

SFQ-2011 - FÍSICA EXPERIMENTAL II  
 Turmas 241, 243 e 244 - ENGENHARIA MECÂNICA  
**“Medidas de Defasagem em Circuitos RC Série”**  
 04/08/2009

**I - OBJETIVOS**

Medidas de defasagem em um circuito RC série utilizando o osciloscópio previamente calibrado. Determinação da frequência de corte para o filtro capacitivo passa alta.

**II - TEORIA**

Considere um sinal aplicado na entrada horizontal de um osciloscópio o qual acarreta a oscilação do feixe de elétrons descrita pela equação:

$$X = X_0 \cos \omega t \tag{1}$$

onde  $X_0$  é a amplitude de oscilação do feixe, a qual é proporcional à amplitude do sinal injetado e  $\omega = 2\pi\nu$ , onde  $\nu$  é a frequência do sinal. Considere que simultaneamente seja aplicado outro sinal na entrada vertical do osciloscópio o qual acarreta a oscilação do feixe de elétrons descrita por:

$$Y = Y_0 \cos(\omega t + \phi) \tag{2}$$

onde  $Y_0$  é a amplitude da oscilação do feixe a qual é proporcional à amplitude do sinal injetado,  $\omega = 2\pi\nu$ , onde  $\nu$  é a frequência do sinal e  $\phi$  é uma diferença de fase arbitrária.

A equação que descreve o movimento do feixe de elétrons no plano da tela do osciloscópio pode ser obtida combinando-se as equações (1) e (2), eliminando-se a dependência temporal da equação da trajetória, i.e.:

$$\left[ \frac{X}{X_0} \right]^2 = \cos^2 \omega t \quad \text{e} \quad \left[ \frac{Y}{Y_0} \right]^2 = \cos^2(\omega t + \phi)$$

Desenvolvendo-se o termo  $\cos^2(\omega t + \phi)$  levando-se em conta a fórmula para o cosseno da adição de arcos e efetuando-se as devidas simplificações, tem-se:

$$\left[ \frac{X}{X_0} \right]^2 + \left[ \frac{Y}{Y_0} \right]^2 - 2 \frac{XY}{X_0 Y_0} \cos \phi = \text{sen}^2 \phi \tag{3}$$

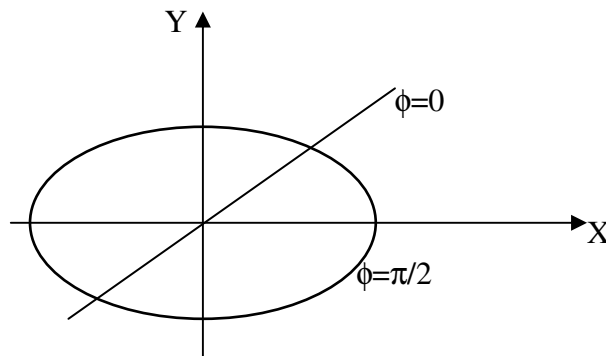
a qual representa a equação da trajetória descrita pelo feixe de elétrons no plano da tela do osciloscópio (superfície fosforescente do tubo de raios catódicos). Fixando-se os valores de  $X_0$  e  $Y_0$  e variando-se os valores de  $\phi$  obtêm-se trajetórias com configurações particulares quando  $\phi = 0$  e  $\phi = \pi/2$ .

No caso em que a diferença de fase for nula a trajetória descrita pelo feixe de elétrons é uma reta passando pela origem, bissetriz aos eixos X e Y, passando pelos primeiro e terceiro quadrantes, i.e.:

$$\frac{X}{X_0} = \frac{Y}{Y_0}$$

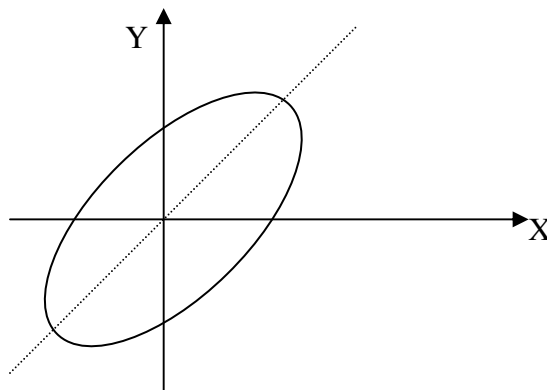
Para  $\phi = \pm\pi/2$  a trajetória é uma elipse com os eixos coincidentes com os eixos cartesianos X e Y, i.e.:

$$\left[\frac{X}{X_0}\right]^2 + \left[\frac{Y}{Y_0}\right]^2 = 1$$



**Figura 1:** Trajetórias descritas pelo feixe de elétrons no plano da tela do osciloscópio para os valores da diferença de fase  $\phi = 0$  e  $\phi = \pi/2$ .

Para os valores da diferença de fase diferentes dos mencionados acima a trajetória descrita pelo feixe de elétrons na tela do osciloscópio pode ser representada por uma elipse com os eixos não coincidentes com os eixos horizontal e vertical. A mesma se encontra representada na figura 2.



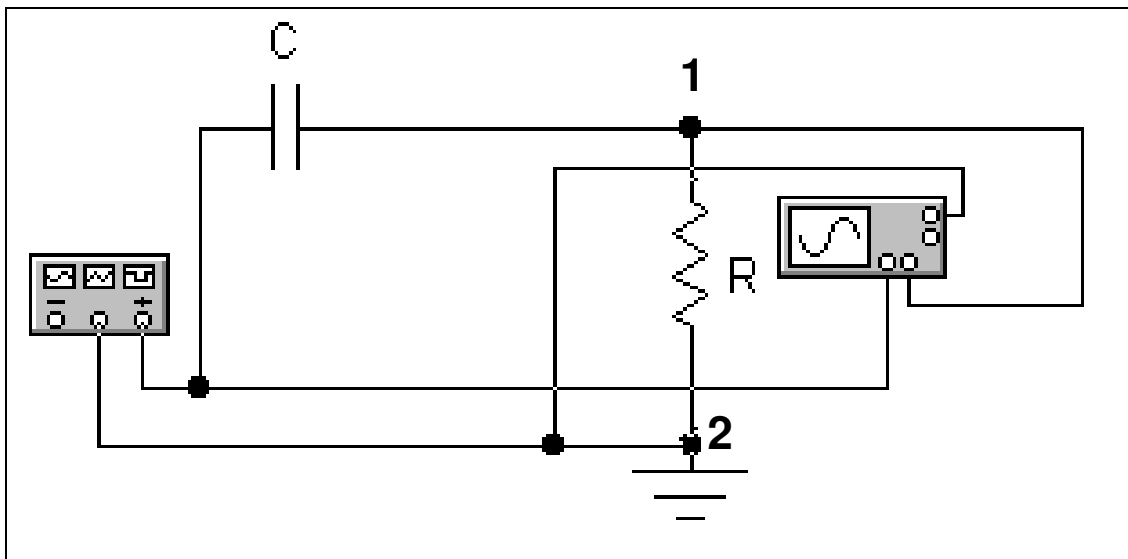
**Figura 2:** Trajetórias descritas pelo feixe de elétrons no plano da tela do osciloscópio para um valor arbitrário da diferença de fase  $\phi$ .

Para  $X=0$  tem-se:

$$\left[ \frac{Y}{Y_0} \right]^2 = \text{sen}^2 \phi; \text{ ou seja, } \phi = \text{arcsen} \left[ \frac{Y}{Y_0} \right]$$

Portanto, medindo-se a razão entre os valores dos pontos onde a trajetória intercepta o eixo vertical pela amplitude do deslocamento ao longo do eixo vertical, obtém-se a diferença de fase  $\phi$ .

O filtro RC passa alta mais simples é obtido através da associação em série de um resistor e um capacitor conforme o esquematizado na figura 3.



**Figura 3:** Esquema de um filtro capacitivo passa alta.

Para frequências altas a reatância capacitiva  $\chi_c = \frac{1}{\omega C}$  assume valores muito pequenos sendo que neste caso a tensão da fonte é transferida para os pontos 1 e 2. Para frequências baixas a reatância capacitiva se torna muito elevada e a tensão da fonte se transfere para cima do capacitor, ficando os pontos 1 e 2 em curto circuito. A denominada frequência de corte  $\nu_c$  é aquela na qual a reatância capacitiva se iguala a resistência R, ou seja:

$$R = \frac{1}{\omega_c C} \Rightarrow \nu_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

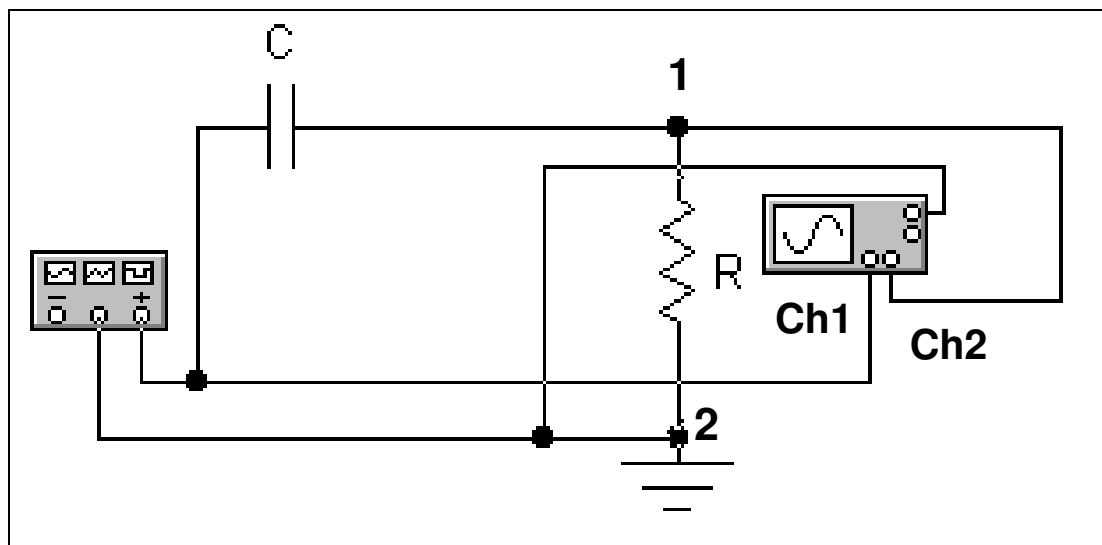
Podemos definir a resposta em frequência do filtro como a razão entre as amplitudes das voltagens de saída e entrada, i.e.:  $\eta = \frac{V_s}{V_e}$ . A frequência de corte do filtro é aquela para qual a resposta  $\eta$  é igual a  $1/\sqrt{2}$ .

O circuito RC série funciona como um filtro passa baixa tomando-se a saída (pontos 1 e 2) sobre o capacitor uma vez que para baixas frequências o resistor se encontra em curto devido ao alto valor da reatância capacitiva a qual tende a abrir o

circuito. Notemos que na frequência de corte o valor da tensão de saída é igual ao valor eficaz da tensão de entrada sendo a corrente igual a 71 % do valor de quando o circuito é apenas resistivo. A defasagem entre a corrente e a tensão de entrada é de  $\pi/4$  e o valor da reatância capacitiva se iguala ao valor da resistência R do circuito.

### III – PARTE PRÁTICA

- Monte um circuito RC série, conforme o esquematizado na figura 4 acoplando o capacitor de 4,7 nF e o resistor de 1 k $\Omega$  a um gerador de funções. Alimente o circuito com uma forma de onda senoidal. Conecte o canal 1 do osciloscópio no gerador de funções e o canal 2 no resistor.



**Figura 4:** Esquema do circuito RC utilizado nas medidas de defasagem em um filtro capacitivo passa alta.

- A partir dos valores de R e C calcule o valor da frequência de corte do circuito.
- Ajuste a base de tempo do osciloscópio para que o mesmo opere no modo XY.
- Ajuste o fator de calibração dos amplificadores verticais dos canais 1-X e 2-Y para que as amplitudes dos sinais medidos sejam iguais.
- Varie a frequência do sinal proveniente do gerador de funções para uma ampla faixa, abaixo e acima da frequência de corte. Não deixe de incluir a frequência de corte.
- Determine o valor da defasagem para a frequência de corte, para valores muito abaixo e muito acima da mesma.
- Construa um gráfico da defasagem em função da frequência.

**Observação:** Corrija sempre que se fizer necessário a amplitude do sinal em ambos os canais a fim de manter os semi-eixos da elipse com o mesmo comprimento. Para tanto utilize o botão de controle de ganho dos amplificadores verticais dos canais 1 e 2 do osciloscópio.

Para alguns valores da frequência a amplitude do sinal fornecido pelo gerador de funções não se mantém constante devido à carga apresentada pelo circuito. Variando-se o ganho das escalas vertical (canal 2-Y) e horizontal (canal 1-X) é possível manter as amplitudes dos sinais horizontal e vertical constantes para qualquer valor da frequência. Os valores das escalas horizontal e vertical utilizadas podem ser completamente diferentes afim de que as amplitudes dos sinais sejam iguais.

#### **IV – QUESTÕES**

1. Em que faixa de frequências o circuito se comportou como puramente capacitivo ? Neste caso qual é a característica da defasagem ?
2. Em que faixa de frequências o circuito se comportou como puramente resistivo ? Qual é a característica da defasagem neste caso ?
3. Para um dado valor da diferença de fase entre a corrente no circuito e a tensão de entrada, qual é o correspondente valor da diferença de fase entre a tensão no capacitor e a tensão de entrada ? Este resultado pode ser intuído facilmente a partir do conhecimento do funcionamento de um capacitor ?
4. Quais são as conclusões que podem ser externadas à partir da execução do presente experimento ?

#### **Referências:**

1. Roteiro de Aula “*Calibração de um Osciloscópio e Medidas de Defasagem em um Circuito RC Série*”, elaborado por Mauricio Antonio Algatti, UNESP, Campus de Guaratinguetá, (2002).
2. “*Osciloscópio Analógico 20 MHz MO-1225 - Manual de Instruções*”, guia do usuário. Contém detalhes das características de funcionamento de um modelo análogo ao MINIPA MO-1221S. Disponível no site <http://www.minipa.com.br> .
3. “*Experiments in Physics: A Laboratory Manual for Scientists and Engineers*”, Daryl W. Preston, John Wiley & Sons, New York, USA, (1985).
4. “*Introductory Circuit Analysis*”, Robert Boylestad, 8ª Edição, Prentice Hall, INC, New Jersey, USA, (1997).

Roteiro elaborado pelo professor *Mauricio Antonio Algatti* com a colaboração do técnico *Tiago Raimundo da Silva*. Revisado pelo autor em 15/06/2009.