de um algoritmo concretizado em um programa. É entretanto importante ter em mente que testes podem descobrir erros, mas raramente podem garantir a sua ausência. Este problema vem do fato de que mesmo algoritmos muito simples têm tantas entradas possíveis que testes só podem cobrir uma ínfima fração dessas possibilidades.

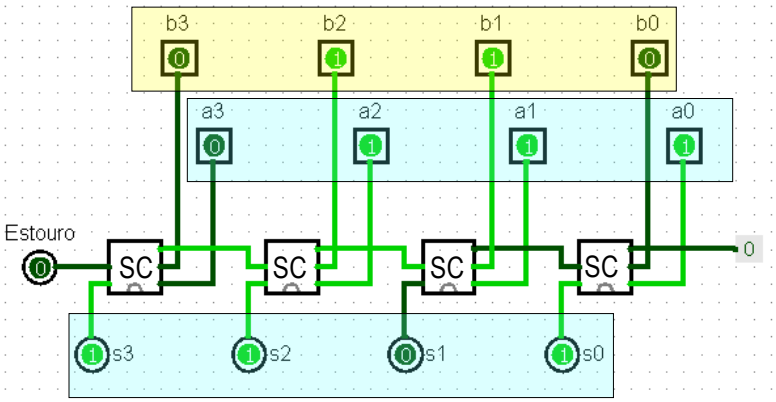


Figura 304: Um somador de 4 bits

Usando um exemplo retirado de (Dijkstra, 1972) vamos considerar uma transformação básica de informação, feita por um somador em cascata, similar ao mostrado na Figura 304, mas com largura de 32 bits. Se alguém quiser considerar o somador como uma caixa preta a ser testada, teríamos 2^{64} (considerando as duas entradas de 32 bits cada) valores para as entradas a serem testadas, o que é claramente inexeqüível. Uma argumentação baseada na *estrutura* do somador é o que nos propicia a convicção de sua correção. Se estamos convencidos da correção de um circuito de soma completa, como o mostrado na Figura 68 (e estamos, pela forma de desenvolvimento a partir da tabela da verdade), e se compreendemos a lógica do arranjo em cascata, não temos dificuldades para acreditar no bom funcionamento do somador de 32 bits.

A compreensão completa da estrutura de um programa grande – estamos falando de milhares ou mesmo milhões de linhas de código, produzidas por vários desenvolvedores – é por sua vez dificilmente atingível. Não é possível testar completamente um programa, e nem é possível compreender completamente sua estrutura. E agora, José? Bom, é isso mesmo. Não existe uma boa saída. A indústria de software investe em qualidade de desenvolvimento, em testes, mas quase sempre vende programas sem garantia.

Neste curso nós iremos trabalhar com programas pequenos, todos com menos de 50 linhas. A convicção de correção será tratada tanto com argumentos estruturais como por testes.

4.1.3 Eficiência e Complexidade Computacional

Para uma mesma especificação é possível encontrar algoritmos que apresentam enormes diferenças em sua eficiência. O temo *complexidade computacional*, ou simplesmente *complexidade*, é usado para designar como o uso de recursos computacionais por um algoritmo varia em função de seus dados de entrada. *Complexidade temporal* refere-se à eficiência em tempo de execução; *complexidade espacial* refere-se à eficiência no uso de memórias.

Na Ciência da Computação, um algoritmo tem complexidade maior que outro quando é menos eficiente, e não, como se poderia pensar com o uso habitual da palavra, mais complicado do que o outro. Na verdade, espera-se que algoritmos mais complicados tenham complexidade computacional menor do que a de algoritmos mais simples. Algoritmos com complexidade maior (menos eficientes) e mais complicados não têm nenhuma vantagem de uso, e inevitavelmente caem no esquecimento.

Para ganharmos algum sentimento de como algoritmos que satisfazem uma mesma especificação podem diferir em eficiência, nós vamos fazer alguns experimentos de medidas de tempo gasto com a fatoração de números inteiros, um problema de importância fundamental para a área de segurança da informação. A segurança da criptografia da maior parte dos sistemas atuais depende da dificuldade da fatoração de números semi-primos, isto é, números que são formados pelo produto de dois primos. Estamos aqui falando de números grandes: chaves criptográficas atuais têm costumeiramente 1024 ou 2048 bits, que correspondem a números com 308 ou 616 algarismos decimais.

O Scilab oferece a função **timer()** que permite medir o tempo gasto na execução de trechos de um programa. A primeira execução da função **timer()** zera e dispara um cronômetro; cada chamada subseqüente da função **timer()** retorna o valor em segundos do tempo decorrido desde a chamada anterior da função.

```
// Programa para fatorar números inteiros
getf("MenorFator.sci")
n = input("n = ");
while n >= 2
  timer(); p = MenorFator(n) ; tempoGasto = timer();
  // Imprime o resultado
  printf("\nTempo = %8.6fs, %6d é divisível por %6d",
tempoGasto,n,p);
  if n == p then
    printf(" **PRIMO**")
  end
  n = input("n = ");
end
```

Figura 305: O programa Fatora.sce

Na Figura 305 nós vemos o programa **Fatora.sce**, que lê números e encontra o menor fator divisor dos números lidos, destacando em sua saída os números primos. A verificação é feita pela função **MenorFator**, mostrada na Figura 300. Repare como a função **timer()** é utilizada no programa **Fatora.sce** para medir o tempo gasto na execução da função **MenorFator**.

Nosso primeiro experimento é muito simples. Vamos utilizar o programa **Fatora.sce** para encontrar o menor divisor de 131101, que é primo, e também de 131103, que não é.

```
n = 131101
Tempo = 3.062500s, 131101 é divisível por 131101 **PRIMO**

n = 131103
Tempo = 0.000000s, 131103 é divisível por      3
```

Figura 306: Tempos para fatorar números primos e não primos

Na Figura 306 nós vemos o resultado do experimento. Encontrar o menor fator de um número primo tomou mais de 3 segundos, enquanto o tempo tomado para encontrar o menor fator de um número divisível por 3 foi tão pequeno a função **timer** retornou zero. Isso nos leva a importante observação de que o tempo gasto pode variar muito com a instância de um problema. É fácil entender o que aconteceu olhando o código da função **MenorFator**. Números primos são o pior caso para a função **MenorFator**. Na primeira chamada, foram feitas 131103 execuções da função **modulo**, e, na segunda, apenas 3. Com isso, uma primeira

observação: *algoritmos podem ter seu tempo de execução dependente da instância específica do problema que resolve*.

Muitas vezes nós estamos interessados na análise do pior caso de um algoritmo. Nós iremos em seguida relatar outros experimentos feitos com o programa Fatora.sce. Nestes experimentos nós vamos precisar de números primos, e para isso o arquivo 200000primos.txt, que contém os 200.000 primeiros números primos, é de grande utilidade. Diversos sites na Internet, como (Andrews), contêm arquivos com números primos ou programas que geram números primos. A Figura 307 mostra as primeiras e últimas linhas deste arquivo.

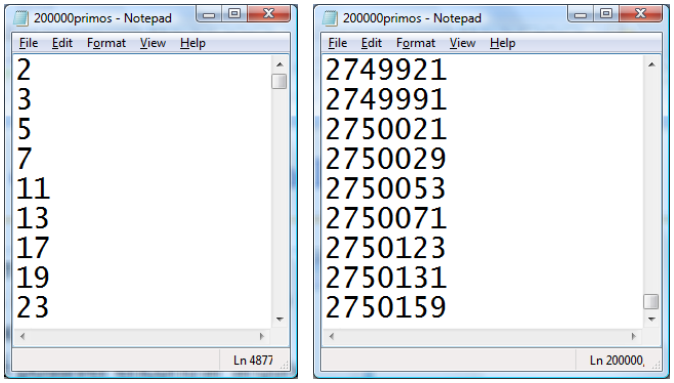


Figura 307: Primeiros e últimos números primos no arquivo 200000primos.txt

No segundo experimento, fizemos o programa `Fatora.sce` fatorar por diversas vezes se o número 131101, que é primo. Veja os resultados na Figura 308.

```
n = 131101
Tempo = 2.984375s, 131101 é divisível por 131101 **PRIMO**

n = 131101
Tempo = 3.078125s, 131101 é divisível por 131101 **PRIMO**

n = 131101
Tempo = 3.015625s, 131101 é divisível por 131101 **PRIMO**
```

Figura 308: Variações no tempo de execução de um programa com os mesmos dados de entrada

Você pode ver que um mesmo programa apresenta variações no tempo gasto para a fatoração do mesmo número primo. Isso se deve a uma série de fatores, o principal deles sendo o fato de que, em um sistema operacional como o Windows ou o Linux, um programa não executa sozinho, mas compartilha o processador e outros recursos do computador com outros programas e com o próprio sistema operacional. Esse compartilhamento é coordenado pelo sistema operacional, e o programador Scilab não tem qualquer controle sobre a forma como se dá este compartilhamento. É por isso que uma mesma função, chamada com os mesmos parâmetros, pode apresentar diferenças de desempenho a cada execução.

Tabela 20: Tempos (segundos) gastos com a função MenorFator em um notebook e em um desktop

Primo	Notebook	Desktop
257	0,01560	0,03125
521	0,04680	0,01563
1031	0,03120	0,04688
2053	0,10920	0,01563
4099	0,17160	0,06250
8209	0,39000	0,21875
16411	0,68640	0,29688
32771	14,19609	0,76563
65537	29,17219	1,53125
131101	58,03237	2,93750
262147	11,94968	6,29688
524309	23,50935	11,21875
1048583	47,04990	24,54688
2097169	93,05460	49,60938

Outro experimento procura capturar o impacto do valor do número primo recebido como parâmetro sobre o tempo de execução da função `MenorFator`. A Tabela 20 mostra os resultados obtidos com diversos números primos, obtidos com dois computadores com velocidades distintas. O gráfico da Figura 309 resulta desta tabela, e ele torna clara a relação de linearidade entre o valor do número primo e o tempo consumido pela função `MenorFator`.

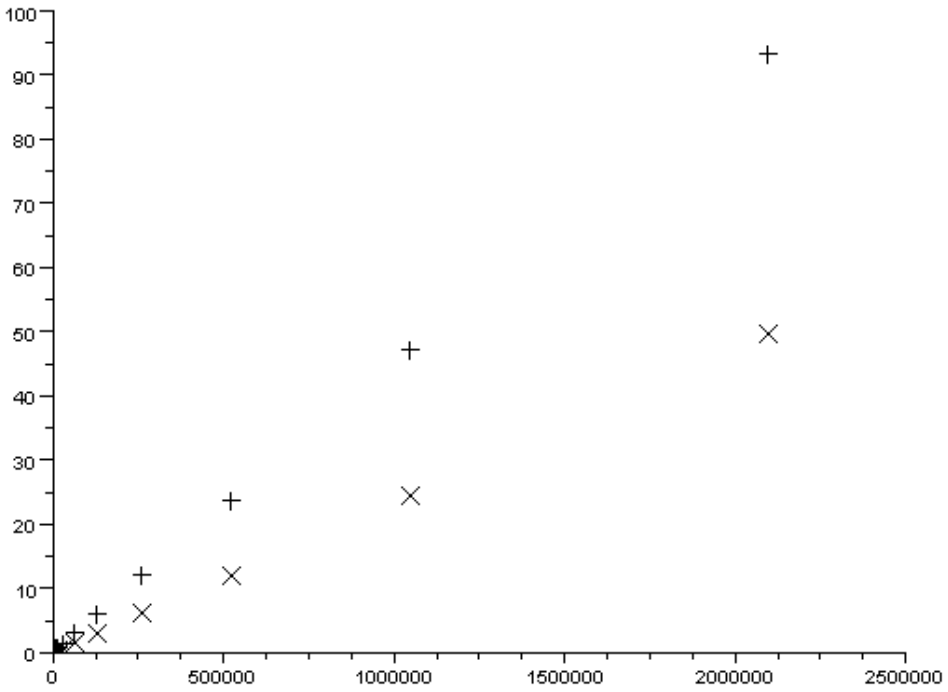


Figura 309: Tempo para fatoração em função do valor de números primos em dois computadores

A Ciência da Computação se preocupa exatamente em determinar a complexidade de um algoritmo por uma análise do algoritmo em si; experimentos somente ajudam a formar uma intuição. Um exame da função **MenorFator** (Figura 300) nos teria permitido prever seu comportamento. Quando o número testado é primo, a função **modulo** é aplicada a todos os inteiros menores ou iguais a ele. Como aí se encontra todo o esforço computacional, poderíamos já ter previsto um crescimento linear do tempo de execução em função do valor do número primo examinado.

A constante de linearidade em si depende do computador onde a função **MenorFator** é executada. Para o notebook, o tempo gasto com um número primo p é aproximadamente igual a $n \times 4{,}49 \times 10^{-5}$ segundos; para o desktop, $p \times 2{,}31 \times 10^{-5}$ segundos, ou seja, o desktop é aproximadamente duas vezes mais rápido do que o notebook (não tome isso como uma afirmativa genérica; estamos falando do desktop e do notebook empregados nos experimentos).

Para poder comparar algoritmos, procura-se determinar a complexidade temporal de um algoritmo de forma independente da velocidade de um computador específico e de outros fatores que afetam o tempo de execução de um programa. Um algoritmo tem a sua complexidade conhecida quando conseguimos encontrar uma função que descreva a *ordem de crescimento* de seu tempo de execução com relação ao *tamanho* de sua entrada.

E qual é o tamanho da entrada da função **MenorFator**? Seu único parâmetro de entrada é um número, que, para fins de análise do algoritmo, podemos supor ser representado como binário sem sinal com n bits. Nós vimos que o tempo para o pior caso da execução de **MenorFator** cresce linearmente com o valor do primo fatorado, que é próximo de 2^n, onde n é o número de bits necessários para a representação do primo.

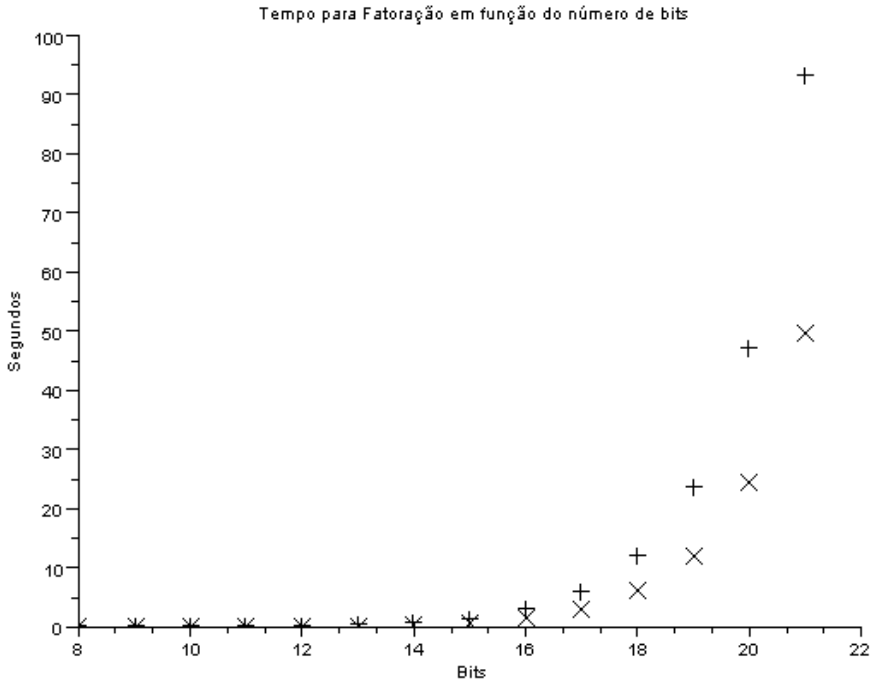


Figura 310: Tempos para fatoração em função do número de bits de um número primo em dois computadores

Se n é o tamanho da entrada de um problema, nós dizemos que uma função $g(n)$ caracteriza a complexidade de um algoritmo quando seu tempo de execução é limitado por $g(n)$ multiplicado por uma constante. Nós dizemos que sua complexidade é da ordem de $g(n)$, o que é escrito $T(n) = O(g(n))$ (pronuncia-se "Ó" de $g(n)$). No caso do algoritmo utilizado pela função **MenorFator**, temos $T(n) = O(2^n)$, e por isso dizemos que o algoritmo tem

complexidade exponencial. A idéia aqui é ter informação útil sobre o desempenho de um algoritmo, que não dependa da velocidade de computadores específicos. A constante de multiplicação serve para isso: ela absorve pequenas perturbações na execução, e pode incorporar diferenças de desempenho dos computadores.

Vamos agora considerar a função **MenorFator2**, mostrada na Figura 311, que implementa um algoritmo melhor para a fatoração de um número. Este novo algoritmo se baseia na observação de que, se d é um divisor de um inteiro positivo p, é porque existe d' tal que $d \times d' = p$. Se $d = d'$, $d = \sqrt{p}$ e p é um quadrado perfeito; senão, ou bem $d < \sqrt{p}$ ou bem $d' < \sqrt{p}$. Isto significa que só precisamos testar a divisibilidade para os inteiros menores ou iguais à raiz quadrada de p; se neste intervalo não encontrarmos nenhum divisor, já poderemos concluir que p é primo.

```
function p = MenorFator2(n)
  limite = int(sqrt(n));
  p = 2;
  while modulo(n,p) <> 0 & p <= limite
    p = p + 1;
  end
  if modulo(n,p) <> 0 then
    p = n;
  end
endfunction
```

Figura 311: A função MenorFator2

Uma análise direta da função **MenorFator2** mostra que são realizadas chamadas da função módulo em número igual à raiz quadrada do valor do número primo sendo fatorado. Portanto, sua complexidade é $T(n) = O(\sqrt{2^n}) = O(2^{n/2})$. Experimentamos a função **MenorFator2** para verificar fatorar 2750159, o maior primo presente no arquivo 2000000primos.txt, e o tempo gasto no desktop foi de 0,047 segundos, enquanto que a função **MenorFator** gastou 88,360 segundos, uma diferença enorme de desempenho. Quando $n = 10$, a função **modulo** é chamada aproximadamente 1024 vezes pela **MenorFator**, e somente 32 vezes pela **MenorFator2**. Quando $n = 20$, a função **modulo** é chamada aproximadamente $2^{20} = 1.048.576$ vezes pela **MenorFator**, e 1024 vezes pela **MenorFator2**. Ao passar o número de bits da entrada de 10 para 20, a **MenorFator** demora 1024 vezes mais, enquanto a **MenorFator2** demora 32 vezes mais.

Função de complexidade	Tamanho da Instância do Problema					
	10	20	30	40	50	60
n	0,00001 segundos	0,00002 segundos	0,00003 segundos	0,00004 segundos	0,00005 segundos	0,00006 segundos
n^2	0,0001 segundos	0,0004 segundos	0,0009 segundos	0,0016 segundos	0,0025 segundos	0,0036 segundos
n^3	0,001 segundos	0,008 segundos	0,027 segundos	0,064 segundos	0,125 segundos	0,216 segundos
n^5	0,1 segundos	3,2 segundos	24,3 segundos	1,7 minutos	5,2 minutos	13,0 minutos
2^n	0,001 segundos	1,0 segundos	17,9 segundos	12,7 dias	35,7 anos	366 séculos
3^n	0,059 segundos	58 minutos	6,5 anos	3855 séculos	2×10^8 séculos	$1{,}3 \times 10^{13}$ séculos

Figura 312: Quadro comparativo de funções de complexidade

A Figura 312, extraída do livro (Garey & Johnson, 1979), nos ajuda a formar uma idéia do que esperar do desempenho de algoritmos com funções de complexidade exponencial quando aplicados a problemas grandes.

Maior instância que um computador resolve em 1 hora			
Função de complexidade	Computador Atual	Computador 100x mais rápido	Computador 1000x mais rápido
n	N	100 N	1000 N
n^2	M	10 M	31,6 M
n^3	Z	4,64 Z	10 Z
n^5	W	2,5 W	3,98 W
2^n	X	X + 6,64	X + 9,97
3^n	Y	Y + 4,19	Y + 6,29

Figura 313: Efeito do aumento da velocidade de computadores sobre o tamanho dos problemas resolvíveis

Computadores de um mesmo preço dobram de velocidade em menos de dois anos, mas algoritmos com funções de complexidade exponencial são relativamente pouco afetados. O efeito de termos computadores 100 ou 1000 vezes mais rápidos que os atuais sobre algoritmos com funções de complexidade exponencial está mostrado na Figura 313, que também foi retirada de (Garey & Johnson, 1979). Ali vemos que se hoje um computador resolve em uma hora um problema de tamanho, digamos, 200, usando um algoritmo $O(2^n)$, com um computador 1000 vezes mais rápido conseguiremos resolver um problema de tamanho ~210.

4.2 Pesquisa

Vamos agora estudar um problema clássico da Ciência da Computação, que é a pesquisa para verificar se um elemento procurado existe em uma tabela. Extensões deste problema fazem parte do nosso dia a dia, em máquinas de busca como Google e Yahoo, ou na localização de uma palavra em um arquivo. Vamos examinar aqui dois algoritmos: a pesquisa seqüencial e a

pesquisa binária. Como um exemplo nós vamos utilizar algoritmos de pesquisa para testar a primalidade de um número, a tabela sendo composta pelos números primos presentes no arquivo 200000primos.txt. Obviamente isto só funciona para números menores ou iguais ao maior número presente no arquivo, 2750159.

A especificação do problema que iremos resolver de duas maneiras distintas é:

Faça um programa que:

- Leia o arquivo 200000primos.txt, que contém os primeiros 200000 números primos;
- Leia repetidamente números inteiros e, para cada número lido, verifique se o número é primo pesquisando por ele na tabela;
- O programa deve parar quando o número lido for 0 (zero).

4.2.1 Pesquisa Seqüencial

A Figura 314 mostra o programa **VerificaPrimos3.sci**, onde podemos notar que:

- Os primeiros comandos fazem a leitura da tabela de números primos;
- O programa apresenta a nossa velha conhecida estrutura de repetição controlada pelo usuário;
- A verificação efetiva da primalidade foi deixada para a função **Primo3**, que tem como parâmetros de entrada o número digitado pelo usuário e a tabela lida do arquivo.

```
// Programa para deteção de números primos
getf("Primo3.sci")
getf("seqSearch.sci")

arqTab = uigetfile("*.txt",pwd(),"Arquivo com Tabela");
tabPrimos = fscanfMat(arqTab);

n = input("n = ");
while n >= 2
  timer(); eh_Primo = Primo3(n,tabPrimos); tempoGasto = timer();
  // Imprime o resultado
  printf("\nTempo gasto = %g segundos", tempoGasto);
  if eh_Primo then
    printf("\nO número %d é primo!\n\n",n);
  else
    printf("\nO número %d não é primo!\n\n", n)
  end
  n = input("n = ");
end
```

Figura 314:O programa VerificaPrimos3.sci, que utiliza pesquisa seqüencial

A função **Primo3** é apenas um envelope sobre uma função de pesquisa seqüencial, como mostra a Figura 315.

```
function ePrimo = Primo3(n,tabela)
  ePrimo = seqSearch(n,tabela) ~= -1;
endfunction
```

Figura 315: A função Primo3

A função **seqSearch** mostrada na Figura 316 implanta uma pesquisa seqüencial. Ali podemos observar que:

- O vetor **table** é examinado sequencialmente a partir de sua primeira posição.
- O loop de pesquisa pára por um de dois motivos: quando o limite superior da tabela for atingido, ou quando a chave for encontrada.
- Após a saída do loop é feito um teste para se saber por qual motivo o loop while terminou.
- Se a chave procurada não consta da tabela, o parâmetro de saída **p** recebe o valor -1, uma convenção útil para quem chama a função, como a função **Primo3**.

```
function p = seqSearch(key,table)
  i = 1;
  while i <= length(table) & table(i) ~= key
    i = i+1;
  end
  if i <= length(table) then
    p = i;
  else
    p = -1;
  end
endfunction
```

Figura 316: A função seqSearch para pesquisa seqüencial

Quanto à complexidade da pesquisa seqüencial, não é difícil ver que se n é o tamanho da tabela, o número de comparações com a chave feito em uma pesquisa por um elemento presente na tabela varia entre 1 e n; pesquisas por elementos que não constam da tabela (o que constitui o pior caso) consomem sempre n comparações com a chave. Se considerarmos todas as chaves presentes na tabela como tendo a mesma probabilidade de serem pesquisadas, o algoritmo fará em média $n/2$ comparações por pesquisa por chave constante da tabela.

O número de comparações cresce portanto linearmente com o tamanho da tabela, e nós dizemos que o algoritmo de pesquisa seqüencial é $O(n)$, ou seja, da ordem de n, ou ainda, dizemos que a pesquisa seqüencial tem complexidade linear.

4.2.2 Pesquisa Binária

Quando a tabela tem suas entradas dispostas em ordem crescente ou decrescente nós podemos usar um algoritmo muito mais eficiente para a pesquisa, e que se assemelha ao método como nós humanos procuramos palavras em um dicionário. A primeira comparação é feita não com o primeiro elemento da tabela, mas com o elemento no meio da tabela. Supondo que os elementos da tabela estão em ordem crescente, se a chave procurada for menor que o elemento no meio da tabela, podemos restringir a pesquisa à metade inferior da tabela, pois a parte superior só contém elementos maiores do que a chave procurada. Da mesma forma, se a chave procurada for maior que o elemento no meio da tabela, podemos restringir a pesquisa à metade superior da tabela.

O método é reaplicado à parte restante da tabela, e continua até que ou a chave é encontrada, ou a parte da tabela em consideração tem tamanho igual a 0, situação em que podemos concluir que a chave não consta da tabela. A denominação de pesquisa binária vem do fato da divisão do tamanho do problema por 2 a cada passo do algoritmo.

```
function p = BinarySearch(key,table,low,high)
  if high < low then
    p = -1;
  else
    m = int((low+high)/2);
    if key == table(m) then
      p = m;
    else
      if key < table(m) then
        p = BinarySearch(key,table,low,m-1);
      else
        p = BinarySearch(key,table,m+1,high);
      end
    end
  end
endfunction
```

Figura 317: A função recursiva BinarySearch

A Figura 317 mostra uma implementação direta da pesquisa binária como uma função recursiva.

```
function position = binSearch(key,table)
  low = 1;  high = length(table);
  while high - low > 1
    m = int((high+low)/2);
    if key >= table(m) then
      low = m;
    end
    if key <= table(m) then
      high = m;
    end
  end
  if key == table(high) then
    position = high;
  else
    if key == table(low) then
      position = low;
    else
      position = -1;
    end
  end
endfunction
```

Figura 318: A função binSearch

A função `binSearch` (Figura 318) é uma implementação não recursiva em Scilab do algoritmo de pesquisa binária, onde podemos observar que:

- a função utiliza dois ponteiros, `low` e `high`, que indicam a cada passo qual parte da tabela que pode conter a chave procurada. A condição `low <= high` é mantida em todas as alterações de valores dessas variáveis.
- a cada passagem do loop o elemento comparado com a chave buscada está na posição `m = int(high+low)/2` .
- o ponteiro `low` é tratado de forma a manter sempre a afirmativa “se `key < table(low)`, então `key` não consta da tabela”, que é valida inicialmente, e que permanece válida a cada atualização de `low`;

- o ponteiro **`high`** cumpre papel similar, mantendo sempre válida a afirmativa "se **`key > table(high)`**, então **`key`** não consta da tabela" ;
- quando o loop termina, a parte da tabela que pode conter um elemento igual à chave está entre **`low`** e **`high`** e, pela condição de término do loop e pela relação entre **`low`** e **`high`**,**`0 <= high - low < = 1`**.
- os testes que sucedem ao loop permitem decidir se a tabela contém ou não um elemento igual à chave procurada.

A análise da complexidade do pior caso da pesquisa binária é simples. A cada passo o tamanho da parte da tabela que pode conter a chave é dividido por 2, e o algoritmo termina quando o tamanho desta parte é igual a 1. Se a tabela tem n elementos, teremos no pior caso, $\lceil log_2(n) \rceil$ comparações, onde $\lceil x \rceil$ indica a função *teto*, que mapeia um número real x no menor inteiro maior ou igual a x. No caso da tabela armazenada no arquivo 200000primos.txt, temos no pior caso $\lceil log_2(200000) \rceil = \lceil 17.60964 \rceil = 18$ comparações para completar a pesquisa. Compare isso com o pior caso da pesquisa seqüencial, que pode necessitar de 200.000 passos para terminar. Pior: se a tabela dobrar de tamanho, passando a ter 400.00 elementos, o algoritmo de pesquisa binária irá passar a necessitar de 19 comparações, uma a mais, enquanto que o algoritmo de pesquisa seqüencial poderia necessitar de 400.000 passos.

Por estes argumentos alguém poderia pensar que, em casos em que temos uma tabela ordenada, a opção pela pesquisa binária em detrimento da pesquisa seqüencial é uma escolha óbvia, mas nem sempre é este o caso. A pesquisa seqüencial é mais simples, mais fácil de programar, e menos propensa a erros de programação. E muitas vezes trabalhamos com tabelas pequenas, onde a diferença de desempenho entre os dois algoritmos não é importante. Ao programar, nunca se esqueça do *kiss principle*, um acrônimo para uma frase em inglês que todos os bons programadores dizem a si próprios todos os dias: *keep it simple, stupid*. Ou seja, só complique quando inevitável.

4.3 Ordenação

Outro problema clássico da Ciência da Computação é a ordenação, que consiste em, dado um vetor A, obter outro vetor com os mesmos elementos de A, dispostos em ordem crescente ou decrescente, como mostra a Figura 319.

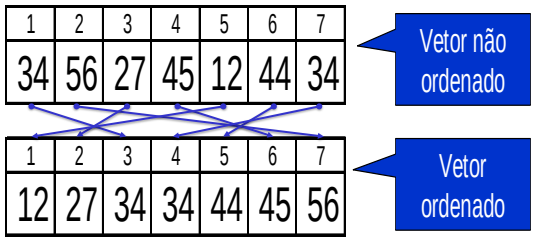


Figura 319: Ordenação de um vetor

4.3.1 Seleção e Troca

O primeiro algoritmo que iremos estudar é conhecido como o método de Seleção e Troca (em inglês, *Select Sort*), por motivos que se tornarão óbvios. Vamos começar apresentando o cabeçalho de uma função, apresentado na Figura 320.

```
function sA = SelectSort(A)
  // Constrói o vetor sA com os
  // mesmos elementos do vetor A
  // dispostos em ordem crescente.
endfunction
```

Figura 320: Cabeçalho de uma função de ordenação

Isso já nos permite desenvolver um programa para testar a função, mostrado na Figura 321.

```
getf("SelectSort.sci");
a = int(10*rand(1,4))
aa = SelectSort(a)
b = int(10*rand(1,6))
bb = SelectSort(b)
c = int(10*rand(1,9))
cc = SelectSort(c)
```

Figura 321: O programa SelectSort_teste.sce

O programa `SelectSort_teste.sce` é bastante simples, e nos permite verificar por inspeção visual a correção da função por testes com pequenos vetores randômicos. Ele gera 3 pequenos vetores randômicos que são passados como parâmetros de entrada para a função. Repare na ausência dos "`;`" em quase todos os comandos, de forma a tirar proveito do eco automático do Scilab para a impressão dos vetores antes e depois da ordenação.

O algoritmo de ordenação por seleção e troca é também desenvolvido por um raciocínio indutivo:

- Suponhamos que as `k-1` primeiras posições do vetor `A` já contenham elementos em suas posições finais;
- Selecionamos o elemento de menor valor entre `A(k)` e `A(length(A))` ;
- Trocamos o valor deste menor elemento com o valor em `A(k)`. Com isso teremos mais um elemento em sua posição final, e podemos fazer `k = k+1`.

O algoritmo se inicia com `k` igual a 1, o que torna vazia a porção do vetor com elementos em suas posições finais.

Na Figura 322 nós vemos uma ilustração deste método:

- No primeiro passo o menor elemento entre 1 (igual a k) e 7 (comprimento do vetor) tem o valor 12, e se encontra na posição 7. Os valores nas posições 1 e 7 são trocados, e k passa a valer 2.
- No segundo passo, o menor elemento entre 2 (igual a k) e 7 tem o valor 27, e se encontra na posição 3. Ele é trocado com o elemento na posição 2, e k passa a valer 3.

Desta forma o algoritmo progride, e termina quando a penúltima posição do vetor recebe o seu valor final – o que significa que a última posição também estará corretamente preenchida.

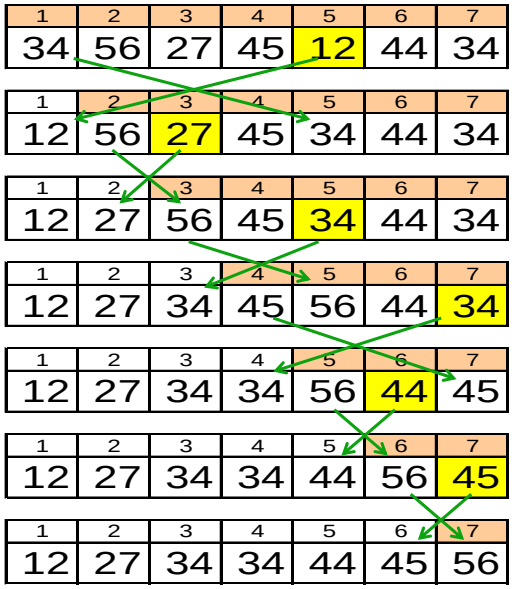


Figura 322: Ordenação por Seleção e Troca

Já temos condições de dar um primeiro refinamento à função **SelectSort**, que mostramos na Figura 323.

```
function sA = SelectSort(A)
  for k = 1:length(A)-1
    // Seleciona a posição entre A(k) e
    // A(length(A)) que contém o menor valor

    // Troca o valor de A(k) com o valor na
    // posição selecionada.
  end
  sA = A;
endfunction
```

Figura 323: Primeiro refinamento da função OrdenaPorSeleção

Prosseguindo no refinamento, vamos atacar inicialmente o problema da troca de valores entre duas posições do vetor **A**. Trocar os valores de duas variáveis **x** e **y** não é uma operação óbvia. Se fizermos **x = y; y = x**, o valor antigo de **x** que queríamos armazenar em **y** é perdido. Se fizermos **y = x; x = y**, teremos o problema inverso. A solução é o uso de uma variável temporária (adjetivo empregado para variáveis cuja utilidade tem um caráter destacadamente local e auxiliar) **temp**, e fazer **temp = x; x = y; y = temp**, o que nos dá a solução desejada. Muito simples, depois que sabemos.

Para a etapa de seleção do menor elemento, nós já desenvolvemos uma função parecida, a **Minimo** (Figura 289, página 148), que retorna (tem como parâmetro de saída) o menor valor presente em um vetor. Podemos aproveitar o seu código, adaptando-o aos requisitos que temos agora. Precisamos de uma outra função, que vamos chamar de **MinimoPos**, que:

- procure o menor valor não em todo o vetor de entrada, mas em parte dele, e
- informe além do menor valor, a posição onde foi encontrado.

```
function [m,im] = MinimoPos(A,low,high)
  // Encontra o menor valor
  // presente no vetor A entre as
  // posições low e high, e informa
  // sua posição no vetor
  m = A(low);
  im = low;
  for k = low+1:high
    if m > A(k)
      m = A(k);
      im = k;
    end
  end
endfunction
```

Figura 324: A função SelecionaMenor

Como você pode reparar na Figura 324, as modificações introduzidas memorizam na variável **im** a posição onde o mínimo corrente foi encontrado (nas situações em que **m** é atualizada), restringem o espaço da busca apenas aos elementos de **A** com índices entre os parâmetros de entrada **low** e **high**, e acrescentam um parâmetro de saída.

Se a função **Minimo** mereceu a construção de um programa para seu teste, é uma boa idéia fazer o mesmo para a função **MinimoPos**, que é um pouco mais complicada. Você poderia pensar que, indiretamente, o programa **OrdenaPorSelecao_teste** já o faria, mas construir um testador independente tem a vantagem de simplificar o contexto de uso da função **MinimoPos**.

```
// Programa que testa a função MinimoPos
getf("MinimoPos.sci");
getf("PrintMatrix.sci");

a = int(10*rand(1,10));
PrintMatrix("A",a);
inicio = input("Inicio = ");
fim = input("Fim = ");
while inicio > 0
  [m im] = MinimoPos(a,inicio,fim)
  inicio = input("Inicio = ");
  fim = input("Fim = ");
end
```

```
function PrintMatrix(Label, M);
  printf("\n%s = [",Label);
  for i = 1:length(M)
    printf("%3d",M(i));
  end
  printf("]")
endfunction
```

Figura 325: O programa MinimoPos_teste e a função PrintMatrix

A Figura 325 mostra o programa **MinimoPos_teste.sce**, juntamente com uma função auxiliar **PrintMatrix**, cuja utilidade é simplesmente a impressão de um vetor em um formato mais agradável. Este programa gera um vetor com 10 elementos aleatórios, e permite que o usuário repetidamente escolha um ponto inicial para a seleção da posição com o menor elemento a partir do ponto inicial. A Figura 326 mostra uma saída deste programa.

```
A = [  2   7   0   3   6   6   8   6   8   0]
Inicio = 2
Fim = 5
 im  =
    3.
 m  =
    0.
Inicio = 4
Fim = 6
 im  =
    4.
 m  =
    3.
```

Figura 326: Uma saída do programa MinimoPos_teste

Com a confiança adquirida sobre a função **MinimoPos** nós podemos chegar ao refinamento final da função **SelectSort**, mostrado na Figura 327.

```
function sA = SelectSort(A)
  for k = 1:length(A)-1
    // Seleciona a posição entre A(k) e
    // A(length(A)) que contém o menor valor
    [Min iMin] = MinimoPos(A,k,length(A));
    // Troca os valores de A(k) com o valor
    // na posição selecionada.
    temp = A(k);
    A(k) = A(iMin);
    A(iMin) = temp;
  end
  sA = A;
endfunction
```

Figura 327: A função SelectSort

Vamos agora examinar a complexidade deste algoritmo. Para ordenar um vetor de tamanho n, o primeiro passo do algoritmo de seleção e troca realiza $n-1$ comparações; o segundo, $n-2$; o terceiro, $n-3$, e assim por diante, até chegar ao último passo, quando é feita uma única comparação. Podemos concluir que o número de comparações realizado é dado por

$$comp = 1 + 2 + \cdots + (n-1) = \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n^2 - n}{2}$$

Para n suficientemente grande, o número de comparações se aproximará de $\frac{1}{2}n^2$. Ou seja, o número de comparações necessárias para a execução do algoritmo cresce com o quadrado do tamanho do vetor, e portanto o algoritmo de ordenação por seleção e troca é $O(n^2)$.

A Figura 328 mostra um gráfico com medidas de desempenho obtidas para o método de seleção e troca em dois computadores. Você pode reparar que para ordenar um vetor com 5000 elementos o tempo gasto pelo computador mais rápido já é significativo, da ordem de 1 minuto.

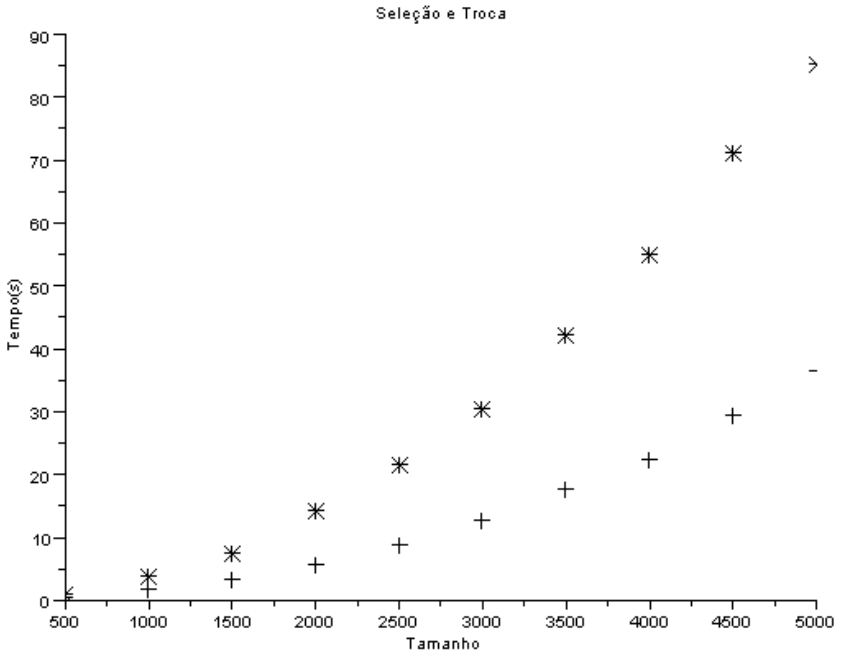


Figura 328: Tempos medidos para ordenação por seleção e troca de vetores aleatórios em um notebook (*) e em um desktop (+)

4.3.2 Intercalação (MergeSort)

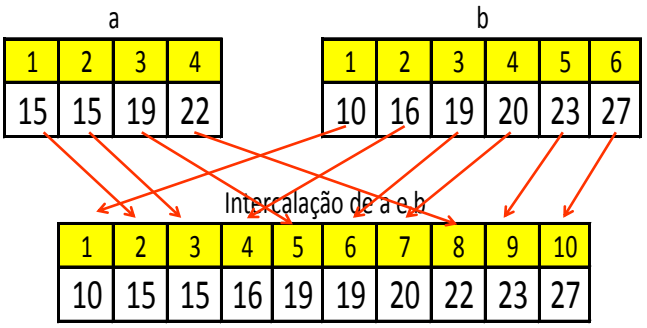


Figura 329: Uma operação de intercalação

Intercalação (em inglês, *merge*) é o nome dado ao processo de produção de um vetor ordenado a partir de dois outros já ordenados, como mostrado na Figura 329. O algoritmo de ordenação por intercalação consiste em dividir o vetor de entrada em duas partes, ordenar cada uma delas separadamente, e depois obter o vetor ordenado realizando uma operação de intercalação. A ordenação por intercalação é aplicada recursivamente a cada parte, a não ser que a parte a ser ordenada seja de tamanho 1, quando a recursão termina pois a parte já está trivialmente ordenada.

A Figura 330 mostra um exemplo de ordenação por intercalação de um vetor com 16 posições. Na parte superior da figura as pequenas setas indicam divisões de uma parte do vetor; na parte inferior (em vermelho) as pequenas setas indicam operações de intercalação de partes já ordenadas.

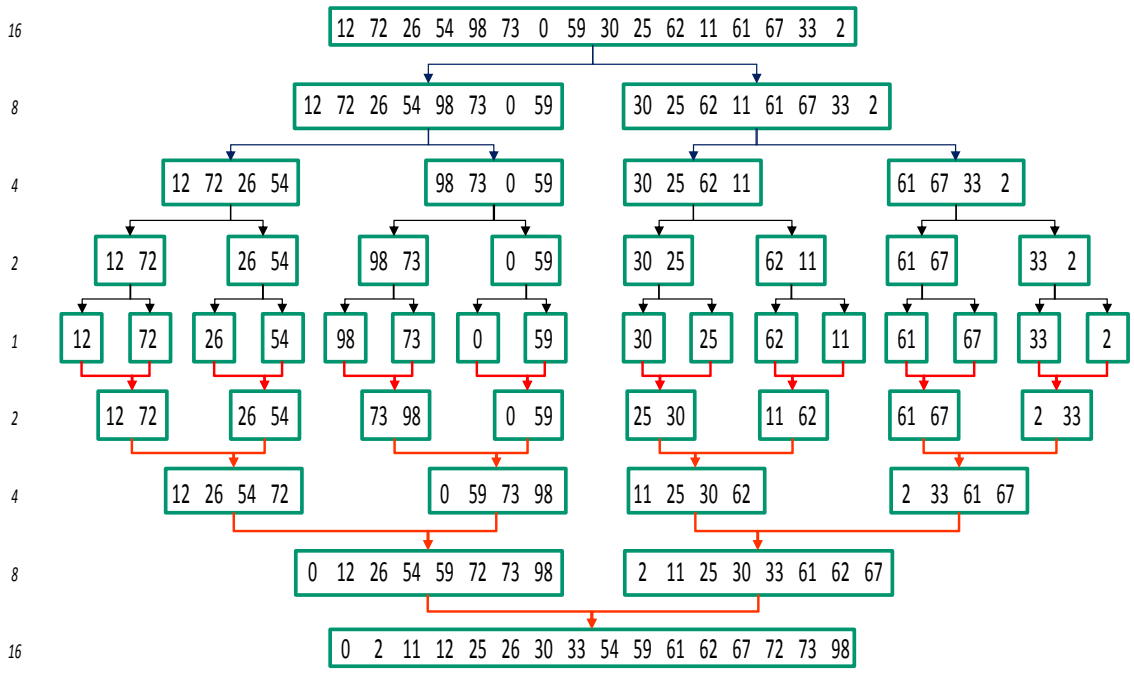


Figura 330: Exemplo de ordenação por intercalação com n = 16 = 2^4

Os pequenos números no lado esquerdo da figura indicam o tamanho de cada parte. Como 16 é uma potência de dois, a estrutura de divisões e intercalações é muito regular. A Figura 331 mostra um exemplo com um vetor de tamanho 10, quando nem sempre as duas partes resultantes de uma divisão (ou a serem intercaladas) têm o mesmo tamanho.

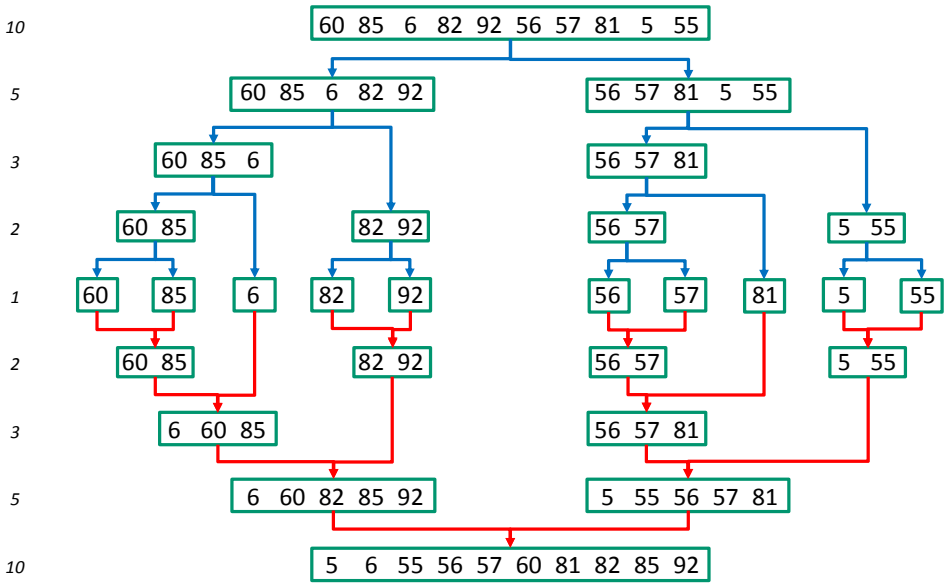


Figura 331: Exemplo de ordenação por intercalação com n = 10

O código da função `MergeSort` está mostrado na Figura 332. Você deve reparar que o código transcreve o algoritmo de forma bastante direta, e que pressupõe a existência de uma função `Merge` que realiza as intercalações.

```
function sA = MergeSort(A)
  if length(A) <= 1 then
    sA = A;
  else
    m = int((1+length(A))/2);
    sA = Merge(MergeSort(A(1:m)),...
               MergeSort(A(m+1:length(A))));
  end
endfunction
```

Figura 332: A função MergeSort

A codificação da função **Merge** (Figura 333) é também bastante intuitiva. Você deve reparar que:

- **pA**, **pB** e **pM** são ponteiros que indicam as posições em foco nos vetores fonte e no vetor resultado;
- O primeiro loop realiza a intercalação propriamente dita, a cada passo colocando em **M(pM)** o menor entre **A(pA)** e **B(pB)**, e avançando adequadamente **pA** ou **pB**; este loop termina quando **pA** ou **pB** atinge o limite do seu vetor;
- O segundo loop só é efetivamente executado quando a saída da fase de intercalação se deu pelo esgotamento dos elementos de **B** e consiste em copiar os elementos restantes de **A** em **M**;
- Da mesma forma, o terceiro loop só é efetivamente executado quando a saída da fase de intercalação se deu pelo esgotamento dos elementos de **A**, e consiste em copiar os elementos restantes de **B** em **M**.

```
function M = Merge(A,B)
  pA = 1; pB = 1; pM = 1
  while pA <= length(A) & pB <= length(B)
    if A(pA) <= B(pB) then
      M(pM) = A(pA);
      pA = pA+1;
    else
      M(pM) = B(pB);
      pB = pB+1;
    end
    pM = pM+1;
  end

  // Esgota A
  while pA <= length(A)
    M(pM) = A(pA);
    pM = pM+1;
    pA = pA+1;
  end

  // Esgota B
  while pB <= length(B)
    M(pM) = B(pB);
    pM = pM+1;
    pB = pB+1;
  end
endfunction
```

Figura 333: A função Merge

É fácil ver que o número de operações elementares de uma operação de intercalação de dois vetores ordenados de tamanhos m e n é da ordem de $m + n$. Isso porque cada passo do algoritmo produz um elemento do vetor de saída, cujo tamanho é $m + n$. A complexidade da ordenação por intercalação pode ser inferida da Figura 334.

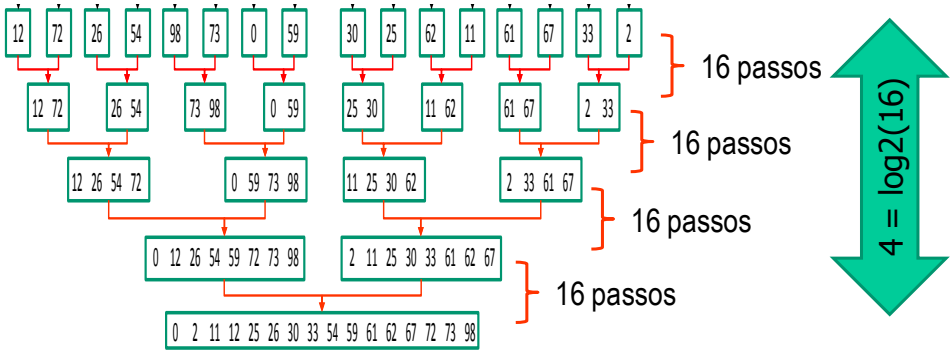


Figura 334: Passos para ordenação por intercalação

Ali vemos o processo ilustrado para um vetor cujo tamanho é uma potência de 2, mas para outros tamanhos, podemos considerar como limite superior a complexidade exigida para a menor potência de 2 que supere o tamanho do vetor. Vamos considerar apenas a fase de intercalação, ilustrada na parte inferior da figura, uma vez que as divisões são feitas com pouco trabalho computacional. Repare que:

- para a última intercalação realizada, que gera o vetor ordenado de tamanho n a partir de dois vetores ordenados de tamanho $n/2$, são feitas no n operações.
- para cada intercalação no penúltimo nível, que geram vetores ordenados de tamanho $n/2$ a partir de vetores de tamanho $n/4$, são feitas no $n/2$ operações; como temos duas intercalações neste nível, teremos também no máximo n comparações.
- o mesmo vale para todos os níveis anteriores; como temos $log_2(n)$ níveis, o número máximo de comparações realizadas pelo algoritmo de ordenação por intercalação é igual a $nlog_2(n)$, e o algoritmo é portanto $O(nlog_2 n)$.

Para se ter uma idéia da diferença de desempenho entre os algoritmos de seleção e troca e de intercalação, quando $n = 10$, $n^2 = 100$, e $nlog_2 n = 31{,}22$; quando $n = 1000$, $n^2 = 1.000.000$, e $nlog_2 n = 9965$, e por aí vai.

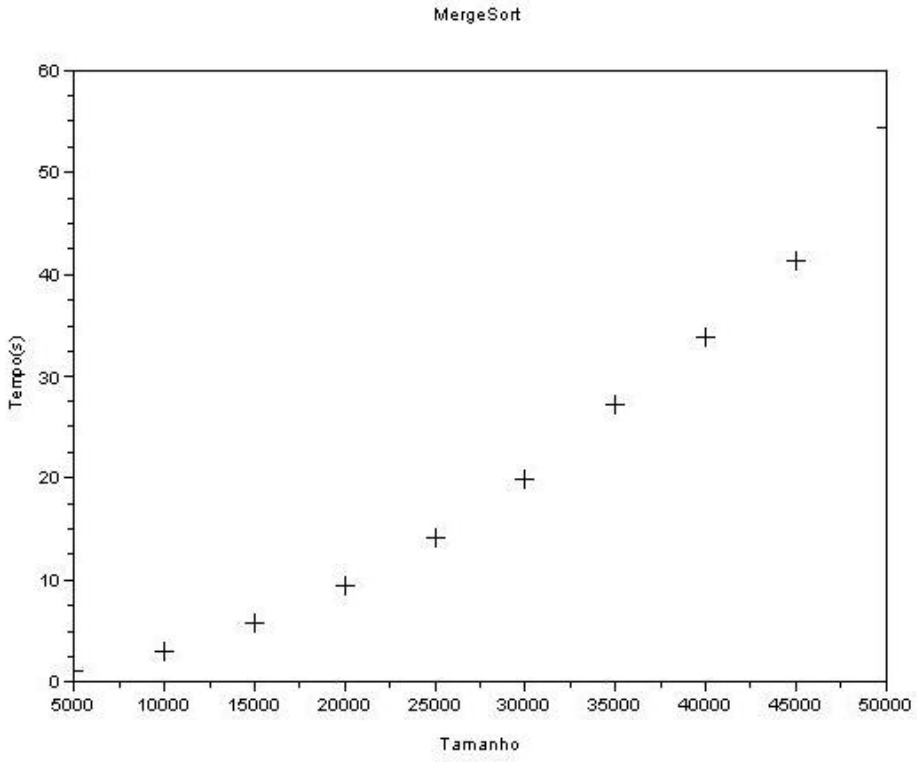


Figura 335: Gráfico de desempenho para a função MergeSort

A Figura 335 mostra o resultado de testes de desempenho realizados com a função `MergeSort`. É interessante comparar este gráfico com o da Figura 328. Em 20 segundos, a função `SelectSort`, executada em um computador com desempenho superior, foi capaz de ordenar um vetor de 4000 elementos; com este mesmo tempo, a função `MergeSort`, executada em um computador com desempenho inferior, conseguiu ordenar um vetor com mais de 35000 elementos.

4.3.3 Partição (QuickSort)

Outro método para se ordenar um vetor utiliza uma operação de *partição* do vetor segundo um pivô, que é um valor igual a um dos elementos do vetor. A partição, aplicável somente a vetores com dois ou mais elementos, separa o vetor em três partes:

- a da esquerda, contendo somente elementos menores ou iguais ao pivô,
- a do meio, contendo somente elementos iguais ao pivô, e
- a da direita contendo somente elementos maiores ou iguais ao pivô.

É possível que algumas das partes resultantes seja vazia. O método prossegue aplicando-se recursivamente às partições da esquerda e da direita, até se conseguir partições de tamanho 1 que estão trivialmente ordenadas. Este é um dos algoritmos mais famosos da ciência da computação, tendo recebido o nome de *quicksort*.

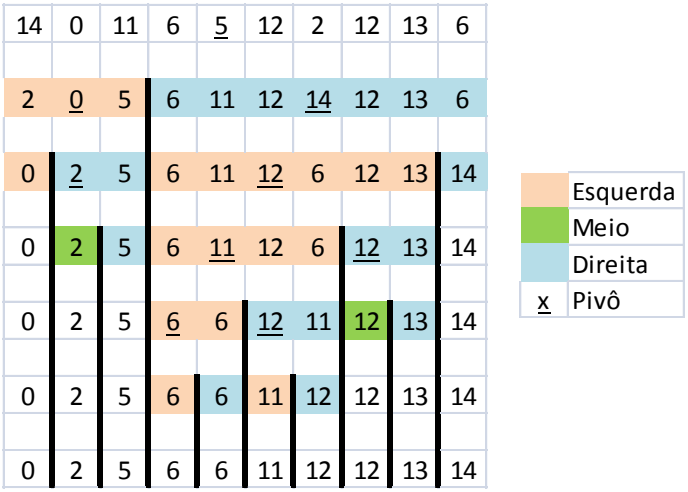


Figura 336: Exemplo de ordenação por partição (quicksort)

A Figura 336 ilustra o comportamento do algoritmo na ordenação de um vetor com 10 elementos. A cada partição o pivô escolhido está sublinhado.

```
function sA = quicksort(A)
  if length(A) <= 1 then
    sA = A;
  else
    [l,m,r] = partition(A);
    sA = [quicksort(l) m quicksort(r)];
  end
endfunction
```

Figura 337: A função quicksort, que implementa o algoritmo de ordenação por partição

Assim como o algoritmo de intercalação, a implantação do quicksort por meio de uma função recursiva é uma expressão direta do algoritmo, como mostra a Figura 337. As partições são feitas pela função `partition`, mostrada na Figura 338.

```
function [left,middle,right] = partition(A)
  pivot = A((1+int(length(A))/2));
  inf = 1;
  sup = length(A);
  while sup >= inf
    while A(inf) < pivot
      inf = inf+1;
    end
    while A(sup) > pivot
      sup = sup-1;
    end
    if sup >= inf then
      temp = A(inf); A(inf) = A(sup); A(sup) = temp;
      inf = inf+1; sup = sup-1;
    end
  end
  left = A(1:sup); middle = A(sup+1:inf-1);
  right = A(inf:length(A));
endfunction
```

Figura 338: A função partition

Diversos pontos são dignos de nota nesta função:

- O pivô é escolhido como o elemento posicionado ao meio do vetor **A**. Isto não é um requisito do algoritmo, que entretanto exige que o pivô seja um dos elementos de **A**. Algumas versões escolhem o primeiro elemento do vetor como pivô, enquanto outras sorteiam a sua posição;
- **inf** é mantido de forma tal que, a qualquer momento, todos os elementos à sua esquerda são menores ou iguais ao pivô. Repare que isto é válido inicialmente, pois não existe nenhum elemento à sua esquerda, e que é mantido válido por todos os comandos;
- **sup** é mantido de forma tal que, a qualquer momento, todos os elementos à sua direita são maiores ou iguais ao pivô; a argumentação para esta afirmativa é análoga à empregada para a variável **inf**;
- **inf** avança sempre para a direita, e **sup** para a esquerda; o loop principal para quando estes dois ponteiros se cruzam;
- no primeiro loop interno, **inf** avança para a direita até encontrar um elemento com valor maior ou igual ao pivô;
- no segundo loop interno, **sup** avança para a esquerda até encontrar um elemento com valor menor ou igual ao pivô;
- os elementos encontrados nestes dois loops internos são trocados de posição, a não ser que **inf** e **sup** já tenham se cruzado;

Não é difícil ver que a função **partition** realiza s comparações para dividir uma partição de tamanho s. O comportamento do algoritmo de ordenação por partição é fortemente dependente das escolhas de pivô. No melhor caso, os pivôs escolhidos são tais que cada partição divide o vetor ao meio e, por motivos similares aos colocados na análise da complexidade do algoritmo de ordenação por intercalação, o quicksort é $O(nlog_2 n)$. No pior caso, o pivô é tal que cada partição produz uma parte com um único elemento e outra com $n-1$ elementos, e o número de comparações é $O(n^2)$, tão ruim como a ordenação por seleção e troca.

4.3.4 Dividir para Conquistar

Os algoritmos de ordenação por intercalação e por partição são exemplos de emprego de uma estratégia clássica em computação, chamada *dividir para conquistar*. Dado um problema de tamanho n,

- o problema é dividido em 2 subproblemas de tamanho $n/2$ (ou 3 subproblemas de tamanho $n/3$, ou ...);
- cada subproblema é "conquistado" por aplicação recursiva da mesma estratégia, a não ser que o seu tamanho seja suficientemente pequeno para permitir uma solução direta;
- as soluções dos subproblemas são combinadas para resolver o problema original.

Na ordenação por intercalação a divisão em subproblemas é simples, mas a combinação das soluções dos subproblemas exige a intercalação. Na ordenação por partição a divisão em subproblemas exige a execução do algoritmo de partição, mas a combinação das soluções dos subproblemas consiste apenas em sua justaposição.

4.4 Algoritmos Numéricos

Nesta seção nós vemos algoritmos numéricos para o cálculo de integrais definidas e também para encontrar raízes de uma função $f(x)$. Tais algoritmos têm utilidade para problemas cuja solução analítica é difícilmente obtida ou não existe. Nós desenvolvemos também uma função para o cálculo da série de Taylor para e^x, cálculo que está sujeito a problemas que podem

resultar de operações de truncamento e de arredondamento que decorrem do uso de um número finito de bits na representação de ponto flutuante.

4.4.1 Integração por Trapézios

O primeiro passo para se obter uma aproximação numérica de uma integral $\int_a^b f(x)dx$ é a divisão do intervalo $[a, b]$ em n subintervalos iguais.Com isso nós vamos obter $n + 1$ pontos regularmente espaçados, que vamos chamar de $x_1, x_2, \cdots, x_{n+1}$. Nós temos $x_1 = a$, $x_{n+1} = b$ e $x_{i+1} - x_i = \Delta_x = (b - a)/n$, para todo $1 \leq i \leq n$.

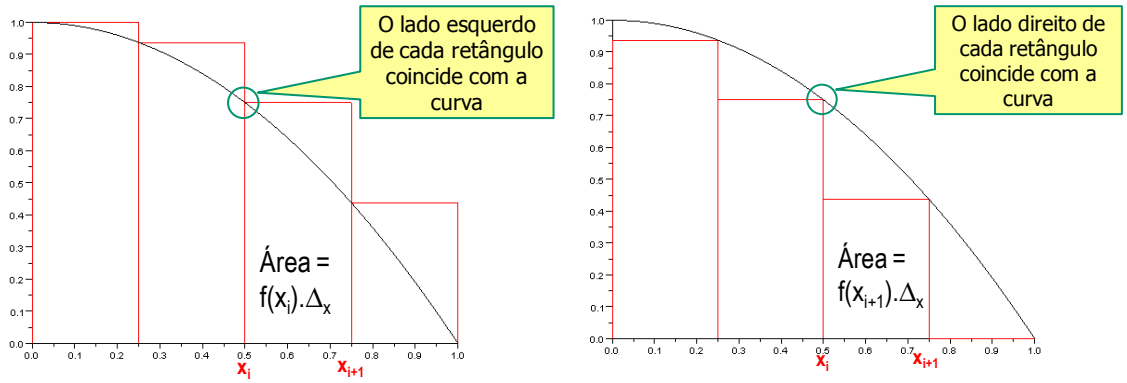


Figura 339: Áreas cobertas pelas somas de Riemann pela esquerda e pela direita para $f(x) = 1 - x^2$ no intervalo [0,1]

A Figura 339 mostra duas formas de se aproximar do valor da integral utilizando somas das áreas de retângulos, conhecidas como soma de Riemann pela esquerda e soma de Riemann pela direita. Podemos ver que a área definida pela soma de Riemann pela esquerda é dada por

$$A_{esq} = f(x_1).\Delta_x + f(x_2).\Delta_x + \cdots + f(x_n).\Delta_x = \Delta_x \sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$

enquanto a área definida pela soma de Riemann pela direita é dada por

$$A_{dir} = f(x_2)\Delta_x + f(x_3)\Delta_x + \cdots + f(x_{n+1})\Delta_x = \Delta_x \sum_{i=2}^{n+1} f(x_i)$$

A medida em que o número de intervalos aumenta e o tamanho do intervalo diminui, as somas de Riemann vão se aproximando da área sob a curva, como mostra a

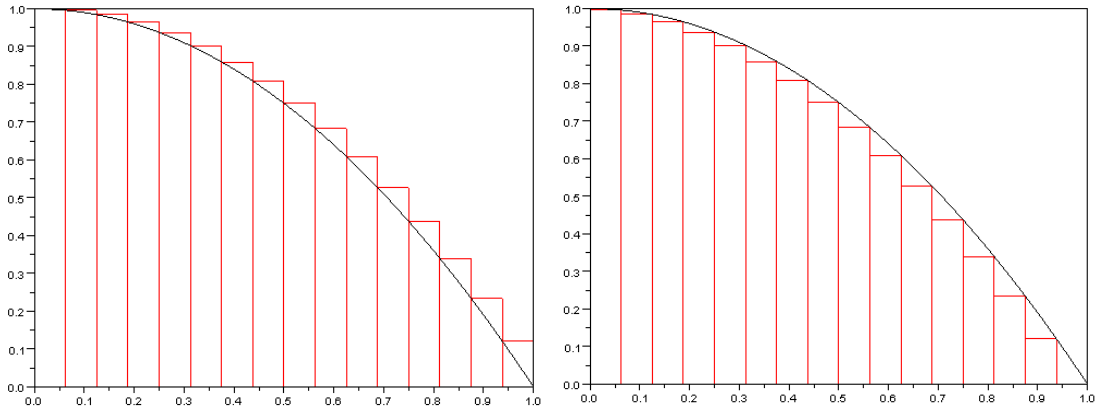


Figura 340: Somas de Riemann com 16 intervalos

As fórmulas das somas de Riemann levam diretamente às suas implementações, mostradas na Figura 341 e na Figura 342.

```
function lrs = LeftRiemannSum(f,a,b,n)
//  Calcula a soma de Riemann esquerda da função
//  f entre os pontos a e b com n intervalos
  x = linspace(a,b,n+1);
  delta_x = (b-a)/n;
  lrs = sum(f(x(1:n))) * delta_x;
  scf();
  plot2d2(x,f(x),style=5,axesflag=5);
  plot2d3(x,f(x),style=5,axesflag=5);
  xx=linspace(a,b,50);
  plot2d(xx,f(xx));
endfunction
```

Figura 341: Função para o cálculo da soma de Riemann esquerda

```
function rrs = RightRiemannSum(f,a,b,n)
//  Calcula a soma de Riemann direita da função
//  f entre os pontos a e b com n intervalos
  x = linspace(a,b,n+1);
  delta_x = (b-a)/n;
  rrs = sum(f(x(2:n+1)))* delta_x);
  scf();
  plot2d2(x,[f(x(2:n+1)) f(b)],style=5,axesflag=5);
  plot2d3(x,[f(x(2:n+1)) f(b)],style=5,axesflag=5);
  xx=linspace(a,b,50);
  plot2d(xx,f(xx),axesflag=5);
endfunction
```

Figura 342: A função RightRiemannSum

Nestas funções, você pode observar que:

- O primeiro parâmetro de entrada, **f**, é a função cuja soma de Riemann será calculada;
- Os parâmetros **a** e **b** são os extremos do intervalo, e **n** é o número de sub-intervalos;
- A função **sum** do Scilab é utilizada para o cálculo da soma dos elementos de um vetor;
- Para o cálculo das somas somente os três primeiros comandos são necessários; os comandos restantes se destinam ao desenho de um gráfico que ilustra a soma realizada.

Não é difícil ver que é possível obter uma aproximação melhor da área sob a curva em um sub-intervalo se utilizarmos o trapézio definido pelo valor da função em seus limites, cono mostrado na Figura 343.

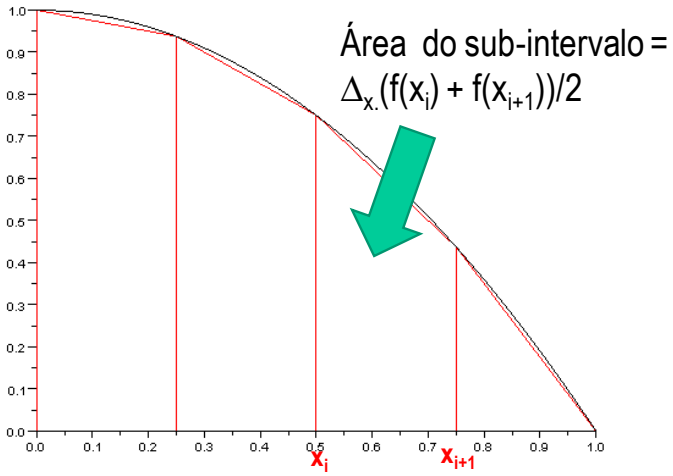


Figura 343: Aproximação por trapézios

A soma das áreas dos trapézios é dada por

$$A = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}\Delta_x + \frac{f(x_2)+f(x_3)}{2}\Delta_x + \cdots + \frac{f(x_{n-1})+f(x_n)}{2}\Delta_x + \frac{f(x_n)+f(x_{n+1})}{2}\Delta_x$$

ou

$$A = \Delta_x\left[\frac{f(x_1)}{2} + f(x_2) + f(x_3) + \cdots + f(x_n) + \frac{f(x_{n+1})}{2}\right]$$

ou

$$A = \Delta_x\left[\frac{f(x_1)+f(x_{n+1})}{2} + \sum_{i=2}^{n} f(x_i)\right]$$

Uma função que calcula uma integral por trapézios está mostrada na Figura 344.

```
function area = TrapezoidalSum(f,a,b,n)
//  Calcula a área sob a curva f entre a e b,
//  utilizando n intervalos e a fórmula dos
//  trapézios
  x = linspace(a,b,n+1);
  delta_x = (b-a)/n;
  area = ( (f(x(1))+f(x(n+1)))/2 + ...
           sum(f(x(2:n))) ...
         )*delta_x;
  scf();
  plot2d(x,f(x),style=5,axesflag=5)
  plot2d3(x,f(x),style=5,axesflag=5);
  xx=linspace(a,b,50);
  plot2d(xx,f(xx),axesflag=5);
endfunction
```

Figura 344: Função para aproximação de integrais por trapézios

Para testar esta função, vamos calcular $\int_0^{\pi} \sin(x)\,dx$, cujo valor exato nós sabemos que é igual a 2. Com 5 intervalos, o resultado da chamada `TrapezoidalSum(sin,0,%pi,5)` foi 1.9337656; com 50 intervalos (chamada `TrapezoidalSum(sin,0,%pi,50)`), o valor obtido foi 1.999342.

4.4.2 Bisseção

Nós sabemos que as raízes (ou zeros) de funções como um polinômio de 2º grau podem ser encontradas por fórmulas analíticas, mas isto não é possível para muitas outras funções. O método da bisseção é um algoritmo que serve para determinar numericamente uma raiz de uma equação $f(x) = 0$, onde $f(x)$ é uma função contínua qualquer. Para dar início ao algoritmo, precisamos de dois pontos a e b, sendo $a < b$, onde a função f assume sinais opostos, ou seja, ou bem $f(a) > 0$ e $f(b) < 0$, ou então $f(a) < 0$ e $f(b) < 0$, como mostrado na Figura 345.

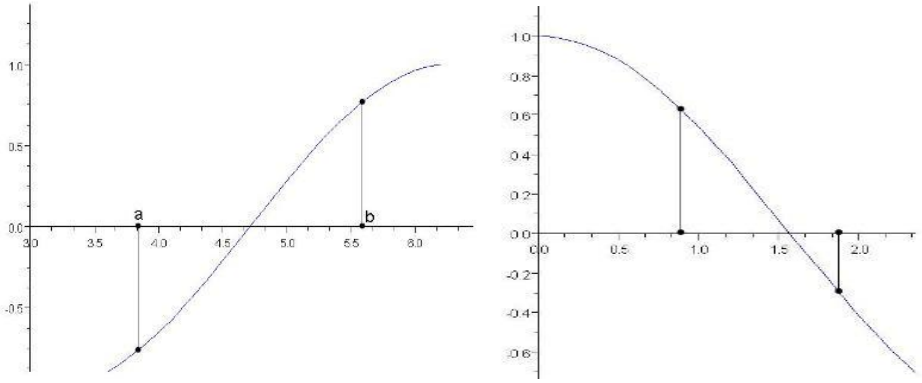


Figura 345: Exemplos de intervalos adequados para o método da bisseção

Como a função é contínua, e como $f(a)$ e $f(b)$ têm sinais opostos, em pelo menos um ponto r no intervalo $[a, b]$ nós teremos $f(r) = 0$. É possível que o intervalo $[a, b]$ contenha mais de uma raiz, como na Figura 346.

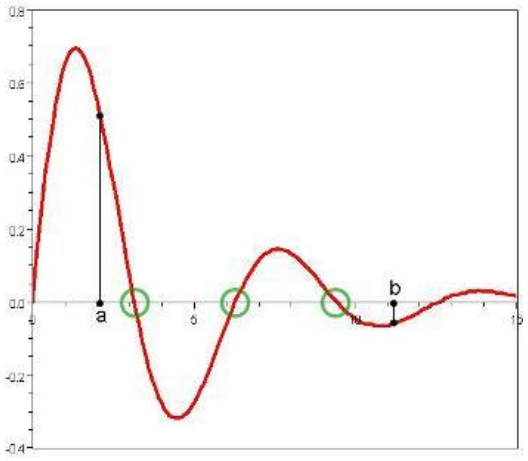


Figura 346: Intervalo contendo mais de uma raiz de uma função

Se $f(a)$ e $f(b)$ têm o mesmo sinal, o intervalo $[a, b]$ pode conter ou não uma raiz, como mostra a Figura 347.

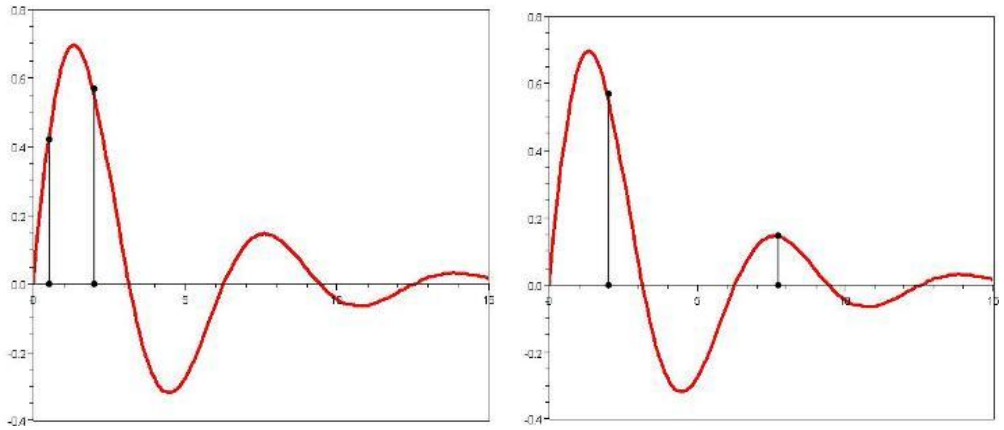


Figura 347: Intervalos em que a função não tem sinais opostos nos extremos podem conter ou não uma raiz

Se $f(x)$não for contínua, é possível que mesmo com $f(a).f(b) < 0$ (ou seja, $f(a)$ e $f(b)$ têm sinais opostos) não exista nenhuma raiz no intervalo $[a, b]$

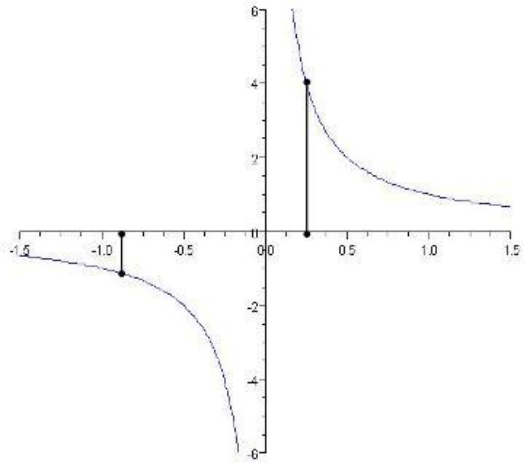


Figura 348: Se a função não for contínua, sinais opostos nas extremidades de um intervalo não garantem que ele contenha uma raiz

O método da bisseção exige portanto que $f(x)$ seja contínua em um intervalo $[a, b]$ tal que $f(a).f(b) < 0$. De uma forma similar ao algoritmo de pesquisa binária, a cada iteração a função f é calculada no ponto médio do intervalo, $m = (a + b)/2$.

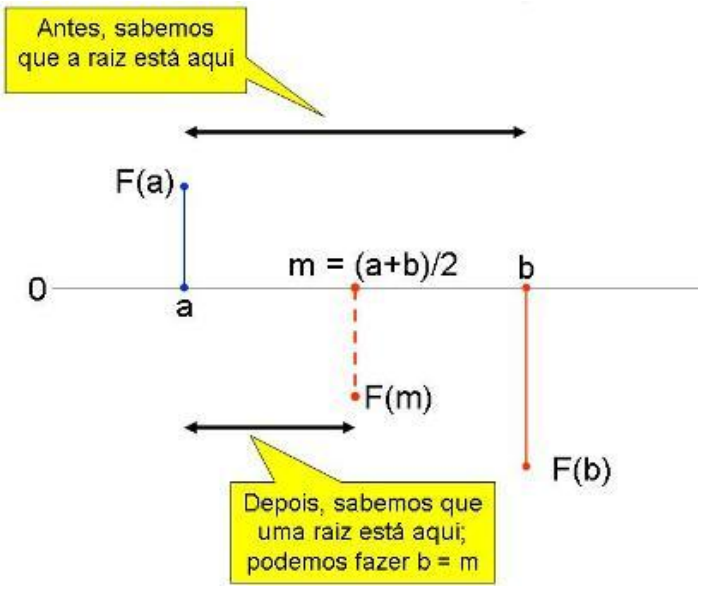


Figura 349: Caso em que a raiz está "à esquerda" do ponto médio do intervalo

Temos três casos possíveis. No primeiro (Figura 349) verificamos que $f(a).f(m) < 0$, e portanto que o intervalo $[a, m]$ contém pelo menos uma raiz, onde o algoritmo pode ser reaplicado.

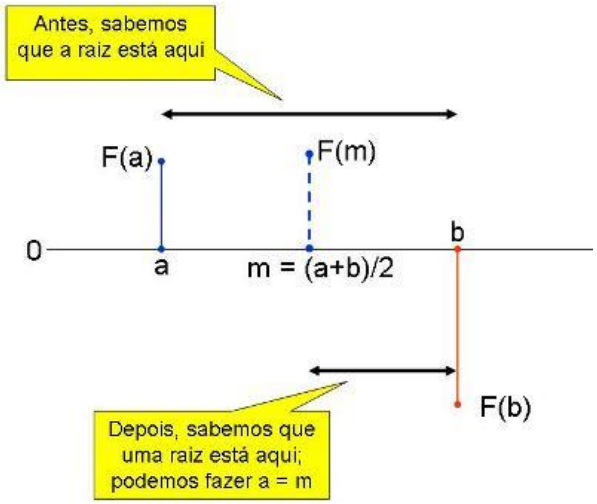


Figura 350: Caso em que a raiz está "à direita" do ponto médio do intervalo

No segundo caso (Figura 350) temos $f(m).f(b) < 0$, e é o intervalo $[m, b]$ que contém pelo menos uma raiz.

A terceira possibilidade é de termos tido sorte e encontrado m tal que $f(m) = 0$.

Ao fim de cada iteração, ou bem a raiz foi encontrada, ou o intervalo de busca foi reduzido à metade. O algoritmo consiste na aplicação repetida deste passo, e termina quando o intervalo onde se encontra a raiz é suficientemente pequeno para a precisão desejada.

Podemos agora dar início ao desenvolvimento de uma função que encontre uma raiz de uma outra função dada pelo método da bisseção.

```
function r = bissecao(f,a, b, tol)
//    se f é contínua e se f(a).f(b) < 0, esta
//    função calcula a raiz r com precisão menor ou igual
//    ao valor de tol
endfunction
```

Figura 351: Cabeçalho da função bissecao

A Figura 351 mostra uma primeira versão da função `bissecao` contendo apenas o seu cabeçalho:

- O primeiro parâmetro formal de entrada, `f`, é a função da qual se deseja encontrar a raiz;
- Os parâmetros `a` e `b` são os limites do intervalo, e devem ser tais que `f(a)*f(b) < 0`;
- O parâmetro `tol` é a tolerância, isto é, um valor para o tamanho do intervalo de busca onde a precisão desejada é considerada satisfatória;
- O parâmetro de saída `r` é a raiz encontrada.

Para testar a função `bissecao`, nós precisamos:

- de uma função contínua,
- de um intervalo onde a função troca de sinal,
- e de conhecer o valor de uma raiz nesse intervalo para que seja possível verificar o resultado.

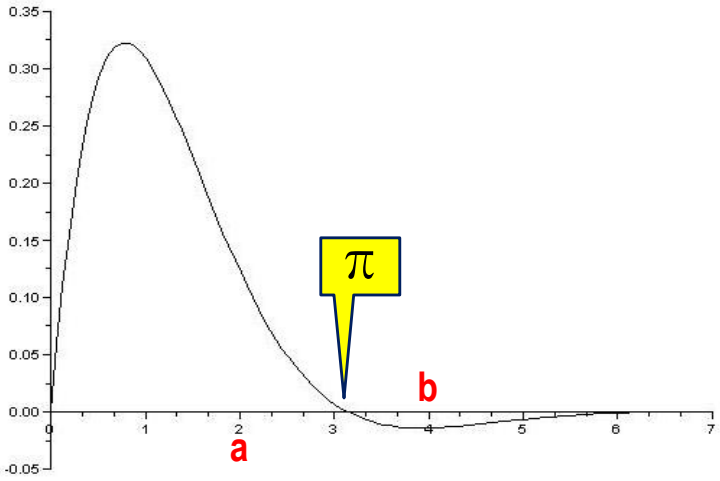


Figura 352: Gráfico de $f(x) = e^{-x} \sin x$

A função $f(x) = e^{-x} \sin x$, cujo gráfico está mostrado na Figura 352, satisfaz a estes requisitos, pois:

- é contínua;
- tem sinais opostos nos extremos do intervalo $[2,4]$, e portanto este intervalo contém uma raiz, e
- esta raiz é π.

A Figura 353 mostra uma implementação desta função. Repare no uso do operador `.*`, de multiplicação elemento a elemento, ao invés do operador `*`, de multiplicação matricial.

```
function y = exp_sin(x)
  y = exp(-x) .* sin(x);
endfunction
```

Figura 353: A função exp_sin

O gráfico da Figura 352 pode ser obtido na console do Scilab com os comandos mostrados na Figura 354. A diretiva `axesflag=5` faz com que os eixos sejam traçados no ponto (0,0).

```
-->getf("exp_sin.sci")
-->x = linspace(0,2*%pi,101);
-->y = exp_sin(x);
-->plot2d(x,y,axesflag=5)
```

Figura 354: Comandos para obter o gráfico da Figura 352 na console do Scilab

Com isso nós já podemos construir um programa testador para a função bissecao, conforme mostra a Figura 355. O programa permite experimentar com diversos valores de tolerância, comparando a raiz calculada com o valor de π com 10 casas decimais.

```
clear
getf("exp_sin.sci");
getf("bissecao.sci");
tolerancia = input("\nTolerância = ");
while tolerancia > 0
  raiz = bissecao(exp_sin,2,4, tolerancia);
  printf(" Raiz = %12.10f; \n   Pi = %12.10f\n",raiz,%pi);
  tolerancia = input("\nTolerância = ");
end
```

Figura 355: O programa bissecao_teste.sce

Um primeiro refinamento da função `bissecao.sci` é o loop que, a cada passo, reduz à metade o intervalo que contém a raiz. Na Figura 356 nós podemos observar que:

- o loop é interrompido quando o tamanho do intervalo é menor ou igual à tolerância fornecida pelo usuário, e
- o valor retornado como raiz é o ponto médio do intervalo.

```
function r = bissecao(f,a, b, tol)
//    se f é contínua e se f(a).f(b) < 0, esta
//    função calcula a raiz r com precisão menor ou igual
//    ao valor de tol
  while b-a > tol
    // Redução do intervalo que contém a raiz
  end
  r = (a+b)/2;
endfunction
```

Figura 356: Primeiro refinamento da função bissecao

O refinamento da redução do intervalo é simplesmente a codificação do método da bisseção, como mostra a Figura 357. Repare que:

- `quando f(a)*f(m) < 0`, a função faz `b = m`;
- quando `f(b)*f(m) < 0`, a função faz `a = m`;
- quando `f(m) == 0`, a função faz `a = m` e `b = m`.

```
function r = bissecao(f,a, b, tol)
//    se f é contínua e se f(a).f(b) < 0, esta
//    função calcula a raiz r com precisão menor ou igual
//    ao valor de tol
  while b-a > tol
    // Redução do intervalo que contém a raiz
    m = (a+b)/2; //Ponto médio
    if f(a)*f(m) <= 0 then
      // [a,m] contém uma raiz
      b = m;
    end
    if f(m)*f(b) <= 0 then
      // [m,b] contém uma raiz
      a = m;
    end
  end
  r = (a+b)/2;
endfunction
```

Figura 357: A função bissecao

A Figura 358 mostra o resultado de um teste da função bissecao, onde podemos ver o efeito da tolerância fornecida pelo usuário sobre a precisão do cálculo da raiz.

```
Tolerância = 1.0e-3
 Raiz = 3.1411132813;
   Pi = 3.1415926536

Tolerância = 1.0e-6
 Raiz = 3.1415925026;
   Pi = 3.1415926536

Tolerância = 1.0e-10
 Raiz = 3.1415926536;
   Pi = 3.1415926536
```

Figura 358: Teste da função bissecao

4.4.3 Série de Taylor para exp(x) e Cancelamento Catastrófico

Do cálculo sabe-se que, para qualquer x real, e^x pode ser calculado por uma série de Taylor, que é uma soma de infinitos termos com a forma abaixo:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots, \quad -\infty < x < \infty,$$

ou, lembrando que $0! = 1$,

$$e^x = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$$

Esta série converge para qualquer valor de x. Nós podemos ver que, a partir do termo onde $i \geq x$, $i!$ cresce mais rapidamente que x^i, e que o valor absoluto dos termos tende para zero. Queremos aqui construir uma função Scilab que calcule e^x por esta fórmula, adicionando termos até que seu valor absoluto seja menor que uma tolerância fornecida pelo usuário. Já temos como escrever o cabeçalho da função, como mostra a Figura 359.

```
function y = expTaylor(x,tol)
// Calcula a soma dos termos
// da série de Taylor até o primeiro
// termo com valor absoluto menor
// que a tolerância tol
endfunction
```

Figura 359: Cabeçalho da função expTaylor

Para testar esta função, o programa **expTaylor_teste**, mostrado na Figura 355, lê um valor para a tolerância. Depois, repetidamente, lê valores para a variável **x**, calcula e compara os valores retornados pela função **expTaylor** que nós desenvolvemos e pela função **exp** fornecida pelo Scilab, que é bastante confiável pois utiliza técnicas muito sofisticadas de cálculo numérico.

```
getf("expTaylor.sci");
tol = input("\ntol = ");
x = input("\nx = ");
while x ~= 999
  expCalc = expTaylor(x,tol);
  printf("\n           x      exp(x)      expTaylor(x)      Erro")
  printf ("\n%12g %15.8e %15.8e %15.8e\n", ...
          x,exp(x),expCalc,exp(x)-expCalc)
  x = input("\nx = ");
end
```

Figura 360: O programa expTaylor_teste.sce

Para o desenvolvimento da função **expTaylor**, nós devemos reparar que é possível obter t_i, o i-ésimo termo da série a partir do termo anterior, pois

$$t_i = \frac{x^i}{i!} = \frac{x^{i-1}}{(i-1)!}\frac{x}{i} = \frac{x}{i}t_{i-1}$$

Com isso nós chegamos à forma final da função **expTaylor**, mostrada na Figura 361.

```
function y = expTaylor(x,tol)
// Calcula a soma dos termos
// da série de Taylor até o primeiro
// termo com valor absoluto menor
// que a tolerância tol
  Termo = 1;
  y = 1;
  i = 1;
  while abs(Termo) >= tol
    Termo = Termo * x / i;
    y = y + Termo;
    i = i+1;
  end
endfunction
```

Figura 361: A função expTaylor

Vamos primeiramente testar a função para alguns valores positivos de **x**. Podemos ver na Figura 362 que os resultados são muito bons, com diferenças 16 ordens de grandeza menores que os valores calculados pelas duas funções.

```
tol = 1.0e-40
x = 1
                1 2.71828183e+000 2.71828183e+000 -4.44089210e-016
x = 10
               10 2.20264658e+004 2.20264658e+004 7.27595761e-012
x = 30
               30 1.06864746e+013 1.06864746e+013 -3.90625000e-003
```

Figura 362: Resultados de testes da função expTaylor com x positivo

Mas o teste com valores negativos nos reserva surpresas desagradáveis, como mostra a Figura 363. Para `x == -1`, o erro é inferior aos valores por 15 ordens de grandeza, muito bom. Para `x == -10`, o erro é 8 ordens de grandeza menor que os valores calculados; vá lá. Já com `x == -20`, o erro é da mesma ordem de grandeza dos valores calculados, muito ruim. A casa cai mesmo com `x==-30`, quando o erro é 9 ordens de grandeza maior que o valor correto, e, pior, o valor calculado para e^{-30} é negativo, sendo que e^x é uma função estritamente positiva!

```
tol = 1.0e-40
x = -1
               -1 3.67879441e-001 3.67879441e-001 -1.11022302e-016
x = -10
              -10 4.53999298e-005 4.53999296e-005 1.39453573e-013
x = -20
              -20 2.06115362e-009 5.62188447e-009 -3.56073085e-009
x = -30
              -30 9.35762297e-014 -3.06681236e-005 3.06681237e-005
```

Figura 363: Resultados de testes da função expTaylor com x negativo

O que aconteceu? A fórmula para a série de Taylor é provada matematicamente, e a função expTaylor é uma implantação direta da fórmula, com pouca possibilidade de erros.

```
-->eps = 1.0e-23;
-->y = 1.0e23;
-->x = y + eps;
-->x == y
 ans  =
  T
```

x é igual a y bit por bit!

Figura 364: Exemplo de cancelamento catastrófico

A origem dos maus resultados está na aritmética de ponto flutuante, que usa um número fixo de bits para representação da mantissa. Operações aritméticas com números com grandes diferenças de ordem de grandeza não funcionam corretamente, como mostra a Figura 364.

O valor `1.0e-23` somado a `1.0e23` não altera o seu expoente, o que é natural, mas tampouco altera a sua mantissa, que não possui bits suficientes para essa adição. O valor somado é simplesmente perdido na operação, em um efeito que é conhecido por cancelamento catastrófico.

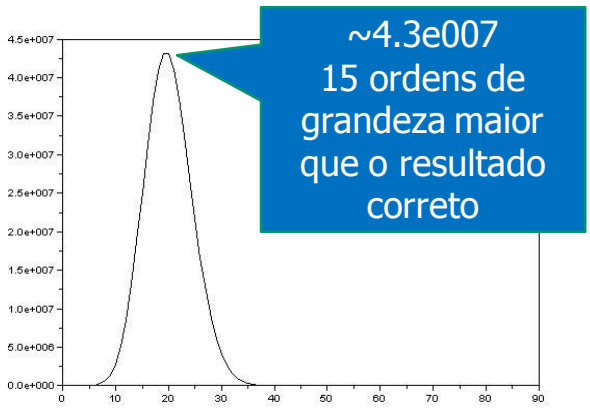


Figura 365: Gráfico com valores absolutos dos termos da série de Taylor para x == -20

A Figura 365 mostra um gráfico com os valores absolutos dos termos da série de Taylor para x `== -20`. O maior valor absoluto de um termo é da ordem de 10^7, e o valor correto para e^{-20} é da ordem de 10^{-9}. Ou seja, nas operações aritméticas realizadas com os primeiros termos da série os erros de truncamento podem ser bem maiores que o resultado final, e é isso o que ocorre com o uso da função `expTaylor` para o cálculo de exponenciais de números negativos.

Como lição a tirar destes exemplos, você deve ter muito cuidado ao operar com números de valores com grandes diferenças de ordem de grandeza. A aritmética de ponto flutuante é melindrosa; use funções de bibliotecas, desenvolvidas por profissionais de cálculo numérico, sempre que possível. Por outro lado, não se deixe levar pelo pessimismo. Programas numéricos funcionam como esperado na maior parte dos casos.

4.5 Barreiras de Complexidade

Nós vimos que o tempo necessário para ordenar um vetor de tamanho n cresce com n^2 para o algoritmo de ordenação por seleção de troca, e cresce com $nlog_2 n$ para o algoritmo de ordenação por intercalação. Existiriam algoritmos com curvas de crescimento melhores do que o MergeSort? Seria possível descobrir um algoritmo de ordenação que seja, digamos, $O(\sqrt{n})$?

A resposta a esta pergunta é negativa. Resultados teóricos provam que o limite inferior para a complexidade de qualquer algoritmo de ordenação é $O(nlog_2 n)$. Ou seja, existem resultados de complexidade associados a problemas, válidos para qualquer algoritmo. No restante desta seção nós iremos expor alguns resultados muito importantes relacionados com a complexidade de problemas.

4.5.1 Problemas np-completos: O Problema do Caixeiro Viajante

Um caixeiro viajante precisa visitar n cidades, percorrendo a menor distância possível, sem passar duas vezes pela mesma cidade. Ele conhece a distância entre duas cidades quaisquer de seu roteiro; um exemplo está mostrado na Figura 366. Não existem estradas entre as cidades sem ligação no grafo.

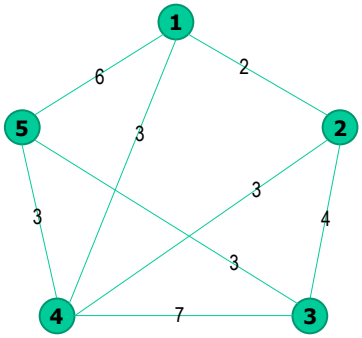


Figura 366: Distâncias entre cidades a serem visitadas pelo caixeiro viajante

Qual é o melhor roteiro, isto é, qual é o roteiro com a menor distância total, partindo da cidade 1? Na Figura 367 você pode ver como a escolha de um roteiro influencia a distância total.

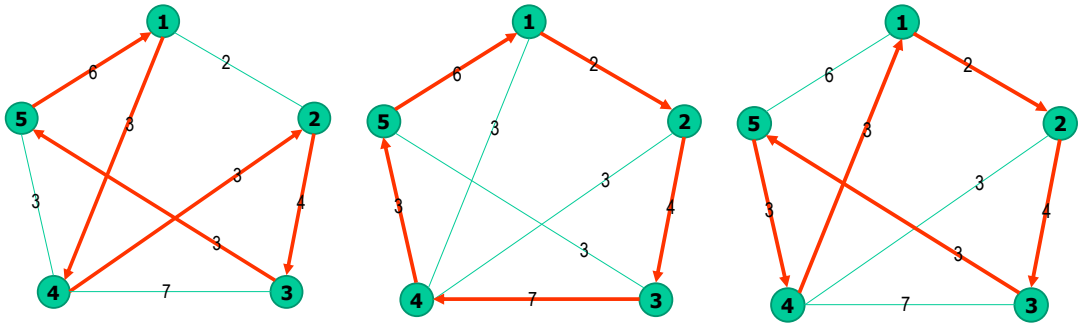


Figura 367: Algumas alternativas de roteiros para o caixeiro viajante

Um exame atento nos faz perceber que o roteiro mais à direita na Figura 367 é, dentre todos, o de menor custo. Descobrir o roteiro ótimo fica bem mais complicado quando temos mais cidades, como na Figura 368.

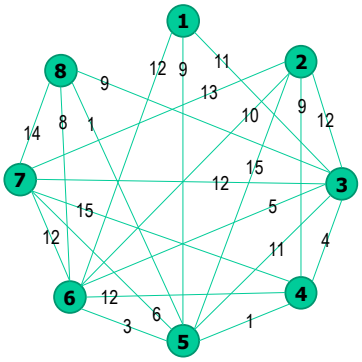


Figura 368: Um problema com 8 cidades

Temos muito mais alternativas a examinar; três exemplos estão na Figura 369. Aqui também a alternativa mais à direita é a rota ótima, fato que não é fácil de se confirmar por um simples exame do problema. Precisamos do auxílio de um computador. Queremos construir um programa que, dado um conjunto de cidades e suas distâncias, descubra o melhor roteiro para o caixeiro viajante.

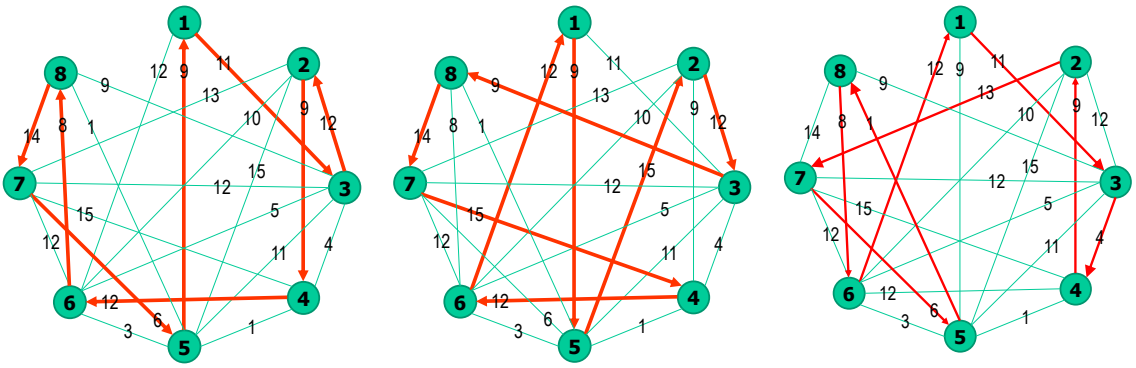


Figura 369: Algumas alternativas de roteiros para o problema da Figura 368

Vamos tentar uma solução direta. Devemos:

1. Gerar todas as alternativas de roteiros;
2. Para cada roteiro, calcular o seu custo total;
3. Escolher o roteiro com menor distância total.

E como fazer para gerar todas as alternativas de roteiros? Temos que gerar todas as permutações das cidades a serem percorridas. Para um problema com 4 cidades, as rotas a serem examinadas são (lembrando que a cidade 1 é o ponto inicial, e portanto faz parte de qualquer circuito):

2	3	4
2	4	3
3	2	4
3	4	2
4	2	3
4	3	2

Nós iremos precisar de uma função que gere as permutações de um conjunto de números, cada número correspondendo a uma cidade. Vamos primeiramente definir um cabeçalho para uma função **`permutations`** (Figura 370).

```
Function p = permutations(A)
  // gera uma matriz p onde
  // cada linha é uma permutação de A
endfunction
```

Figura 370: Cabeçalho da função permutations

Precisamos agora de um algoritmo para gerar essas permutações. O raciocínio é, mais uma vez, recursivo:

- Se o vetor **`A`** é de tamanho 1, ele já é a única permutação possível;
- senão, devemos "separar" o primeiro elemento do vetor;
- gerar todas as permutações dos elementos restantes (mesmo problema inicial, mas com um elemento a menos), e fazer uma justaposição do elemento separado com as permutações obtidas;
- repetir este procedimento para os demais elementos do vetor.

Como exemplo, considere o processo de gerar todas as permutações do vetor [2 3 4]. Nós devemos:

- Separar o elemento 2, e gerar todas as permutações do vetor [3 4]; depois, concatenar 2 às permutações obtidas;
- Separar o elemento 3, e gerar todas as permutações do vetor [2 4]; depois, concatenar 3 às permutações obtidas;
- Finalmente, separar o elemento 4, e gerar todas as permutações de [2 3], e depois concatenar 4 às permutações obtidas.

A função **permutations** mostrada na Figura 371 é uma implementação direta deste algoritmo.

```
function p = permutations(A)
  if length(A) == 1 then
    p = A;
  else
    p = [];
    for i = 1:length(A)
      B = permutations(OneOut(A,i));
      [nl,nc] = size(B);
      for j = 1:nl
        p = [p ; [A(i) B(j,:)]];
      end
    end
  end
endfunction
```

```
function b = OneOut(A,i)
  x = 1:length(A);
  b = A(x ~= i);
endfunction
```

Figura 371: A função permutations

Ela faz uso da função **OneOut**, que implementa a operação de "separar" o i-ésimo elemento do vetor, e que é um bom exemplo de uso das possibilidades oferecidas pelo Scilab para manipulação de matrizes apresentadas na Seção 3.2.9 (pág. 138).

Já podemos dar início ao desenvolvimento do programa principal. A Figura 372 apresenta uma primeira versão, formada apenas por comentários.

```
// Lê a matriz de distâncias
// Gera todas as rotas possíveis
// Calcula o custo de cada rota
// Seleciona a de menor custo
// Imprime o resultado
```

Figura 372: Primeira versão do programa CaixeiroViajante.sce

Vamos atacar inicialmente a leitura da matriz de distâncias. Queremos utilizar a função **fscanfMat** para esta leitura, mas temos que levar em conta que:

- precisamos representar o valor infinito para distâncias entre cidades sem conexão direta, e
- a função **fscanfMat** só lê números.

Isto pode ser resolvido adotando a convenção de usar no arquivo de entrada o valor -1 para representar infinito. Com isto podemos construir um arquivo de distâncias como mostra a Figura 373.

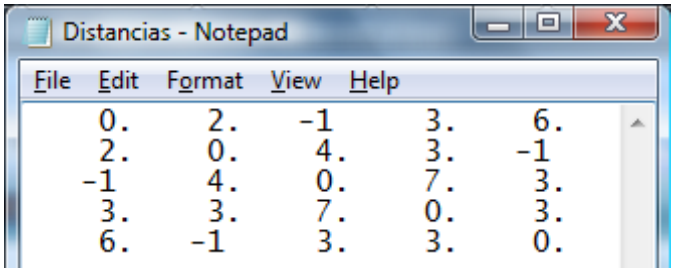


Figura 373 : Arquivo Distancias.txt com distâncias entre as cidades mostradas na Figura 366

Este arquivo pode ser lido diretamente com `fscanfMat`. Após a leitura, os elementos com valor `-1` devem ser substituídos por `%inf`. Você pode ver este código na Figura 374, onde está destacado o comando que faz as substituições.

```
// Lê a matriz de distâncias
Dist = ...
fscanfMat(uigetfile("*.txt",pwd(),"Distâncias"));
// Substitui -1 por %inf
Dist(Dist==-1) = %inf;
```

Figura 374: Leitura do arquivo com distâncias

Para gerar as rotas e calcular seus custos, vamos usar a função `permutations` da Figura 371, e também uma função `cost`, que recebe como parâmetros de entrada uma matriz `D` de distâncias, e um vetor `path`, que contém os índices das cidades que compõem uma rota.

```
[nl,nc] = size(Dist); //nl deve ser igual a nc
Rotas = permutations(2:nc);
[NL,NC] = size(Rotas);
for i = 1:NL
  Custo(i) = cost(Dist,[1 Rotas(i,:) 1]);
end
```

```
function c = cost(D,path)
  c = 0;
  for i=1:length(path)-1
    c = c + D(path(i),path(i+1));
  end
endfunction
```

Figura 375: Obtenção de todas as rotas e cálculo dos custos

Nos trechos de código mostrados na Figura 375 você deve reparar que:

- o vetor `Rotas` recebe todas as permutações das cidades de `2` a `n`, e não de `1` a `n`, pois a cidade `1` é sempre o ponto de partida e de chegada.
- a rota enviada (passada como parâmetro real) para a função `cost` é o vetor formado pela cidade `1` acrescida das cidades que compõem uma linha do vetor `Rotas`, acrescido novamente pela cidade `1`.

```
// Resolve o problema do caixeiro viajante
clear()

getf("permutations.sci");
getf("cost.sci");
getf("OneOut.sci");
getf("SelecionaMenor.sci");
getf("PrintMatrix.sci");

// Lê a matriz de distâncias
Dist = fscanfMat(uigetfile("*.txt",pwd(),"Distâncias"));
PrintMatrix("Distâncias",Dist);
// Substitui -1 por %inf
Dist(Dist==-1) = %inf;
// Obtenção das rotas
[nl,nc] = size(Dist); //nl deve ser igual a nc
Rotas = permutations(2:nc);
// Calcula o custo de cada rota
[NL,NC] = size(Rotas);
for i = 1:NL
  Custo(i) = cost(Dist,[1 Rotas(i,:) 1]);
  if Custo(i) <> Exemplos(:,1) then
  end
end
// Seleciona a de menor custo
Melhor = SelecionaMenor(Custo,1);
// Imprime a melhor rota
printf("\nA melhor rota é");
PrintMatrix("Rota",[1 Rotas(Melhor,:) 1]);
printf("com custo total = %d.",Custo(Melhor));
```

Figura 376: O programa CaixeiroViajante.sce

A Figura 376 mostra o programa completo, que também usa as funções **SelecionaMenor** (Figura 324, página 171) e **PrintMatrix** (Figura 325, página 171). Executando este programa com o arquivo Distancias.txt (Figura 373), nós vemos que a melhor rota é [1 2 3 5 4 1] com custo total = 15, mostrada na Figura 367.

Muito bem, temos um programa que resolve o problema do caixeiro viajante. Mas será que com ele nós poderemos encontrar o melhor roteiro para visitar de avião todas as 27 capitais brasileiras? É melhor nem tentar. Com n cidades, temos $(n-1)!$ permutações a explorar. Para o exemplo com 5 cidades, são $4! = 24$ possibilidades, fácil. Para 8 cidades, temos $7! = 5040$ rotas a examinar, sem problemas, mas para as capitais brasileiras, são $26! \cong 4 \times 10^{26}$ permutações a serem examinadas!

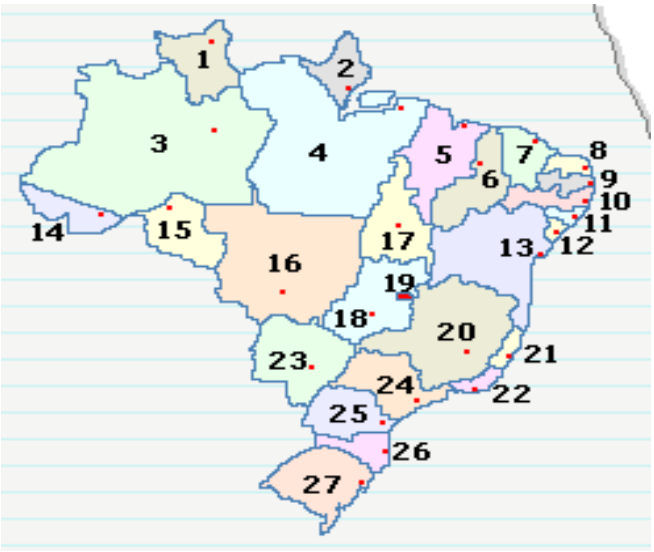


Figura 377: Qual é o melhor roteiro para visitar as 27 capitais brasileiras?

Mas isso não seria simplesmente um defeito do nosso algoritmo, cuja complexidade é $O(n!)$? Infelizmente não. Efetivamente existem soluções melhores, com técnicas mais sofisticadas que reduzem o número de roteiros a serem examinados. Mas não reduzem tanto. A melhor solução já encontrada tem complexidade $O(n^2 2^n)$, o que para n suficientemente grande cresce mais rapidamente do que qualquer potência de n, ou do que qualquer polinômio em n.

O caixeiro viajante é um exemplo da classe de problemas conhecidos como *np-completos*, onde np significa tempo polinomial não-determinístico. As razões para esta denominação estão acima da abrangência deste texto. Outro exemplo de problema np-completo é o problema da mochila, que consiste em descobrir qual é a melhor escolha – a de maior valor total – de objetos com pesos e valores a serem colocados em uma mochila que tem uma capacidade máxima que não pode ser ultrapassada.

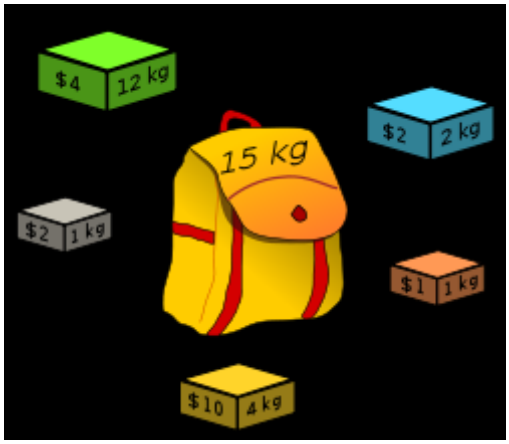


Figura 378: Quais objetos devem ser colocados na mochila para se obter o maior valor total sem que o peso total ultrapasse a capacidade da mochila?

Um problema aberto da computação é a existência ou não de uma solução com complexidade polinomial para os problemas np-completos. Até hoje, ninguém conseguiu provar que não existe nenhuma solução com tempo polinomial e, por outro lado, ninguém conseguiu um algoritmo com complexidade polinomial para resolver qualquer problema np-completo. Portanto, se você conseguir desenvolver um algoritmo com complexidade polinomial para resolver o problema do caixeiro viajante ou o da mochila, ou provar que não existe tal solução, você ficará famoso.

4.5.2 Problemas indecidíveis: O Problema da Correspondência de Post

Vamos agora estudar um problema proposto pelo matemático Emil Post em 1946. Considere um estoque ilimitado de dominós de um número finito de tipos.

Figura 379: Exemplo de dominós para o problema da Correspondência de Post

Todos os dominós de um tipo têm um mesmo string de 0s e 1s na parte de cima e outro na parte de baixo. O problema da correspondência de Post é resolvido se você encontrar uma seqüência de dominós tal que os strings formados pela concatenação dos strings superiores e inferiores sejam iguais. A Figura 380 mostra uma solução para o problema proposto na Figura 379.

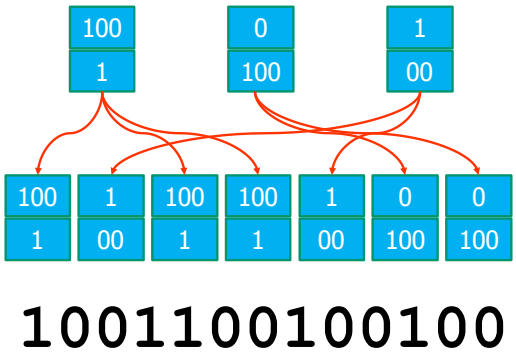


Figura 380: Uma solução com 7 dominós

Vamos representar uma sequência de dominós por um vetor de índices como [1 3 1 1 3 2 2], que significa “um dominó do tipo 1, seguido de um dominó do tipo 3, seguido de dois do tipo 1, seguido de um dominó do tipo 2, seguido por dois do tipo 2”.

Para resolver o problema de Post nós vamos novamente usar um algoritmo força-bruta, que gera todas as sequências possíveis de dominós, começando pelas menores. Se tivermos 3 tipos de dominós, as primeiras sequências geradas são [1], [2], [3], [1 1], [1 2], [1 3], [2 1], [2 2], [2 3], [3 1], [3 2], [3 3], [1 1 1], [1 1 2], [1 1 3], [1 2 1], e assim por diante. Você pode ver que a geração das sequências pode ser feita por um processo equivalente à contagem em um sistema de base 3, sem o algarismo 0 e incluindo o algarismo 3.

```
getf("ReadPostProblem.sci");
getf("Sucessor.sci");
getf("strPost.sci");
getf("WritePostSolution.sci");
getf("WritePostProblem.sci");

// Leitura do problema de Post
[nTypes Up Down] = ReadPostProblem();
WritePostProblem(Up,Down);

found = %f;
seq = [];
while ~found
  seq = Sucessor(seq,nTypes);
  upString = strPost(Up,seq);
  dnString = strPost(Down,seq);
  found = upString == dnString;
  if found then
    WritePostSolution(seq,Up,Down);
  end
end
```

Figura 381: O programa Post.sce

A Figura 381 mostra o programa **Post.sce**, aonde:

- A função **ReadPostProblem** é usada para ler um problema de Post – um conjunto de tipos de dominós. Essa função retorna um inteiro **nTypes**, o número de tipos de dominós, e os vetores de strings **Up** e **Down**, que conterão respectivamente os strings da parte de cima e da parte de baixo de cada tipo de dominó no problema lido;
- A função **WritePostProblem** imprime na tela os dados do problema lido;
- O programa executa um loop que explora todas as seqüências de dominós extraídos dos tipos lidos, parando se encontrar uma seqüência onde as concatenações dos strings da parte superior e da parte inferior dos dominós são iguais.
- A variável **seq** contém uma seqüência de dominós, que a cada passagem do loop é substituída por sua sucessora, usando a função **Sucessor**;
- A função **WritePostSolution** é usada para imprimir na tela uma solução eventualmente encontrada;
- A função **strPost** constrói um string concatenando segundo uma sequência dada os strings na parte superior ou na parte inferior dos dominós.

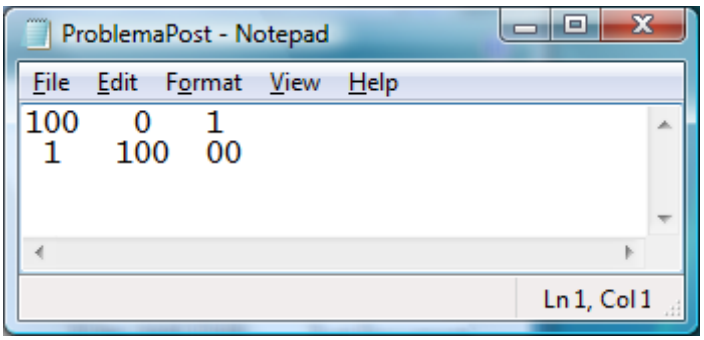


Figura 382: Tela do Bloco de Notas com um arquivo de tipos de dominós para o problema de Post da Figura 379

Vamos começar pela leitura de um conjunto de tipos de dominós. A Figura 382 ilustra o formato que escolhemos para arquivos com tipos de dominós que descrevem um problema de Post.

```
function [nTypes, Up, Down] = ReadPostProblem()
  PostFile = uigetfile("*.txt",pwd(),"Problema de Post");
  da = mopen(PostFile,"r");
  Lines = mgetl(da);
  Up = tokens(Lines(1));
  Down = tokens(Lines(2));
  [nTypes,nc]=size(Up);
endfunction
```

Figura 383: A função ReadPostProblem

A função **ReadPostProblem** (Figura 383) faz uso da função **tokens**, fornecida pelo Scilab, que recebe um string como parâmetro de entrada, e produz um vetor coluna, onde os elementos do vetor são strings que, no string de entrada, estão separados por brancos ou tabulações.

```
function WritePostProblem(Up,Down);
  printf("\nProblema de Post:\n");
  [nl,nc] = size(Up);
  for i = 1:nl
    printf("%5s",Up(i));
  end
  printf("\n");
  for i = 1:nl
    printf("%5s",Down(i));
  end
endfunction
```

Figura 384: A função WritePostProblem

A função **WritePostProblem** (Figura 384) imprime na tela um problema armazenado nos vetores de strings **Up** e **Down**.

```
function s = strPost(Strs,seq)
  s = "";
  for i = 1:length(seq)
    s = s + Strs(seq(i));
  end
endfunction
```

Figura 385: A função strPost

A Figura 385 mostra a função **strPost** que constrói a concatenação dos strings em uma sequência de dominós.

```
function s = Sucessor(r,nTypes)
  // retorna o sucessor da sequência r
  VaiUm = 1;
  for i = length(r):-1:1
    if VaiUm > 0 then
      if r(i) < nTypes then
        r(i) = r(i) + 1;
        VaiUm = 0;
      else
        r(i) = 1;
      end
    end
  end
  if VaiUm == 1 then
    s = [1 r];
  else
    s = r;
  end
endfunction
```

Figura 386: A função Sucessor

A função **Sucessor** (Figura 386) gera, a partir de uma seqüência de dominós, a seqüência seguinte no processo de contagem. Essencialmente ela soma 1 ao número formado pelos "algarismos" que compõem a seqüência. A Figura 387 mostra alguns exemplos de uso desta função.

```
-->Sucessor([],3)
 ans  =
    1.

-->Sucessor([2 3 1],3)
 ans  =
    2.    3.    2.

-->Sucessor([3 3 3],3)
 ans  =
    1.    1.    1.    1.
```

Figura 387: Exemplos de uso da função Sucessor

Finalmente temos a função **WritePostSolution** (Figura 388) que imprime na tela a solução encontrada, em um formato tabular.

```
function WritePostSolution(seq, Up, Down)
  printf("\nSolução: %s\n",strPost(Up,seq));
  for i = 1:length(seq)
    printf("%5d",seq(i))
  end
  printf("\n");
  for i = 1:length(seq)
    printf("%5s",Up(seq(i)));
  end
  printf("\n");
  for i = 1:length(seq)
    printf("%5s",Down(seq(i)));
  end
endfunction
```

Figura 388: A função WritePostSolution

Já podemos testar o nosso programa para ver se encontramos a solução da Figura 380. Escolhendo como entrada o arquivo ProblemaPost.txt, vemos que o programa Post.sce efetivamente resolve este problema, produzindo a saída mostrada na Figura 389.

```
Problema de Post:
  100    0    1
    1  100   00
Solução: 1001100100100
    1    3    1    1    3    2    2
  100    1  100  100    1    0    0
    1   00    1    1   00  100  100
```

Figura 389: Saída do programa Post.sce, alimentado com o arquivo da Figura 382.

Como você já deve esperar, inferir desse primeiro sucesso que o nosso algoritmo resolve qualquer problema de Post é ingenuidade.

Figura 390: A menor solução para este problema de Post é uma sequência de 206 dominós!

Usando algoritmos mais sofisticados, é possível mostrar que a menor seqüência que resolve o problema da Figura 390 é formada por 206 dominós. Baseando-se em testes feitos pelo autor destas linhas, o tempo estimado para o programa Post.sce resolver este problema com um notebook seria de 10^{112} anos!

Poderíamos pensar que estamos diante de um problema como o do caixeiro viajante, mas mesmo isso é otimismo. A correspondência de Post pertence a uma classe de problemas chamados *indecidíveis*. Enquanto em problemas np-completos o espaço de busca cresce explosivamente com o tamanho da entrada, em problemas indecidíveis o espaço de busca é simplesmente ilimitado. Traduzindo para o problema de Post, o fato de não existir nenhuma seqüência de tamanho n que resolva um dado problema não quer dizer que não existam soluções de tamanho maior que n.

A indecidibilidade se refere ao caso geral, e não a instâncias particulares. Para algumas instâncias, como nos casos da Figura 380 e da Figura 390, pode ser possível encontrar uma solução. Para outras, pode ser possível demonstrar que não existe nenhuma solução, como seria o caso de um problema onde em todos os dominós o string da parte superior fosse mais longo que o da parte inferior.

Figura 391: Um problema de Post sem solução conhecida.

Resultados teóricos provam que não existe nenhum algoritmo que, para qualquer instância de um problema de Post, consiga decidir se existe ou não uma solução. A Figura 391 mostra um problema de Post para o qual não foi possível, até hoje, nem encontrar uma solução, e nem tampouco provar que ele não admite nenhuma solução.

5 Notas Finais e Próximos Passos

Chegamos ao fim de nosso curso, onde vimos alguns dos conceitos que constituem os pilares da ciência da computação. É hora de rever brevemente estas idéias para obter uma visão de conjunto, e também é hora para apontar algumas direções para os próximos passos.

- Computadores trabalham com informação, que pode ser digital (simbólica) ou analógica;
- Um computador trabalha essencialmente com informação simbólica, usando apenas dois símbolos, comumente notados 0 e 1; equipamentos de entrada e saída utilizam transformações análogo-digital ou digital-analógica quando conveniente.
- Um bit é a unidade de memória capaz de armazenar um destes símbolos. Com n bits, pode-se representar 2^n coisas distintas;
- Um código é uma convenção para a interpretação de conjuntos de bits. Códigos importantes incluem o ASCII, para a representação de caracteres, binários sem sinal, binários em complemento de 2 para incluir também números negativos, e ponto flutuante.
- As operações booleanas NOT, AND e OR realizam as transformações simples de bits, mas tudo o que um computador faz é através da composição destas operações;
- Transistores podem ser utilizados para implantar circuitos chamados portas lógicas, que realizam as operações booleanas. Transistores são implantados de forma extremamente compacta em semi-condutores, e realizam as operações booleanas muito rapidamente.
- Portas lógicas podem teoricamente realizar qualquer transformação de informação; colocando a informação de entrada e a de saída codificadas em uma tabela da verdade, podemos construir um circuito que realiza a transformação desejada.
- Isso funciona perfeitamente para circuitos pequenos, como para a construção de um circuito de soma completa, capaz de somar duas variáveis de um bit.
- O uso direto de portas lógicas para transformação de informação é entretanto limitado por razões práticas. Para a soma de dois inteiros de 32 bits, teríamos uma tabela da verdade com $2^{64} \cong 1{,}8 \times 10^{10}$. Um supercomputador que gastasse um nanosegundo (10^{-9} segundos) para processar cada entrada da tabela da verdade demoraria 585 anos para terminar o processamento.
- Por sua vez, circuitos de soma completa podem ser ligados em em cascata, em um arranjo que permite a soma de variáveis de, digamos, 32 bits cada uma.
- Isto funciona para inteiros de 64 ou de 128 bits, mas dificilmente alguém pensaria em construir um circuito para calcular a soma de 20 números de 32 bits cada um.
- Com registradores, barramentos, unidade lógico-aritmética e memória dispostos em um arranjo adequado, podemos usar sinais de controle para guiar o fluxo de dados e obter a soma de 20 ou mais números de 32 bits, usando um acumulador e realizando uma soma de cada vez.
- O próximo e enorme passo é a automação da emissão dos sinais de controle, com o uso de um programa armazenado na memória, composto por instruções que são interpretadas – executadas – por uma unidade central de processamento,

- Um computador é portanto um circuito que transforma informação, que entretanto difere do circuito de soma porque a transformação realizada não é fixa, mas ditada por outra informação – o programa armazenado.
- Trocando o programa, trocamos a transformação realizada. O ganho em fllexibilidade é enorme, quando comparado com a construção de um circuito. Software é macio; hardware é duro.
- E programas podem conter loops, o que nos permite por exemplo calcular a soma de 50.000 ou mais números de 32 bits – façanha absolutamente impraticável para um circuito combinatório, que para isso deveria ter $50.000 \times 32 = 3.200.000$ bits de entrada.
- A construção de um programa mesmo pequeno em linguagem de máquina é uma tarefa infernal, mas uma das principais utilidades dos computadores é facilitar a construção de programas para computadores.
- Montadores ou assemblers são programas que permitem o uso de mnemônicos para a designar instruções e posições de memória. Mesmo sendo um avanço sobre a programação direta em linguagem de máquina, a programação que se consegue com estes sistemas ainda é muito detalhada, presa a uma arquitetura específica, sendo propensa a erros e sem portabilidade.
- Compiladores e interpretadores são também programas, que têm como entrada programas escritos em uma linguagem de alto nível, como Fortran, C ou Scilab, e que ou bem transformam estes programas em instruções de máquina a serem executados diretamente por um computador, ou – como é o caso do Scilab – têm internamente uma máquina virtual, que interpreta o programa recebido como entrada.
- Linguagens de alto nível oferecem abstrações que nos permitem escrever programas – descrições de transformação de informação – de uma forma muito mais próxima do nosso raciocínio.
- O Scilab, em particular, nos permite guardar valores em variáveis com um nome que podemos escolher. Esses valores podem ser numéricos, caracteres, ou lógicos.
- Variáveis Scilab são sempre matrizes; a linguagem oferece notações para designação de partes de uma matriz.
- Variáveis, constantes, chamadas de funções, parênteses e operadores podem ser combinados em expressões que resultam em valores Scilab, e que podem ser empregados em comandos de atribuição para alterar valores de variáveis.
- A linguagem Scilab oferece também comandos de controle do fluxo de execução, como o comando condicional **`if-then-else`**, e os loops **`while`** e **`for`**.
- Temos comandos de entrada e saída, como **`input`** e **`printf`**, e comandos para o tratamento de arquivos, como **`mopen`** e **`mclose`**, **`mgetl`**, **`fscanfMat`** e **`fprintfMat`**, que nos permitem usar armazenamento estável para massas de dados potencialmente grandes.
- Um programa Scilab é formado por um programa principal e por definições de funções Scilab. Programas e funções Scilab são armazenados em arquivos.
- Uma função Scilab define parâmetros formais de entrada e de saída. A chamada de uma função Scilab define parâmetros reais de entrada, que são expressões Scilab, e parâmetros reais de saída, que são variáveis que recebem os valores calculados pela função para seus parâmetros formais de saída.
- Funções Scilab podem conter comandos Scilab, variáveis locais e chamadas de funções – incluindo possivelmente chamadas à própria função, em um arranjo recursivo.
- Nós vimos que a recursividade pode simplificar muito o desenvolvimento de algoritmos, pois expressa de forma natural o seu comportamento.
- Funções são uma importante ferramenta de modularização. Seu uso permite o desenvolvimento seja em momentos separados, seja por pessoas diferentes.

- Com o domínio de uma linguagem de programação nós pudemos atacar problemas de transformação de informação muito mais elaborados.
- Problemas de transformação de informação são em princípio resolvidos por algoritmos – métodos que prescrevem sequências de transformações elementares, e que são convenientemente implantados por programas de computadores – no nosso caso, programas Scilab.
- Usando a linguagem Scilab nós vimos diversos algoritmos para solução de problemas como leitura, processamento e escrita de dados, usando inicialmente teclado e monitor, para pequenos volumes de dados, e depois arquivos, para grandes volumes de dados.
- Para dois problemas clássicos de transformação de informação nós vimos diversas soluções: a pesquisa por um valor em um vetor, e a ordenação de um vetor.
- Nós vimos que algoritmos podem diferir – e muito – em sua eficiência no uso de recursos computacionais, como tempo de execução ou quantidade de memória.
- O termo complexidade computacional de um algoritmo é empregado para caracterizar suas exigências destes recursos como uma função do tamanho dos dados de entrada.
- Alguns problemas de transformação de informação têm limites inferiores para a complexidade de qualquer algoritmo que o resolva. A ordenação de um vetor, por exemplo, é no melhor caso $O(n\log(n))$.
- Acredita-se que o limite inferior para uma classe de problemas conhecida como np-completos, como o problema do caixeiro viajante, tem complexidade intrínseca crescente em taxa maior que qualquer polinômio em n.
- Outros problemas são ainda piores. Para problemas chamados indecidíveis, como o da correspondência de Post, não existem algoritmos com um tempo limite garantido para qualquer entrada.

Há muito o que se aprender em computação, pura ou aplicada às ciências e às engenharias., e diversas outras disciplinas podem extender o seu conhecimento nesta área:

- *Organização de Computadores.* O projeto de sistemas digitais e de computadores é uma vasta área, que é normalmente estudada em disciplinas como Sistemas Lógicos, Organização de Computadores, ou Arquitetura de Computadores. Metodologias para o projeto e implantação de circuitos digitais são vistas com maior profundidade, assim como aspectos teóricos.
- *Cálculo Numérico*. Nessa disciplina são vistos, como o nome indica, algoritmos para a solução de problemas numéricos, de grande importância para todos os cientistas e engenheiros. Tipicamente são vistos algoritmos para encontrar zeros (raízes) de funções (dos quais o método da bisseção visto na Seção 4.4.2 é um exemplo), para a solução de sistemas de equações lineares, para interpolação, para solução de equações diferenciais, para integração numérica, e vários outros. A preocupação com erros de arredondamento e de truncamento, e com a sua propagação é tratada com muito maior profundidade.
- *Algoritmos e Estruturas de Dados*. Esta área trata extensamente de algoritmos para ordenação e pesquisa (dos quais nós vimos alguns exemplos), do uso de estruturas de dados mais flexíveis que matrizes, como listas, árvores e grafos, do casamento de padrões, sempre com um tratamento bem mais rigoroso dos aspectos relacionados à complexidade.
- *Programação Orientada a Objetos*. A programação orientada a objetos, ou POO, oferece estruturas linguísticas para uma definição elegante de dados e de formas de interação. A programação torna-se mais compacta e mais segura, permitindo um intenso reaproveitamento de código. Nenhum programador mais sério pode se permitir desconhecer a POO, que foi introduzida já em 1967 com a linguagem Simula,

e depois explorada com Smalltalk. Estas duas linguagens ainda sobrevivem, mas o uso de C++ e de Java é hoje muito maior.

- *Bancos de Dados*. Bancos de dados são sistemas de armazenamento que extendem muito o conceito de arquivos. Um SGBD (Sistema de Gerência de Banco de Dados) como Oracle, PostGresSQL, MySQL, SQL Server, e outros, permite a recuperação de dados por perguntas (*queries*, em inglês. SQL quer dizer *Standard Query Language*) como " me dê a lista dos alunos de engenharia civil com idade entre 18 e 20 anos que já tenham cursado Programação de Computadores ou Cálculo Numérico". SGBDs tratam também do controle de concorrência, controlando o acesso simultâneo a uma mesma base por diversos usuários, e garantindo a preservação de sua integridade.
- *Sistemas Reativos*. São sistemas que reagem a diversos estímulos de forma a, por exemplo, controlar um alto-forno, aumentando a combustão ao perceber uma baixa de temperatura, e diminuindo quando a temperatura do forno está alta. Sistemas operacionais como o Windows ou o Linux são também exemplos de sistemas reativos, controlando os estímulos recebidos pelos equipamentos de entrada e saída. Engenheiros e cientistas trabalham normalmente com sistemas reativos menores, controlando máquinas e equipamentos de laboratórios.

Para finalizar, alguns conselhos.

- O Scilab é adequado para o desenvolvimento de pequenos programas voltados para ciências e engenharias. Para programas maiores, com mais de 1000 linhas, considere o uso de outras linguagens, com C, Fortran, C++ ou Java.
- Qualquer que seja a linguagem escolhida, procurer usar bibliotecas de funções desenvolvidas por profissionais. Só desenvolva o que for realmente necessário. Funções de boas bibliotecas têm código mais robusto e mais rápido e dão tratamento adequado a erros numéricos.
- Experimente sempre! Enquanto você não estiver fazendo programas para uso em produção, errar não machuca. Dificilmente um sistema se estraga por um erro de programação, e a experimentação é essencial para o aprendizado.

***

6 Índice Remissivo

%eps, 99
%pi, 99
.sce, 103
abertura de um arquivo, 121
ABus, 76
acumulador, 60
ADconversion, 12
Álgebra Booleana, 27
algoritmo, 157
ALU, 61
ambiente Scilab, 97
AND, 27
Aritmética matricial, 127
arquivo-programa, 103
ASCII, 23
Assembler, 65
assembly, 65
atuadores, 13
barramento, 57
Basic, 96
Binários sem Sinal, 23
bit, 7
bloco "então", 105
bloco "senão", 105
Blue Gene, 1
bps, 14
C, 96
C++, 96
cabeçalho da função, 144
Carta de tempo, 55
Central Processing Unit, 64
chamadas da função, 140
ciclo de instrução, 66
Ciclo de Micro-Instrução, 81
Circuito para sincronização, 75
circuito principal da CPU Pipoca, 73
Cleve Moler, 96
clock, 63
Cobertura dos 1s, 38
Cobol, 96
Codificação com Deslocamento, 25
código da instrução, 68
comando de atribuição, 98
Comandos Aninhados, 116
comentários, 104
comparação de binários sem sinal, 49
comparador de 1 bit, 49
compilador, 95, 96
Complemento de 2, 25
complexidade computacional, 158
complexidade linear, 166
condutor perfeito, 29
console do Scilab, 97
Construindo matrizes, 131
controlled buffer, 57
conversão binário-decimal, 24
conversões A/D, 8
conversões D/A, 8
Correção, 157
CPU, 64
data width, 56
DBus, 76
Debug, 76
Demultiplexadores, 51
descritor de arquivo, 121
desenvolvimento *top-down*, 151
diretório corrente, 103
dividir para conquistar, 179
Dvorak, 13
eco, 98
  supressão do eco, 99
Eficiência, 157
else, 105
endereço, 58
endfunction, 141
escopo de variáveis, 142
Especificação, 157
estouro, 41
Expressões booleanas, 28
expressões lógicas, 112
eye, 132
fatoração de números inteiros, 159
fechamento de um arquivo, 121
fetch, 86
flip-flop tipo D, 54
Flip-flops, 54
Fortran, 95
fprintfMat, 136
fscanfMat, 136
função recursiva, 149
Funções, 139
function, 141
George Boole, 27
getf, 142

GetOperand, 87
IBM PC, 1
IEEE 754, 26
if, 105
Indentação, 118
Informação, 4
Informação analógica, 4
informação digital, 4
input, 104
INPUT, 76
instruções, 68
instruções de desvio, 67
instruções de máquina, 65
Instruction Register, 66
int, 132
Integração por Trapézios, 180
Internet, 3
interpretador, 96
IR, 66
isolante perfeito, 29
janela de análise combinatória, 43
Java, 96
jsr, 79
jump to subroutine, 79
kiss principle, 168
lâmpada de 7 segmentos, 46
largura de bits, 56
leg, 138
legibilidade, 117
limites fisiológicos, 12
linspace, 131
LISP, 96
loaders, 70
Logisim, 31
mantissa, 26
MAR, 59
Mark, 2
Matlab, 96
matriz identidade, 132
matriz inversa, 129
matriz transposta, 129
Matrizes, 124
Matrizes de Strings, 135
mclose, 120
meia-soma, 39
Memórias, 15
Memórias secundárias, 15
Memórias terciárias, 16
Memory Addres Register. *See* MAR
meof, 120
merge, 173
mfprintf, 120
mfscanf, 120
mgetl, 136
micro Instruction Register, 78
micro Program Counter, 78
micro-assembler, 86
microinstruções de desvio, 79
microinstruções de sinal, 78
Micro-Programa, 86
microprogramação, 78
mIR, 78
mnemônicos, 70
modo de endereçamento, 68
montador, 73
montagem, 65
mopen, 120
mPC, 78
Multiplexadores, 51
NAN, 26
NAND, 28
nomes de variáveis, 98
NOR, 28
NOT, 27
ones, 131
operadores relacionais, 106
operando, 68
OR, 27
ordenação, 168
ordenação por Intercalação, 173
Ordenação por Seleção e Troca, 168
oscilador, 63
Ou Exclusivo. *See* XOR
OUTPUT, 76
overflow, 41
palavras, 58
parâmetro da função, 140
Parâmetros formais, 141
parâmetros reais, 141
partes de uma matriz, 126
Pascal, 96
PC, 66
Pesquisa Binária, 166
Pesquisa Seqüencial, 165
PHP, 96
pilha, 150
Pipoca, 64
Planilha Pipoca.xls, 89
plot2d, 133
polígono, 153
Ponto Flutuante, 25
printf, 105

problema de transformação de informação, 157
processador, 7
produto elemento a elemento, 128
produto matricial, 128
Program Counter, 66
programa, 64
Programa em Execução, 70
programa executável, 70
Programa Executável, 70
Programa Fonte, 70
programa principal, 140
Prolog, 96
prova formal, 157
pwd, 121
Python, 96
RAM, 15
rand, 132
rect, 153
registrador, 55
registrador circular, 63
Registradores, 15
retorno da função, 140
return, 79
Return Address, 78
RGB, 24
RoadRunner, 1
ROM, 58
sci, 142
Scilab, 96
SciPad, 103
seleção e troca, 169
Select Sort, 168
sensores, 13
SetInEmpty, 75
SetInFull, 75
Signals, 78
Sinal e Amplitude, 24
Síntese de Circuitos Combinatórios, 42
size, 125
software, 65
soma de Riemann, 180
soma-completa, 40
somador de n bits, 41
SomaTrês, 45
splitters, 57
Strings, 113
sub-circuito, 45
SumX, 70
supercomputador, 2
tabela da verdade, 37
teclado Dvorak, 13
testes, 157
then, 105
timer, 159
Transistores, 28
Trocar os valores de duas variáveis, 170
UCP, 64
uigetfile, 120
unidade central de processamento, 64
unidade de controle, 67
unidade lógico-aritmética, 61
vai-um, 39
Variáveis, 98
variáveis locais, 142
Variáveis Lógicas, 112
variável, 98
vem-um, 40
Vetores, 126
volátil, 15
volatilidade, 15
Von Neumann, 65
XOR, 33
xtitle, 138
zeros, 131

7 Referências

Andrews, D. (n.d.). *Primes R US*. Retrieved from http://www.geocities.com/primes_r_us/

Burch, C. (2002). *Logisim: A Graphical Tool for Designing and Simulating Logic Circuits*. Retrieved March 2009, from http://ozark.hendrix.edu/~burch/logisim/

Dijkstra, E. W. (1972). Chapter I Notes on Structured Programming. In E. W. O. J. Dahl, *Structured Programming.* Eds. ACM Classic Books Series. Academic Press Ltd., London, UK, 1-82.

Flickr. (n.d.). Retrieved Fevereiro 2010, from http://farm4.static.flickr.com/3444/3348244651_fef16ef641.jpg

Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness.* New York, USA: W. H. Freeman & Co.

Hollasch, S. (2005). *IEEE Standard 754 Floating Point Numbers*. Retrieved August 25, 2009, from http://steve.hollasch.net/cgindex/coding/ieeefloat.html

HotHardware.com. (n.d.). *Intel Core 2 Extreme QX9770 Performance Preview*. Retrieved Fevereiro 2010, from http://hothardware.com/articles/Intel_Core_2_Extreme_QX9770_Performance_Preview/

I.Ziller, J. B. (1954). *Preliminary Report: Specifications for the IBM Mathematical FORmula TRANslating System, FORTRAN.* International Business Machines, Applied Science Division.

IBM. (n.d.). *IBM Archives - Personal Computer*. Retrieved 2009, from http://www-03.ibm.com/ibm/history/exhibits/pc/pc_1.html

Lohninger, H. (2006). (Vienna University of Technology) Retrieved from http://www.vias.org/simulations/simusoft_adconversion.html

Lyon, B. (2005). *The Opte Project*. Retrieved August 2009, from http://opte.org/

Mathworks. (n.d.). Retrieved Fevereiro 2010, from http://www.mathworks.com/

McJones, P. (n.d.). *History of FORTRAN and FORTRAN II*. (Computer History Museum) Retrieved April 2009, from Software Preservation Group: http://www.softwarepreservation.org/projects/FORTRAN/

McKeeman, B. (n.d.). *MATLAB 101 - A talk for the MIT Computer Science Department*. Retrieved Fevereiro 2010, from http://www.cs.dartmouth.edu/~mckeeman/references/matlab101/matlab101.html

Morris, R. J. (2003). The Evolution of Storage Systems. *IBM Systems Journal , 42* (2), 205-217.

Neumann, J. v. (1945). *Michael D. Godfrey home page.* Retrieved Março 2010, from http://qss.stanford.edu/~godfrey/vonNeumann/vnedvac.pdf

O'Reilly Media. (n.d.). *Language Poster*. Retrieved April 2009, from History of Programming Languages: http://oreilly.com/news/languageposter_0504.html

Scilab Consortium. (n.d.). *Scilab Home Page*. Retrieved from http://www.scilab.org/

StatLib. (1989). *StatLib - Datasets Archive*. (Department of Statistics, Carnegie Mellon University) Retrieved March 2009, from http://lib.stat.cmu.edu/datasets/

Top500. (n.d.). *Top 500 supercomputers*. Retrieved from http://www.top500.org

Wolffdata. (n.d.). *Wolffdata*. Retrieved 2008, from ScilabStarter: http://www.wolffdata.se/scilab/ScilabStarter.pdf